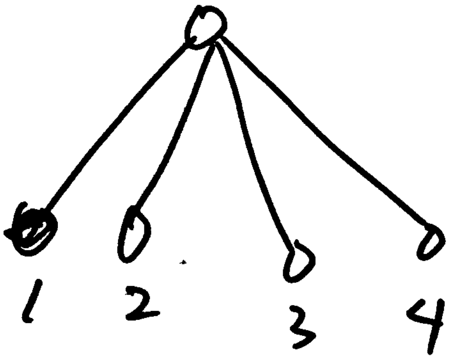
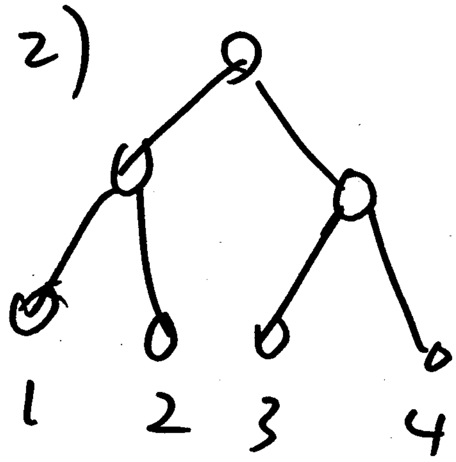
Ultrametricな動学系の例

1) 

$w_{ij} = e^{-\beta d_{ij}} := g$

$d_{ij} = 1$

2) 

$d_{12} = d_{34} = 1$

$d_{13} = d_{24} = 2$

etc

従って

$w_{12} = g$, $w_{13} = w_{14} = g^2$

$(e^{-2\beta d} = g^2)$

1)のマスター方程式

$\underline{P} = (P_1, P_2, P_3, P_4)'$

$$\frac{d}{dt}\underline{P} = \begin{bmatrix} W_1 & W_2 \\ W_2 & W_1 \end{bmatrix} \underline{P} \ ; \quad W_1 = \begin{pmatrix} -3g & g \\ g & -3g \end{pmatrix}$$

$$W_2 = g \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} (1, 1)$$

2) のマスター方程式

$$\frac{d}{dt}\underline{P} = \begin{pmatrix} R_1 & R_2 \\ R_2 & R_1 \end{pmatrix}\underline{P}\ ; \quad R_1 = \begin{bmatrix} -(g+2g^2) & g \\ g & -(g+2g^2) \end{bmatrix}$$

$$R_2 = g^2 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} [1, 1]$$

$$(g+2g^2) - g^2$$

1) の固有値は 0 と $-4g$

修正

固有ベクトル $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\cancel{\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}}$, $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

2) の固有値 0 と $-2g(1+g)$, $-(g+3g^2)$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\cancel{\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$

修正