Aoki (2002) p. 60-61 の
日本語訳

6.4 選択肢が多いときの評価関数の近似評価

評価関数の使用は理論的には魅力的だが，選択肢の数が多い状況では実際に計算することは簡単ではない．この一つの例は Aoki and Shirai (2000) にあるが，そこではモデルの中の雇用されたエージェントと同じ数だけの評価関数が存在する．そのモデルの場合では評価関数をその平均についてのみ用いることができる．第 9 章も参照せよ．そこではこの種の近似が用いられている．

選択肢が多い場合，評価関数の表現は右辺に多くの項の和を含む．我々はそのような文脈で評価関数の評価の二つの観点を議論する．最初に，前の節で議論された評価関数がある環境のもとでどのように得られるかを議論する．次に，多くの異なる収益により構成される評価関数の評価の中の極値との興味深い関連性を指摘する．この関連性は評価関数の評価に役立つ．

6.5 参入退出率が小さな場合：例

この例は第 9 章で論じる，よく知られた Diamond (1982) のサーチモデルと関連する．このモデルは無限エージェントを用い，決定論的な状態変数は被雇用者の割合である． Aoki and Shirai (2000) は同じモデルをエージェントの数を有限の N にして再検討した．そのモデルでは，a の率で失業者たちに訪れる生産機会を引き受けるための留保費用は，現在価値の最大化により決定される．$n = 0, 1, \ldots, N$ に対し，価値 $V_e(n/N)$ と $V_u(1 - n/N)$ がある．下付き文字 e と u はそれぞれ雇用者と失業者を表す．よって，およそ $2N$ 個の決定すべき評価関数がある．(いくつかの境界条件の式もある．)

単純化のために，雇用されている価値と失業している価値との間の平均に関する関係を変数変換

$$\frac{n}{N} = \phi + \frac{1}{\sqrt{N}}\xi,$$

を用いて求めたい．ただし，ϕ は雇用者の平均割合，ξ は確率変数で，割合の平均の周りのランダムなゆらぎを説明する．詳細に関して読者は引用論文を参照されたい．ここでは要点をかいつまんで説明する．

近似評価関数は

$$rV_u(\phi) = a(G^*c^* - \bar{c}) \approx -a\bar{c},$$

および

$$rV_e(\phi) = b(\phi)(v - c^*),$$

となる．ただし，r は利子率，留保費用は，

$$c^* = V_e(\phi) - V_u(\phi),$$

で与えられる．また

$$\bar{c} = \int^{c^*} z\,dG(z).$$

ここで，$G^* = G(c^*)$ は，被雇用者の割合が ϕ であるときの，c^* までの累積費用であり，aG^* は失業者の集まりから被雇用者のそれへの遷移率である．外部性の影響は小さいとして無視した．外部性の効果は集計ダイナミクス

$$\frac{d\phi}{dt} = \Phi(\phi),$$

の均衡点 $\phi = \phi_e$ で厳密に消滅する．つまり，ϕ_e はダイナミクス Φ のゼロ点である．

これらの近似評価関数方程式を，aG^* と bG^* が r より小さいという仮定のもとに解くと，見慣れた式

$$V_e = \frac{b(\phi)v}{r},$$

と

$$V_u = -a\frac{\bar{c}}{r},$$

を得る．留保費用は近似的に

$$c^* \approx \frac{bv + a\bar{c}}{r},$$

で与えられる．これらの式は，遷移率に関する数量 a と b に関して調整された，便益と平均費用の流列の割引現在価値としての評価関数を与える．

6.6 多数の項の総和の近似評価

無限個の項の総和を含む式を近似的に評価することがしばしば必要になる．そのような総和は，例えば分配関数の評価の際に，あるいは，特定の複数の事象の総確率としてあらわれる．我々は決定論的総和および確率論的総和についての近似的評価手続きについて議論する．手法のいくつかは Laplace 法という名称でよばれることもある．これらは別々に議論する．ここでは次節での決定論的和に対する別の近似法を紹介する．確率項からなる総和に対する知られた手法もいくつか集めて紹介し，和における最大項による総和の近似のための手続きを正当化する．

歴史的にみると，Darling (1952) が最初にこの問題に関する結果を導いた人物であった．彼は，独立同一分布する X に対してこれを示した．$Z_n = S_n/X_n^*$，ただし，$X_n^* = \max(X_1, \ldots, X_n)$ および $S_n = \sum X_i$ としたとき，$E(Z_n)$ は 1 に近づく．X の分布関数 F が密度 ϕ をもつとしよう．