季節調整法 X-12-ARIMA と日本の官庁統計[1]

国友直人編[2]

2006年1月

[1]この報告書は米国センサス局で開発された季節調整プログラム X-12-ARIMA を財務省・財務総合政策研究所において実際に利用した際に検討した内容を中心に関連する論考と資料をまとめたものである。実際のデータ解析には東京大学大学院経済学研究科統計学コースに所属していた当時の大学院生（高岡慎・一場知之・大和田孝・岡賢一君）の助力を受けたので、各院生諸君に改めて感謝する。また、財務省データの提供や原データに関係する問題について本編集者からの拙い疑問にも丁寧に説明してくれた財務省・財務総合政策研究所の方々、特に竹村伊津子氏に感謝する。なおこの研究は COE「市場経済と非市場機構との連関研究拠点」の一環として行われた。

[2]東京大学経済学研究科教授

目次

第 I 部：解説・論文

1. 解説「季節調整法」国友直人 (2006)、「計量経済学ハンドブック」収録 (朝倉書店)。

2. 論文「季節調整法 X-12-ARIMA(2000) の利用：法人企業統計の事例」国友直人 (2001)、経済学論集, 第 67 巻第 3 号, 1-29, 東京大学経済学部, 2001 年 10 月.

3. 論文「経済季節性と季節転換時系列モデル」国友直人・高岡慎 (2005), 日本統計学会, 第 35 巻 1 号, 1-26, 2005 年 9 月.

第 II 部：報告書 (財務省総合政策研究所)

4. 報告書「法人企業統計と季節調整」国友直人・高岡慎・一場知之 (2002)、財務省総合政策研究所、2002 年 2 月 28 日.

5. 報告書「法人企業統計における季節調整法の点検」国友直人・高岡慎・大和田孝 (2003) 財務省総合政策研究所、2003 年 3 月 19 日.

6. 報告書「法人企業統計における季節調整法の点検」国友直人・高岡慎 (2004)、財務省総合政策研究所、2004 年 3 月 23 日.

7. 報告書「法人企業統計における季節調整法の点検」国友直人・高岡慎 (2005)、財務省総合政策研究所、2005 年 3 月 31 日.

8. 報告書「貿易統計と季節調整法」国友直人・高岡慎・岡賢一 (2005)、財務省総合政策研究所、2005 年 3 月 30 日。

第 III 部: 関連資料

9. 資料「季節調整法の適用について (指針)」総務庁 (HP)。

10. 資料「法人企業統計の季節調整法」財務省財務総合政策研究所。

11. 解説「Web Decomp の紹介 (Ver 3)」佐藤整尚 (2006)、統計数理研究所。

概要

この報告書は米国センサス局（U.S.Census Bureau）で開発された季節調整プログラム X-12-ARIMA を、日本の主要な官庁である財務省において実際に利用する際に生じた問題を検討した際に作成したレポートを中心に、関連する論考と資料をまとめたものである。

センサス局時系列研究スタッフにより開発された季節調整法 X-12-ARIMA には統計的時系列解析をはじめ数理統計的手法が多く取り入れられているので、統計学をはじめ統計的時系列分析の研究分野についての専門的予備知識が欠けている場合にはその利用は必ずしも容易でない。季節調整法としての X-12-ARIMA 法の妥当性の評価についてはなお様々な意見があり得るが、官庁統計家など実務関係者にとりまずはその理解と適切な利用に資することが必要と判断してこの報告書としてまとめることとした。また、経済統計の理論と実際の問題に関心がある研究者や大学院生にとっては、一つの体験談として参考になると思われる。特に今後、官庁統計における季節調整について改善の方向に資することができれば幸いである。

なお、財務省において官庁統計を実際に扱っている担当者との議論を通じて、様々なことを学ぶ機会に恵まれたが、そうした経験を背景として二つの学術論文を書くことができたので、それらの論考と資料も同時にこの報告書に収録した。また、報告書の中でしばしば時系列成分分解プログラム DECOMP に言及したので、Web-DECOMP の開発者による解説も併せて収録した。

第I部：解説・論文

1. 解説「季節調整法」国友直人 (2006)、「計量経済学ハンドブック」収録 (朝倉書店)。
2. 論文「季節調整法 X-12-ARIMA(2000) の利用：法人企業統計の事例」国友直人 (2001)、経済学論集, 第 67 巻第 3 号, 1-29, 東京大学経済学部, 2001 年 10 月.
3. 論文「経済季節性と季節転換時系列モデル」国友直人・高岡慎 (2005), 日本統計学会, 第 35 巻 1 号, 1-26, 2005 年 9 月.

季節調整法*

国友直人[†]

2005年12月
2006年1月 (改訂稿)

1 経済時系列の季節性

時間的経過とともに観察される多くの経済時系列においては季節的な変動はしばしば観察される。例えば図1は日本の法人企業統計（全産業）で観察される3ヶ月毎の売上高の時間的変化を示している。長期的趨勢（トレンド）、景気変動、不規則変動などとともに季節的変動が無視できないほど大きな変動を示していることがわかる。

＜図1：法人企業の売上高（四半期）の動向＞

生産、売上高、経常利益、設備投資、消費、あるいは貨幣数量といった重要な経済時系列の多くでは季節的変動が観察され、重要な変動要因となっていることについては古くから注目されており、少なくとも19世紀の英国の経済学者の議論まで遡ることができる。S. Jevons (スタンレー・ジェボンズ) をはじめとする著名な経済学者が経済における景気変動の波を分析する過程で好況・不況の循環よりもかなり短い1年周期の変動が大きな役割を演じていることに気がつき、主として記述統計的な方法で分析したことが知られている (Nerlove et. al.(1979))。

近代的な数理統計学の成立とともに時系列データの分析方法が考察され、統計的時系列分析（statistical time series analysis）と呼ばれる分野も発展したが、経済時系列における変動の中では比較的周期が明確である、という意味で統計的解析の対象として格好の対象であった。とりわけ1950年代頃より移動平均法や多項式の当てはめなど時系列分析における記述統計的手法、さらにはピリオドグラム（periodogram）解析やスペクトル分析（spectral analysis）と呼ばれている統計的分析法が開発され、経済時系列の季節性分析に応用されはじめた。こうした初期における経済時系列分析においても、季節変動

*「計量経済学ハンドブック」14章 (朝倉書店) の草稿の改訂稿。原稿に対して有益なコメントを寄せてくれた高岡慎氏（東京大学先端科学技術研究センター）に感謝する。

[†]東京大学経済学研究科教授 (〒113-0033 東京都文京区本郷7-3-1, kunitomo@e.u-tokyo.ac.jp)

を巡る問題は単に経済現象を巡る学問的関心ということに留まらずに、中央官庁における季節調整値の作成・公表という実務的な意味で重要な意味を持っていたが、今日でもこうした実務的要請の事情は変わっていない。

ここで議論をわかりやすくする為に、時刻 t に観察可能な 1 次元の経済時系列 Y_t をトレンド（趨勢項)・循環変動項 TC_t, 季節変動項 S_t, 曜日・休日効果 TD_t, 不規則変動項 I_t により分解する統計モデルを考えよう。原系列がこれらの要素の和

(1) $$Y_t = TC_t + S_t + TD_t + I_t$$

とするのが時系列の加法的成分モデルである。多くの時系列計量経済分析では TC_t 項をさらにトレンド項 T_t と循環項 C_t に分解し、$TC_t = T_t + C_t$ とするのがより一般的であろう。これに対して季節調整ではトレンド（趨勢）項としては、時間の多項式関数など大域的トレンド関数ではなく、循環的変動を含むより柔軟な局所的トレンド (local trend) 関数を考えていると解釈することができよう。なお、実際の季節性の処理ではより一般的に乗法的成分モデル $Y_t = TC_t \times S_t \times TD_t \times I_t$ を仮定して処理することが多いが、乗法的成分モデルは対数変換により加法的成分モデルの議論に還元することができる。加法的成分モデルを用いて説明する方が季節調整の議論は分かりやすい。また、理論的にはより一般に加法的成分モデルと乗法的成分モデルを組み合わせる可能性もありうるが、混合型モデルはこれまであまり実用化はされていない。ただし、官庁統計でよく利用されている後述の X-11 法や X-12-ARIMA 法などでは、乗法的成分モデルに移動平均法を適用するなど、経済時系列の統計理論とは実際の利用は必ずしも整合的とは限らないことにも注意しておく。

経済時系列における季節変動はエコノミストや官庁統計においては経済の長期的趨勢や景気変動を理解する上では不必要と見なされることが少なくない。そこで、実際に観察される経済時系列 $\{Y_t\}$（原系列と呼ばれる）に何らかの変換をほどこすことにより季節性を取り除き、別の時系列 $\{Y_t^*\}$（季節調整済系列と呼ばれる）を作成する統計的方法が古くから研究されている。仮にここで議論している季節成分 S_t が任意の t について関数関係 $S_t = S_{t-s}$(s は季節周期) で定義できたり、確定的な関係としてあらかじめ分かっている場合を大域的季節性 (global seasonality) と呼ぶことにすると、その統計的処理は比較的単純である。例えば、今日でも経済学者がしばしば実証的研究で利用している方法として、季節ダミー変数 $D_{ti} = 1$ (t が第 i 季節), $D_{ti} = 0$ (それ以外) を定義し、観測系列をダミー変数に回帰することにより季節成分を推定し、取り除くことが行われている。数理的に類似の方法として、古典的な統計的時系列分析[1]においては、有限個の三角関数から周期関数を構成して最小二乗法を利用して周期性を分析する方法も利用されることがある。

ところで、統計的時系列解析と呼ばれている研究分野では、時系列データをフーリエ変換して周波数領域（あるいは周期成分）の分析を行うことが一般的である。定常確率過程における自己共分散関数のフーリエ変換をスペクトル密度関数、離散時間の時系列データのフーリエ変換はピリオドグラムとそれぞれ呼ばれているが、大域的季節性が適切な場合には季節周波数（および調和周波数）のみにおいて鋭い山 (ピーク) を持つことになる。しかしながら、現実に観察されている経済時系列においては、近年の年始でのコンビニの営業や夏期休業のあり方の変化など、経済をとりまく環境が時間とともに変

[1]例えば Anserson (1971) 第２章に詳しい説明がある。

化するにともない季節性も時間的に変化している可能性、すなわち局所的季節性 (local seasonality) まで考慮する必要がある。こうした季節性が時系列データに存在する場合には、スペクトル密度関数は季節周波数（および調和周波数）の周辺でよりなだらかな山 (ピーク) を持つと考えられよう（例えばハーベイ (1986)3 章の議論を参照)。ここで実際に観測される経済時系列（原系列）から何らかの統計的方法によりより複雑な局所的季節性を推定し、原系列より推定された季節性を除去して、季節調整系列を作成することが必要になる。この操作は周波数領域（すなわち波動成分）の時系列分析より、何らかの方法（しばしばフィルターと呼ばれる）で季節周波数に対応するピークをデータより除去する変換と解釈できる。こうした観測される時系列より季節成分のみを除去することを目的とする経済時系列データの変換方法は、一般に季節調整法 (seasonal adjustment method) と呼ばれている。今日でも日本を含めた先進諸国の中央官庁においてよく用いられている方法としては、米国センサス局で開発された X-11 法と X-12-ARIMA 法がよく知られているが、他方、経済時系列分析に関心のある統計学の研究者の間では統計数理研究所が開発した DECOMP 法がよく知られている。

2　季節調整法 X-11 法

2.1　歴史的経緯

米国センサス局で開発されている一連の季節調整法はセンサス局法と呼ばれているが、1950 年代に J. Shiskin(シスキン) を中心として当時にようやく利用可能となりつつあった（メインフレーム）電子計算機を利用したセンサス局 I 法を本格的に開発したのが現代の季節調整法の実質的な始まりといってよいであろう。センサス局法では当時の記述的時系列分析で用いられていた移動平均法 (moving average) をベースとしつつ、実際の時系列データの処理に際して生じる問題を実務的に処理するために、途中の計算アルゴリズムを次々に複雑化していった。1950 年代から 1960 年代にかけて国際的にも官庁統計家の間では季節調整法を開発しようとする機運が高まり、ヨーロッパ主要国の官庁当局や日本の中央官庁によっても幾つかの季節調整プログラムが開発されている。日本では当時の通商産業省が MITI 法と呼ばれる季節調整法、当時の経済企画庁は EPA 法という季節調整法を開発し、それぞれ実際に運用していた。これら二つの季節調整プログラムもまたセンサス局 I 法と同様に、移動平均法を中心のアイデアとしつつも、独自に様々な工夫を施した方法であったが、ＥＰＡ法は 1978 年に運用を中止し、MITI 法は 1998 年に運用が中止された。ヨーロッパでもドイツのブンデス・バンク法や英国中央銀行の季節調整法などが開発されていたが、近年でもヨーロッパ統計局を中心に研究・開発が行なわれている。ここでは例えば統計的信号抽出法 (signal extraction method) を理論的背景として、TRAM-SEATS と呼ばれる季節調整法がスペイン中央銀行の A.Maravel(マラベル）により開発されていることに言及しておく。

再び話題を米国センサス局における 1960 年代の開発動向に戻すと、センサス I 法を開発した後も改良を重ね、改訂版が開発されたが一連の方法は実験用 (Experimental methods) という意味でのセンサス局 II 法の X シリーズという名前になり、改良結果として 1965 年（解説マニュアル Shiskin et. al. (1967) は内部資料として発行）にセンサス局 X-11 法と呼ばれる季節調整法が開発された。この X-11 は当時、ようやく一般に利用可能となっ

てきた（メイン・フレーム）計算機の利用を想定したものでフォートラン（FORTRAN）言語でプログラムが書かれたが、そのプログラムを関係者が配布を受けて利用できる形をとった。こうした開発の動きの中で、1970年頃からわが国では日本銀行をはじめ季節性を持つ経済データを公表している経済関係の中央官庁が、このセンサス局法X-11法を採用して季節調整系列を公表することが多くなった。ただし、センサス局X-11法はその内部にかなり複雑なオプションを含んでいた。その後、多くの官庁では季節調整法としてX-11法を採用したが、各官庁がどの様にX-11法のオプションを利用していたかについては、一般に公開されてはいなかった。

2.2 移動平均法とX-11法

センサス局X-11法における統計的手続きはかなり複雑であるが、基本的には移動平均(moving average)に基づき時系列データを平滑化(smoothing)することにより季節性を除去することが意図されている。一般に原系列に移動平均をかけるとは、原時系列$\{Y_t\}$から調整系列$\{Y_t^*\}$を

$$(2) \qquad Y_t^* = \sum_{i=-m}^{n} w(i)Y_{t+i}$$

により変換する方法である。ここでウエイト係数(あるいはフィルタ関数) $\{w(i), i = -m,\cdots,n\}$($m$と$n$は正整数) は通常は観測される時刻$t$には依存させないが、基準化規則$\sum_{i=-m}^{n} w(i) = 1$を満たすとしても、様々な移動平均フィルターが考えられる。

ここで月次データを取って説明しよう。仮に2000年1月より2000年12月のデータの12ケ月平均値$(1/12)\sum_{i=1}^{12} Y_{t+i}$ (t=1999年12月にとる) は12が偶数なので、2000年6.5月が対応する月と考えられる。また2000年2月より2001年1月のデータの12ケ月平均値$(1/12)\sum_{i=1}^{12} Y_{t+1+i}$は2000年7.5月に対応すると考えられよう。さらに二つの平均値を平均すると

$$(3) \quad \frac{1}{2}\left[\frac{1}{12}\sum_{i=1}^{12} Y_{t+i} + \frac{1}{12}\sum_{i=1}^{12} Y_{t+i+1}\right] = \frac{1}{24}Y_{(t+7)-6} + \frac{1}{12}\sum_{i=-5}^{5} Y_{(t+7)+i} + \frac{1}{24}Y_{(t+7)+6}$$

と表現できる。したがって、$t = 1999$年12月 とすると$t+7 = 2000$年7月 に対応する移動平均値と解釈できる。この13項移動平均であるフィルタ関数は二つの12ケ月平均の平均であるから中心化12項(centered 12 terms)移動平均と呼ばれている。ここで、ラグ(遅れ)作用素の記号$\mathcal{B}$を用いると、例えば時系列Y_tに対して$\mathcal{B}Y_t = Y_{t-1}, \mathcal{B}^2Y_t = \mathcal{B}Y_{t-1} = Y_{t-2}, \mathcal{B}^{-1}Y_t = Y_{t+1}$などとなる。ラグ作用素を用いると中心化12項移動平均は$M_{2,12}(\mathcal{B}) = (1/2)[(1/12)\sum_{i=-6}^{5}\mathcal{B}^i + (1/12)\sum_{i=-5}^{6}\mathcal{B}^i]$で与えられる。さらに、$3\times3$移動平均と$3\times5$移動平均はそれぞれ$M_{3\times3}(\mathcal{B}) = (1/9)(\mathcal{B}^{-12}+1+\mathcal{B}^{12})(\mathcal{B}^{-12}+1+\mathcal{B}^{12})$, $M_{3\times5}(\mathcal{B}) = (1/15)(\mathcal{B}^{-12}+1+\mathcal{B}^{12})(\mathcal{B}^{-24}+\mathcal{B}^{-12}+1+\mathcal{B}^{12}+\mathcal{B}^{24})$により定める。

次にX-11における移動平均操作による時系列データの処理の概略を要約[2]しておこう。ある時刻tにおける原系列Y_tを構成するトレンド・循環変動項TC_t, 季節変動項S_t, 曜日効果TD_t, 不規則変動項I_tの推定アルゴリズムではまず次の4ステップを考える。(1) 中心化12項移動平均でトレンド・循環成分の推定値$\hat{TC_t}$) を抽出する。(2) 季節・不

[2]ここで説明したX-11のアルゴリズムの詳細については経済企画庁(1971)、黒川(1979)が説明している。

規則成分 $S_t \times I_t$ の推定値を $Y_t/\hat{TC}_t$ で求める。(3) 季節・不規則成分の推定値より 3×3 移動平均により季節成分の推定値 $\hat{S}_t$ を求める。(4) 季節調整値を $Y_t/\hat{S}_t$ により求める。さらに、同様の 4 ステップを中心化 12 項移動平均を Henderson の 13 項移動平均[3]、3×3 移動平均を 3×5 移動平均に変更して実行することで合計 8 ステップからなる基本処理操作が得られる。次に X-11 プログラムではこうした 8 ステップからなるアルゴリズムをはずれ値の補正と最終的季節調整値の作成のためにそれぞれ適用し、細部は多少の差異はあるものの、合計 3 回適用される。こうした複雑な移動平均が X-11 プログラムの基本的な構成となっている。したがって、X-11 アルゴリズムとは時系列データに移動平均操作を繰り返し施すことにより、原系列を平滑化している操作と解釈できよう。

ところで、Henderson の $2m+1$ 項移動平均とは

$$
\begin{aligned}
w(i) &= c_m[(m+1)^2-i^2][(m+2)^2-i^2][(m+3)^2-i^2] \\
&\quad \times[3(m+2)^2-16-11i^2]
\end{aligned}
\tag{4}
$$

で与えられる線形フィルタ関数である。ただし c_m は m に依存する定数であるが、この係数は制約条件 $\sum_{i=-m}^{m} w(i)=1, \sum_{i=-m}^{m} i^2w(i)=0, w(i)=0\ (m+1\le|i|\le m+3)$ のもとで 3 次階差 $\sum_{i=-m}^{m}(\Delta^3 w(i))^2$ を最小化する解として得られる。(ここで階差記号 Δ は $\Delta w(i)=w(i)-w(i-1)$ を意味し、3 次階差は $\Delta^3 w(i)=\Delta^2(w(i)-w(i-1))=w(i)-3w(i-1)+3w(i-2)-w(i-3)$ である。) このような操作により滑らかに変動するトレンド成分と循環成分を局所的に推定し、逐次的に妥当な季節調整値を構成していると解釈されよう。

ここで原系列 $\{Y_t\}$ に対して移動平均を用いる時には結果として得られる調整系列では末端の部分が欠けることになる．例えば、原系列 $\{Y_t\}$ が期間 $t=1,\cdots,T$ に得られるときに $2m+1$ 項移動平均を用いると最初と最後の m 時点では移動平均値を計算することができない。すなわち，時刻 $t=T-k\ (k=0,\cdots,m-1)$ における移動平均は $X_t=\sum_{i=-m}^{k} w(i)Y_{t+i}$ としてしか計算することができないのである。したがって，この場合には線形フィルタ関数を用いても対称性の条件 $w(i)=w(-i)$ を満たすことができないので非対称移動平均を用いることになる。センサス局 X-11 法では期初及び期末の原データに対しては，ここで仮に Musgrave 移動平均と呼ぶ非対称フィルターを用いているとみなすことができるが、この線形フィルタ関数は次のようにして対称フィルター $\{w(i)\}$ から導かれると考えられる．原系列 $\{Y_t\}$ に対して時間の 1 次関数 $P_1(t)$ のトレンドと互いに独立で正規分布にしたがう期待値ゼロ，分散一定の誤差 $\{a_t\}$ から構成される加法的モデル $Y_t=P_1(t)+a_t$ を仮定した上で損失関数

$$
E[\sum_{i=-m}^{m} w(i)y_{t+i}-\sum_{i=-m}^{m-d} v_d(i)y_{t+i}]^2
\tag{5}
$$

を最小にするようにフィルタ関数 $\{v_d(i)\}$ を決めることが考えられている。このフィルタは Musgrave の移動平均と呼ばれるが、この非対称フィルタ関数は対称移動平均に対するある種の最適近似となっている (Findley et. al. (1996) を参照)。ただし、必ずしも Henderson のフィルタ関数の議論と整合的でないことには注意を要する。

[3]より正確には計算される SI 比に応じて 9 項、13 項、23 項のいずれかの Henderson の移動平均が選択されるが、X-11 法の原プログラムとを X-12-ARIMA 法の改良 X-11 プログラムで多少の変更がある。(Findley et. al. (1998) を参照。)

なお、統計的時系列の理論を用いると、X-11 法で利用されている移動平均フィルターを用いると原系列における季節周波数近くでのスペクトル密度関数のピークが平滑化されることが分かるが、複雑な線形移動平均の非線形的な組み合わせであるので、その妥当性については必ずしも明らかではないことに注意しておく。

さて、X-11 アルゴリズムでは曜日変動項 TD_t や不規則変動項 I_t については、季節成分を一度推定した上でさらに不規則成分に対して回帰分析を利用した幾つかの付加的処理を行うことが、オプションとして実行することができる。実際の季節調整では異常値や曜日効果の処理などの処理も重要となるが、実際の官庁統計の運用における各統計担当者が実行していた処理の詳細には不透明な要素もあったように判断されよう。

3 X-12-ARIMA 法

3.1 X-12-ARIMA の開発

統計的時系列分析の分野では 1970 年代にはボックス・ジェンキンズ (Box and Jekins (1976)) が提唱した線形時系列モデルとしての ARMA（自己回帰移動平均）モデルにもとづく予測の方法が実用化されたことが重要である。時間領域における扱いやすい線形時系列モデルが実用化された機運の中で、カナダ・センサス局のダグン（E.Dagun）を中心にセンサス局 X-11-ARIMA と呼ばれる季節調整法プログラムが 1975 年頃に開発された。この方法が X-11 法と異なる主要な機能は ARIMA モデルを用いた予測系列を利用する事で季節調整の際に生じる末端処理の問題を改善しようとしたことにあった。この X-11-ARIMA 法はカナダ統計局ではかなり実用的にも用いられていたが、米国や日本を始めとする他の国々の官庁統計ではそれほど用いられなかった。

1980 年代後半になると計算機を取り巻く環境が劇的に変化するとともに、米国センサス局においても再び季節調整法の検討が始まり、時系列解析研究グループにより X-12-ARIMA プログラムが開発された。このプログラムは X-11-ARIMA 法をさらに改良し、次に説明する RegARIMA モデルを原系列に適用し、時系列の将来の予測値を利用して平滑化により季節調整値を得ようとする方法である。すなわち、X-12-ARIMA 法とは X-11-ARIMA 法に回帰分析を利用した様々な統計的機能を付け加えることで、さらに利用者が様々なオプションを比較的簡単な操作で実行する事ができるようにした特長がある。さらに、X-12-ARIMA は 1990 年代になって実現し始めたインターネットを利用した不特定多数のユーザーに対するプログラム配布という形で 1996 年に X-12-ARIMA(β-Version) が公開 (http:www.census.go.jp)、配布され始めた。このとき配布されたものは β-Version という名前が付いているように実験用プログラムであり、その後しばらく頻繁に改良が重ねられ、2000 年頃に X-12-ARIMA という名前になり現在（2005 年 12 月）では Version0-2-10 となっている。

なお、X-12-ARIMA において利用する可能な様々なオプションを応用するには様々な統計的問題が付随することを付け加えておく（国友 (2001) や国友編 (2004, 2006) を参照)。日本の官庁統計では 1996 年頃の総務庁・統計審議会により設置された季節調整検討小委員会での検討を経て、「季節調整法の適用について (指針、平成 9 年 6 月 20 日)」が出されているが、各統計作成の担当者が X-11, X-12-ARIMA, DECOMP などを注意深く利用し、さらに適用するオプションを開示することになっている。

3.2 RegARIMA モデルの利用を巡る問題

X-12-ARIMA プログラムによる季節調整値の作成法はおおよそ次のような 3 ステップに要約することができる。
(1) 観察される時系列の原データ $\{Y_t,\ 1 \le t \le T\}$ からまず RegARIMA モデルと呼ばれている統計的モデリングを用いて将来の予測値 (forecasts)，過去の逆予測値 (backcasts) を作り出す。同じモデルの中の回帰 (regression) モデルを用いて季節調整に先だって様々な事前調整を行い，事前調整系列 $\{Y_t^*,\ -H+1 \le t \le T+H\}$ を作り出す．ここで $H\ (\ge 1)$ は事前に設定する予測期間である。この事前調整としては異常値・変化点の検出，閏年調整，曜日効果調整，休日調整などの項目を挙げることができる。RegARIMA モデルを用いる統計的モデリングではモデル診断と呼ばれている一連の操作により様々なモデルの選択を行う。(2) 次に予測値と逆予測値を含む事前調整された系列 $\{Y_t^*\}$ に対し改良された X-11 プログラムにより季節調整を行い，季節調整系列 $\{X_t,\ 1 \le t \le T\}$ が作り出される．この部分は従来から利用可能な X-11 法プログラムを手直しした改良 X-11 プログラムにより実行されるが，基本的には原 X-11 法と同一の手続きで行われると見なすことができる。(3) 最後に診断と呼ばれる部分により季節調整を行った結果を評価する。この為に季節調整系列の推定から求められた不規則変動の推定値としての残差系列から、スペクトル密度関数や調整系列の安定性に関する新しい指標などいくつかの統計量が計算される。

以上の説明から明らかなように RegARIMA モデルと呼ばれている統計的モデリングが X-12-ARIMA 法の最大の特長である。RegARIMA モデルでは 1 次元の時系列データを生成する確率変数の組 $\{Y_t\}$ とすると、$\{Y_t\}$ が r 個の説明変数 $\{X_{it}\}$ を伴い線形時系列表現

$$\phi_p(\mathcal{B})\Phi_P(\mathcal{B}^s)\,(1-\mathcal{B})^d\,(1-\mathcal{B}^s)^D\,(Y_t - \sum_{i=1}^{r}\beta_i X_{it}) = \theta_q(\mathcal{B})\Theta_Q(\mathcal{B}^s)a_t \tag{6}$$

を持つことを想定される。ただし、$\mathcal{B}$ は時系列 Y_t に対してラグ記号、季節周期を表す $s =$ (4 あるいは 12), 係数の次数 p, d, q, P, D, Q はあらかじめ決められた非負整数である。また $\phi_p(z) = 1 - \phi_1 z \cdots - \phi_p z^p$, $\Phi_p(z) = 1 - \Phi_1 z \cdots - \Phi_p z^P$, $\theta_q(z) = 1 - \theta_1 z \cdots - \theta_q z^q$, $\Theta_Q(z) = 1 - \Theta_1 z \cdots - \Theta_Q z^Q$ は z についての多項式を表し、$\Phi(\mathcal{B}^s), \Theta(\mathcal{B}^s)$ 例えば $\mathcal{B}^s$ $(\mathcal{B}^s y_t = y_{t-s})$ の多項式となる。係数 $\beta_i\ (i=1,\cdots,r)$, $\phi_i\ (i=1,\cdots,p)$, $\Phi_i\ (i=1,\cdots,P)$, $\theta_i\ (i=1,\cdots,q)$, $\Theta_i\ (i=1,\cdots,Q)$ は利用可能な時系列データから統計的に推定される未知母数である．誤差項 $\{a_t\}$ は期待値ゼロ, 分散 σ^2 (σは未知母数とする) であり，各 t について互いに独立な確率変数列と仮定される。

この RegARIMA モデルは統計モデルとしては線形回帰 (linear regression) モデルと季節 ARIMA(時系列) モデルの混合型統計モデルの一つとして理解できる。ここで ARIMA とは ARIMA(autoregressive integrated moving average 自己回帰和分移動平均) モデルの略であるが、同時に季節 (seasonal)ARIMA モデルをも含んでいると見なすことができる。例えば (6) 式において $D = 0, \Phi_P(z) = \Theta_Q(z) = 1$ とおけば ARIMA モデルとなるので、季節 ARIMA モデルは季節性を含む ARIMA モデルの特殊な場合であり，より少ない数の母数で季節性を含む経済時系列の変動を表現する意味での節約型の時系列モデルと解釈される。この季節 ARIMA モデルはしばしば $(p,d,q) \times (P,D,Q)_s$ と表される。季節 ARIMA モデルでは固有方程式 $|\lambda^p - \sum_{i=1}^{p}\lambda^{p-i}\phi_i| = 0$, $|\lambda^q - \sum_{i=1}^{q}\lambda^{q-i}\theta_i| = 0$,

$|\lambda^P - \sum_{i=1}^{P} \lambda^{P-i}\Phi_i| = 0$, $|\lambda^Q - \sum_{i=1}^{Q} \lambda^{Q-i}\Theta_i| = 0$ に関して、固有方程式を満足する固有値を λ_i $(i = 1, \cdots, p+P+q+Q)$ とすると定常条件 $|\lambda_i| < 1$、及び方程式に共通根は無いことが仮定される。

ここで注意すべき点としては、標準的な統計的時系列分析では回帰モデルには定常時系列構造を導入する[4]ことがより一般的な方法であるが、RegARIMA モデルでは非定常時系列モデルをそのまま導入していることである。したがって、統計的処理では非正則問題が発生することになるが、詳細については例えば国友・高岡 (2005) を参照されたい。このRegARIMA モデルは階差系列に対して最尤推定法 (maximum likelihood method) により推定されるが、推定された母数を使えば統計的時系列モデルにもとづく予測を容易に行うことができる。したがって、予測値を利用することで直近のデータに対しても対称移動平均を直接に適用することができることになる。ただし、結果として得られるフィルターは推定された季節 ARIMA モデルに依存するので、結局は原系列に対して非対称移動平均を行っているが、推定された季節 ARIMA モデルの予測値が適切であればMusgrave 移動平均よりもよい結果が得られる可能性がある。

さらに、X-12-ARIMA プログラムの特長としては、RegARIMA モデルの回帰部分を利用して様々な処理が容易に実行できることに言及する必要があろう。X-12-ARIMA 法では、異常値や変化点の処理、曜日効果（trading days effects）や休日数 (holidays effects)・閏年効果の処理を予測値を作成する段階で RegARIMA モデルを利用して行うことが特徴であろう。むろん、X-11 パートでも類似の処理が可能であるが、RegARIMA における回帰変数の定義など詳しいオプションは国友編 (2004) に説明されている。

4 Decomp と X-12-ARIMA

季節調整法としてはセンサス局法以外にもこれまでに様々な統計的方法[5]が開発されている。ここでは特に X-12-ARIMA でのアルゴリズムを理論的に解釈する上で有用であるので Decomp 法を説明しておこう。この時系列解析プログラムの前身としては、統計数理研究所の赤池弘次・石黒真木夫により 1980 年代に季節調整法 Baysea が開発されたことが挙げられる。Baysea は伝統的な季節調整法の基礎をなす移動平均法とは異なり、時系列において季節性に関する滑らかさの事前情報[6]を直接的に活用して時系列成分分解を行うことにより季節性を推定する方法である。Baysea はその後同研究所の北川源四郎（北川 (1993)）により改良され、1987 年に状態空間モデルに基づく季節調整プログラム DECOMP が開発された。さらに、同研究所の佐藤整尚により 1998 年に Web-decomp が開発されインターネットの Web 上（http://ssnt.ism.ac.jp）から統計計算を容易に実行できるように改良され今日に至っている。

ここでは季節調整問題のために Decomp において循環成分と曜日効果をゼロとして、加法的な時系列成分の分解モデル $Y_t = TC_t + S_t + I_t$ を考察しよう。このとき、トレンド成分の差分 $\Delta TC_t = TC_t - TC_{t-1}$ の変動が小さく、d 階差分 $\Delta^d TC_t = \Delta^{d-1}[TC_t - TC_{t-1}] = u_{1t}$

[4]統計的時系列解析の標準的教科書としては、例えば Fuller (1996) を挙げておく。

[5]例えば近年における季節調整を巡る研究の動向については統計数理 (1997) 収録の諸論文が参考となろう。

[6]時系列解析プログラム Baysea と Decomp については、開発者による統計学的アイデアの説明としては、赤池 (1989) や北川 (1993) があるが、本稿での説明は少し異なっていることに注意しておく。

が $N(0,\tau_1^2)$ の互いに独立な確率変数、季節成分は制約 $\sum_{j=0}^{s-1} S_{t-j} = u_{2t}$(季節ラグ s は 4 か 12) が $N(0,\tau_2^2)$ の互いに独立な確率変数と見なすことになる。したがって、トレンド成分の階差成分が徐々に変動し $\Delta^d TC_t \cong 0$、同時に季節成分には $\sum_{j=0}^{s-1} S_{t-j} \cong 0$ となる制約条件を課すことを意味している。次に不規則変動成分を u_{4t} を $N(0,\tau_4^2)$ の互いに独立な確率変数と見なせば、観測時系列 Y_t は観測方程式 (measurement equation) は

$$Y_t = \mathbf{H}\mathbf{x}_t \quad + u_{4t} \tag{7}$$

であり、$(1 \times (d+s-1))$ 状態ベクトルは $\mathbf{x}_t' = (TC_t, \cdots, TC_{t-(d-1)}, S_t, \cdots, S_{t-(s-2)})$, $\mathbf{H} = (1,0,\cdots,0,1,0,\cdots,0)$ と表現される。ここで、状態ベクトルについては適当に誤差ベクトル $\mathbf{v}_t' = (u_{1t}, u_{2t})$, (要素にゼロ成分を含む) 既知行列 $\mathbf{F}$ と $\mathbf{G}$ を適切に選べば

$$\mathbf{x}_t = \mathbf{F}\mathbf{x}_t + \mathbf{G}\mathbf{v}_t \tag{8}$$

という状態方程式 (state equation) を得ることができる。例えばここで 2 次のトレンド階差を四半期データに適用すれば、$d=2, s=4$ 及び $\mathbf{H} = (1,0,1,0,0)$,
$\mathbf{x}_t' = (TC_t, TC_{t-1}, S_t, S_{t-1}, S_{t-2})$ を用いて

$$\begin{pmatrix} TC_t \\ TC_{t-1} \\ S_t \\ S_{t-1} \\ S_{t-2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} TC_{t-1} \\ TC_{t-2} \\ S_{t-1} \\ S_{t-2} \\ S_{t-3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{1t} \\ u_{2t} \end{pmatrix}$$

という状態空間表現が得られる。
さらに、不規則変動 (u_{4t}) の分散及び 2 つの誤差分散比を母数（ハイパー・パラメターと呼ばれる）としてガウス過程を仮定した上で、状態方程式で表現された制約条件付き最尤推定 (maximum likelihood) 法を実行して推定を行うのが Decomp の基本的計算アルゴリズムである。季節成分はフィルタリングによる状態変数ベクトルの最適な推定値として得られるので、観測値を季節成分の推定値で割れば、季節調整系列を求めることができる。ここで現れた二つの線形方程式よりなる状態空間表現 (state space representation) では状態方程式と観測方程式が線形であるので、北川 (1993) が説明しているようにカルマン・フィルターを利用することが可能である。

ここで図 1 で例として用いた法人売上高 (全産業) に対して Decomp を利用して季節成分を推定し、得られた季節調整値を図 2 〜図 4 に示しておく。ここでのデータ分析では原系列を対数変換し、トレンド次数 d =2、AR 次数はゼロ、曜日効果なし[7] と設定して計算した結果を示す。こうして Decomp を用いて求めた季節調整値と X-12-ARIMA 法に基づいて計算されているはずの公表数値 (2005 年 12 月現在) を比べたてみよう。しばしば、経済分析では水準そのものよりも増加率の数値に関心が集中するので、公表季節調整値による前期比と Decomp 季節調整値による前期比を比べてみると（図 3）、両方の数値は実用上では問題とならないほど極めて近いことが分かる。こうした結果は背後に想

[7]なお、Decomp ではより一般に循環変動や曜日変動を含めることも実用化されている。ただし、不用意に循環変動項を組み入れて季節調整値を求めると X-12-ARIMA により得られる季節調整値と食い違いが生じるとの報告もあるが (例えば「統計数理 (1997)」を参照)、それは想定している時系列分解モデルが異なるので、当然の帰結と解釈すべきであろう。

定されている時系列分解の次数が適切であれば一般的に成り立つことを国友 (2001) が指摘している。ここで利用した Decomp モデルはラグ作用素により

$$Y_t = \frac{1}{(1-\mathcal{B})^2}u_{1t} + \frac{1-\mathcal{B}}{1-\mathcal{B}^s}u_{2t} + u_{4t} \tag{9}$$

で与えられる。したがって、確率過程 Y_t の表現

$$(1-\mathcal{B})(1-\mathcal{B}^s)Y_t = (\sum_{i=0}^{s-1}\mathcal{B}^i)u_{1t} + (1-\mathcal{B})^2 u_{2t} + (1-\mathcal{B})(1-\mathcal{B}^s)u_{4t} \tag{10}$$

が得られる。ここで右辺 $v_t = (\sum_{i=0}^{s-1}\mathcal{B}^i)u_{1t}+(1-\mathcal{B})^2u_{2t}+(1-\mathcal{B})(1-\mathcal{B}^s)u_{4t}$ は MA(s+1) 過程となるので、確率過程 Y_t は $ARIMA(0,1,s+1)\times(0,1,0)_s$ 表現を持つと解釈できる。すなわち、Decomp モデルでは観測時系列が季節的線形構造を持つ d 次和分過程 (integrated process) $I(d)$ の実現値であることを仮定した上で、状態推定に最適フィルタリングを適用したと解釈できるのである。

＜図 2〜図 4：法人企業の売上高（四半期）の季節分解と季節調整値＞

5 季節調整と計量経済分析

ここで計量経済分析において経済季節性と季節調整法に関連する幾つかの重要事項についてまとめておこう。計量経済学では季節性を正面から取り上げる研究はこれまでそれほど多くはなかった。考えられる一つの理由としては、伝統的な経済学の議論では実際に観察される経済時系列における季節性に関して、理論的な分析はあまり行われていなかったことを挙げることができよう。これまで経済学的な分析があまりなされてないので、観察される季節性は、経済理論を実証する上では、前もって適切な統計的方法により処理しておけばよい問題、と理解している経済学者やエコノミストも少なくないと判断できる。実際、季節調整値を実証分析に利用している経済学者やエコノミストの大部分は実証分析で使っている数値が実際にどのような季節調整の結果得られたのかをほとんど理解していないようにも判断できる。他方、米国や日本の官庁統計の作成担当者は公的時系列データの作成と公表という実務的目的のために、かなり複雑な内容の季節調整法を実用に供しているが、RegARIMA モデルに集約されるような統計的時系列解析について専門的知識が欠けている場合も少なくないと思われる。

ところで、経済時系列において季節変動を定義することは、年始のコンビニの営業や夏期休暇の取り方の変化など、時間とともに変化する局所的季節性まで考慮するとそれほど簡単なことではない。例えば経済時系列における局所的季節変動を表現する様々な確率過程モデルを考えることも可能である。最近でも、経済時系列における季節要素に関する統計モデルについては Box=Jenkins (1976) が開発した線形時系列モデルとは限らず、非定常性や非線形性などについての統計学的考察を含む様々な研究が行われている。例えば Box=Jenkins 法で実用化された季節 ARIMA モデルは比較的簡単な線形非定常モデルであるが、観察される季節性を $I(d)$(d は 1 以上の整数) ではない確率過程と見た方がよいとする考え方もあり得る。こうした統計学的な基本的問題については、例えば高岡 (2002)、国友・高岡 (2005) が議論しているが、経済時系列における季節性の統計的分析法と季節調整法については、なお重要な未解決な問題がある。

また、多くの官庁統計で実際に採用されているのはX-12-ARIMAと呼ばれるセンサス局が開発した季節調整法であるが、この方法では様々な統計的モデルが複雑に利用されていることに注意する必要がある。X-12-ARIMAによる時系列フィルターを直接的に明快に理解することは困難であるが、前節で示したように、Decompにより極めて類似した季節調整値が簡単に得られることは重要な意味を持っている。Decompは統計学的にはすっきりした理論的構造を持っているので、その推定した季節調整値の解釈も比較的容易である。実は季節調整法としてもっとも一般に利用されているX-12-ARIMA法はトレンド・循環項、季節項、不規則変動について簡単な成分分解を複雑な計算過程として経験的に（長年の知恵とカンにより）実行している、と解釈できるのである。

最後に、計量経済分析についての季節性の扱いについての注意点について言及しておこう。本稿では既存の官庁統計は、線形時系列モデルを組み込んだ複雑な操作が実用に供され季節調整値を作成、公表していることを指摘した。このことからは、例えば季節調整系列を利用して時系列モデルを用いた実証研究については、その経済学的意味や解釈については特に注意を要するということになろう。しばしば、季節調整値を利用した実証結果が原系列を利用した実証結果が大きく異なることが報告されている。本稿での議論をふまえるならば、このことの理由もほぼ明らかであろう。経済時系列における季節性と季節調整法の研究や開発を巡りさらなる展開や議論が期待される。

参考文献

[1] Anderson, T.W. (1971), *The Statistical Analysis of Time Series*, John-Wiley.

[2] 赤池弘次 (1989), 「事前分布の選択とその応用」, 鈴木・国友編「ベイズ統計学とその応用」東京大学出版会.

[3] 北川源四郎 (1993),"時系列プログラミング,"岩波書店.

[4] 経済企画庁経済研究所 (1971), 「季節変動調整法」研究シリーズ22.

[5] 黒川恒雄 (1979), 「経済時系列の分析とその季節変動の調整」(1)〜(12)、統計, 日本統計協会.

[6] ハーベイ (1986), 「時系列モデル入門」（国友直人・山本拓訳）東京大学出版会。

[7] 国友直人 (2001),"季節調整法 X-12-ARIMA(2000) の利用：法人企業統計の事例," 経済学論集 Vo.67-3.

[8] 国友直人編 (2004),"解説 X-12-ARIMA(2002),"研究報告 CIRJE-R-1, 東京大学経済学研究科・日本経済国際共同研究センター (CIRJE)。

[9] 国友直人・高岡慎 (2005),"経済季節性と季節転換時系列モデル," 日本統計学会誌, Vol. 35-1, 1-26。

[10] 国友直人編 (2006),"季節調整法 X-12-ARIMA と日本の官庁統計," 研究報告 CIRJE-R-5, 東京大学経済学研究科・日本経済国際共同研究センター (CIRJE)。

[11] 北川源四郎 (1993),"時系列プログラミング," 岩波書店。

[12] 溝口敏行・刈屋武昭 (1983), 「経済時系列入門」日本経済新聞社.

[13] 高岡慎 (2002),"曜日効果の識別と確率モデル," 日本統計学会誌 Vo.32-2, 327-343.

[14] 統計数理 (1997)"季節調整法特集," 統計数理研究所.

[15] Findley, D., Monsell, B., Bell, W., Otto, M. and Chen, B. (1998),"New Capabilities and Methods of the X-12-ARIMA Seasonal Adjustment Program," *Journal of Business and Economic Statistics*, 16, 127-177.

[16] Fuller, W. (1996) *Introduction to Statistical Time Series*, 2nd Edition, John-Wiley.

[17] Nerlove, M, D. Grether, and Carvalho, J. (1979), *Analysis of Economic Time Series*, Academic Press.

[18] Shiskin, J., A. H. Young, and J.C. Musgrave (1967), "The X-12 Variant of the Census Method II Seasonal Adjustment Program," Technical Report No. 15, U.S. Census Bureau, Department of Commerce.

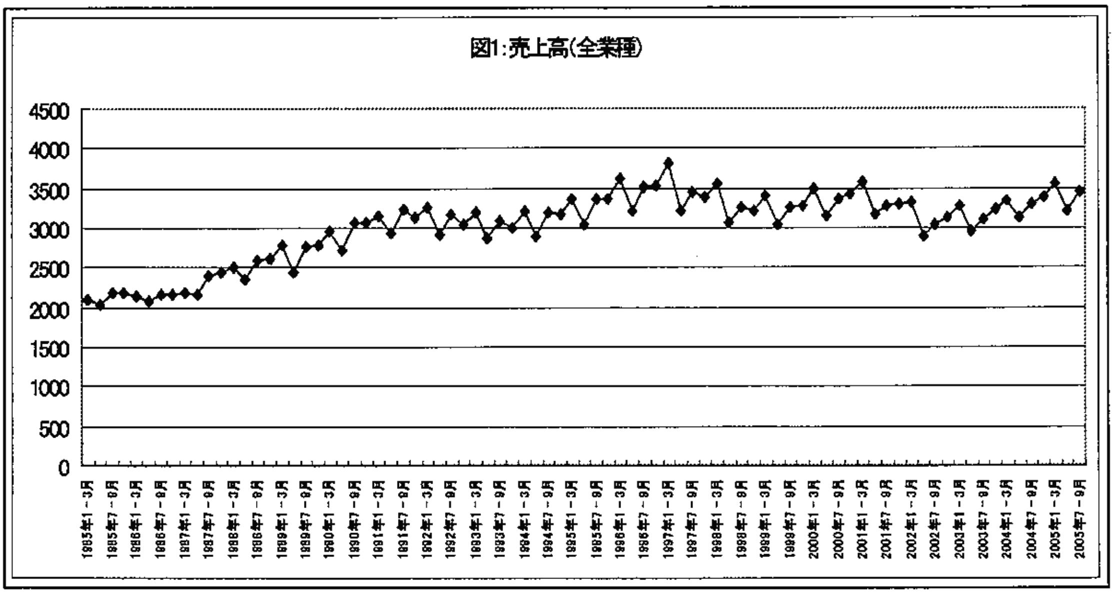


図1:売上高(全業種)
4500
4000
3500
3000
2500
2000
1500
1000
500
0

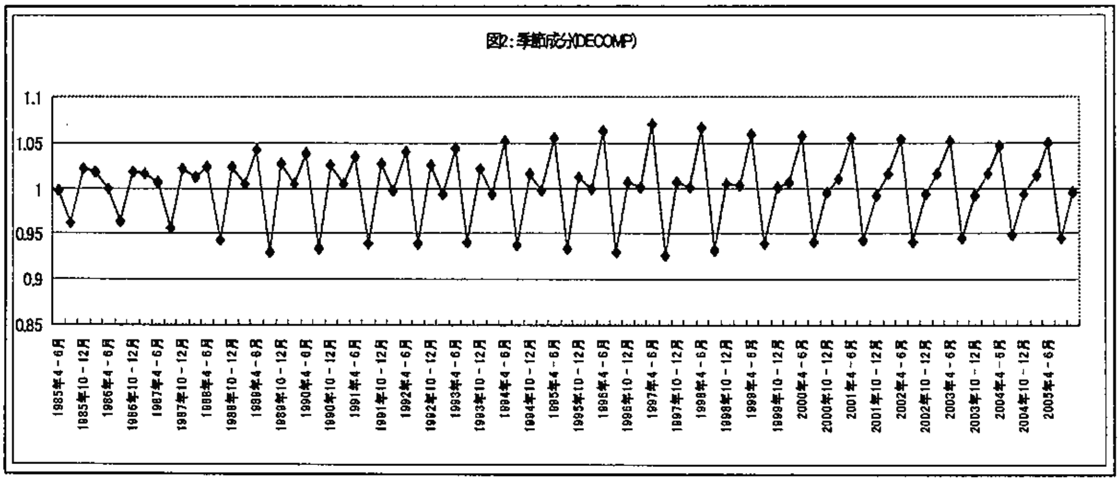


図2:季節成分(DECOMP)
1.1
1.05
1
0.95
0.9
0.85

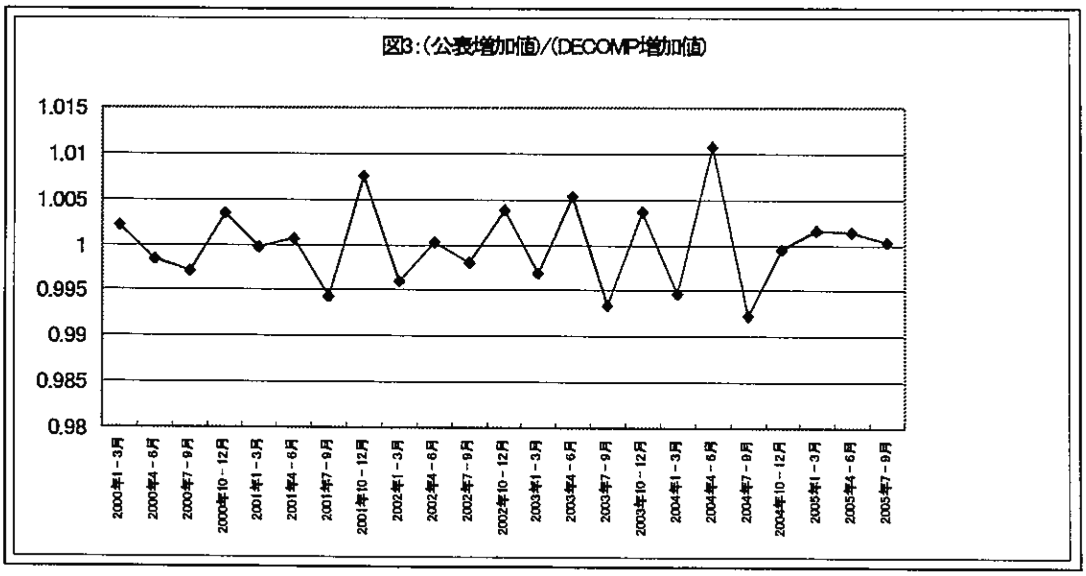


図3:(公表増加値)/(DECOMP増加値)
1.015
1.01
1.005
1
0.995
0.99
0.985
0.98

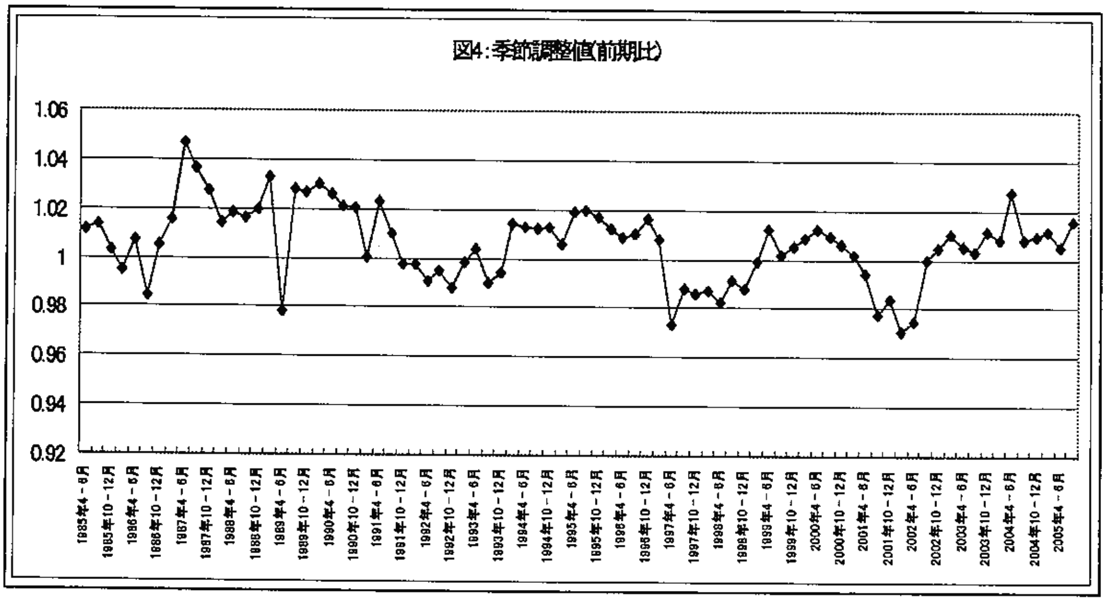


図4：季節調整値(前期比)
1.06
1.04
1.02
1
0.98
0.96
0.94
0.92

《論　　文》

季節調整法 X-12-ARIMA (2000) の利用
法人企業統計の事例*

国　友　直　人

本稿の主旨

季節調整法としてよく知られている X-11 法，X-12-ARIMA 法，DECOMP 法を用いて法人企業統計季報に含まれる重要なマクロ企業データの季節性を分析する．集計データに対して季節調整の計算プログラム X-12-ARIMA(2000) を適用して季節調整値を作成する際に生じる幾つかの重要な論点を指摘し，さらに日本の官庁における季節調整法の利用に関する一般的な注意点についても言及する．

鍵言葉

季節調整法，X-11, X-12-ARIMA (2000), DECOMP, 法人企業統計，マクロ企業データの季節性

1.　はじめに

官庁統計における季節調整法の利用は古くて新しい問題である．特に米国センサス局時系列研究グループが 1990 年代末になり旧来のセンサス X-11 法と呼ばれていた季節調整法の改良版として X-12-ARIMA 法を開発してから，その方法の是非を巡りこの間内外で活発な議論が行われてきている．季節調整の問題は単に経済時系列の季節成分の性質についての理論的・実証的な学問的関心ばかりではなく，官庁データの作成に関わる官庁の実務的問題である．また定期的に公表される官庁統計を主たる題材として経済動向を判断するエコノミストなどにとっても重要な意味を持つことがしばしばある．特に国民経済計算（GDP 統計）をはじめ日本の官庁統計において作成されている多くのマクロ時系列は，多くの場合にはその季節調整済系列が公表されているので，これら主要な官庁統計を作成している官庁統計家にとっても少なからぬ関心事となっている．本稿では季節調整法の適用を巡り具体的な検討事例として，日本の企業にかかわる重要なマクロ統計としてよく知られている法人企業統計季報における季節性を検討する．本稿では法人季報と呼ばれているこの統計を用いて企業データの季節性を分析し，X-12-ARIMA (2000) と呼ばれる季節調整法の計算プログラムの利用可能性を主に検討する．それと同時に，季節性の分析を通して中央官庁における他の公表系列について，その季節性の処理に季節調整プログラム X-12-ARIMA (2000) を利用することから生じる幾つかの重要な問題についても考察する．官庁におけるデータの作成と公表に関わる実務的な問題に直結する方法の検討は，その評価を巡り必ずしも客観的な議論を行うことが容易でないことも少なくない．この点については，本稿でとりあげる法人企業統計季報の事例では，重要な経済統計であるにもかかわらずこれまで季節調整値を作成・公表していないので，比較的客観的に議論できる材料と判断できよう．さらにここで取りあげる議論が日本の官庁が作成・公表している他の官庁統計の改善にも何らかの意味で役立つことが期待されよう．

さて本稿で分析する法人企業統計季報はわが

国の企業セクターの多くを調査範囲とするもっとも大規模な四半期統計調査の1つである．この法人企業統計季報によりわが国の民間企業の財務と営業に関する基礎データが四半期ごとに定期的に公表されるので，その数値は企業部門のマクロ的な経済状況を把握する上で欠くべからざる基本的な資料となっている．また，この法人企業統計季報はわが国の GDP 統計の作成など中央官庁における他の重要な用途にも活用されているので，様々な利用を通じてわが国のマクロ経済全体の動きを把握する上で欠くべからざる基礎的な統計資料と云ってよい．

これまで法人企業統計季報ではデータが確定する期末時点から約3ヶ月後に産業分類にもとづき金融・保険業を除く各業種・各産業ごとに財務・営業関連のデータを積み上げ，推定された集計値の原数値及び若干の対前年同期比の数値を公表してきている．ところで日本の中央政府の諸官庁で集計・公表しているかなりの月次統計と四半期統計では集計した原数値（原系列）とともに，原数値より季節性をあらかじめ何らかの方法により除去したいわゆる季節調整済系列（季節調整値）も同時に推計を行ない，その数値を公表していることが多い．年次系列よりも細かい単位で観測される経済時系列においては，季節的変動の影響が無視できないと判断される場合がきわめて多い．したがって，例えば定期的に官庁当局により公表される官庁データから経済活動の現況を正しく理解・判断するには，原系列から季節性を取り除いた季節調整済系列を利用しようとする傾向が顕著になっている．とりわけマクロ的に見た経済活動を巡る最近の議論では中央官庁が公表する各経済系列について，その季節調整値をもとにして経済の現状分析や判断を行なうことが多い．それにともないエコノミストなどの官庁統計の利用者からは，法人企業統計季報が原系列と前年同月比のみを公表していることについての不便さを指摘する向きも多くなってきている．そこで本稿では法人企業統計季報で得られる幾つかの重要なデータを用いてその季節性の性質を分析し，その季節性を除去して季節調整値を推計する時に生じる幾つかの重要な問題について考察した結果を，重要な事例研究として述べることにした．

もとより法人企業統計季報のように全国規模で大規模にミクロ的な産業別の基礎データからマクロ系列まで積み上げて集計する統計データの場合には，季節調整といっても集計に関連する重要な問題が生じる．特に官庁統計家の間でよく知られている既存の季節調整方法を利用すると，ミクロ的な側面とマクロ的な側面を整合的に処理することは実は必ずしも容易ではない．したがって，今回の検討では主として既に法人企業統計季報において集計された製造業・非製造業及び全産業と云ったマクロ・レベルの公表系列のみを分析の対象とした．また実際の法人企業統計季報のデータでは母集団リストにおける一部分の定期的変更といった標本調査上の問題も重要ではあるが，本稿では母集団リストの変更に伴うデータの変動について特別な扱いはしないので，その変動は季節成分などとして分析されることについてもあらかじめ断っておこう．

本稿ではまず2節で季節調整法の開発の経緯について，経済統計家や関係する官庁当局者が理解しておくべきと思われる事柄に絞って述べる．次に3節では今回分析したマクロ企業データの系列における季節性の特質について説明する．4節では特にセンサス局 X-12-ARIMA 法の利用を想定して，その時に考慮すべき幾つかの問題を議論する．続いて5節では3つの季節調整法 X-11 法，X-12-ARIMA 法，DECOMP 法を用いた分析結果をまとめる．最後に6節では今回の事例の分析経験を通して得られた日本の官庁における季節調整法の利用についての注意点と意見を述べる．

2. 季節調整法について

本節では季節調整法とその周辺についてきわ

めて簡単ではあるが，本稿の議論で必要となる範囲内に限って説明する．特に日本の官庁統計家の間ではセンサス局 X-12-ARIMA 法に対する関心が高まっているので，X-12-ARIMA 法を中心にして季節調整法について基本的と考えられる事項をまとめておく．[1] まず我々の分析では X-12-ARIMA (2000) と呼んでいる計算プログラムを利用した事に注意しておく．

X-12-ARIMA (2000) とは？

米国センサス局では 1980 年代末頃から新たな季節調整法の開発が同局時系列研究グループにより X-12 計画として進められていた．1996 年になり時系列研究グループはその頃から一般にも利用が広がりつつあったインターネットによりプログラムの公開を開始した．ここで公開と云う意味は，実はセンサス局の公式なソフトウエアとして配布したということではなく， あくまで実験版 (Experimental Version) プログラムを公開したということであり，その形式は 2000 年 12 月の時点でも変化していないと思われる．1996 年にインターネットで無料配布を開始したのは正確には X-12-ARIMA (β-Version) と呼ばれている版であり，β-Version と云う名前の通りその後たびたびプログラムの誤り （バグ） 等の修正[2] が行なわれている．

その後，このプログラムは 1998 年になり X-12-ARIMA として利用可能になったが，ここではこのプログラムを X-12-ARIMA (1998) と呼んでおくことにする．このときに β-Version と云う呼び名がなくなったことから，プログラム X-12-ARIMA の基本的な部分については計算プログラム上の問題はほぼなくなったと理解してよかろう．2000 年 12 月時点で利用可能な版は， 2000 年 5 月に修正した Version 0.2.7 であるのでここではこれを X-12-ARIMA (2000) と呼ぶことにするが，国友 (2001) は同時に利用可能となったマニュアル (2000 年 5 月版の U.S.Census Bureau (2000)) を解説している．国友 (2001) が解説しているように，プログラム X-12-ARIMA を動かすにはまず最新版の計算プログラムと関係ファイルをセンサス局のホーム・ページからダウンロードする必要がある．我々は 2000 年 11 月にインターネットを利用して研究室の卓上計算機に転送したファイルをもとに，センサス局のホームページに書かれている指示にしたがいプログラムを解凍し利用した． なお， 1996 年末時点において利用可能であったセンサス局 X-12-ARIMA (β-Version) に関する注意点や疑問点，あるいは季節調整法を巡る論争点などについて詳しくは国友 (1997) 及び統計数理 (1997) に掲載された論文や討論などを参考にされたい．X-12-ARIMA の計算プログラムの開発当事者による技術的部分の説明としては，引用文献中の Findley et. al. (1998) が比較的詳しいので参考になろう．ただし，この論文の最終版は 1996 年に草稿 (Technical Report) として書かれた同名の論文の改訂版であるが，X-12-ARIMA の計算プログラムに関する元々の技術的説明も少し変化していることに注意しておく．

季節調整法小史

経済時系列における季節的変動の分析は，少なくとも 19 世紀頃の経済学者による分析まで遡ることができる．スタンレー・ジェボンズを始めとする何人かの著名な経済学者が，通貨量などの経済変数の変動において季節性がかなり大きな役割を演じていることに気がつき，主として記述統計的な方法で議論したことが歴史上ではよく知られている．さて近代的な統計学の成立とともに，時系列データの分析方法も発展を遂げていく中で統計的時系列分析 (statistical time series analysis) と呼ばれる分野も成立し発展してきたが，その展開の中では季節変動を巡る問題は常に重要な意味を持ち続けてきた． 特に戦間期から 1950 年代頃にかけて統計的時系列分析では，記述統計的手法やスペクトル分析 (spectral analysis) におけるピリオドグラム (periodogram) 解析などの手法が開発されたので，季節調整問題への様々な統計的手

法の応用などが試みられている.

こうした中で1950年代には官庁統計における季節調整法に関して現代につながる注目すべき動きが見られた. 特に NBER (National Bureau of Economic Research) で経済時系列を研究していたジュリアス・シスキン (Julius Shiskin) が米国統計局（センサス局）に開発責任者として招かれ, 当時に利用可能であった統計的分析手法を使って季節調整プログラムの開発に着手したことが重要である. 当時に利用可能であった季節性調整法としては連環比率法や BLS (Bureau of Labor Statistics) 調整法などがあったが, シスキンは当時にようやく利用可能となりつつあった電子計算機を利用して汎用となる季節調整プログラムの開発に乗り出したわけである. センサス局においてシスキンを中心とする研究開発の努力はセンサス局法と呼ばれる季節調整法プログラムの開発として結実した. 実用的な季節調整の計算プログラムとしては, 1954年に開発されたセンサス局I法がその成果の始まりであることが知られている. このセンサス局法と呼ばれるようになった季節調整法では, 時系列データの平滑化の方法として統計的時系列解析においてよく知られている移動平均法 (moving average method) を利用する事がもっとも重要な特長である. すなわち移動平均法を用いることにより季節性を取り除き, 原系列から季節調整値を計算しようとするアイデアを具体化した計算プログラムがセンサス局法と云ってよいであろう. 1950年代から1960年代にかけて, 国際的にも官庁統計家の間では季節調整法を開発しようとする機運が高まり, ヨーロッパの当局やわが国の当局によっても幾つかの季節調整プログラムが開発されている. わが国では当時の通商産業省が MITI 法と呼ばれた独自の季節調整プログラムを開発したのに続き, 当時の経済企画庁も EPA 法という季節調整法を開発している. これら2つの季節調整プログラムはセンサス局I法と同様に移動平均法を中心のアイデアとしつつも, 独自に様々な工夫を施した方法であった. なおこの EPA 法は1978年に運用が中止され, MITI 法は改良された MITI法-III として1998年まで運用を続けていたが2001年4月時点では運用が中止されている. ヨーロッパでもドイツのブンデス・バンク法や英国中央銀行の季節調整法などが古くから開発されていたが, 近年ではヨーロッパ統計局を中心に研究が進んでいる.

一方, 米国センサス局ではセンサスI法を開発した後にもシスキンを中心として精力的に改良を重ね, 次々に新しく改良された方法を研究し開発を続けていた. これらの一連の方法は実験用 (experimental methods) という意味でセンサス局II法のXシリーズという名前になった. 数々の試行錯誤を重ねプログラム修正を重ねた末に, 1965年（解説マニュアルは内部資料 Shiskin et. al. (1967) として発行）にセンサス局 X-11 法と呼ばれている季節調整法が開発された.[3] このプログラムは当時, 一般に利用可能となってきたメイン・フレームの電子計算機の利用を想定したものでフォートラン (FORTRAN) 言語で書かれたプログラムを関係者に配布するという形で利用された. 我が国では1970年頃から日本銀行をはじめ季節性を持つ経済データを公表している経済関係の中央官庁がこのセンサス局法 X-11 法を採用して季節調整系列を公表することが多くなった. ただし, センサス局 X-11 法ではその内部にかなり複雑な選択手続き（オプションと呼ばれている）が用意されているが, そのオプションを関係各官庁がどのように具体的に利用して最終的な季節調整値を計算していたかについては当時も完全に一般に公開されていたわけではなかった.

さて, センサス局では季節調整法としては X-11 法を開発してからしばらくの間は特に重要な研究・開発はされなかったようである. 他方, 統計的時系列分析の分野では1970年代にはボックス・ジェンキンズ (Box = Jenkins (1976)) が提唱した ARMA（自己回帰移動平均）モデルにもとづく予測の方法が, 特にその実用性の観点からかなりの注目を浴びるように

なっていた．こうした機運の中でカナダ・センサス局の E. Dagun を中心とするグループは，X-11-ARIMA と呼ばれる季節調整法プログラムを 1975 年頃に開発した．このプログラムがセンサス局 X-11 法と異なる主要な機能としては ARIMA モデル[4] を用いて作成した予測系列を利用する事で季節調整の際に生じる末端処理の問題を改善しようとしたことにある．この X-11-ARIMA 法はカナダ統計局ではかなり実用的にも用いられていたが，米国や日本を始めとする他の国々の官庁統計ではそれほど用いられなかったようである．

さらに時代が 1980 年代を迎えるとよく知られているように計算機を取り巻く環境が劇的に変化しはじめてくるとともに，米国センサス局においても 1980 年代末頃から再び季節調整法を検討しようとする機運が高まってきた．より具体的には，センサス局の研究部門の中に時系列研究グループがデビット・フィンドレー (David Findley) を中心に形成され，X-12 開発の計画が具体化しはじめた．時系列研究グループが開発した経緯を簡単に見ると，センサス局で開発した X-11 法に投げかけられていた幾つかの批判に対して，その基本的方法は維持しつつも数理統計的方法をより積極的に利用することで解決をはかろうとしたと見ることができよう．より具体的にはカナダ・センサス局が開発した X-11-ARIMA 法を基礎として，それに更に新たに幾つかの機能を付け加えることが開発の内容である．そして X-12-ARIMA の最新マニュアルに述べられている様々な機能を，比較的簡単な操作で実行する事を可能にしたことが大きな改訂点である．また，それとともに 1990 年代になって実現し始めたインターネットを利用して不特定多数のユーザーに対して，計算プログラムを配布するというサービス形態を実現したことは，それまでの官庁統計のあり方とは異なる 1 つの画期的な出来事であろう．

ここで季節調整法についてはセンサス局法以外にもこれまでに様々な方法が開発されていることにも言及しておこう．特に 1970 年代末にシカゴ大学のゼルナー (A. Zellner) 教授による季節調整法の比較研究プロジェクトがあり，その中で報告し注目を浴びたわが国の統計数理研究所の赤池弘次・石黒真木夫が開発した BAYSEA が専門家の間ではよく知られている．この季節調整法はセンサス局法が基礎とする移動平均法とは異なり，時系列において季節性に関する滑らかさの事前情報を直接的に活用すると云う統計学的な新しいアイデアにより季節性を取り除くユニークな方法である．プログラム BAYSEA はその後，同研究所の北川源四郎により 1987 年に改良され，状態空間モデルに基づく季節調整プログラム DECOMP として新たに研究・開発されている（北川 (1993)）．この DECOMP からさらに同研究所の佐藤整尚により 1998 年に Web-Decomp が開発され，インターネットの Web 上 (http://www.ims.ac.jp/~sato) で具体的な統計計算を容易に実行できるという新しい方法により公開されている．

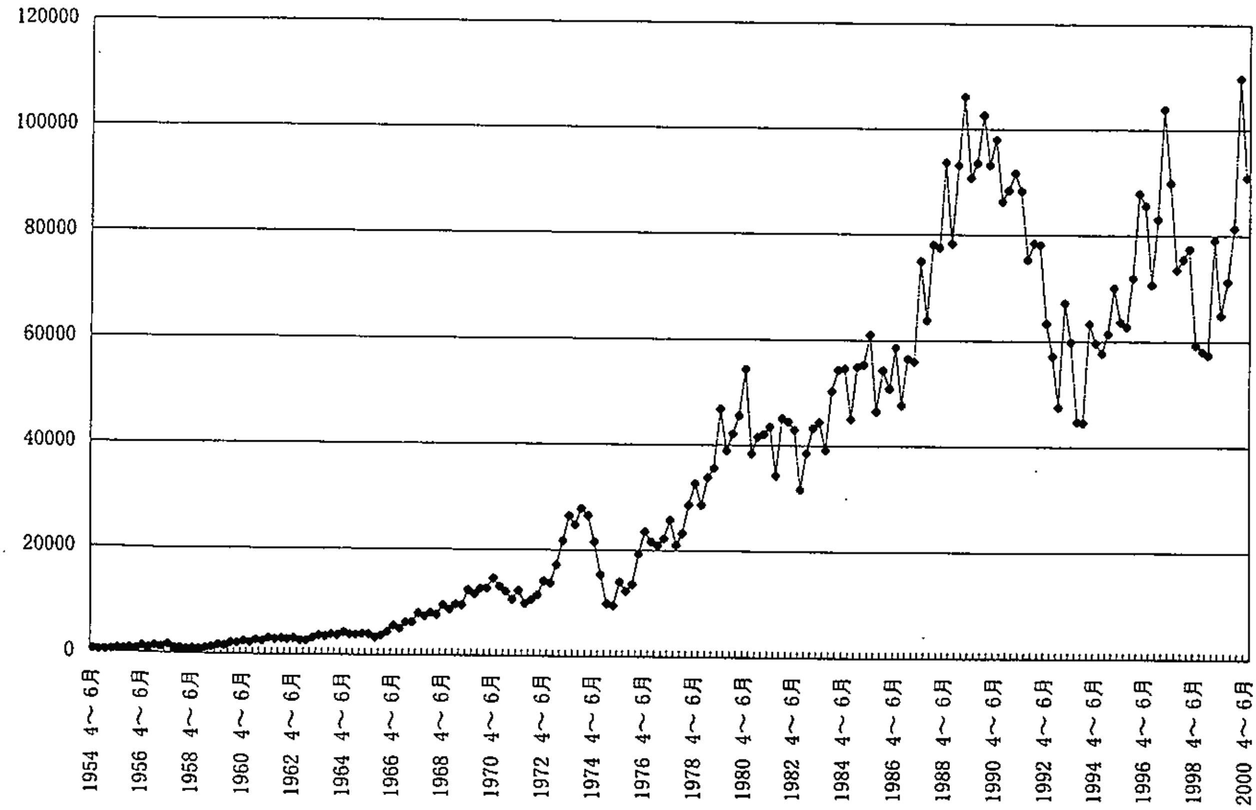
3. 法人企業主要集計データにおける季節性

本節で議論するのは法人企業統計季報の中で特に一般の注目度が高いと考えられる経常利益，売上高，設備投資，それに在庫投資である．製造業のデータ，非製造業のデータ，それに全業種のデータを利用したので合計では 4×3＝12 系列のデータを分析した．季節性の分析に利用したデータ期間は 1975 年第一四半期から 2000 年第二四半期の 102 個である．法人企業統計季報はそれよりもかなり以前の 1950 年代から調査・公表しているが，それよりも少ない期間を選んだのは企業の財務・経営にまつわるデータであり，調査方法の変更等を考慮してデータの連続性を重視したことによる．X-11 法，X-12-ARIMA 法，DECOMP 法などという季節調整法ではその内部で統計的モデルを利用するので，一般に統計モデルの識別等を通じて推計結果はデータの利用期間に依存する．ここで X-12-ARIMA 法における統計モデルの識別と推定に必要なデータ期間をモデル・データ

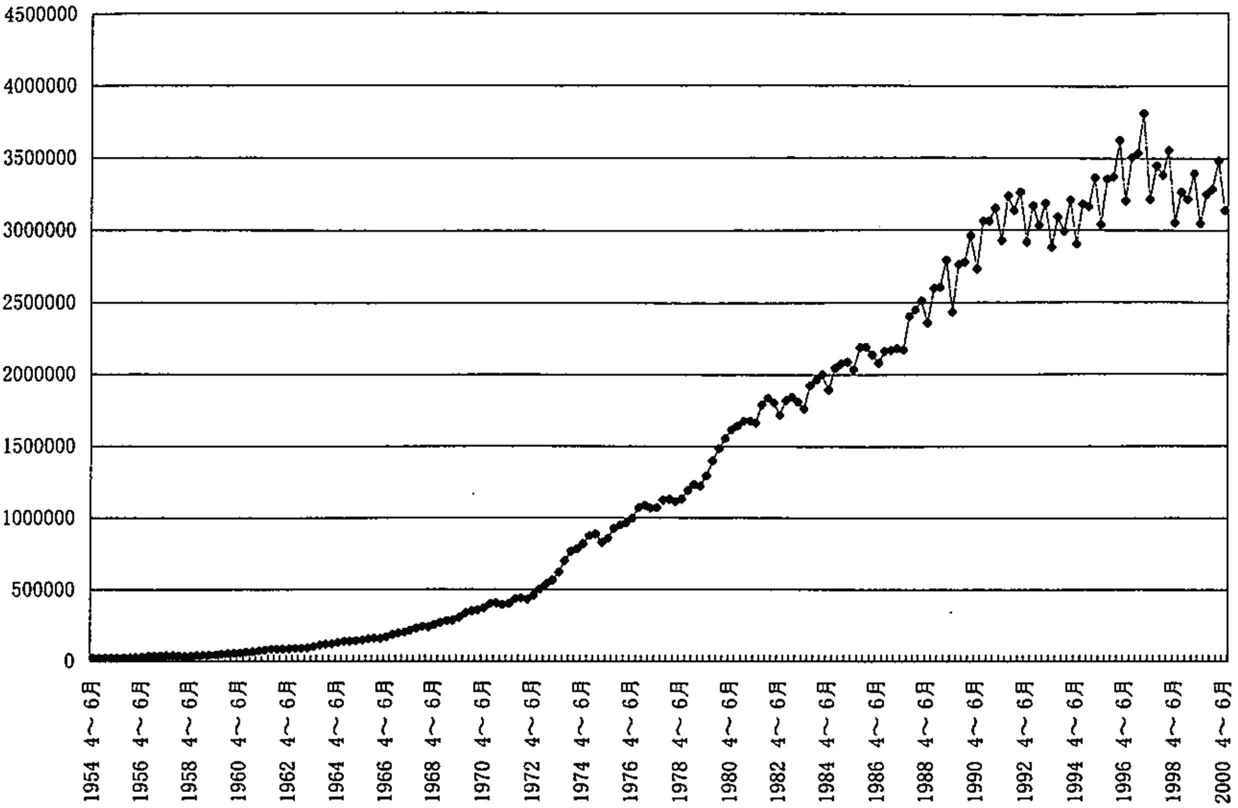
期間と呼ぶ事にすると,[5] 必ずしも利用できるデータ期間をモデル・データ期間に一致させる必要はない．しかしながら，実際にはこの2つの期間が異なると様々な問題が生じるので，今回の分析では同一の期間に定めた．むろんX-12-ARIMA 法などの統計モデルに依存した季節調整法を実務で利用する場合にはモデル・データ期間を様々な角度から検討する必要はあると思われる.

まず，ここで利用したデータ系列について，その時系列変動における季節性の影響についての分析結果を要約しておこう．いずれの場合も製造業と非製造業で顕著な差が認められなかったので全業種の集計値を使って分析した．今回とりあえず分析した系列の中で経常利益，売上高，設備投資についてはデータ系列は1954年から，また在庫投資のデータ系列は1968年より利用可能であったが，これら4系列について1975年以降のデータ系列のみを用いて季節性の分析を行った．一般に経済データの分析にあたってはなるべく時系列として連続性がある事が望ましい．法人企業統計季報の場合には調査対象が主として民間企業であるために標本設計上で現行の調査データにかなり近い形で整備されていることが必要であり，その実務的理由から1975年頃が1つの目安になると考えられた．さて第1(a), (b), (c), (d) 図は経常利益，売上高，設備投資，在庫投資の利用可能なデータをそれぞれプロットして作成したものである．よく知られているように，1950年代-1960年代にかけての数値は高度成長と呼ばれている時代を反映して，1970年代以降の水準から見るとかなり低い水準から急速に増加している．このため系列のトレンド（趨勢）項の影響が大きく，図では季節変動や不規則変動等の影響がほとんど識別できないようになっている．他方，これらの利用可能なデータを1975年以降に限りプロットしてみると，それ以前と比較すればトレンドの大きさに比べて周期的変動もかなりの大きさになっている．そこでこれらの図においては系列におけるトレンド（趨勢），季節性，その他の変動（しばしば不規則変動と呼ばれ

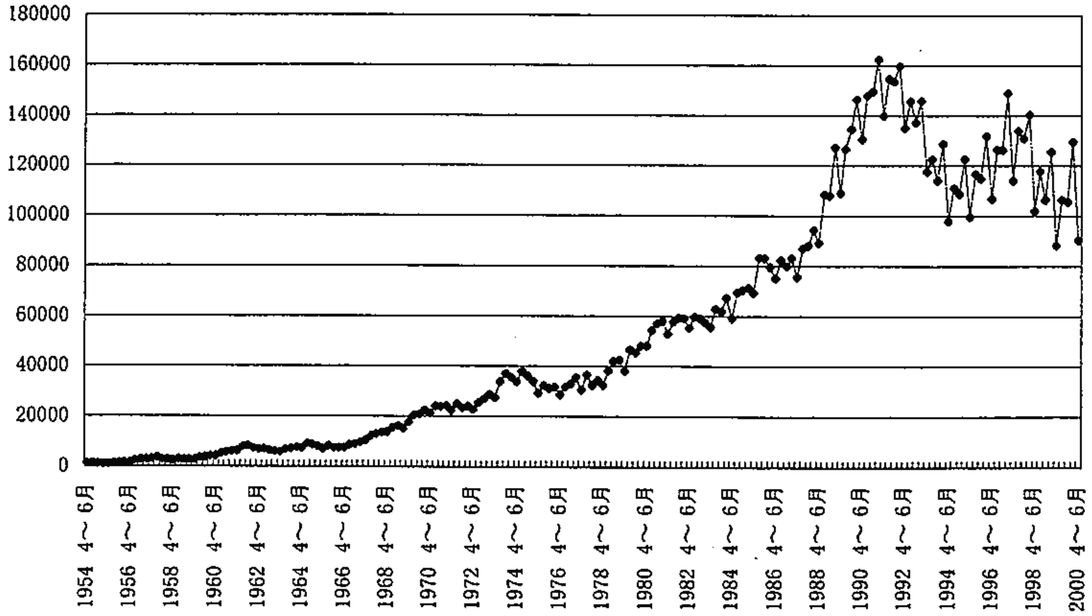
第1(a)図　経常利益



第1(b)図　売上高



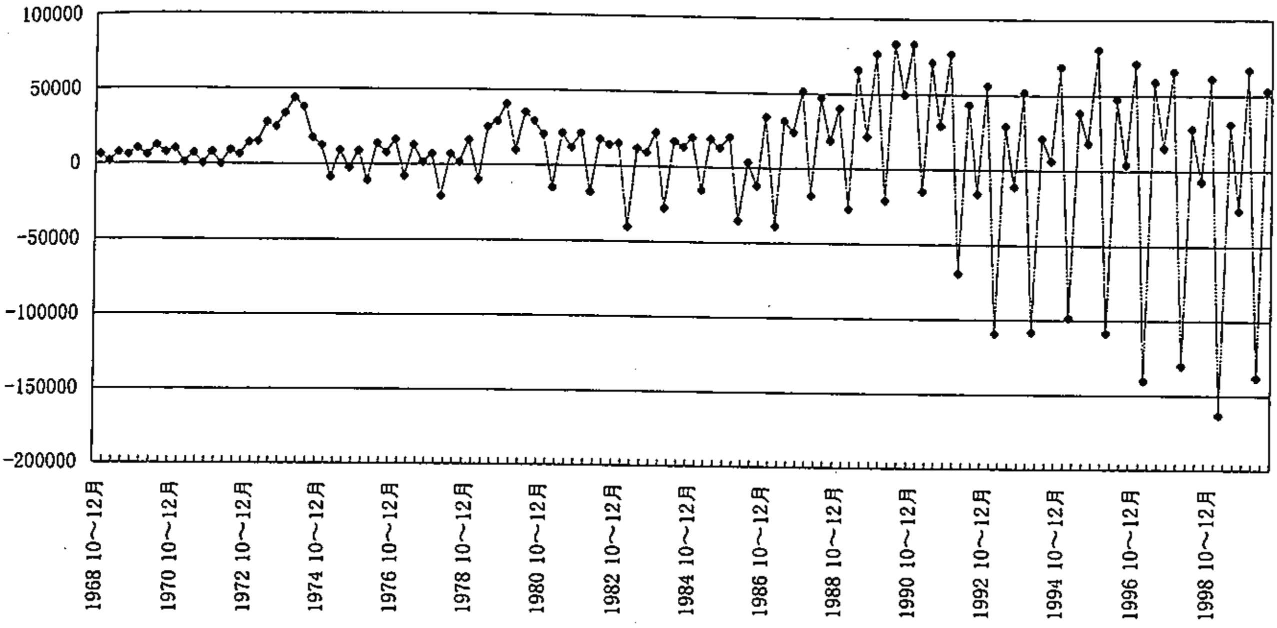
第1(c)図　設備投資



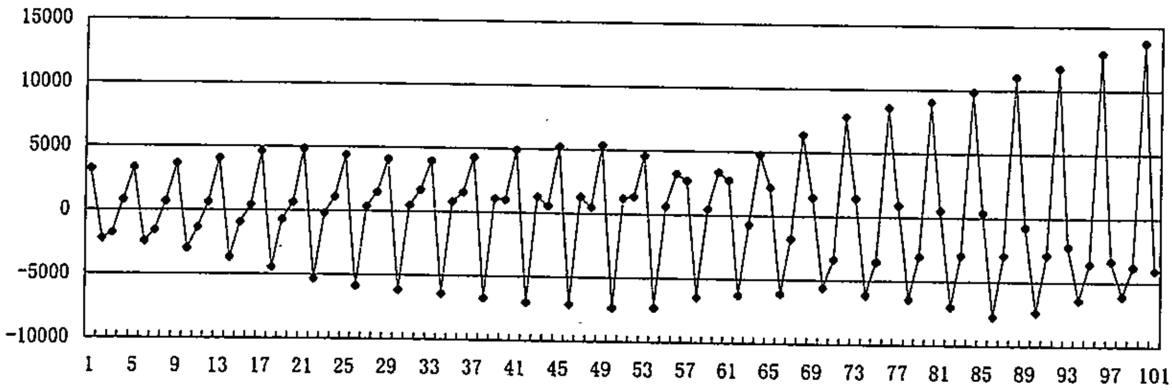
る）を識別することが可能と考えられるわけである．

なお，経済時系列ではX-12-ARIMA法で利用する統計的モデルの推定結果をある程度まで信頼するには，モデル・データ期間をある程度長くとる必要がある．他方で経済構造がかなり変化する状況では，あまり長いデータを用いて固定的に統計的モデルを推定することからは別の問題も生じ得ることにも注意しておく．すなわち実際の分析では対象とする時系列の変動に

第 1 (d) 図　在庫投資



第 2 (a) 図　季節成分（経常利益・加法型）



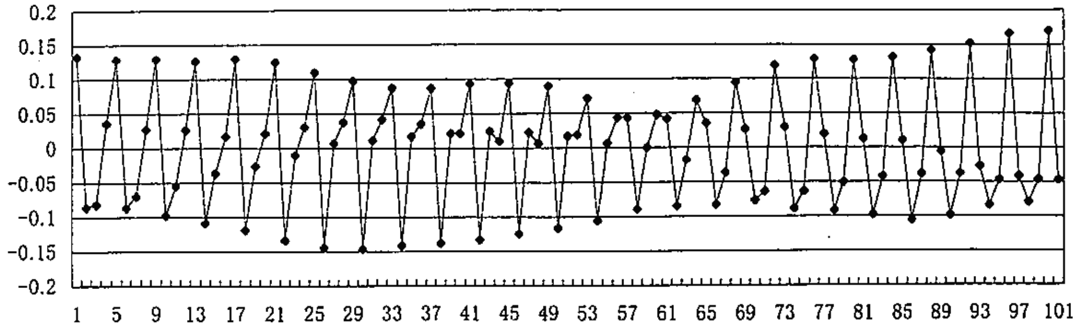
ついての分析から相矛盾する要求の接点を見出す必要があるので，統計的手法に熟知するとともに分析経験も必要となる．

また伝統的な統計的時系列分析 (statistical time series analysis) ではトレンド成分，季節成分，不規則成分と云う 3 つの構成要素の他に循環成分も重要であるが，本稿ではほとんど言及しない事にする．本稿では伝統的な季節調整法における季節性を扱う枠組みにしたがい循環要素を無視するので，事後的には多くの場合には景気循環等の循環変動は，トレンド成分の変動要素か季節成分の変動要素として推定されることとなろう．

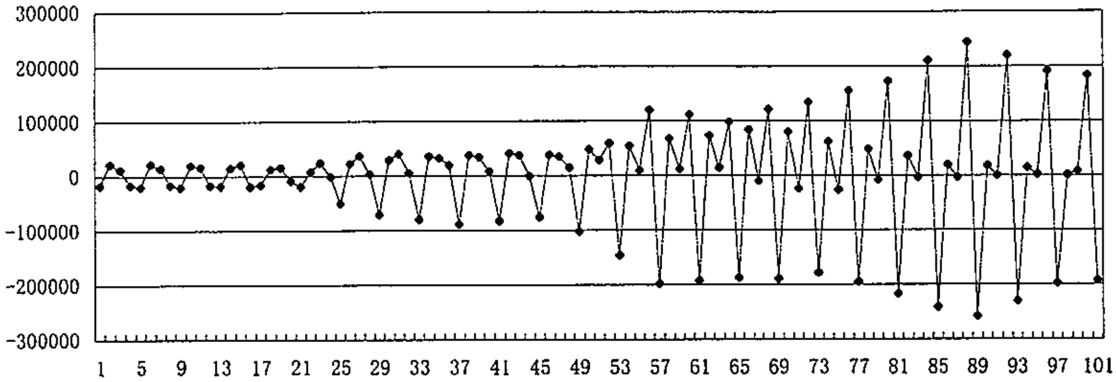
経常利益系列

経常利益の最近の変動を見てみると時間の推移にしたがい，全系列に対する季節性の影響が変化していることが見て取れる．特に季節性の変動幅は近年になるにしたがい増大している．そこでまずプログラム DECOMP を用いて経常利益系列の水準を加法的にトレンド成分・季節成分・不規則成分に分解した結果を第 2(a) 図に示しておく．[6] 経常利益系列はこの間，景気変動を反映して大きなうねりを見せている．循環成分を考えなければトレンド成分としてこうした大局的な変動は推定されるので，X-12-ARIMA 法における ARIMA モデルにおける確率的トレンド次数は 1 以上 $(d+D>1)$ とな

第 2 (b) 図　季節成分（経常利益・乗法型）



第 3 (a) 図　季節成分（売上高・加法型）



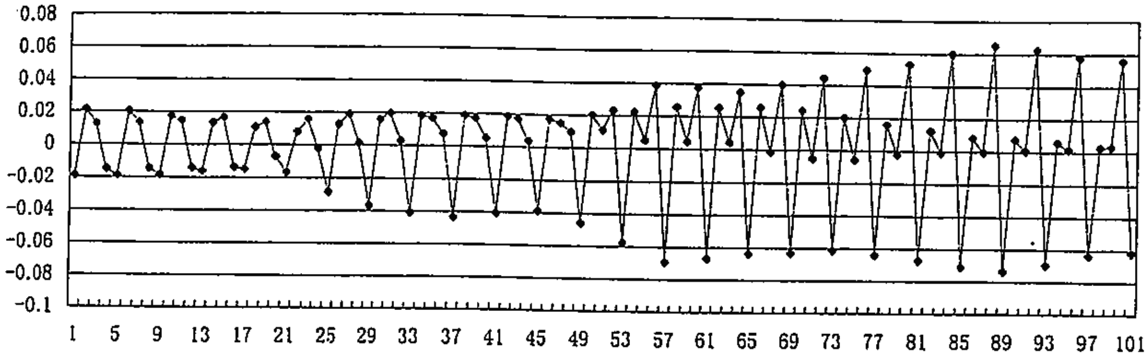
ることが適切であると考えられる.

Web-Decomp を用いて時系列分解の加法モデルを適用して推定した季節成分を見ると，第 2(a) 図より明らかなように近年になるほど変動幅が増大し，2000 年の季節成分は 1975 年の季節成分の 5 倍以上になっている．そこで原系列に対して対数変換を行なった系列に対して加法型（すなわち原系列に対しては乗法型）の成分分解モデルを仮定して推定した季節成分を第 2(b) 図に示しておく．この推定された季節成分は 2000 年頃の変動の大きさ自体は 1975 年頃のそれとあまり変わらない意味ではかなり妥当な推定ができているように判断されよう．このように時系列分解の加法型モデルと乗法型モデルを利用することにより推定された 2 つの季節成分を比較した結果，原系列のままで加法的季節調整を行なう事はかなり無理があることが明らかになった．すなわち，経常利益系列では加法型に比べて乗法型の季節調整がより適切となろう．ここでセンサス局の季節調整法 X-11 法や X-12-ARIMA 法では特に何も指定しなければ[7]乗法的季節調整が指定されていることに注意しておく．また，X-12-ARIMA 法では，後で述べるように ARIMA モデルをデータに当てはめることが必要であるが，乗法型の場合には対数変換など変換コマンドを利用する必要がある．もちろん，対数変換以外の変換（例えばベキ変換[8]）を利用することは不可能ではないが，その場合には乗法型季節調整が困難となってしまうので，実際的な観点から官庁では対数変換以外の変換は考えにくいと思われる.

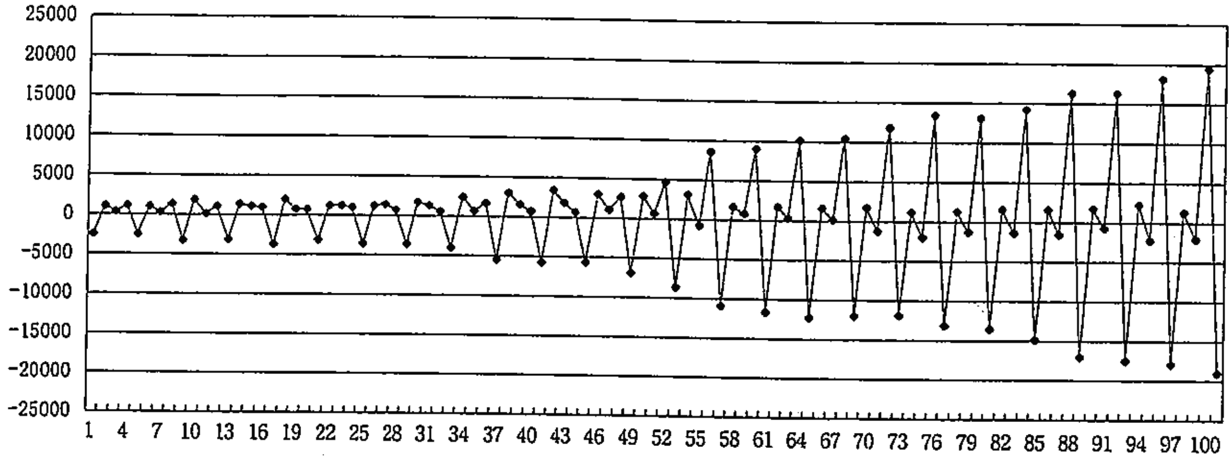
売上高系列

売上高の最近の変動を見てみると時間の推移にしたがい，全系列に対する季節性の影響が変化していることが見て取れる．特に経常利益と同様に季節性の変動幅は近年になるにしたがい大きくなっている事を読み取る事ができる．また，1970 年代までは年内における季節的変動は顕著には観察されないが，1980 年代からはかなり明瞭な季節変動の形状が観察される.

第3(b)図　季節成分（売上高・乗法型）



第4(a)図　季節成分（設備投資・加法型）



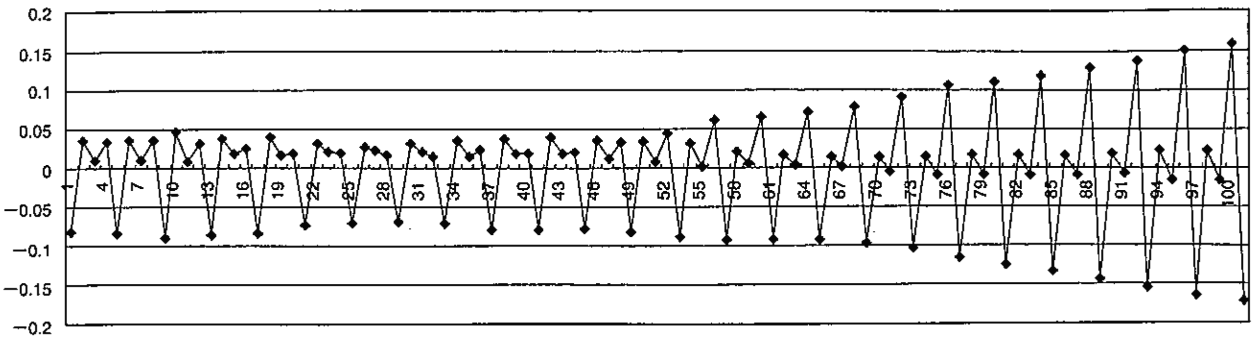
ここで Web-Decomp を用いて売上高系列の水準を加法的にトレンド成分・季節成分・不規則成分に分解した結果を第 3(a) 図に示しておく．この図より明らかなように 1975 年当時の季節成分は極めて小さく，推定された季節成分は近年になるほど変動幅が増大している．そこで原系列に対して対数変換を行なって乗法的に推定した季節成分を第 3(b) 図に示しておく．売上高の季節成分は変換してもなお近年になるほど増加している傾向にあり，このまま原系列に対して乗法型モデルを適用するのにはかなり問題が残る．むろん，それでも乗法型の推定結果の方が加法型モデルを用いる場合よりも季節成分の推定としてはかなり改善している．これらの推定された 2 つの季節成分を比較する事により，原系列のままで加法的季節調整を行なう事は合理的ではないことは明らかであろう．

なお売上高系列と経常利益系列の季節成分はそれぞれ時間とともにその形状が変化していることに注意しておく．このように季節成分が時間とともにかなり変化している場合には，固定的な季節成分モデルを利用することは統計的には適当でないことは明らかであろう．

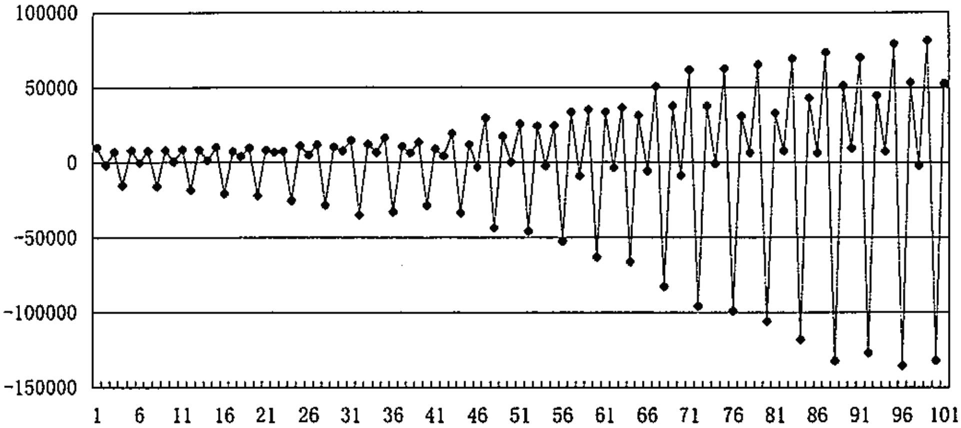
設備投資系列

設備投資系列の最近の変動を見てみると時間の推移にしたがい，全系列に対する季節性の影響が顕著に増大していることが見て取れる．季節性の変動幅は近年になるにしたがい増大している事を観察されるので，季節性の推定と季節成分の除去がかなり困難であることを示唆している．経常利益系列と同様にこの間，マクロ的な景気変動を反映してトレンドがかなり大きなうねりを見せている．ここで季節成分の推定において循環成分を考えなければこうした大きな変動はトレンド成分として推定される．したがって ARIMA 系列としての確率トレンド次数は 1 以上 $(d+D>1)$ となることが自然であ

第4(b)図　季節成分（設備投資・乗法型）



第5図　季節成分（在庫投資）



り，また同時に，確定的なトレンド項を想定することも現実的でないことが伺える．

次に Web-Decomp を用いて設備投資系列の水準を加法的にトレンド成分・季節成分・不規則成分に分解した結果を第4(a)図に示す．この推定された季節成分の図より明らかなように，季節成分は近年になるほど変動幅が一様に増大している．そこで原系列に対して対数変換を行なって乗法的に推定した季節成分を第4(b)図に示しておく．この場合もなお季節成分は近年になり変動幅の増大傾向が観察されることに注意する必要があろう．これらの推定された2つの季節成分を比較する事より，原系列のままで加法的季節調整を行なう事はかなり無理があることは明らかである．また，季節成分は近年では安定的に拡大していることに注意しておこう．

在庫投資系列

在庫投資系列の原系列は今回の系列の中でもっとも季節成分の分析が困難な系列である．在庫投資系列の最近の変動を見てみると，時間の推移にしたがいトレンドはあまり大きく変化していないように見える．しかしながら系列の数値が正値を取るとは限らないことと時間の経過とともに変動の不均一性が明らかであること，さらに全系列に対する季節性の影響が変化していることが同時に観察されよう．特に季節性の変動幅は近年になるにしたがい徐々に大きく発散的になっている事を見る事ができよう．

そこで，Web-Decomp を利用して在庫投資系列の水準を加法的にトレンド成分・季節成分・不規則成分に分解して推定した結果を第5図に示しておく．この成分分解は加法的であるので，図より明らかなように推定された季節成分は近年になるほど変動幅が極端に大きくなっている．ここで大きな問題となるのはこの

系列の場合には対数変換などの変換を行なうことができないので，乗法的に季節成分を直接的に推定することが困難となることである．むろん，図から明らかなように原系列のままで加法的季節調整を行なう事には基本的にかなり無理があることになる．また統計的時系列分析の観点からは X-12-ARIMA 法が利用している統計的時系列モデルとしての ARIMA モデルを系列から直接的に推定することはかなり困難なことを意味している．

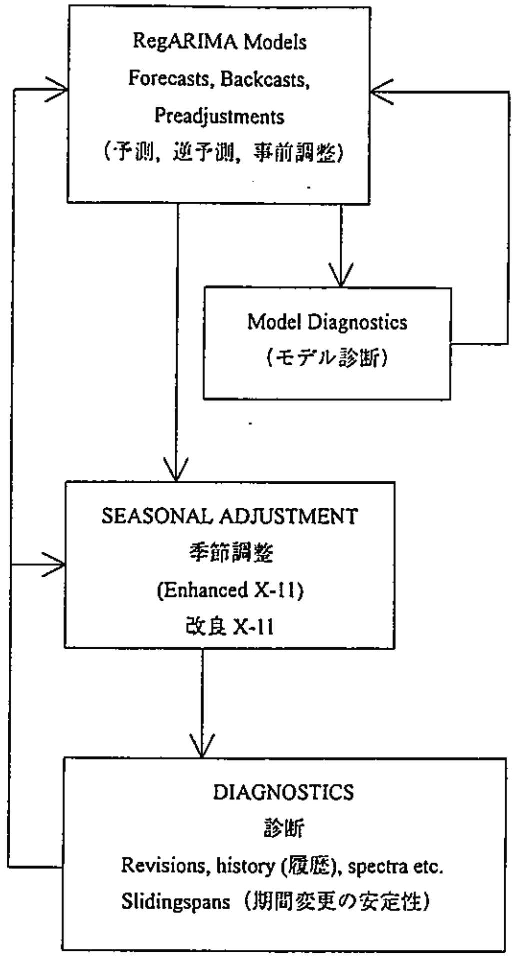
4. X-12-ARIMA 法の利用に関連する問題

米国センサス局が開発した季節調整法プログラム X-12-ARIMA については官庁統計の実務家の間では関心が高まっているが，X-12-ARIMA 法の具体的な内容についての本格的な解説は少なくとも邦文ではほとんど存在していない.[9] 本節では季節調整法 X-12-ARIMA プログラムを利用する際に重要と考えられる幾つかの論点について，法人企業統計データの分析事例にそって述べておくことにしよう．

X-12-ARIMA の基本的構造

季節調整法 X-12-ARIMA の基本的構造については Findley et. al. (1998) が示している流れ図（第 6 図を参照）によりその概略を要約することができる．この流れ図に基づくと X-12-ARIMA プログラムによる季節調整の具体的な手続きは，おおよそ次の 3 つのステップに要約することができよう．

第 6 図　X-12-ARIMA



出典：Findley et. al. (1998)

（ステップ 1）　観察される時系列の原データを $\{Y_t, 1 \leq t \leq T\}$ とすると，その変数変換値 $\{y_t\}$ にまず RegARIMA モデルと呼ばれている統計的モデリングを用いて将来の予測値 (forecasts)，過去の逆予測値 (back-casts) を作り出す．その際に統計的モデルの中で回帰 (regression) 分析の部分を用いて，季節調整に先だって様々な事前調整を行い，事前調整系列 $\{Y_t^*, -H+1 \leq t \leq T+H\}$ を作り出すことが大きな特長である．ここで $H(\geq 1)$ は事前に設定する予測期間である．この事前調整としては異常値・変化点の検出，うるう年調整，曜日効果調整，休日調整などの項目を挙げることができる．この RegARIMA モデルを用いる統計的モデリングではモデルの診断と呼ばれる一連の操作により，様々な統計的時系列モデルの選択を行うことができる．

（ステップ 2）　次に予測値と逆予測値を含む事前調整された系列 $\{Y_t^*\}$ に対し，改良された X-11 法の計算プログラムにより季節調整を行い，季節調整系列 $\{Y_t^{**}\}$, $1 \leq t \leq T\}$ を計算する．この計算部分は従来から利用可能な X-11 法プログラムを手直しした改良 X-11 法プログラムにより実行され

るが，基本的には原 X-11 法と同一の手続きで行われると見なすことができよう．

（ステップ 3）　最後に診断と呼ばれる部分により季節調整を行った結果を評価する．この目的の為に，季節調整系列の推定から求められた不規則変動の推定値としての残差系列から，スペクトル密度関数や調整系列の安定性に関する指標（MPD など）を計算する方法などが提案されている．[10]

このX-12-ARIMA 法では流れ図とその簡単な説明から明らかなように，これまでの X-11 法と比べると新たに RegARIMA モデルと呼ばれている統計的モデリングがもっとも特長的なそして重要な役割を演じている．そこでこの統計的モデルを説明しておく．いま 1 次元の時系列データを生成する確率変数の組（離散時間の確率過程と呼ばれる）を$\{y_t,\ t=1,\ 2,\ \cdots\}$としよう．この確率過程$\{y_t\}$が r 個の説明変数$\{x_{it}\}$を伴い次のような簡単な線形時系列表現を持つことを想定する．

$$(4.1)\quad \phi_p(B)\Phi_P(B^s)\,(1-B)^d\,(1-B^s)^D \times(y_t-\sum_{i=1}^{r}\beta_i x_{it})=\theta_q(B)\Theta_Q(B^s)\,a_t\,.$$

ただし時系列y_tに対してラグ（遅れ）記号Bは時系列$(By_t=y_{t-1})$を対応させる操作で定義する．[11] 季節周期を表す$s=(4$ あるいは $12)$，係数の次数 $p,\ d,\ q,\ P,\ D,\ Q$ はあらかじめ決められた非負整数をとるものとしよう．またzについての多項式$\phi_p(z)=1-\phi_1 z\ \cdots\ -\phi_p z^p$, $\Phi_p(z)=1-\Phi_1 z\ \cdots\ -\Phi_p z^P$, $\theta_q(z)=1-\theta_1 z\ \cdots\ -\theta_q z^q$, $\Theta_Q(z)=1-\Theta_1 z\ \cdots\ -\Theta_Q z^Q$ は特性多項式と呼ばれている．したがって，$\Phi(B^s)$, $\Theta(B^s)$ は作用素 $B^s(B^s y_t=y_{t-s})$ の多項式である．さらに β_i $(i=1,\ \cdots,\ r)$, $\phi_i(i=1,\ \cdots,\ p)$, $\Phi_i(i=1,\ \cdots,\ P)$, $\theta_i(i=1,\ \cdots,\ q)$, $\Theta_i(i=1,\ \cdots,\ Q)$ は利用可能な時系列データから統計的に推定する未知母数である．ここで誤差項$\{a_t\}$は期待値ゼロ，分散 σ^2（σは未知母数とする）であり，時刻tについて互いに独立な確率変数列と仮定される．

この上式で表現される RegARIMA モデルは，統計モデルとしては線形回帰 (linear regression) モデルと季節 ARIMA（時系列）モデルの混合型統計的時系列モデルの１つとして理解される．ここで用いている ARIMA モデルは季節性を含んでいるので季節 (seasonal) ARIMA モデルとも呼ばれている．この式(4.1)において，特に$D=0$, $\Phi_P(z)=\Theta_Q(z)=1$ とおけば ARIMA モデルとなるので，上式で表現される季節 ARIMA モデルは季節性を含む ARIMA モデルの特殊な場合であり，より少ない数の母数で季節性を含む経済時系列の変動を表現する意味での節約型の時系列モデルと見ることもできる．また，時系列解析ではこの季節 ARIMA モデルを簡単に説明する為に $(p,\ d,\ q)\times(P,\ D,\ Q)_s$（あるいは $(p,\ d,\ q)\ (P,\ D,\ Q)_s$）と表すのが開発者のボックス・ジェンキンズ (Box＝Jenkins (1976)) 以来の慣例になっている．

幾つかの留意事項

統計的時系列解析ではこれまで説明した季節 ARIMA モデルや RegARIMA モデルは一変量時系列モデルとして線形モデルなので，比較的扱い易いことが知られている．ここでは RegARIMA モデルの利用と季節調整への応用について注意すべき幾つかの留意事項を述べておく．むろん，ここで述べる問題は関連する問題のごく一部分にしかすぎないが，X-12-ARIMA 法を利用する時には実務的にも役立つであろう．

（I）　ARIMA の識別問題

与えられた時系列データから適切な RegARIMA モデルを見つけ出す操作を大雑把ではあるが識別 (identification) と呼ぶことにすると，適切なモデルを選択するにはかなりの統計的知識と経験が必要となる．時系列の定常部分を

$$(4.2)\qquad (1-B)^d(1-B^s)^D y_t=w_t$$

と表すときに，w_r と $w_t(r<t)$ の相関は時間差$|t-r|$が大きくなるとともに急速に小さくなる弱相関を持つ時系列であることを意味している．したがって適当な階差 d と D を選択する必要

がある．統計的時系列分析におけるボックス・ジェンキンズ・アプローチでは，標本自己相関関数（autocorrelation function, 略して acf）[12] や標本偏自己相関関数（partial autocorrelation function, 略して pacf）を用いて，統計家が注意深く階差次数を選択することが一般に推奨されている．ただし，統計実務家にとってはこうした acf や pacf などの統計量の扱い方を理解することは困難であるので，自動的な選択が望ましいと思う向きもある．しかしながら時系列の非定常性の程度を決めることに相当する階差次数と季節階差次数の選択は，統計的にもかなり難しい問題である．したがって関心のある系列が少数にとどまっている場合にはあらかじめ行なわれた分析結果にもとづき設定しておく事が望ましいと考えられよう．

本稿の3節で分析した系列ではいずれの時系列も定常確率過程（stationary stochastic processes）の実現値と見なすのは困難なので $d+D\geq 1$ とする必要がある．我々の分析ではかなりの試行錯誤の後に $d=D=1$ を採用したが，これは原系列の確率過程は2次和分過程（$I(2)$ 過程）であることを想定したことになっている．こうした $I(2)$ 過程を想定する場合には一般的には移動平均モデル部分に単位根が存在する過剰階差問題（overdifferencing）[13] が生じる可能性がありうるが，我々の分析では移動平均部分の次数を2以下に制限したので実際にはこの問題は生じなかった．

(II) モデル選択問題

季節 ARIMA モデルではまず時系列データから階差次数と季節階差次数を決定するが，階差が定まると次に AR 次数 (p)，MA 次数 (q)，季節 AR 次数 (P)，季節 MA 次数 (Q) を決定する必要がある．プログラム X-12-ARIMA ではコマンドの **automodel（自動モデル）** を用いると，こうした次数を幾つかあらかじめ設定されている幾つかの時系列 ARIMA モデルから自動的に選択することが可能である．しかしながら，このコマンドにおけるモデル選択基準は X-12-ARIMA マニュアルに説明されているが，かなり恣意的であり，一貫性や説得性に欠ける．

第1表　ARIMA モデル候補

モデル1	(0,1,1) (0,1,1)4
モデル2	(1,1,0) (0,1,1)4
モデル3	(1,1,1) (0,1,1)4
モデル4	(2,1,0) (0,1,1)4
モデル5	(0,1,2) (0,1,1)4
モデル6	(2,1,1) (0,1,1)4
モデル7	(1,1,2) (0,1,1)4
モデル8	(2,1,2) (0,1,1)4

そこで別の選択基準としては赤池情報量基準[14]（Akaike's Information Criterion, 略して AIC）を用いて，AIC 最小化の基準により AR 次数，MA 次数，季節 AR 次数，季節 MA 次数などを決定することが考えられる．ここで AIC 最小化基準とは AIC 値を最小にするように次数を選択することを意味するが，これまで実務的にはこの基準を用いると適切な統計的モデルが得られることが多いことが知られているとともに，統計理論的にもかなりの正当化の根拠がある．そこで我々の検討では今回の分析では次の8つの統計モデルの中から AIC 最小化の基準によって AR 次数，MA 次数，季節 MA 次数を選択した．選択した範囲をあらかじめかなり狭めているがこれは実務的に生じる可能性がある幾つかの統計的問題を避けようとした為である．高次の季節 ARIMA モデルを用いると共通因子（common factor）[15] や過剰階差の問題など，統計的時系列モデルの識別問題が生じる可能性がある．さらに季節 AR 項はモデルの簡便性などの観点からあらかじめ排除しておいた．今回の分析では MA 項と季節 MA 項は2次までに制限したが，こうした制限などにより共通因子や過剰階差の問題を避けることができた．ここで我々が利用したモデル候補を第1表，赤池情報量基準 (AIC) を用いた分析結果を第2表にそれぞれまとめておく．

(III) 変化点の検出問題

X-12-ARIMA 法では原系列水準の変化に対応するように，変化点の検出コマンドと季節調

第2表 AIC分析結果

(1) 経常利益

	AIC値	AIC選択
case1	1984.6227	
case2	1984.3778	
case3	1985.3950	
case4	1985.2593	
case5	1984.9030	
case6	1986.3450	
case7	1985.6934	
case8	1981.2810	○
		(注意) 自動選択されず

(2) 売上高

	AIC値	AIC選択
case1	2411.9212	
case2	2411.7487	
case3	2412.3987	自動選択
case4	2408.4527	
case5	2409.1632	
case6	2408.4143	○
case7	2411.1101	
case8	2410.3991	

(3) 設備投資

	AIC値	AIC選択
case1	1906.2882	
case2	1905.8410	自動選択
case3	1906.7123	
case4	1902.7207	
case5	1898.8119	
case6	1902.0128	
case7	1899.6596	
case8	1897.9103	○

(4) 在庫投資

	AIC値	AIC選択
case1	2146.5257	
case2	2139.7715	○
case3	2141.4179	
case4	2141.3743	
case5	2142.3014	
case6	2143.3436	
case7	2143.2555	
case8	2143.4295	
		(注意) 自動選択されず

整への組み込みが用意されている．一般論としては X-11 型の移動平均を基礎とする季節調整では系列の水準が変化するとその影響が季節調整値にかなりの期間にわたって影響を与える．したがって，X-12-ARIMA 法では明確な水準変化がある場合に移動平均型の季節調整を行なう前にそうした変化に対応することが望ましいと云える．

しかしながら，X-12-ARIMA プログラムで用意されているコマンド **regression**（回帰）による方法や外れ値処理のコマンドの **outlier**（外れ値）を不用意に利用すると様々な問題が生じる可能性がある．我々が分析した 1975 年－2000 年の法人企業統計季報のデータについては大きな短期的変動としては第3表に挙げる事柄を考慮した．我々の分析では時点を固定して説明変数としてダミー変数を用いてコマンド **regression**（回帰）を利用し，ダミー変数の有意性を調べた．統計的には系列相関を含む回帰モデルの推定問題ではあるが，プログラム

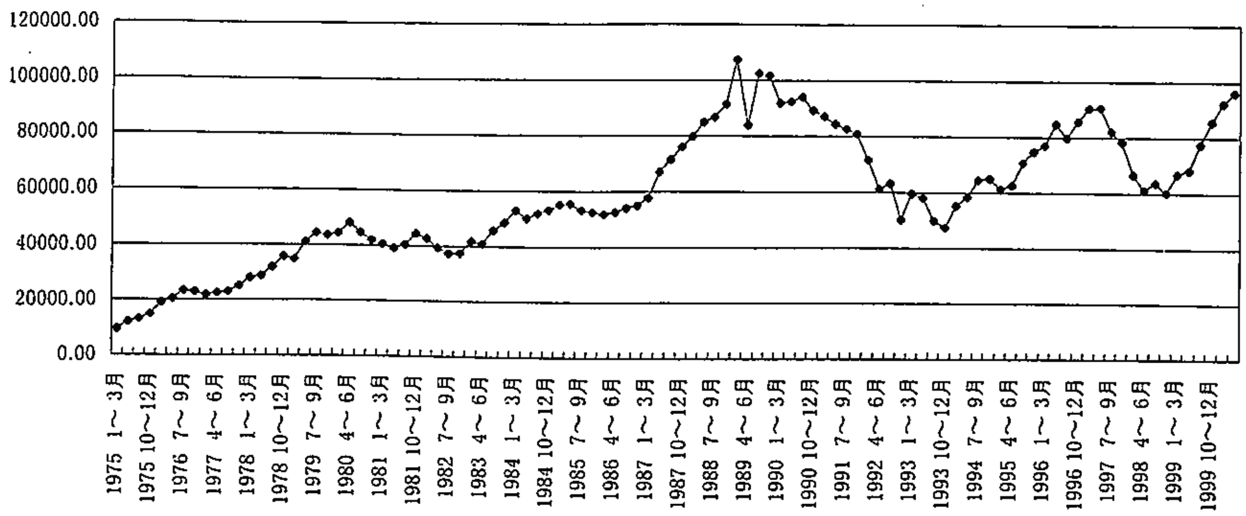
第3表 変化点の時点候補

時点	事項
1979 第4四半期	第2次オイルショック
1983 第2四半期	サンプリングの変更1
1989 第1四半期	消費税1
1996 第2四半期	サンプリングの変更2
1997 第1四半期	消費税2

X-12-ARIMA の出力ファイルには t 値等が計算されるのでその値を用いることは容易である．5つの変化点の可能性の中で2番目と4番目の事柄は法人企業統計のデータ作成上の問題の影響を調べる為である．他はいずれもマクロ的に見た企業部門への大きなショックの影響を調べる目的である．変数としてはコマンドの中の一時的変化 (AO) と水準変化 (LS) 等を利用して分析した．回帰の相関構造は AIC 最適化の結果を利用してまず分析した．

我々の行なった分析では法人企業データ作成上の細かな変更は季節性に関する結果についてはほとんど影響がないことが分かった．これに

第7(a)図　季調済経常利益 (x12)　モデル: (2 1 2) (0 1 1), 曜日調整なし



対して当然にも予想されたことではあるが経常利益と売上高には消費税の一時的影響は顕著に見られ，その係数は統計的に有意となった．したがって，これらの一時的影響をあらかじめ季節調整値から除きたい場合にはコマンドの **regression**（回帰）と **arima**（アリマ）を組み合わせることにより実行可能である．しかしながらそのまま同時に，ARIMA モデルとしては第2表で求めた AIC 最適化の結果を用いたが，こうした方法での推定はモデル選択上では必ずしも安定した信頼できる結果をもたらすとは限らない事も分かった．また，推定されたモデルの AIC はもとの ARIMA モデルとして最適か否かは必ずしも明らかではなく，推定の安定性とモデル選択の観点から，RegARIMA モデルを用いた X-12-ARIMA 法における事前調整法は少なくとも実務的観点からはかなり問題があることも分かった．

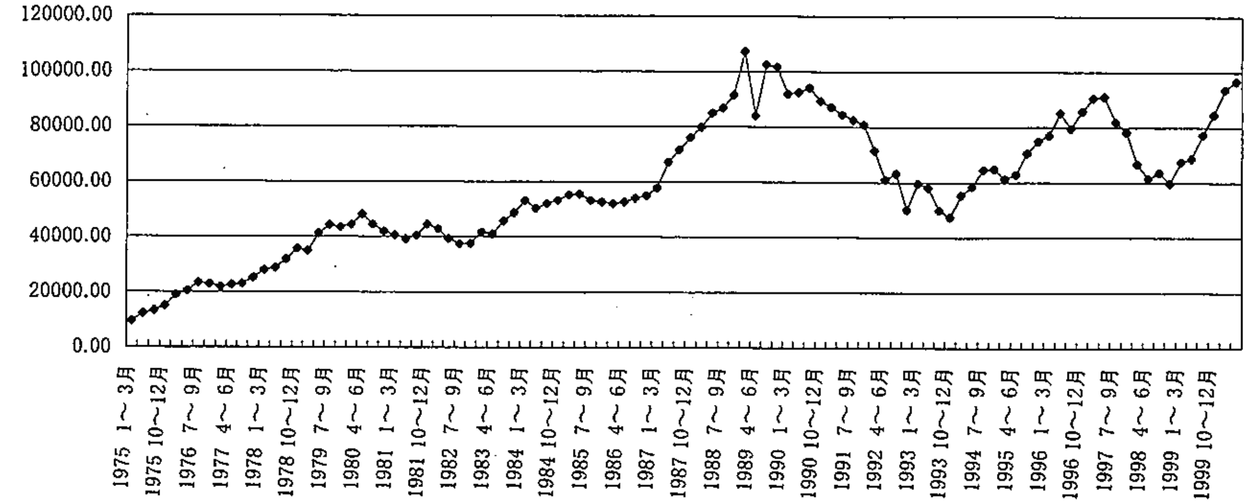
ところで，X-12-ARIMA プログラムでは変化点の検出としてコマンドの **outlier**（外れ値）が用意されている．このプログラムにより変化時点が未知の場合の変化点の探索が可能であり，X-12-ARIMA 法のマニュアルでは t 値等による検出方法が推奨されている．しかしながらその検出方法については RegARIMA モデルでは非定常時系列 (non-stationary time series) における変化点 (change point) を推定する問題[16] となっており，Findley et. al. (1998) が説明している方法には統計学上で考慮すべき幾つかの問題点がありうる．そこで，特にマクロ時系列の場合には，変化時点を探索する方法は極めて慎重に専門家が利用するか，あるいはそうでなければ実務的に利用しないことが望ましいと判断した．

(IV) 回帰変数の設定問題

X-12-ARIMA 法では曜日効果，休日効果，うるう年効果などを RegARIMA モデルに基づき，時系列構造を持つ回帰分析の方法を自由に利用できることがその長所であると云われる事がある．一般的な統計的な観点からは時系列を構成する成分分解が自由にしかも容易に試行できることは長所になりうるが，実務的な見地からは短所にもなり得る．RegARIMA モデルでは回帰分析を利用している為にこのモデルを利用すると曜日効果や休日効果などは，データ期間中にわたりずっと固定された一定値として変換された原系列から差し引かれる形で調整されることになる．[17]

今回の分析で利用した四半期マクロ・データでは曜日効果が検出される場合においても，AIC で見るとあまり改善が見られないケースもあった．参考のため残差スペクトルの分析から曜日効果があると警告が出たケースとして経常利益について，X-12-ARIMA 法による曜日効果がある場合とない場合の季節調整値を図

第7(b)図　季調済経常利益(x12)　モデル：(2 1 0)(0 1 1)，閏年，曜日調整あり



7(a)と図7(b)に示しておく．いずれも水準については実際的な違いが大きな問題となるような異なる結果は得られなかった．四半期データについては曜日効果や休日効果が検出されるとしてもそれほど大きな水準の変化をもたらさないといわれているが，この点について我々の分析でも再確認した．うるう年の扱いについてもほぼ同様であった．

(V)　安定性と最適性

プログラムX-12-ARIMAでは季節調整系列の安定性について幾つかの分析が可能である．一般的には季節調整において，与えられたデータの情報を最大限に利用して最適な季節調整値を求めるという最適性の要請がある．同時に結果として発表される季節調整値がデータが，更新されてゆくにつれてあまり変化しないという安定性の要請がある．当然の事であるが研究的サイドからの観点では前者が重視され，データ作成当事者やエコノミストの側からは後者を重視する傾向にある．そこで互いに矛盾する可能性がある2つの要請の妥協として季節調整の方法が考えられているが，この2つの要請の比重のかけ方に関して明快な選択基準は今のところ存在していない．したがって，プログラムX-12-ARIMAが用意しているコマンドの**slidingspans**（**期間変更の安定性**）や**history**（**履歴**）により出力される統計量を基準に安定性を判断する事は慎重を要すると判断した．

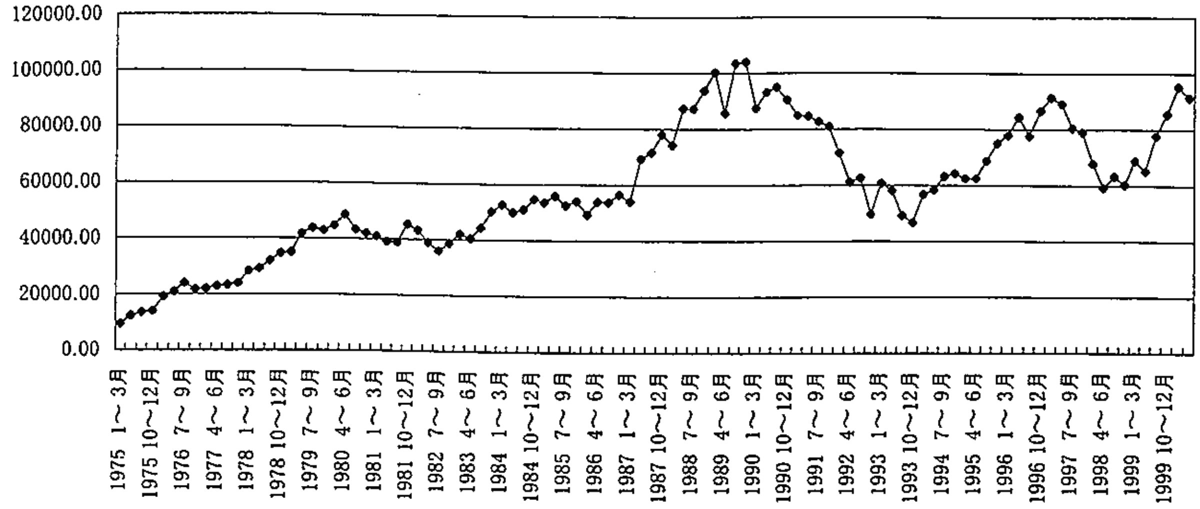
(VI)　ピリオドグラム等による分析

X-12-ARIMA法では出力ファイルとして残差系列のピリオドグラムをはじめとして周波数領域における様々な統計的スペクトル分析を行なう事ができる．こうしたスペクトル分析は統計的時系列解析では時間領域の分析とともに基本であるので，十分に経験を積んだ統計家がいる場合には有用となり得る．[18] そうではない場合には安易な実務的利用はかなりの注意を要する．

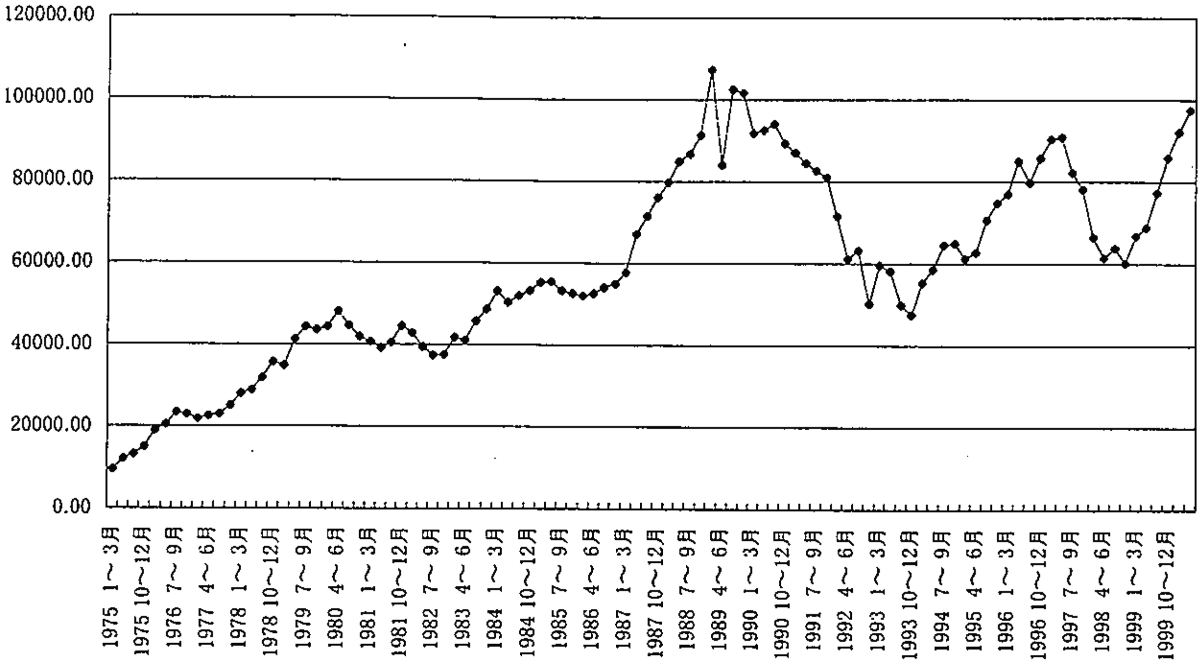
5.　季節調整法(X-11, X-12, DECOMP)の比較と季節調整値

我々の分析では原系列から季節成分を取りだして季節調整系列を作りだす方法としてX-11法，X-12-ARIMA法，DECOMP法を用いた．こうして得られた季節調整系列についての分析結果を各系列について比較した．ここではX-11法としてはプログラムX-12-ARIMAの中にある改良X-11法を用いて推計を行なったが，X-11法におけるオプションは利用せずに改良X-11法でのデフォルト選択を用いたことに注意しておく．X-11法でも外れ値や曜日調整など様々なオプションの選択が可能であるが，それはX-12-ARIMA法におけるRegARIMAモ

第 7 (c) 図　季調済経常利益 (DECOMP)



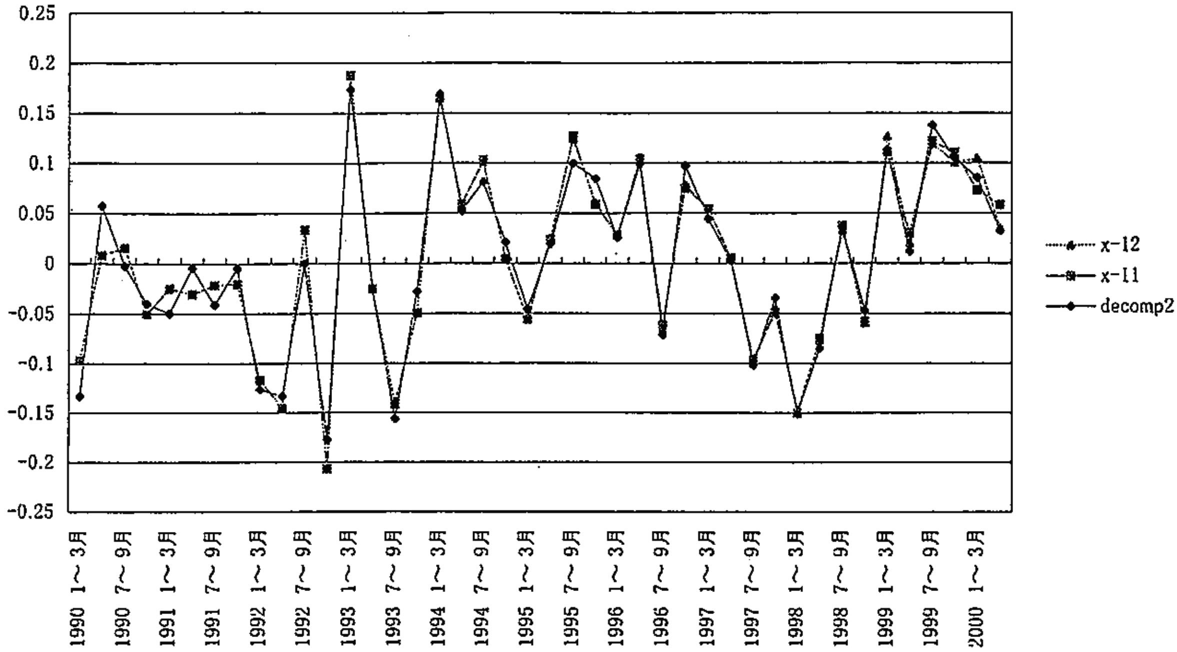
第 7 (d) 図　季調済経常利益 (x11)



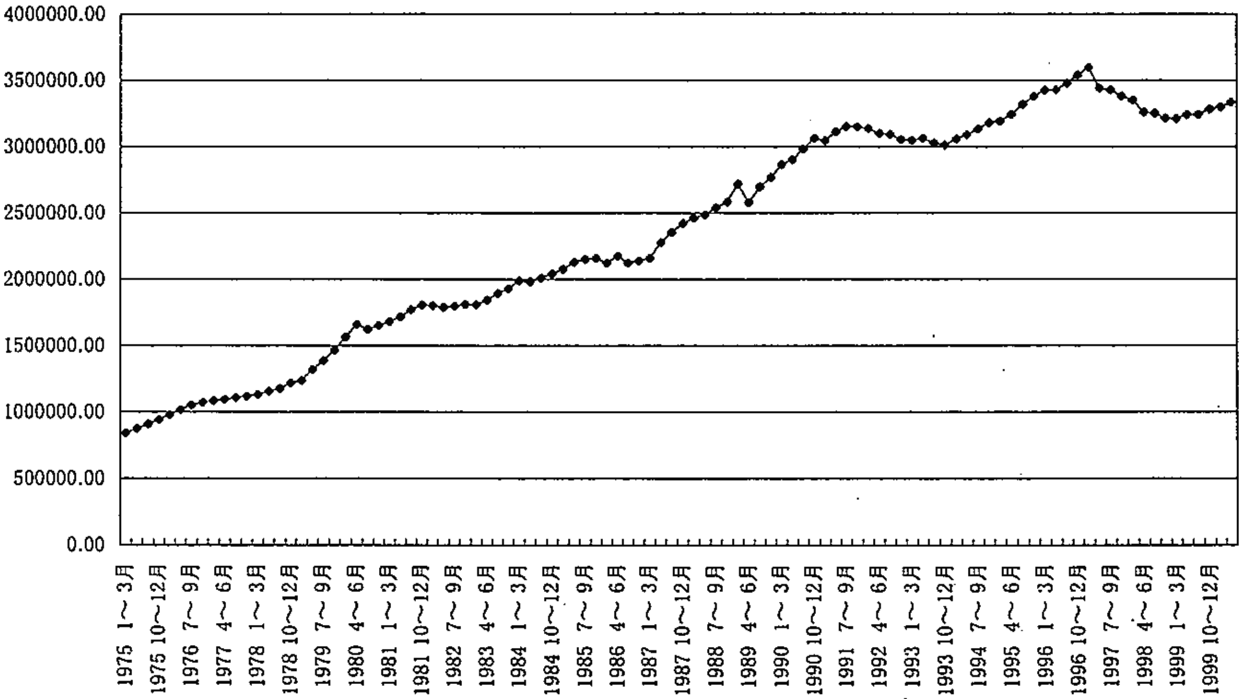
デルとは異なり，主として前処理で推定された残差系列を処理する形になっている．[19] X-12-ARIMA の中にある改訂 X-11 プログラムは，原 X-11 法において使用されていた移動平均フィルターなどが少し変更されているが，結果として得られる従来 X-11 デフォルトと呼ばれていた数値にほぼ一致する．X-12-ARIMA 法は AIC 最小化基準で選んだ ARIMA モデルを用いた他はほぼ自動的に設定されているデフォルト選択を利用した．したがって改良 X-11 法のデフォルト選択を X-12-ARIMA 法の中でさらに利用していると見なしてよい．DECOMP 法については具体的には Web-Decomp をインターネット上で利用したが，そのオプションでは AR 項次数を 0，トレンド次数 2 とした他，[20] 曜日効果モデルも活用した結果をさらに他の用途に使った．

なお当然のことであるが，仮想的シミュレーション・データの場合には真の季節要素が分かっているので季節調整法の良し悪しを明確に述べることは可能であるが，現実のデータの場合には正しい季節調整値を定義することが必要

第8図　経常利益・季節調整値の前期比



第9(a)図　季調済売上高(x12)　モデル：(0 2 2)(0 1 1)，曜日調整なし

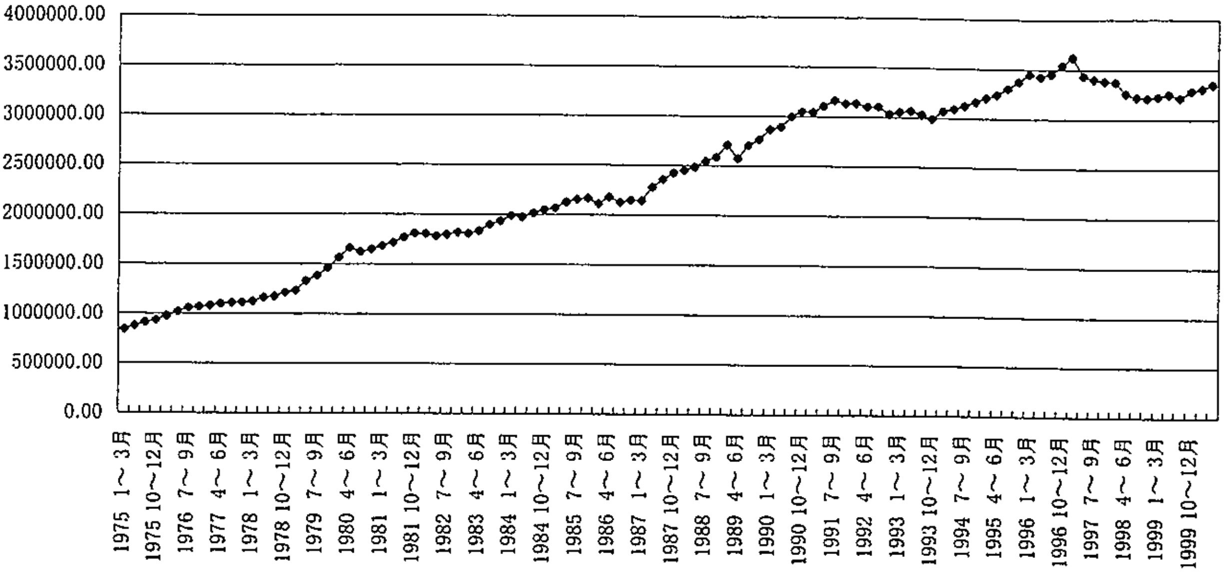


となり，それはそれほど簡単ではない．ここでは我々の行なった分析において得られた3つの季節調整法によりどの程度その数値が異なるかを比較する事が主たる目的である．

経常利益系列

経常利益系列について X-12-ARIMA 法により季節調整を行なった結果は曜日効果の有無とともに既に第7(a)図と第7(b)図に示した．さらに X-11 法と DECOMP 法により計算された季節調整値を第7(c)図と第7(d)図に示しておく．ここで各方法におけるパラメターの設定は既に説明したとおりである．結果として得られた季節調整値は水準そのものはほとんど区別す

第 9 (b) 図　季調済売上高 (DECOMP)



ることは出来ないことが分かった.

季節調整値を推計する 1 つの目的は短期的な系列の変動を見ることにある. そこで経常利益系列について得られた 3 つの季節調整値から前期比系列と前年同月比系列を推計したが, 1990 年以降の前期比系列の結果のみを第 8 図に示しておいた. 前年同期比で見ると 3 つの系列はほとんど区別することが出来ないが, これは季節調整法が適切であれば自然な結果であろう. ここで特に注意を要することとしては前期比の比較では 3 つの方法で得られた季節調整値には若干の差が見られる. 特に X-12-ARIMA 法において曜日調整を行なうと, X-11 法の季節調整値と比較すると前期比系列の変動幅が若干小さめに出ることが多いことがわかる. これは X-12-ARIMA では改良 X-11 のデフォルト選択である種の不規則変動を取り除くとともに RegARIMA モデルの利用によりさらに大きな変化をあらかじめ取り除いて平滑化した結果と推測される.

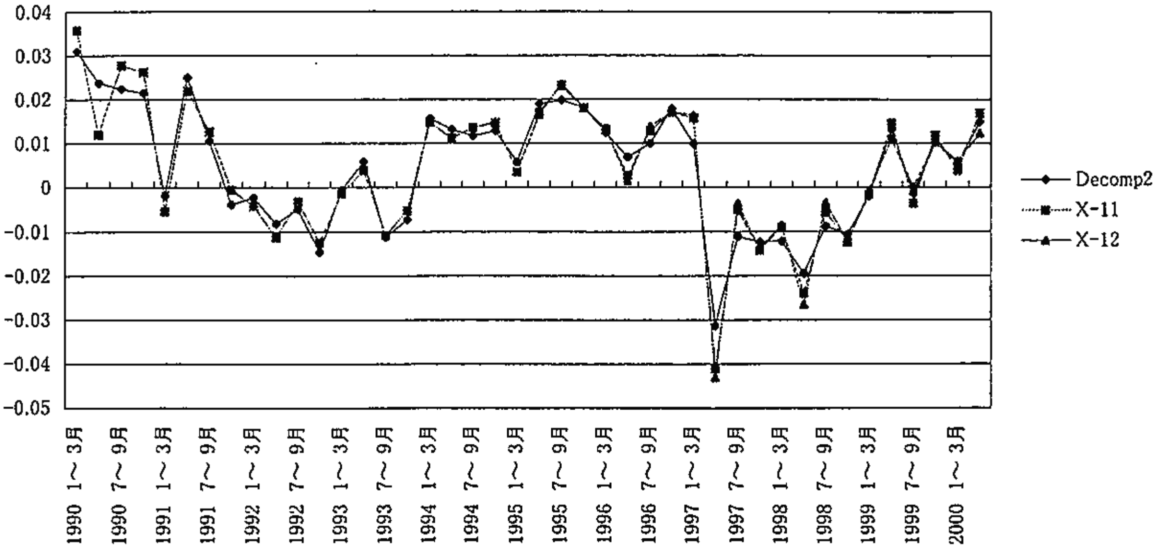
X-12-ARIMA 法と DECOMP 法による前期比の季節調整系列は直近時点で少し落ち込んでいるが, これは 2000 年第二四半期における原系列の落ち込みが季節成分によるものだけではない事を推計している. X-11 法による季節調整値はこれまでしばしば直近時点における季節成分を移動平均フィルターにより上手く除去できないことが指摘されてきている. このように直近時点における調整値が推計方法により異なる場合には X-11 法の推定結果については注意が必要であろう.

売上高系列

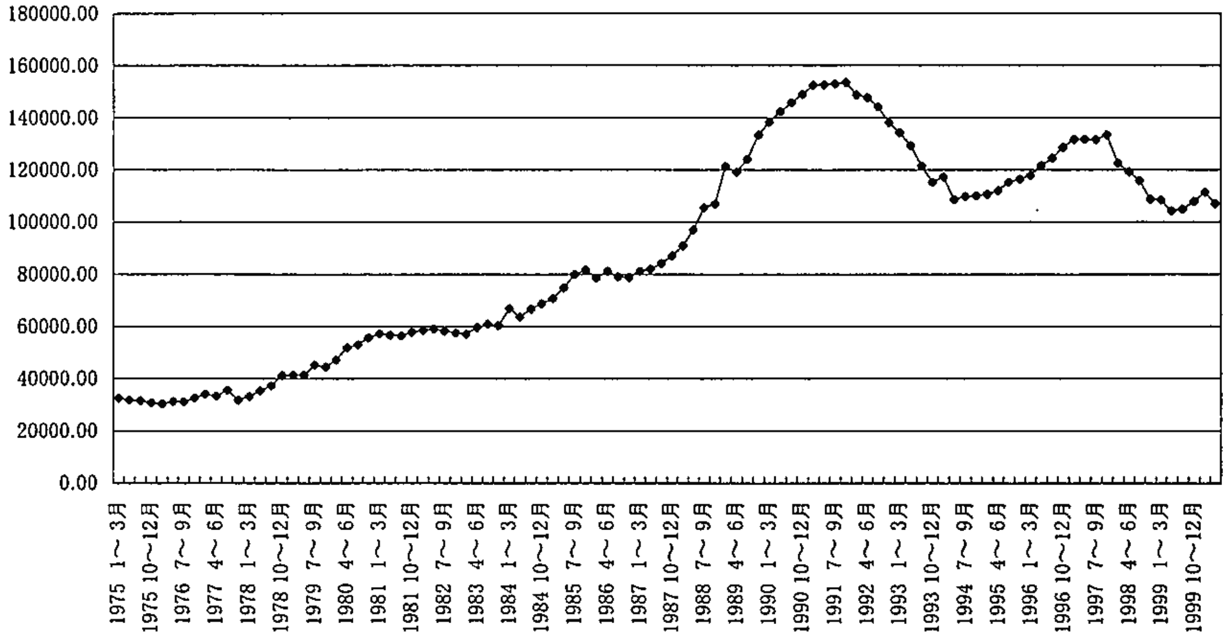
売上高系列については X-12-ARIMA 法と DECOMP 法による季節調整の推定結果を第 9(a), (b) 図に示しておいた. X-12-ARIMA 法の設定は経常利益系列と同様であるが, 曜日効果があまり有意に検出されなかったので曜日調整は全く行なわなかった. 第 10 図には X-11 法, X-12-ARIMA 法, DECOMP 法により季節調整を行ない得られた季節調整値から計算した前期比をプロットしておいた. この図から判断する限り経常利益についての説明とほぼ同様なことが云えるが, 直近時点における問題はほとんど見られないので, 実務的に大きな問題が生じる事はないようである.

しかしながら, ここしばらくの日本経済のマクロ的状況では売上高系列や経常利益系列などは四半期系列からの前期比の水準は微妙な水準で変化しているので変化率がゼロの近傍にあるときには特に注意すべきであろう.

第 10 図　売上高・季節調整値の前期比



第 11 (a) 図　季調済設備投資 (x12)　モデル：(2 1 2) (0 1 1)，曜日調整なし



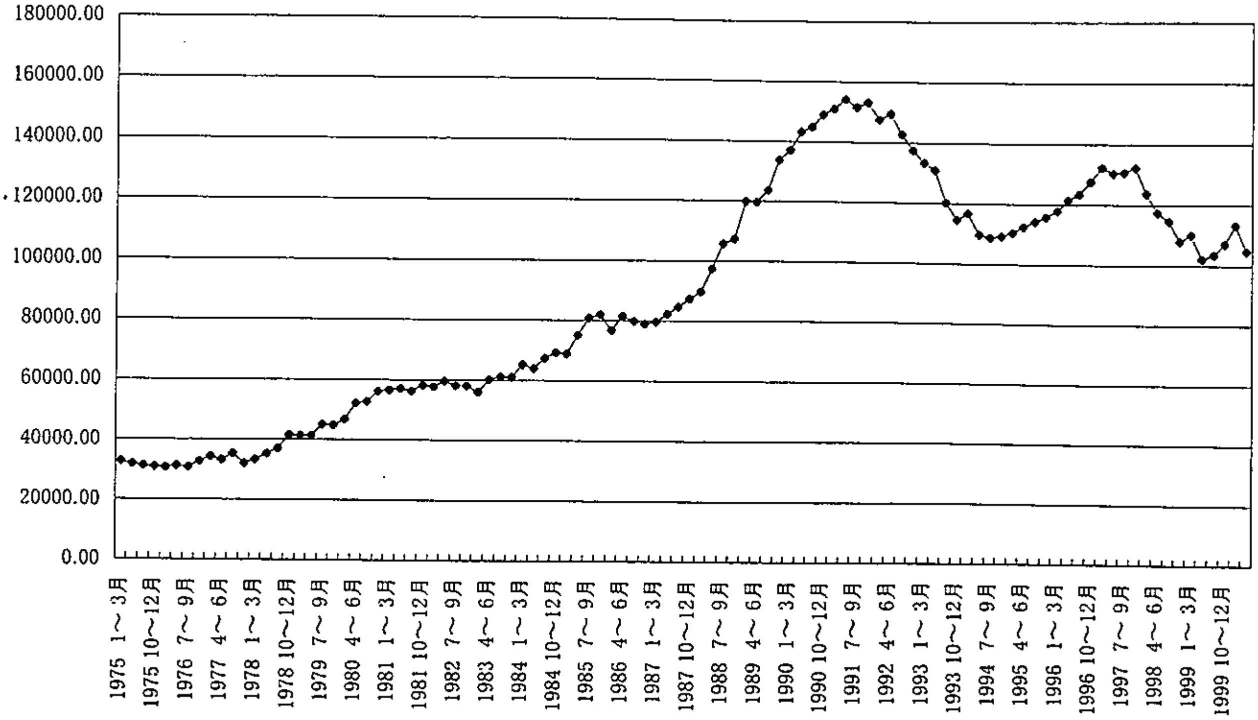
設備投資系列

設備投資系列について X-12-ARIMA 法と DECOMP法による季節調整の推定結果を第 11(a) 図と第 11(b) 図に示しておいた．2つの方法の設定は経常利益系列と売上高系列と同様に行なったが，曜日効果は有意に推定されなかったので採り入れた推定は行なっていない．

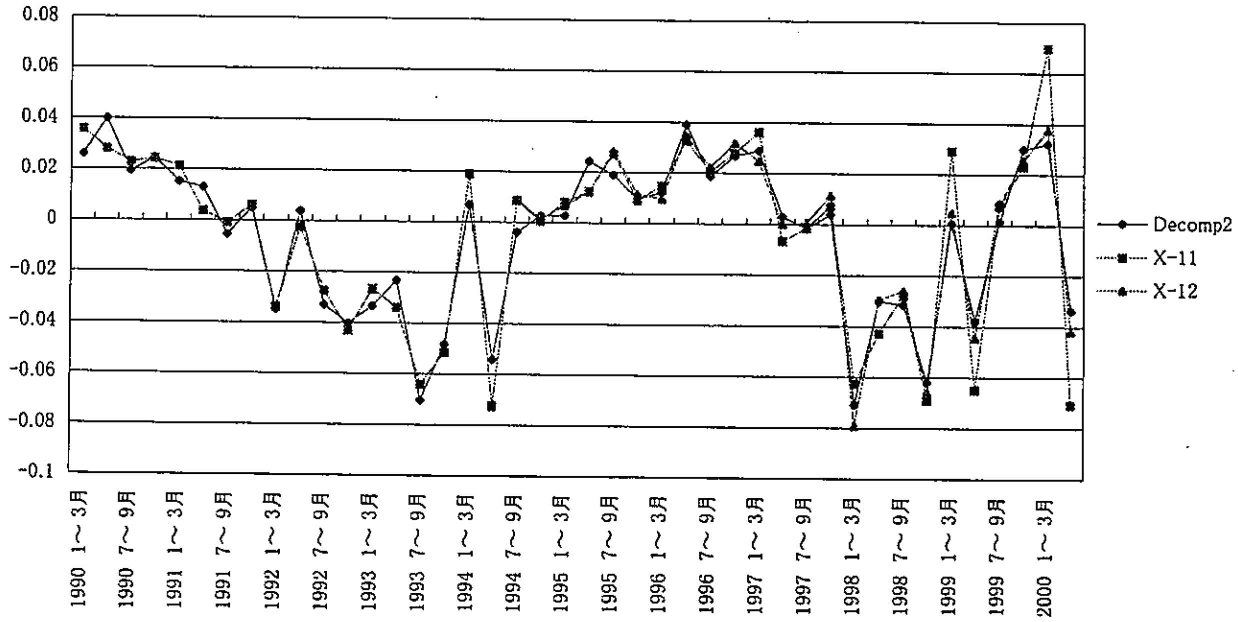
第 12 図 に は X-11 法，X-12-ARIMA 法，DECOMP 法により季節調整を行ない得られた季節調整値から計算した前期比をプロットしておいた．この図から判断する限り売上高系列についての説明とほぼ同様なことが云える．ただし，設備投資系列は前年同月比で見ると僅かではあるがプラスの範囲内で減少している．前期比の推定値はこうした微妙な変化が増幅されているようである．特に X-11 法による季節調整系列は直近時点でかなり大きな変動幅を示している．

ここで設備投資系列のように季節性が発散的である場合には特に直近時点での季節性の推定

第 11 (b) 図　季調済設備投資 (DECOMP)



第 12 図　設備投資・季節調整値の前期比

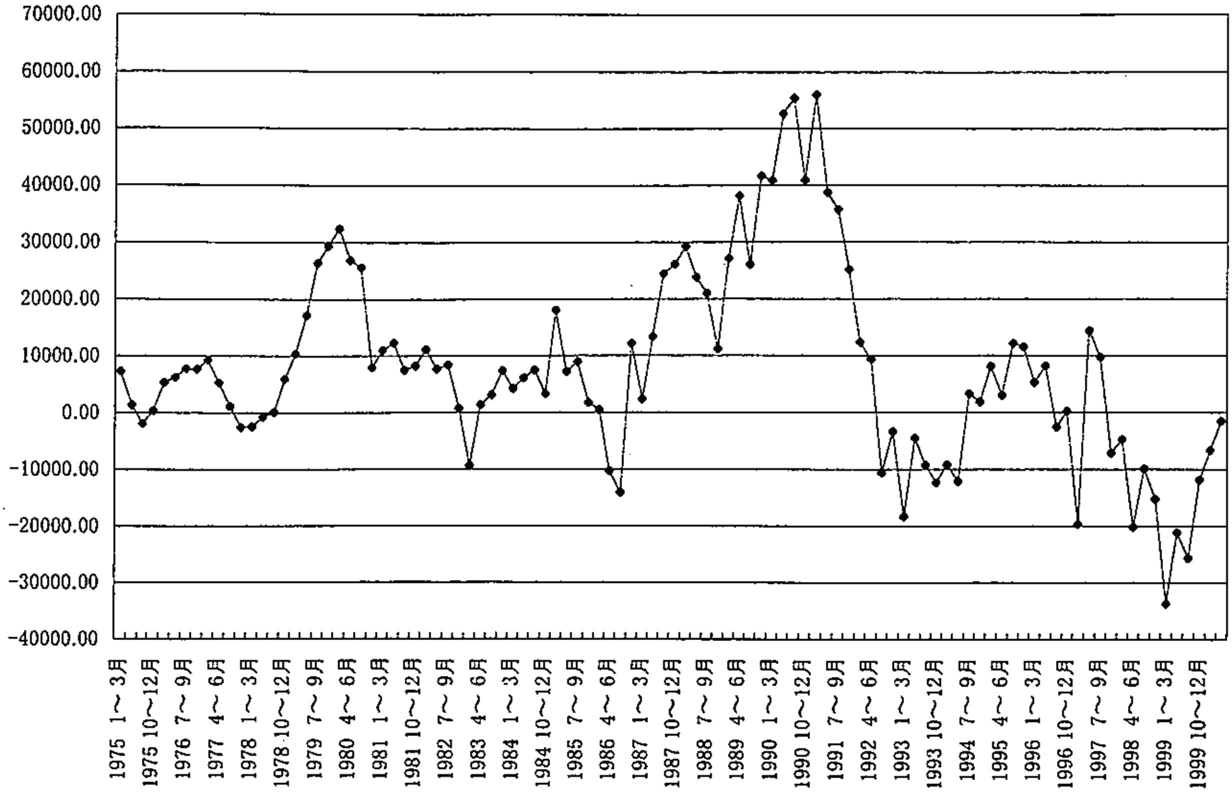


誤差がかなりある事に注意しておく必要があろう．どの季節調整系列によっても 2000 年にはプラス成長からマイナス成長に大きく変化しているが，同時に季節成分の推定誤差は大きくなっていると考えられよう．

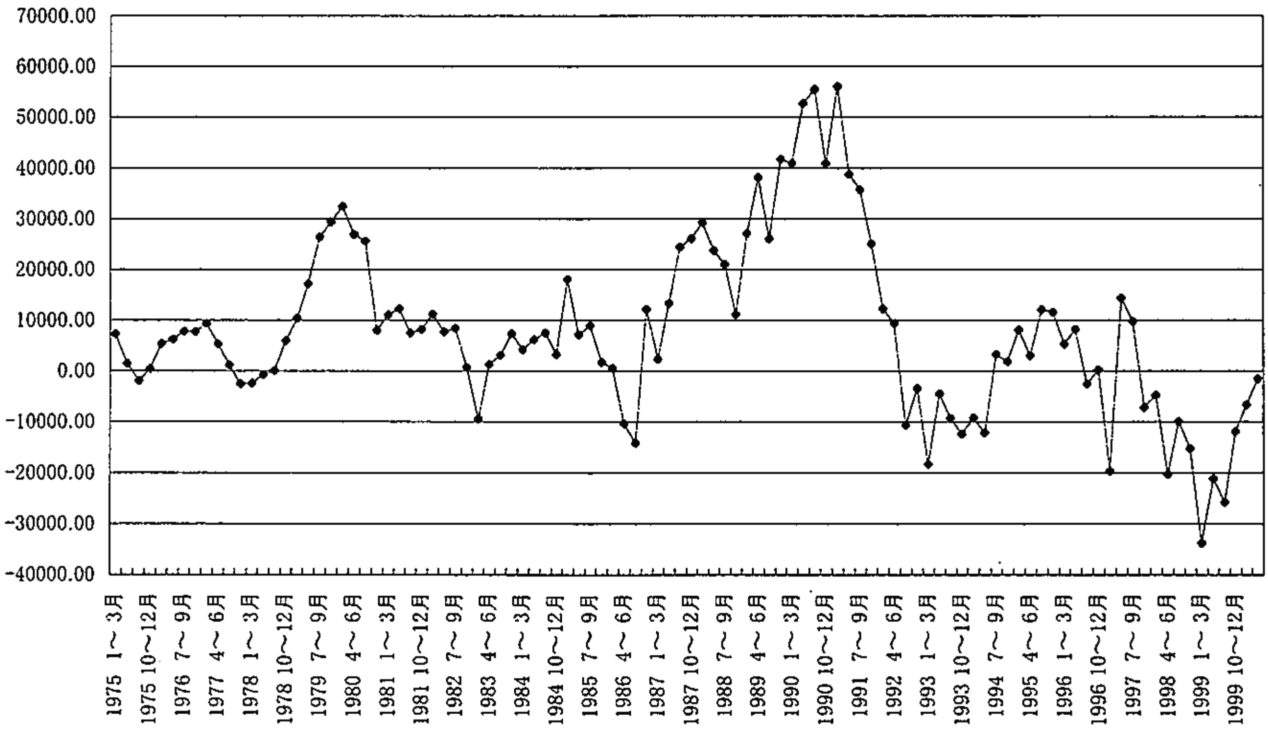
在庫投資系列

在庫投資系列の季節調整は既に 3 節で議論したように X-12-ARIMA 法などの季節調整法で想定している仮定が明らかに成り立っていないという意味で季節調整値を推計することがかなり困難である．標準的な季節調整法では乗法的モデルを想定して季節調整を行なう事が多い

第 13 (a) 図　季調済在庫投資 (x12)　モデル：(0 2 2) (0 1 1), 曜日調整なし

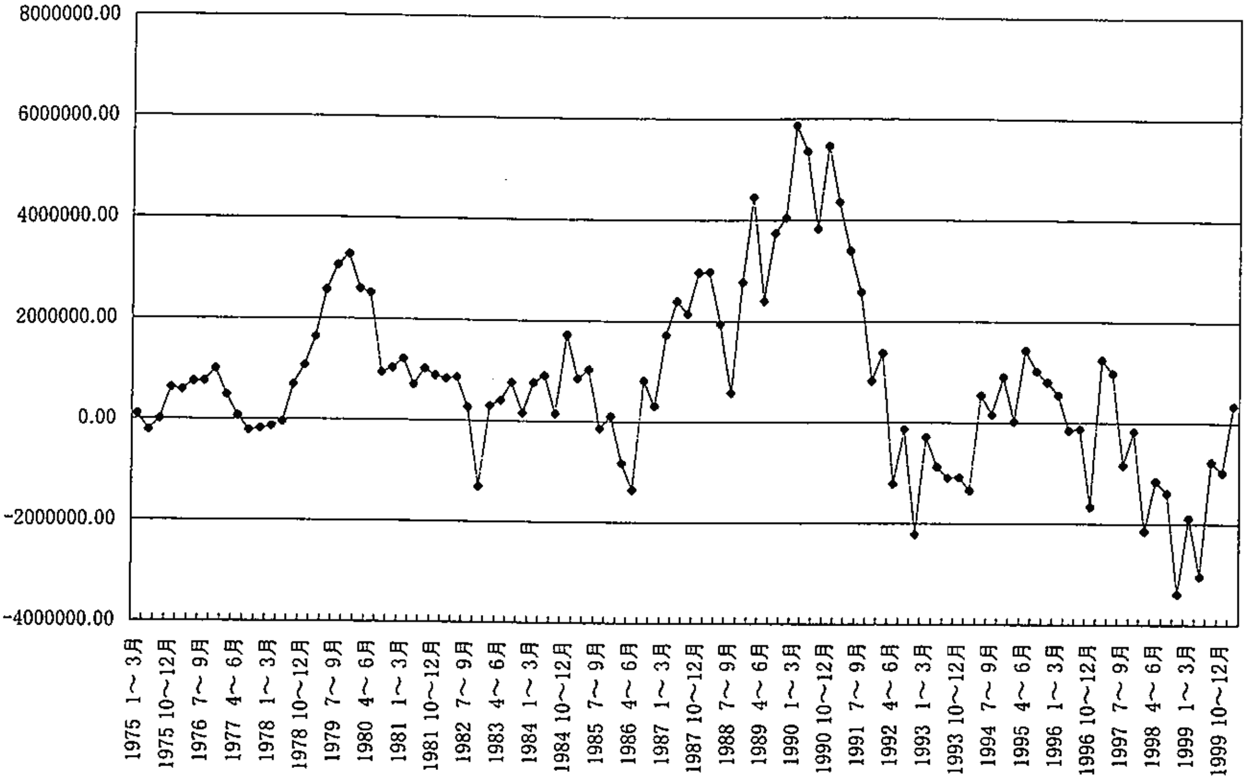


第 13 (b) 図　季調済在庫投資 (x12)　モデル：(1 0 0) (0 1 1), 閏年, 曜日調整あり



が，この場合には利用可能でないので加法型モデルを使う事がまず考えられる．そこで在庫投資系列について加法型の季節調整を想定してX-12-ARIMA 法と DECOMP 法による季節調整の推定結果を第 13(a) 図と第 13(b) 図に示しておいた．むろんこの場合には季節成分が明ら

第 13 (c) 図　季調済在庫投資 (x12)　(その 2)
※期首 (0 1 1) (0 1 1)・期末 (2 1 0) (0 1 1) による調整後に差により推計



かに発散的であるので，この方法で季節調整値を推定したとしてもその推計誤差はかなり大きくなる．２つの季節調整法の設定は加法型である事を除き経常利益系列などの場合と同様である．ただし，X-12-ARIMA 法で利用している改良 X-11 法における線形フィルターの利用の仕方は乗法型とは少し異なっている．

ここで加法型季節調整は原理的にかなり問題が多いので，もう１つの季節調整の方法を考察した．在庫投資系列はもともと期末と期首の棚卸資産の差により推定されているので期末と期首の資産の季節調整を行なう事が考えられる．この場合には期末と期首の棚卸資産は非負値のデータであり，その季節性は経常利益などにかなり類似の様相を呈している．このことから期末と期首の棚卸資産データに対して季節調整を行ない，それらの季節調整値より事後的に在庫投資系列の季節調整値を作成してみた．この季節調整値の結果をまとめたのが第 13(c) 図である．第 13(c) 図によれば在庫についての２つの計算方法による季節調整値はそれほど変化しないことがわかった．いずれにしても２番目の方法は乗法型でも加法型でもない擬乗法型とも云うべき季節調整法ということになる．X-12-ARIMA 法において RegARIMA モデルを利用するのであれば後者の方法がより整合的と思われるが，実務的にも安定的な結果を得るには定期的に DECOMP 法などの推定結果により検討することが望ましい．

集計問題

法人企業統計季報では数多くの産業別系列が公表されている．季節調整値を計算するにあたってはすべての系列を整合的に計算する事が望ましいとも思えるが，これを実現するのは技術的には容易でない．例えばX-11法やX-12-ARIMA 法を利用する場合には，想定している統計モデルは線形フィルターではなく非線形性が混入しているので，個別の系列の季節調整系列の合計と系列の合計値の季節調整値は一般的には同一にならない問題が生じる．したがって，X-12-ARIMA 法を利用する場合には個別系列

まで精度を保ちつつ季節調整系列を算出する事はかなり困難となる．産業別の個別系列については集計値の説明上で必要となる場合もあるのでそうした場合には DECOMP 法等で簡単に季節調整系列を計算しておくことが適当であろう．

今回の分析では集計値の他に製造業と非製造業別のデータについても分析を若干行なった．X-12-ARIMA 法を適用するときには対応する RegARIMA モデルの識別が少し煩雑となるが，限定された ARIMA モデルの中での AIC 最小化基準で行なえばそれほどの作業量とはならないようである．X-12-ARIMA 法ではコマンドの **composite**（集計）を利用して 1 度に季節調整系列を計算することができるので，実際の計算上での煩雑さはそれほど問題にはならなかったが，RegARIMA モデルの識別などの手続きはかなり煩雑になる．集計値系列に対して直接に季節調整を行なう方法をここでは直接法 (direct method) と呼び，製造業系列と非製造業系列等の集計系列の構成要素に対してまず季節調整を行ない集計する方法を間接法 (indirect method) と呼んでおこう．

さて結果としては今回の我々が行なった限られた範囲での分析からは，構成系列の季節調整値の集計値と集計量の季節調整値との乖離はそれほど大きくなかった．したがって集計値の分割を行なっても結果としては季節調整値の整合性はほとんど損なわれないこととなった．もっとも我々が扱ったのは構成系列が 2 の場合であり，構成系列が多数の場合には様々な吟味が必要であろう．

6. 考　察

前節までに説明した法人企業統計季報データの季節成分の分析から季節調整法 X-12-ARIMA(2000) の利用について幾つかの有益な論点が得られた．これまで議論したすべての内容が他の官庁統計に当てはまるとはむろん云えないが，他の経済統計や官庁統計を検討する際にもかなりの参考となる議論が含まれていると思われる．

第一に季節調整法についてはこれまでに比較的多くの官庁統計で用いられてきた X-11 法，近年になりセンサス局で開発された X-12-ARIMA 法，統計数理研究所で開発された DECOMP 法を用いて 2000 年末時点で利用可能な法人企業統計季報における主要な 4 つの系列について比較検討した．本稿で既に説明したようにデフォルト選択による X-11 法の利用は X-12-ARIMA 法の中にほとんど原型のままで組み込まれているので季節調整法として X-11 法を採用するという選択は意味が無くなっている．X-12-ARIMA 法と DECOMP 法についてはこれまでに説明したような手順で分析を行なった結果からは特にどちらが優れている等の優位性を確認することは出来なかった．むしろここで分析した推定結果からは，分析方法の違いから考えると驚くほど結果が類似していることが明らかとなった．すなわち，それぞれ注意深く統計的なモデル選択を行い，原系列に対して季節調整値を計算すると得られる結果には実務上で問題となりうるほどの大きな差が生じる事はあまりないと考えられる．

ここで X-11 法を X-11 法の計算プログラムをデフォルト選択で利用する場合と解釈すると，X-11 法で得られた推定結果と X-12-ARIMA 法や DECOMP 法の結果と差が生じる場合には X-11 法のフィルターによる直近時点でのデータの扱いが実務的な問題を生じさせる可能性があることが示唆される．したがって，こうしたことが生じる状況では注意深くその差を検討する必要があると考えられよう．

第二には X-12-ARIMA 法の長所としてしばしば引用されている RegARIMA モデルを用いた季節調整法を利用するにはかなりの専門的知識と経験のある専門家が必要であり，専門家がデータの季節性等の分析に用いる場合にはその長所をかなり発揮することが可能であろう．例えば本稿で取りあげた企業のマクロ系列の場合には消費税の企業部門への短期的影響をあらかじめ取り除いて季節調整値を定義し，その季

節調整値を推計したいのであればX-12-ARIMA法はかなり簡便ではあるが具体的手段を提供してくれている．他方，X-12-ARIMA法には利用者が使う事ができる様々な統計的な選択手続き（オプション）があるのでその使い方を誤ると実務上の問題も生じる可能性も少なくないと思われる．したがって，X-12-ARIMA法を用いる場合には，情報開示の視点からもオプションに関する明確な基準の設定と定期的な見直しが不可欠となろう．また公表値などの作成にX-12-ARIMA法による計算を利用しようとする場合には，他の方法により定期的に公表系列や参考値系列の作成方法をチェックすることが望ましい．いずれにしてもX-12-ARIMA法で利用されるRegARIMAモデルは定期的にメンテナンスすることが不可欠であるので，その場合にはDECOMPは便利な方法を提供すると考えられる．

第三には集計量をごく少数の構成要素から季節調整値を整合的に計算するにはプログラムX-12-ARIMAのスペック・コマンドの**composite**（**集計**）を用いる事で簡単に実現できる．[21] 他方，より細かい産業分類のデータまで季節調整を実現しようとすると，X-12-ARIMA法では各産業ごとに適切なRegARIMAモデルの識別などが必要となりかなり煩雑になるばかりでなく，産業レベルでの季節調整の安定性を保証するにはかなりの日常的な分析が必要となる．[22] したがって産業分類レベルでの季節調整値の作成は注意深く検討すべき今後の課題と言えよう．

第四に特に官庁統計の実務関係者の間では季節調整値を計算する方法としてはX-12-ARIMA法を採用することが全体としての官庁統計の整合性等の観点から望ましいとの意見が根強くある．しかしながら現状では関連分野の研究者を含め大多数の関係者を完全に納得させる意味でのただ1つの正しい季節調整法は存在していない．特にX-12-ARIMA法では既に説明したように統計的方法としてRegARIMAモデルの選択が必要となり，あるデータ範囲で統計的に求めたモデル選択の結果が時間の経過とともに新たにデータが蓄積されるにしたがい適切ではなくなってくるという，いわばモデル・リスクが生じる可能性がある．したがって，X-12-ARIMA法による季節調整値を利用する場合にはDECOMP法のように瞬時に季節調整値を推計できる方法を用いて定期的に結果をモニターしておく事が大切であろう．

最後になるが一般の利用者の立場から経済統計や官庁統計における季節調整値の扱いについての要望を述べておこう．官庁が定期的に官庁統計データを作成・公表する場合には，季節調整系列の作成方法についての説明が十分に理解されずに，エコノミスト等を通じて混乱した議論が行われる可能性もあろう．特に近年のように日本の経済成長率がゼロ付近で推移している時には，マクロ・データの季節調整値にもとづく経済情勢の判断などに大きな問題をはらむ可能性もある．したがって，データを作成・公表している当局者には原系列の作成方法の開示とともに，季節調整の方法などについても第三者に分かるように定期的に情報を開示するより一層の努力が必要であろう．

＊ 本稿で報告する分析結果のもととなるデータ処理の多くを実行してくれた東京大学経済学研究科院生の高岡慎君に特に感謝する．データを提供してくれた財務省財務総合政策研究所調査統計部の関係者にも感謝する．

1) 本節で述べる説明は国友 (2001) の付録とほぼ同一である．

2) 具体的な修正個所・改善個所についての情報はセンサス局ホーム・ページにあるX-12-ARIMA法についてのファイル集上にCorrections（訂正個所）として公開されている．なお，関連して2001年6月京都で開催された日米時系列コンファレンスへの参加の為に来日したX-12-ARIMAプログラムの開発責任者フィンドレー博士によれば2001年秋にX-12-ARIMAプログラムはかなりの程度にわたり改訂される予定とのことであった．今後は2001年に公表される版を

X-12-ARIMA (2001) と呼ぶ必要があろう.

3) 季節調整法に関する統計的方法の基本については例えば溝口・刈屋 (1983) などを参照されたい.

4) Autoregressive Integrated Moving Average Model の略で自己回帰和分移動平均モデルと呼ばれている.

5) こうした技術的に細部なことについては本稿3節, あるいは国友 (2001) を参照されたい.

6) この分解は *http://www.ism.ac.jp/~sato* 上の Web-Decomp を利用した. 今回の報告では主として Web-Decomp を用いて系列の成分分解などを行なったが, このプログラム Web-Decomp については2節で簡単に言及した. 他の方法で分析することも不可能ではないが煩雑であり, それほど結果が変わらないので利用しなかった. なお本稿では DECOMP におけるオプションの指定ではトレンド次数2, AR (循環) 次数0をデフォルトとした.

7) 何もコマンドを指定しないと云う選択をデフォルト選択と呼んでいる. この場合についても計算プログラム上では様々な選択を行っているが, その詳細についてはマニュアルを参照する必要がある.

8) X-12-ARIMA 法ではコマンド **transform** (**変換**) を利用するとボックス・コックス変換が利用可能である. 詳しくは国友 (2001) かマニュアルを参照されたい.

9) こうしたことを考慮して X-12-ARIMA 法についての説明として国友 (2001) を作成したので開発当事者としてのセンサス局時系列研究グループの考え方を理解する上で参考になろう.

10) この X-12-ARIMA プログラムではここで簡潔に述べた手続きの他にも色々なオプションを利用することにより様々な統計的解析を行なうことが可能である. 詳しくは X-12-ARIMA マニュアル (U.S.Census Bureau (2000)) 又は国友 (2001) を参照されたい.

11) 同様にして例えば遅れ (ラグ) の二乗は $B^2y_t=B(By_t)=B(y_{t-1})=y_{t-2}$ を意味している. また $(1-B^s)y_t=y_t-y_{t-s}$ を意味する.

12) s次母自己相関関数とは $\gamma(s)=E[(y_t-\mu)(y_{t-s}-\mu)]$ で与えられる. ここでsは任意の整数値, $E(\cdot)$ は確率分布に基づく数学的期待値, $\mu=E(y_t)$ は平均値を意味するがこうした概念が数理的に意味を持つには統計的時系列解析における定常性の条件が必要となる. 母自己相関関数をデータ上で表現したのが標本自己相関関数である.

13) 移動平均部分に単位根が存在すると予測等に大きな問題が生じる. 統計的時系列分析を巡るこうした問題については例えばハーベイ (1985) を参照されたい.

14) この基準についての詳しい議論は Akaike (1973) または赤池 (1989) を参照されたい.

15) 複雑な ARIMA モデルにおいて自己回帰 (AR) 部分と移動平均 (MA) 部分に共通する因子が存在する場合にはモデルの識別が困難となりモデル推定が不安定になることが知られている.

16) 変化点が未知の場合にはt統計量についての教科書的な議論が成り立たない事が統計家の間ではよく知られている. むろん, 情報量基準の導出も通常の状況とは異なってくる.

17) 高岡 (2000) では月次系列において曜日効果がある場合に固定効果として回帰を利用する季節調整が不適切となる例を示している.

18) 高岡 (2000) はピリオドグラム解析における曜日効果の検出法とその問題点を解説している.

19) こうした X-11 法についての概略は例えば溝口・刈屋 (1983) を参照されたい. デフォルト選択でも異常値処理は行なわれている.

20) X-12-ARIMA 法での ARIMA モデルでは d=D=1 に制限したので DECOMP のトレンド次数を2に制限したのは自然であろう. 実際, AIC 基準でもこの選択が支持された. 曜日効果は X-12-ARIMA 法による値との比較上で用いた.

21) 他の方法でも間接法を用いるのであれば各季節調整値の和を計算するだけなのでむろん困難ではない.

22) 間接法では膨大な計算が必要となる他, 産業レベルでの季節調整の最適性と安定性を検討する必要がある. 他方, 直接法を適用する場合には個々の季節調整値と和の季節調整値には無視できない差が生じる可能性があるが, すべてを整合的に計算するには新たな季節調整法を開発することが必要となる.

7. 文　献

Akaike, H. (1973), "Information Theory and an Extension of the Likelihood Principle," in the *Second International Symposium on Information Theory*, eds. B. N. Petrov and F. Czaki, Budapest: Akademia Kiado, 267–287.

Box, G. E. P., and G. M. Jenkins (1976), *Time Series Analysis: Forecasting and Control*, San Francisco: Holden Day.

Findley, D. F., B. C. Monsell, W. R. Bell, M. C. Otto, B. C. Chen (1998), "New Capabilities and Methods of the X-12-ARIMA Seasonal Adjustment Program," *Journal of Business and Economic Statistics*, 16, 127–176 (with Discussion).

Shiskin, J., Young, A. H., and Musgrave, J. C. (1967), "The X-11 Variant of the Census Method II Seasonal Adjustment Program," Technical Paper 15, Bureau of Census, U.S. Department of Commerce, Washington D.C.

U.S. Bureau of Census (2000), "X-12-ARIMA Reference Manual Version 0.2.7," Statistical Research Division, (*http://www.census.gov/srd/www/x*12a よりダウンロードが可能).

赤池弘次(1989)「事前分布の選択とその応用」, 鈴木・国友編『ベイズ統計学とその応用』収録（東京大学出版会).

ハーベイ, A. C. (1985)『時系列モデル入門』国友・山本訳（東京大学出版会).

北川源四郎(1993)『時系列プログラミング』岩波書店.

国友直人(1997)「季節調整法 X-12-ARIMA の問題点」, 東京大学経済学部 Discussion Paper No. J-97-1（「経済統計研究」Vol. 25-1 に収録, 誤植訂正版を *http://www.e.u-tokyo.ac.jp* の中の国友のホーム・ページよりダウンロード可能とする予定).

国友直人(2001)「解説 X-12-ARIMA2000（暫定版)」東京大学経済学部 Discussion Paper No. CIRJE-J-47（*http: //www.e.u-tokyo.ac.jp/cirje/research/*03 *research*02dp_j/html よりダウンロード可能).

溝口敏行・刈屋武昭(1983)『経済時系列分析入門』(日本経済新聞社).

高岡慎(2000)『曜日効果の識別と確率モデル』東京大学経済学研究科修士論文（投稿中).

統計数理(1997)『季節調整法特集』統計数理研究所.

〔東京大学大学院経済学研究科・経済学部教授〕

日本統計学会誌
第35巻，第1号，2005年9月
1頁～26頁

経済季節性と季節転換時系列モデル*

国 友 直 人[†]，高 岡 慎[‡]

Seasonality, RegARIMA (X-12ARIMA) Model and Seasonal Switching Time Series Models

Naoto Kunitomo[†] and Makoto Takaoka[‡]

米国商務省センサス局で開発されている季節調整プログラム X-12-ARIMA（2002）では RegARIMA モデルと呼ばれる統計的時系列モデルを利用してデータの事前調整を行っている．本稿ではまず経済時系列が非定常な和分過程（nonstationary integrated process）の実現値であると見なして RegARIMA モデルを利用すると必然的に生じる問題や見せかけの季節単位根（spurious seasonal unit roots）と呼ぶべき問題を議論する．次に多くの経済時系列において観察される季節性を処理する枠組みとして，季節転換自己回帰移動平均モデル（SSARMA モデル）および Reg 季節転換自己回帰移動平均モデル（RegSSARMA モデル）を提案し，経済時系列の季節性の理解や季節調整への利用を例示する．

In the recent X-12-ARIMA program developed by the United States Census Bureau for seasonal adjustments, the RegARIMA modeling has been extensively utilized. We shall discuss some problems in the RegARIMA modeling when the time series are realizations of non-stationary integrated stochastic processes and the possibilities of "spurious seasonal unit roots" in economic time series. We propose to use the seasonal switching autoregressive moving average (SSARMA) model and the regression SSARMA (RegSSARMA) model to cope with seasonal fluctuations commonly observed in many economic time series. We give some illustrations of data analysis.

Key Words and Phrases: X-12-ARIMA，季節調整，RegARIMA モデル，見せかけの季節単位根（spurious seasonal unit roots），SSARIMA モデル，RegSSARMA モデル．

1. はじめに

経済時系列における季節的変動は統計的時系列分析の重要な対象である．特に日本や米国を含め世界中の多くの官庁では月次や四半期ごとに多くの経済統計を公式の統計として公表している．したがって季節性の処理問題は単に経済データの解析ということにとどまらず，官庁より定期的に公表している経済・社会データが重要な情報として様々な形で活用されていることから社会的に重要となっている．中央政府では官庁統計データを基礎資料として活用し，様々な政策の決定や評価を行っている．さらに家計や企業など民間経済主体もまた定期的に公表される経済統計を活用し，消費や投資など活動の意志決定における基礎資料として利用している．ここで経済時系列の原系列の多くには程度の差こそあれ，季節的要因が含まれている為に原系

* この論文は Discussion Paper CIRJE-F-146（東京大学日本経済国際共同研究センター）の改訂稿であり，2002年9月に統計関連学会連合大会（明星大学）で研究報告した内容にもとづいている．原論文に含まれていた誤りの指摘を含め，二人のレフェリーからの有益なコメントに感謝する．

† 東京大学大学院経済学研究科（〒113-0033 東京都文京区本郷 7-3-1）
‡ 東京大学先端科学技術研究センター（〒153-8904 東京都目黒区駒場 4-6-1）

列を観察することにより直接に関心のある側面についての情報を得ることは容易でない．しかしながら，例えば経済全体の動きとして景気動向を分析することは経済政策の当局者や民間エコノミストにとり重要な問題であるが，分析対象となる経済時系列が季節変動によりその分析が左右されることは望ましくないと考えられよう．こうした側面は単なる例示にすぎないが，経済時系列における季節性の統計的処理の問題は政府の政策決定や民間の経済活動に関わる実用上の課題としても，極めて重要なのである．

日本をはじめ多くの先進諸国では経済統計の季節調整済系列を発表するにあたって，経済データの季節性を処理する為の何らかの統計的方法を利用して季節調整を行っている．この点に関連する官庁統計における近年での最も重要な動きは，米国商務省センサス局に属する時系列研究グループにより季節調整ソフトウェア X-12-ARIMA の最新版が公開されたことであろう．この新しいソフトウェア X-12-ARIMA では RegARIMA モデルと呼ばれる統計的時系列モデルが広範に利用されている[1]ことがこれまで利用されてきた季節調整プログラム X-11 の相違点とされている．この X-12-ARIMA プログラムは日本の官庁当局を含めて広汎に利用されているので，実務的レベルへの影響は非常に大きい．

本稿ではまず X-12-ARIMA において基本的分析用具となっている統計的モデルである RegARIMA モデルに基づく時系列の処理について，いくつかの重要な統計的問題があることを指摘する．実際の経済データに RegARIMA モデルを当てはめると，多くの場合は分析対象の時系列データが季節和分（seasonal integration）を有する時系列の実現値であると見なされる．このことを素直に解釈すると，経済時系列の多くはランダム・ウオーク過程にしたがう季節性を含んでいることになる．仮に経済時系列が季節和分を含んでいると見ると，季節成分の分散は時間にほぼ比例するよう増大していくはずである．しかしながら，多くの経済時系列では季節変動のパターンは時間の経過とともに変動してはいるものの，ランダム・ウォークや和分過程のようにその季節的ばらつきが一方的に大きくなっていくとは見なし難く，かなりの規則性が観察されることが多い．そこで，現実に観察される経済季節性を，季節和分を含む非定常な確率過程の実現値として処理するのが適切であるのか否かという統計的問題が生じることになる．他方，季節的ランダム・ウォーク・モデルや季節和分過程モデルを利用するとしばしば満足すべき結果をもたらすように判断されることも事実である．ここでは統計的に検出される非定常な季節性モデルの当てはまりはある意味で「見せかけの効果」（spurious e.ects）である可能性があり，別の方向から季節性を表現することが可能かもしれないと言う論点を指摘する．もし，見せかけの季節性の効果が正しい解釈であるとすると，季節性のある経済時系列の予測問題，あるいは特に時系列モデルを用いる季節調整法の評価にとり重要な問題を提起していることになる．

次に本稿では季節転換 ARMA（SSARMA）および RegSSARMA と呼ぶ時系列モデルのクラスを導入し，経済時系列の季節性の処理に利用することを考察する．こうした時系列モデルは1変量季節 ARIMA モデルおよび季節 RegARMA モデルの比較的単純な拡張と見なせる，非定常なトレンド要素と組み合わさった定常な季節性の表現を可能にする．ここでは SSAR モデルは非常に柔軟であり，多くの季節性を表現する統計的モデルをその特殊ケースとして含んでいるということを説明する．また，ここしばらく経済時系列分析では標準的となっている季節 ARIMA モデルを実際のデータに適用する時によく季節単位根を導入すべきという結論に至る

[1] 季節調整プログラム X-11 と X-12-ARIMA や RegARIMA モデルの利用についての詳細は例えば Shiskin et. al. (1967), Findley et. al. (1998) や国友（2004）を参照されたい．また，この間の季節調整法を巡る議論については例えば統計数理（「季節調整特集号」1997年）に掲載された論考や国友（2001）を参照されたい．

のは何故かという問題についての理論的な結果を示し，さらに実証例を用いて説明する．本稿で導入する季節転換時系列モデルと RegSSAR モデルを利用して実際の経済時系列の季節性を扱う統計的方法には，季節調整を含めて様々な応用があると思われる．

なお，季節転換時系列 SSAR モデルに関連する類似の時系列モデルとしては，PAR モデル（周期的 AR モデル）と呼ばれる時系列モデルのクラスが既に提案されている．こうした季節性の時系列モデルの詳細は Franses（1996）や Ghysel＝Osborn（2001）などに説明されている．本稿で導入する季節転換 SSAR モデルはこれらの時系列モデルとは幾つかの点で異なっており，両者の関係については 3.4 節で議論する．

あらかじめ本稿の構成を説明しておくと，2 章では季節調整プログラム X-12-ARIMA で利用している RegARIMA モデルにおける回帰パートの推定について考察し，統計的問題点を指摘する．次に 3 章では季節転換時系列モデル SSARMA モデルおよび RegSSARMA モデルを導入し，それらの統計的な性質について説明する．4 章では日本の民間消費支出と，Box＝Jenkins（1976）で用いられた著名な航空機利用者数の時系列データを用いた分析を報告する．最後に 5 章において本稿で得られた結論を示す．理論的結果に関する数理的証明の詳細は数学補論にまとめて与えておいた．

2.　RegARIMA モデルと非定常性

米国センサス局によって開発されている季節調整プログラム X-12-ARIMA では RegARIMA モデル（Findley et. al.（1998)））と呼ばれる時系列モデルのクラスが重要な役割を演じている．本節ではこの自己回帰和分移動平均にしたがう誤差を持つ回帰（regression autoregressive integrated moving average，略して RegARIMA）モデルについてこれまで指摘されていないように思われる重要な統計的問題を考察しよう．ここで確率変数列 $\{y_t, t=0,1,\cdots\}$ は確率定差方程式

$$\phi_p(B)\Phi_P(B^s)(1-B)^d(1-B^s)^D\left[y_t-\sum_{j=1}^{r}\beta_j z_{jt}\right]=\theta_q(B)\Theta_Q(B^s)\sigma v_t \tag{2.1}$$

を満たす 1 変量の時系列とする．ここで B は $By_t=y_{t-1}$ となるバック・シフト・オペレータ，$\{z_{jt}, j=1,\cdots,r\}$ は r 個の非確率的な説明変数である．さらに，季節自己回帰和分移動平均（SARIMA）モデルに関するラグ多項式を季節周期 s（正整数）に対し

$$\left.\begin{aligned}\phi_p(B)&=1-\phi_1 B-\cdots-\phi_p B^p,\\ \Phi_P(B^s)&=1-\Phi_1 B^s-\cdots-\Phi_P B^{sP},\\ \theta_q(B)&=1-\theta_1 B-\cdots-\theta_q B^q,\\ \Phi_Q(B^s)&=1-\Theta_1 B^s-\cdots-\Theta_Q B^{sQ}\end{aligned}\right\} \tag{2.2}$$

と定義しよう．ここで $\{\phi_j\}$，$\{\Phi_j\}$，$\{\theta_j\}$，$\{\Theta_j\}$ は ARIMA 部分の未知母数（パラメター），$\sigma(>0)$ は誤差の標準偏差を表す母数であり，$\{\beta_j\}$ は回帰部分の未知母数である．

さらに確率的差分方程式（2.1）より定まる特性方程式について次の 2 つの条件を仮定する．

(i)　特性方程式

$$\phi_p(z)=0,\quad \Phi_P(z)=0,\quad \theta_q(z)=0,\quad \Theta_Q(z)=0 \tag{2.3}$$

の全ての根の絶対値が 1 よりも大きい．

(ii) 系列 $\{v_t\}$ は互いに独立で同一の分布にしたがう確率変数列であり $E(v_t)=0$ かつ $E(v_t^2)=1$ を満たす.

ここで説明した RegARIMA モデルによって定義される確率過程は非定常になり得るものであり，時系列モデル（2.1）における未知母数の推定の中でも特に回帰パートの係数の推定については必ずしも明確化されていない問題が存在する．このことを理解するために，まず最初に極めて単純なケースを例に挙げておく．

例 2.1：季節調整 X-12-ARIMA プログラムには時系列のレベル・シフトや構造変化を扱う為の様々なオプションが含まれている．ここで離散時間の時系列 $\{y_t, t=0, 1, \ldots\}$ が

$$(1-B^s)[y_t-\beta_0-\beta_1 z_t]=\sigma v_t \tag{2.4}$$

を満足する確率過程とする．ただし $\{z_t\}$ は $z_t=-1(0\leq t<[\lambda T])$, $z_t=0([\lambda T]\leq t\leq T)$, により定義される単純なレベル・シフトを表す説明変数，$[\lambda T]$（ただし $0<\lambda<1$ であり，$[\cdot]$ は値を超えない最大整数を表す）をレベル・シフトが起きた時点としておく．Findley et. al.（1998）による RegARIMA モデルの説明に従えば，このような時系列は

$$(1-B^s)y_t=\beta_1(1-B^s)z_t+\sigma v_t \tag{2.5}$$

と表現される．さらに，Findley et. al.（1998）ではこのような単純な RegARIMA モデルに含まれる未知母数 β_1 の推定に関して，定常な誤差項を仮定した標準的な回帰の手法を用いることを提案している．ここで初期値の影響を無視すれば，このようなケースでは

$$z_t^*=(1-B^s)z_t=\begin{cases} 0 & \text{if } 0\leq t<[\lambda T] \\ 1 & \text{if } t=[\lambda T], \ldots, [\lambda T]+s-1 \\ 0 & \text{if } [\lambda T]+s\leq t\leq T \end{cases} \tag{2.6}$$

により定められる説明変数を用いることになる．

ここで基本的かつ重要な統計的事実としては，t 統計量や F 統計量などの利用という通常の回帰分析の手法は，誤差項が厳密に正規分布にしたがっている場合にのみ適用可能であるという点である．もしこの条件が満たされないならば，統計的検定を含めた標準的な回帰分析の方法を用いる説得的理由を見いだすことは困難である．また他方では，誤差項に関する標準的仮定が満たされない場合での大標本における正当化も困難である．なぜならこの場合には説明変数に関して必要な標準的仮定[2]が満たされていないので，例えば例 2.1 では $\lim_{T\to\infty}\Sigma_{t=1}^T[z_t^*]^2<+\infty$ より情報量はデータ数（T あるいは n）が増加しても発散せず，こうした状況では一般に一致推定量の存在は保証されない．

次に，より一般的に誤差項が季節 ARIMA モデルで表される場合の未知母数の統計的推定問題を考えることにしよう．離散時間に観測される1次元時系列 $\{y_t\}$ が方程式

$$y_t=\beta' z_t+u_t \tag{2.7}$$

にしたがっているものとしよう．次の二つの条件を仮定する．

[2] 回帰分析における漸近理論の為の標準的仮定については，例えば Anderson（1971）2章や Anderson＝Kunitomo (1992) を参照されたい．以下の条件（2.9）や（2.10）は収束条件をより一般化することは可能であるが，結果や証明はやや複雑になる．

(iii) 誤差項は

$$u_t=[\phi_p(B)\Phi_P(B^s)(1-B)^d(1-B^s)^D]^{-1}[\theta_q(B)\Theta_q(B^s)]\sigma v_t \tag{2.8}$$

と表現される非定常性を含みうる確率過程とする.

(iv) 回帰変数項 $\beta'\mathbf{z}_t=\Sigma_{i=1}^r\beta_i z_{it}$, $\{\mathbf{z}_t=(z_{it})\}$ は非確率的変数[3]から構成される説明変数ベクトルとする. より具体的な説明変数としては季節ダミー変数 $I(t=(j-1)s+i; i=1, \ldots, s, j\geq 1)$（ただし $I(\cdot)$ は指示関数）と変数 $\Sigma_{j=0}^l c_j(t/T)^j I(0\leq\lambda_j^{(1)}<\lambda_j^{(2)}\leq 1)\ c_j, \lambda_j^{(k)}$ $(k=1,2; 0\leq j\leq l<\infty)$ は定数）で表される変数群を考える.

このとき説明変数ベクトル $\mathbf{z}_t$ は $n\to+\infty$ のときに条件

$$\frac{1}{n}\sum_{j=1}^n \mathbf{z}_{(j-1)s+i}\mathbf{z}'_{(j-1)s+i}\to\mathbf{M}_i=\int_0^1\mathbf{z}_i(t)\mathbf{z}'_i(t)dt \tag{2.9}$$

及び

$$\frac{1}{n}\max_{1\leq j\leq n, 1\leq i\leq s}\|\mathbf{z}_{(j-1)s+i}\|^2\to 0 \tag{2.10}$$

を満足している. ここで $sn=T$, $\mathbf{z}_i(t)$ は $t(0\leq t\leq 1, i=1,\ldots,s)$ に依存する $r\times 1$ ベクトル関数であって, $\mathbf{M}=\Sigma_{i=1}^s\mathbf{M}_i$ は正定値行列であることを仮定する.

ここで誤差項が ARIMA モデルにしたがう線形回帰モデル（2.7）における k 番目の係数 β_k $(k=1,\cdots,r)$ に対する t 統計量は

$$t(\beta_k)=\frac{\hat{\beta}_k-\beta_k}{\sqrt{\hat{\sigma}_{LS}^2\mathbf{e}'_k(\Sigma_{t=1}^T\mathbf{z}_t\mathbf{z}'_k)^{-1}\mathbf{e}_k}} \tag{2.11}$$

により定義できる. ここで, $\hat{\beta}_k$ は β_k の最小二乗推定量であり, $\hat{\sigma}_{LS}^2$ は残差から推定される σ^2 の推定量である. また $\mathbf{e}'_k=(0,\ldots,0,1,0,\ldots,0)$ は第 k 要素が 1 である単位ベクトルでとした. このとき誤差項は非定常和分過程であることから t 統計量の漸近分布は非正則な分布となるが, より正確に述べると次のことが成り立つ. 証明の概略は数学補論に与えておいた.

定理 2.1：式（2.1）で与えられた RegARIMA モデルに関して $d\geq 1, D\geq 1$ とし, 条件（i)-(iii) を仮定する. $T\to+\infty$ とするとき, $1/(\sqrt{T})t(\beta_k)$ の極限となる確率変数を次のように表すことができる.

$$t_k^*=\frac{\mathbf{e}'_k\mathbf{M}^{*-1}\int_0^1[\mathbf{z}^*(r)\bar{B}^*(r)]dr}{\sqrt{\mathbf{e}'_k\mathbf{M}^{*-1}\mathbf{e}_k}\sqrt{\int_0^1[\bar{B}^{*2}(r)]dr-\int_0^1[\mathbf{z}^*(r)\bar{B}^*(r)]'dr\,\mathbf{M}^{*-1}\int_0^1[\mathbf{z}^*(r)\bar{B}^*(r)]dr}} \tag{2.12}$$

ここで, $\mathbf{M}^*=(1/s)\mathbf{M}$, $\mathbf{z}^*(r)=(1/s)\Sigma_{i=1}^s\mathbf{z}_i(r)$ およびは $\bar{B}^*(r)(0\leq r\leq 1)$ 次のようにブラウン運動に関する伊藤積分により表現される.

$$\bar{B}^*(r_{D+d})=\int_0^{r_{D+d}}\cdots\int_0^{r_{D+d}}\sum_{i=1}^s\int_0^{r_D}\cdots dB_i(r_0)\,\Pi_{l=1}^{D-1}dr_l\,\Pi_{l'=1}^d dr_{D-1+l'}. \tag{2.13}$$

[3] 季節調整プログラム X-12-ARIMA では様々な説明変数が利用可能であるが非確率的（deterministic）なダミー変数を定義し利用することができる. さらに本節での説明変数はここで扱うタイプだけでなく様々な変数を考えることができる.

ただし $B_i(t)$ $(i=1,\ldots,s)$ は $[0,1]$ で定義される標準ブラウン運動である．

ここで定理 2.1 で導いた統計量を表現するブラウン運動や多重伊藤積分についての定義や性質は，確率解析の標準的な文献である Ikeda＝Watanabe（1989）を参照されたい．上述の定理では $d\geq1$ のケースを扱った．同様に $d=0$ のケースに関しても t 統計量の極限となる確率変数を得ることができるが，表現が少し異なるので次に述べておく．

定理 2.2：式（2.1）で与えられた RegARIMA モデルに関して $d=0$ とし，条件（i)-(iii）を仮定する．$T\to+\infty$ の時に $1/\sqrt{T}\,t(\beta_k)$ の極限となる確率変数を次のように表すことができる．

$$t_k^{*}=\frac{\mathbf{e}_k'\mathbf{M}^{-1}\int_0^1\left[\sum_{i=1}^{s}\mathbf{z}_i^{*}(r)\bar{B}^{*}(r)\right]dr}{\sqrt{\mathbf{e}_k'\mathbf{M}^{*-1}\mathbf{e}_k}\sqrt{s\int_0^1\sum_{i=1}^{s}\bar{B}_i^2(r)dr-\int_0^1\left[\sum_{i=1}^{s}\mathbf{z}_i^{*}(r)\bar{B}^{*}(r)\right]'dr\,\mathbf{M}^{-1}\int_0^1\left[\sum_{i=1}^{s}\mathbf{z}_i(r)\bar{B}_i(r)\right]dr}}. \tag{2.14}$$

ここで，$\bar{B}_i(r_D)$ $(i=1,\ldots,s)$ は次のようなブラウン運動に関する伊藤積分による表現が可能である．

$$\bar{B}_i(r_D)=\int_0^{r_D}\cdots\int_0^{r_1}dB_i(r_0)\,\Pi_{l=1}^{D-1}\,dr_l. \tag{2.15}$$

ただし，$\bar{B}_i(t)$ $(i=1,\ldots,s)$ は $[0,1]$ で定義される標準ブラウン運動である．

これら定理 2.1 と定理 2.2 で述べた統計量の分布は正規分布や t 分布など統計学によく出ている標準的分布とはかなり異なることに注意しておこう．こうした非定常系列に関連した統計量の分布については近年の経済時系列論（例えば Tanaka（1996）や Hamilton（1994）が詳しい）ではしばしば登場するが，ここでは次の具体例を挙げるにとどめる．

例 2.2：ここで $d=0$，$D=1$，$r=1$ であり，かつ説明変数 $\{z_t\}$ が $z_t=-1(0\leq t<[\lambda T])$，$z_t=0([\lambda T]\leq t\leq T)$ で与えられる場合を考えよう．T は観測数，$[\lambda T](0<\lambda<1)$ はレベル・シフトの期間とする．このとき，定理 2.2 における t 統計量の極限分布の表現はかなり簡単化されて

$$t^{*}=\frac{(-1)\int_0^{\lambda}\left[\sum_{i=1}^{s}B_i(t)\right]dr}{\sqrt{\lambda s\int_0^1\sum_{i=1}^{s}B_i^2(t)dt-\left[\int_0^{\lambda}\sum_{i=1}^{s}B_i(t)dt\right]^2}} \tag{2.16}$$

で与えられる．

一般には確率変数 t_k^{*} $(k=1,\ldots,r)$ の分布には 2 つの大きな特徴がある．第一に，基本的な t 統計量に対して $1/\sqrt{T}$ という基準化が必要となる点である．第二にはその極限分布が，標準正規分布とも通常の t 分布とも明らかに異なるという点である．我々はシミュレーションにより t_k^{*} $(k=1,\ldots,r)$ の極限分布を発生させ，統計的性質について検討したが，その結果では和分の次数 d と D に大きく依存して正規分布とはかなり異なる歪みを持った分布が得られることが分かった．これらのことより，誤差項が非定常な場合には RegARIMA モデルの中で回帰係数について通常の t 検定を行うことを正当化することが困難であることがわかった．実際の

時系列の解析ではデータ数が有限であるので，上の定理をそのまま使うことの是非についてはより詳しく検討すべき課題であろう．

なお，条件（2.9）と（2.10）は説明変数に時間そのものに関する多項式など非確率的トレンド関数の存在を排除している．説明変数にある種のトレンドが存在する場合には誤差項が非定常な和分過程であっても母係数の最小二乗推定量が一致性を持つことがあること（例えばHamilton（1994）16章の例）が知られていることに注意しておく．

ここで季節調整プログラムX-12-ARIMAの議論に戻ると，X-12-ARIMAプログラムでは本節で取りあげたRegARIMAモデルを広汎に利用することを推奨していることが重要な論点である．そしてRegARIMAモデルを容易に利用できるように様々な変数を回帰変数として組み込み，半ば自動的に時系列モデルを推定し，半ば自動的に予測値を利用した季節調整を可能にしている．ところが本節では既によく用いられるt統計量を一つの例として指摘したように，RegARIMAモデルを通常の時系列解析の教科書で説明されている線形定常モデルとして理解することはできないという問題があり，必ずしも標準的時系列モデルとは同じでない側面があるという意味で，その利用にはかなりの注意が必要なのである．また，実際に経済時系列の季節性を分析してみると，RegARIMAモデルが役に立つように見えるのは事実であるが，そのことに関連する季節性のとらえ方についての解釈上の問題は次節でより詳しく議論する．

3. SSARMAモデルとRegSSARMAモデル

本節では季節転換時系列（seasonal switching autoregressive moving average，略してSSARMA）モデルと，それに回帰項を加えた回帰（Reg）SSARMAモデルを導入しよう．ここで説明するRegSSARMAモデルはX-12-ARIMAモデルで利用しているRegARIMAモデルを特殊ケースとして包含していることに注意しておく．すなわち，SSARMAモデルの特徴として重要なことは季節ARIMAモデルを特殊ケースとして含んでいる季節的時系列モデルである．また，さらに多くの事例に関して我々が「見せかけの季節和分」（spurious seasonal integration）と呼んでいる問題を分析することができることも重要である．

3.1 季節転換ARMAモデル

1次元時系列 $\{y_t, t=0,1,\ldots\}$ が確率的定差方程式

$$\phi_p(B)\sum_{i=1}^{s}\Phi_P^{(i)}(B^s)I_t^{(i)}\Big[y_t-\sum_{j=1}^{r}\beta_j z_{jt}\Big]=\theta_q(B)\Big[\sum_{i=1}^{s}\Theta_Q^{(i)}(B^s)I_t^{(i)}\sigma_i\Big]v_t \tag{3.1}$$

にしたがう確率過程であるとしよう．ここで p, q, s, P, Q は非負の整数（$s\geq 1$）であり，$\sigma_i(>0)$ は誤差の標準偏差である．また $I_t^{(i)}$ は季節指示関数（seasonal indicator function）であり，指示関数 $I_t^{(i)}$ は，時点tがi番目の季節であるならば $I_t^{(i)}=1$，そうでないならば $I_t^{(i)}=0$ となる関数と定義しよう．$\{z_{it}\}$ はr個の説明変数を表し，自己回帰移動平均（ARMA）部分に関する記号は

$$\left.\begin{aligned}\phi_p(B)&=1-\phi_1B-\cdots-\phi_pB^p,\\ \Phi_P^{(i)}(B^s)&=1-\Phi_P^{(i)}B^s-\cdots-\Phi_P^{(i)}B^{sP},\\ \theta_q(B)&=1-\theta_1B-\cdots-\theta_qB^q,\\ \Theta_Q^{(i)}(B^s)&=1-\Theta_Q^{(i)}B^s-\cdots-\Theta_Q^{(i)}B^{sQ}\end{aligned}\right\} \tag{3.2}$$

で与える．ただし $\{\phi_j\}$，$\{\Phi_j^{(i)}\}$，$\{\theta_j\}$，$\{\Theta_Q^{(i)}\}$ は未知母数で，$\{\beta_j\}$ は未知の回帰係数をそれぞれ

表している.

本節では(3.1)式で与えられる季節時系列モデルについて次に挙げる二つの条件を仮定する.

(i) ARMA部分に関する特性方程式

$$\phi_p(z)=0,\quad \Phi_P^{(i)}(z)=0,\quad \theta_q(z)=0,\quad \Theta_Q^{(i)}(z)=0 \tag{3.3}$$

の全ての解の絶対値は1よりも大きい.

(ii) 確率変数列 $\{v_t\}$ は互いに独立に同一の分布にしたがい, $\mathrm{E}(v_t)=0$, $\mathrm{E}(v_t^2)=1$ でありかつその分布関数はルベーグ測度に関して絶対連続である.

ここで導入した季節転換時系列(SSARMA)モデル, およびRegSSARMAモデルの定式化は既存の季節性を含む線形時系列モデルとはやや異なっていることに注意しておく. このSSARMAモデルのクラスにより定められる離散時間の確率過程は, よく知られている線形の季節自己回帰移動平均モデル(seasonal autoregressive moving averagemodel, 略してSARMAモデル)に比べるとはるかに広いクラスとなっている. したがって, SARMAモデルを当てはめると非定常に見える時系列に関してもかなりの場合には定常となりうるのである. ここでは単純な例を用いて, SSARMAモデルの特徴的な性質について説明する.

例3.1: 1次元時系列 $\{y_t; t=0,1,\ldots\}$ が確率的定差方程式

$$y_t=\sum_{i=1}^{s}I_t^{(i)}[a_i+b_i y_{t-s}+\sigma_i v_t] \tag{3.4}$$

を満たす離散時間の確率過程とする. ここで $\{a_i\}$, $\{b_i\}$, $\{\sigma_i\}$ は未知母数であり, この季節的時系列モデルをSSAR(0,1)モデル[4]と表記することとしよう. 係数についての条件

$$\max_{i=1,\cdots,s}|b_i|<1 \tag{3.5}$$

を満たしていれば, SSAR(0,1)モデルは

$$\sum_{i=1}^{s}(1-b_iB^s)I_t^{(i)}[y_t-\mu_i]=\left[\sum_{i=1}^{s}\sigma_i I_t^{(i)}\right]v_t \tag{3.6}$$

と書き直すことができる. ただし, $\mu_i(i=1,\ldots,s)$ は季節的平均を表す母数であり, $(1-b_i)\mu_i=a_i$ という表現が得られる.

一般にここで説明している季節転換時系列(SSARMA)モデルの最も重要な特徴は, 各季節毎に季節的構造が変化することを許している点であり, そのような仕組みは時間の経過とともに生じるある種の非線形的な現象(あるいは各季節に固有な変動)を表現する統計的モデルとしては自然なものと見なすことができよう. 例えば, 母数に全く制約のない例3.1のSSAR(0, 1)モデルには $3s$ 個の未知パラメータを含んでいるが, 明らかにこの時系列モデルはBox=Jenkins(1976)で提案された季節ARIMA(seasonal autoregressive integrated moving average)モデルなどのような, 季節性を含む線形時系列モデルを包含している. もし, 各季節の誤差のばらつき(分散母数)が同一($\sigma_i=\sigma$)であるならば, その場合のSSAR(0, 1)モデルは季節性に関する確率的係数モデルと見なせる. また, さらに係数が等しい

[4] ここでSSAR(p,P)の引数は共通自己回帰部分と季節自己回帰を表すこととした. レフェリーが指摘したように3.4節で説明するPARモデルとの比較の意味で重要である.

($a_i=a$ かつ $b_i=b$) とするならば，この時系列モデルは Box-Jenkins が用いた線形季節 AR モデルになることがわかる．さらに

$$b_i=1(i=1, \dots, s) \tag{3.7}$$

および $a_i=a$, $\sigma_i=\sigma$ という条件が同時に成り立つならば，標準的な非定常の（季節）和分過程モデルが得られることになる[5].

ここで，経済時系列の分析でこれまでによく利用されている季節 ARIMA モデルでは季節毎の係数や季節要素の変動を表す分散ははじめから一定と仮定して分析していることに注意しよう．ところが，例えば日本のマクロ時系列データを例にとれば例えば賃金支払いにおけるボーナス制などの影響もあり，所得や消費の季節的パターンや変動幅が相当に異なっていると考えられる．すなわち，経済時系列の場合には各季節に固有の変動要因の係数やばらつきが一定とする根拠は必ずしも明らかではないのである．ここで導入した SSARMA モデルを用いるとこうした問題について再検討する足がかりができることになることを例によって示しておこう．

3.2 季節転換 AR モデルの統計的性質

季節転換 ARMA モデルは季節毎の季節性変化を含んだ季節的時系列モデルなので，ここで基本的な統計的性質について確認しておこう．前節の例 3.1 で説明した SSAR (1) モデルを用いて，s 次元ベクトル $\mathbf{Y}'(t)=(y_t, y_{t-1}, \dots, y_{t-s+1})$ の動的挙動を考察しよう．この状態変数を使うと時系列 $\{y_t\}$ のマルコフ表現

$$\mathbf{Y}(t)=\mathbf{a}(t)+\mathbf{B}(t)\mathbf{Y}(t-1)+\mathbf{V}(t) \tag{3.8}$$

が得られる．ここで $\mathbf{a}(t)$ は $s\times 1$ ベクトル，$\mathbf{B}(t)$ は $s\times s$ 係数行列であり，各季節成分の母係数と季節的指示関数により

$$\mathbf{a}(t)=\begin{pmatrix} \sum_{i=1}^{s} a_i I_t^{(i)} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B}(t)=\begin{pmatrix} 0 & \cdots & 0 & \sum_{i=1}^{s} b_i I_t^{(i)} \\ 1 & & & 0 \\ & \ddots & & \\ 0 & & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

と表現される．また $\mathbf{V}(t)$ は各季節成分の分散母数により

$$\mathbf{V}(t)=\begin{pmatrix} \sum_{i=1}^{s} \sigma_i I_t^{(i)} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} v_t$$

と表現される $s\times 1$ 誤差項ベクトルである．ここで式 (3.8) を用いると，マルコフ表現に対応する特性方程式は

[5] こうした季節時系列モデルを拡張して閾値を含むより複雑な閾値 (Threshold) 非線形時系列モデルによる分析も可能であるが本稿では季節転換時系列モデルに議論を限定する．

$$|\lambda \mathbf{I}_s - \mathbf{B}(t)| = 0 \tag{3.9}$$

となる．ただし $\mathbf{I}_s$ は $s\times s$ 単位行列の意味である．この表現より安定条件

$$\max_{i=1,\cdots,s} |b_i| < 1 \tag{3.10}$$

が満たされるならば，式（3.9）を満たす全ての特性根の絶対値が1未満になることがわかる．

次に例3.1についてもう一つのマルコフ表現を得る為に，s 次元状態ベクトル $\mathbf{Y}_j' = (y_{(j+1)s+s}, y_{(j-1)s+s-1}, \ldots, y_{(t-1)s+1})$ $(j=1,\ldots,n)$ を導入しよう．さらに分析を簡単にする為にデータ数を $T=ns$(すなわちn年間）と仮定しよう．このとき，マルコフ表現

$$\mathbf{Y}_j = \mathbf{a} + \mathbf{B}_1 \mathbf{Y}_{j-1} + \mathbf{V}_j \tag{3.11}$$

が得られる．ただし $\boldsymbol{a}$ は $s\times 1$ ベクトル，$\mathbf{B}_1$ は $s\times s$ 係数行列を表し，それぞれ

$$\mathbf{a}(t) = \begin{pmatrix} a_s \\ a_{s-1} \\ \vdots \\ a_1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B}_1 = \begin{pmatrix} b_s & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & b_{s-1} & 0 & 0 \\ & & \ddots & \\ 0 & & & b_1 \end{pmatrix}$$

で与えられる．また $\mathbf{V}_j$ は $s\times 1$ の誤差項ベクトルであり，

$$\mathbf{V}_j = \begin{pmatrix} \sigma_s v_{(j-1)s+s} \\ \sigma_{s-1} v_{(j-1)s+s-1} \\ \vdots \\ \sigma_1 v_{(j-1)s+1} \end{pmatrix}$$

で与えられる．

ここでのマルコフ表現（3.11）に対応する特性方程式は

$$|\lambda \mathbf{I}_s - \mathbf{B}_1| = 0 \tag{3.12}$$

となる．したがって，仮定（3.10）の下では式（3.12）の全ての特性根の絶対値は1より小さいことが分かる．

ここで，さらにより一般的に式（3.1）に対する $(s\times p)$ 次元の状態ベクトルを $\mathbf{Y}_j' = (y^*_{(j-1)s+s}, y^*_{(j-1)s+s-1}, \ldots, y^*_{(t-1)s+1-p})$ $(j=1,\ldots,n)$ で表すことにしよう．ただし，$y_t^* = y_t^* = y_t - \Sigma_{j=1}^r \beta_j z_{jt}$ であり，説明変数の一部分（あるいは全部）に季節ダミー変数を含み，$z_{it} = I_{it} (i=1,\ldots,s)$ $(r\geq s)$ としておく．このとき，確率的定差方程式（3.1）式にしたがう確率過程の解については次の結果が得られる．証明は数学補論に与えておく．

定理3.1：離散時間の時系列 $\{y_t\}$ が式（3.1）で与えられるSSARMA過程にしたがい，条件(ii)を満たすものとする．このとき $(s+p)$ 次元確率過程 $\{\mathbf{Y}_j; j=1,\ldots\}$ に対して定常解が存在する必要十分条件は変数 z に関する多項式

$$\phi_p(z) = 0, \quad \Phi_p^{(i)}(z) = 0 \quad (i=1,\ldots,s) \tag{3.13}$$

の全ての解の絶対値が1よりも大きいことである．

これまで経済時系列分析において実際によく用いられている季節 ARIMA モデルに関するひとつの重要な問題は，季節に関する非定常性である．経済データに対して例えば Box=Jenkins 法を用いて季節 ARIMA モデルを統計的に当てはめると，季節階差（seasonal differences）を取ることが統計的に適切であるように解釈されることが多い．しかしながら，本節で導入した季節転換 ARMA モデルに基づく非 ARMA 型の時系列分析の視点から見直して見ると，こうした分析結果は線形 1 変量時系列モデルを用いることによって生じている，見かけ上の推定結果の可能性が高く，季節的な母数の違いにより発生している可能性がある．すなわち，“見かけ上の季節和分”（spurious seasonal integration）と解釈すべき可能性があるのである．例えば実際には季節パターンが各季節毎に異なる場合に線形時系列モデルを当てはめて見るとどの様な推定結果が得られるであろうか．このことに関しては次のような結果が得られる．

定理 3.2：離散時間の時系列 $\{y_t\}$ は例 3.1 で与えられる SSAR（0,1）過程にしたがい，誤差項についてモーメント条件 $\mathrm{E}[v_t^4]<+\infty$ を満たすものとする．さらに式（3.5）の安定条件を満たし，$\{y_t\}$ は定常確率過程とする．時系列 $\{y_t\}$ が線形自己回帰モデルにしたがうと見なして y_t を y_{t-s} に回帰した最小二乗推定量は

$$\hat{b}_{LS}=\frac{\sum_{t=1}^{T}(y_{t-s}-\bar{y}_{-s})(y_t-\bar{y})}{\sum_{t=1}^{T}(y_{t-s}-\bar{y}_{-s})^2} \tag{3.14}$$

で与えられる．ここで，観測数 $T=sn, \bar{y}=(1/T)\Sigma_{t=1}^{T}y_t$，$\bar{y}_{-s}=(1/T)\Sigma_{t=1}^{T}y_{t-s}$ であり，初期条件 $y_t(t\leq 0)$ は固定する．このとき $n\to\infty$ につれて，

$$\hat{b}_{LS}\xrightarrow{p}b^{*}=\frac{\sum_{i=1}^{s}\frac{b_i\sigma_i^2}{1-b_i^2}+\sum_{i=1}^{s}(\mu_i-\bar{\mu})^2}{\sum_{i=1}^{s}\frac{\sigma_i^2}{1-b_i^2}+\sum_{i=1}^{s}(\mu_i-\bar{\mu})^2} \tag{3.15}$$

となる．ただし $\bar{\mu}=(1/s)\Sigma_{i=1}^{s}\mu_i$ である．

ここで $\sigma_i^2=\omega_i^2\tau(i=1,\ldots,s)$ であり，

$$\lambda(s,\tau)=\frac{\sum_{i=1}^{s}(\mu_i-\bar{\mu})^2}{\max_{i=1,\ldots,s}\{\sigma_i^2\}} \tag{3.16}$$

とおこう．もし $\tau\to 0$ とすると $\lambda(s,\tau)\to\infty$ となるので，

$$b^{*}\to 1 \tag{3.17}$$

である．すなわち，各季節の分散に対応する平均部分の変動幅（季節的変動係数）が大きければ最小二乗推定値は 1 に近いことになる．この推定値は適切なモデルを季節 ARIMA モデルと誤って生じたものである，ここでは“見かけ上の季節和分”（spurious seasonal integration）と解釈することも可能であろう．

こうした結果を，適当な安定条件の下でより一般的な場合の SSARMA モデルに対して拡張することは比較的容易であると思われる．ここで得られた結果により，経済時系列において非線形的な季節変動（あるいは各季節に固有な変動）を無視して通常の線形時系列（ARMA）モデルを当てはめた場合には，対応する特性方程式が単位根を持つとみなされる傾向があるとい

うことがわかった．すなわち，しばしば観察される季節的非定常性は経済時系列に固有の時系列構造というよりも，むしろ季節成分の扱い方をはじめから共通にとることにより統計的分析上で生じる可能性が高いことになる．すなわち，季節毎に係数やばらつきがかなり異なる場合には見かけ上で単位根に近い推定結果が得られやすいことを意味している．

3.3 季節性モデルの推定法

季節転換ARMAモデルとRegARMAモデルの統計的推定法としては最小自乗法と最尤法の二通りの方法が考えられる．

季節転換ARモデルとRegSSARモデルにおいては，直接的に状態ベクトル $\{Y_j, j=1, \ldots, n\}$ $(T=sn)$ によるマルコフ表現が得られる．したがって，誤差項が条件 (i) と (ii) を満たす定常確率過程であるという仮定の下では，通常の最小自乗法に基づく回帰の手法を用いることができる．そして得られた推定量の性質については古典的な漸近論を適用することが可能である．

他方，回帰部分と季節性部分を表現する未知母数の推定に当たっては最尤法を利用することもできる．最尤法は，RegSSARMAモデルのパラメータの取り得る値に制約がある場合の検定が容易であり，同時に情報量基準AIC（Akaike（1973））に基づくモデル選択を行うことができるという点で，最小二乗法よりも有用であるとも云えよう．また，RegSSARMAモデルは季節性を含む多くのモデルを包含しているので，ここでは主に誤差項の分布に正規分布を仮定した最尤法によりデータ解析を行うこととした．

3.4 PARモデル（周期的季節モデル）との関係

本稿で考察している季節転換時系列モデルに関連する時系列モデルとしては例えば，周期的AR（periodic autoregressive，略してPAR）モデルと呼ばれるモデルがFranses（1996）やGhysel＝Osborn（2001）等で研究されている．季節転換ARMAモデルはこれらの時系列モデルのクラスとはいくつかの点でやや異なっている．ここで，PARモデルとSSARMAモデルとの関係を見るために，時系列 $\{y_t\}$ $(t=(j-1)s+i)$ が1次の周期的ARモデル

$$y_{(j-1)s+i}=\phi_i y_{(j-1)s+i-1}+v_{(j-1)s+i}\ (j=1, \ldots, s; j=1, \ldots, n) \tag{3.18}$$

に従っている状況を考えよう．ここで，確率変数系列 $\{v_t\}$ は互いに独立であり，モーメント条件 $\mathbf{E}(v_{(j-1)s+i})=0$ および $\mathbf{E}(v_{(j-1)s+i}^2)=\sigma_i^2 (i=1, \ldots, s)$ を満足すると仮定する．
このとき時系列 $\{y_t\}$ のSSARMA表現は

$$y_{(j-1)s+i}=b_i y_{(j-2)s+i}+u_{(j-1)s+i}\ (i=1, \ldots, s) \tag{3.19}$$

となる．さらに母係数について $b_i=\Pi_{j=1}^{s-1}\phi_{i-j}$, $-s+1\leq i-j\leq 0$ に対して $\phi_{i-j}=\phi_{i-j+s}$ であるとしよう．誤差項は

$$u_{(j-1)s+1}=v_{(j-1)s+i}+\sum_{k=1}^{s-1}\Pi_{l=0}^{k-1}\phi_{i-l}v_{(j-1)s+i-k}\ (j=1, 2, \ldots, s) \tag{3.20}$$

と表される $(s-1)$ 次のMA過程となるが，表記の簡単化のため $\Pi_{l=1}^{0}\cdot=1$ とした．誤差項 $u_{(j-1)s+i}$ の分散は i に依存するので，時系列 $\{y_t\}$ は季節的に分散不均一な過程となる．ここで例えば $s=4$ とすると，$j=1, \ldots, 4$ について $b_j=\phi_1\phi_2\phi_3\phi_4$ となることがただちに分かる．従っ

[6] 例3.1でのSSARモデルでは異なる季節間での関係がかなり分離されているように見えるが，例えば $P=p=1, s>1$ の場合を見ると明らかであるが，一般に異なる季節の過去の値や母数が複雑に将来の値に対し影響する．この点を強調する意味でここではSSARモデルをSSAR (p, P) モデルと表記した．

て，この節で導入した季節転換モデル（SSARMA）は PAR モデルを含むより一般的な時系列モデルとなっていることが分かる[6]．さらに，4 節の推定結果より明らかなように PAR に課せられた制約条件が現実的であるかはかなり疑問である．

3.5 SSARMA モデルの拡張について

本稿では実際の経済時系列の分析のために，回帰項を含む季節転換 ARMA モデルを導入した．この SSAR モデルにはその他の拡張も可能であり，ここで拡張可能性について言及しておこう．季節性を含む時系列の分析では，古典的な統計的時系列分析の方法として，観察される時系列 $\{y_t\}$ が

$$y_t = T_t + S_t + I_t \tag{3.21}$$

という形に分解できると想定することが多い．こうした分析を時系列成分分解モデルと呼ばれるが，ここで T_t はトレンド成分，S_t は季節成分，I_t は不規則成分をそれぞれ表しているものとする．

例えば北川（1993）が開発している季節調整プログラム DECOMP では，こうした時系列の各成文 T_t に対してランダム・ウォーク・モデルを用い，S_t に対しては季節階差モデルを利用している．DECOMP は $\{y_t\}$ の状態空間表現に基づいて開発された季節調整プログラムであるが，SSAR モデルにより表現される季節変動を時系列を構成する要素の一つとして DECOMP と組み合わせて用いることも可能であろう．

4. 二つのデータ解析例

ここで日本のマクロ経済時系列データの代表例としてマクロ消費データ及び Box=Jenkins (1976) で使われ時系列分析ではよく知られている航空機利用者数の時系列データを用いた分析事例を報告しておく．

ここで扱っている二つのデータには明らかに長期的トレンドが存在している．そうしたトレンドを固定的と見なし，さらに固定的な季節性を除去するために，ここでは RegSSAR モデルの回帰部分として，

$$T_t = \sum_{i=1}^{s} \beta_i D_{it} + \sum_{i=s+1}^{s+k} \beta_i t^{i-s} \tag{4.1}$$

という関数を用いた．ただし，D_{it} は季節ダミー変数で，$\beta' = (\beta_1, \ldots, \beta_{s+k})$ は回帰係数ベクトルである．また $\mathbf{z}_t' = (D_{1t}, \ldots, D_{st}, t, \ldots, t^k)$ は説明変数ベクトル[7] を表している．このような定式化により，季節性の平均に意味を持たせ，また最適化する尤度関数の計算を容易にすることができる．RegSSARMA モデルの未知パラメータの推定は誤差項の分布に正規分布を仮定して最尤法によって行ったが，トレンドの推定結果が不安定になることを避けるため，トレンド関数の次数を 3 次以下に制限した．

最初のデータ解析事例は，日本の内閣府によって作成されている重要なマクロ時系列であるマクロ消費支出の四半期データに関するものである．原系列は 1975 年第 2 四半期から 2000 年第 4 四半期までの実質値データであり，全ての数値は最初のデータを 100 に基準化した指数に変換して分析を行った．トレンド関数の次数 k については，AIC を最小化する基準によって，

[7] ただし，トレンドの変数を用いる場合は（2.9）と（2.10）の条件が満たされるための基準化を Anderson (1971) の定理 2.6.1 にならって適切に行う必要がある．

表1. マクロ消費データへの SSARMA モデルの適用（制約が無い場合）

	季節ダミー	AR(4)	σ_i^2
第2四半期	101.34 (10.71)	0.62 (4.25)	5.46
第3四半期	106.65 (20.36)	0.67 (4.78)	3.49
第4四半期	118.82 (94.56)	0.64 (4.29)	5.60
第1四半期	101.16 (315.85)	0.43 (2.37)	8.03
AIC=500.53			

［注意］モデルの未知母数の推定は，定常性の仮定の下で最尤法を用いた．括弧内は尤度関数の2回微分に基づいて構成された推定量のt値と分散である．

$k=3$ を選択した．さらに，誤差項が正規分布にしたがうとの仮定の下で尤度関数を最大化することで RegSSAR モデルにおける母数推定値及びt値を表1に示しておく．

次に RegSSAR モデルにおいて $\mu_i=\mu$, $b_i=b$ かつ $\sigma_i=\sigma(i=1,\ldots,4)$ と仮定した季節ダミー変数付きの自己回帰モデル AR (4) を推定したが，その結果は次のようになった．

$$y_t^*=\underset{(104.7)}{105.36}+\underset{(34.2)}{0.93}y_{t-4}^*+2.64v_t \tag{4.2}$$

ここで得られた AIC=515.25 である．ただし $y_t^*=y_t-\Sigma_{i=s+1}^{s+3}\beta_i t^{i-s}(s=4)$ であり，括弧内の数値はt値を意味している．この結果から，RegARMA を当てはめた場合には，推定される AR 係数は非定常となる領域に非常に近いことがわかる．消費データから定理4.2の各項目に当たる量を推定してみると表2のような結果が得られた．予想されたとおり，各季節平均を表す母数の変動幅は各季節の分散成分の変動に比べてかなり大きく，線形 ARMA モデルを当てはめると推定値が単位根に近くなっているとの解釈が妥当と考えられよう．

表2. マクロ消費系列の分析

季　節	$\frac{b_i\sigma_i^2}{1-b_i^2}$	$\frac{\sigma_i^2}{1-b_i^2}$	$(\mu_i-\bar{\mu})^2$
第2四半期	5.60	8.96	31.96
第3四半期	4.25	6.34	0.12
第4四半期	6.02	9.44	139.94
第1四半期	4.20	9.83	33.99
合　計	20.06	34.56	206.01

一方で，RegSSAR モデルについて推定されたパラメータの値は定常な領域にあり，季節ダミーの係数は各季節で明らかに異なっている．さら，推定値を見ると1番目の係数と4番目のダミー変数の係数が近く，AR 係数に関しては4番目の値だけがその他の係数と異なっている．これらのことより制約なしの RegSSAR モデルよりも，制約を課すことでよりパラメータを節約したモデルがより適切であることが期待される．従って次に，制約なしの RegSSAR モデルに対して一定の制約を係数と分散パラメータに課すことを試みた．主に AIC 最小化基準の観点による試行錯誤を経て，RegSSARMA モデルのクラスの中で最良のモデルとして選ばれた時系列モデルに関して，その推定結果を表3に示しておく．

2番目のデータは Box=Jenkins (1976) で引用された有名な航空機の旅客数の月次データである．このケースについては，やはり AIC 最小化基準を利用すると $k=2$ が選択された．制

表 3. マクロ消費データへの SSARMA モデルの適用（母数に制約がある場合）

	季節ダミー	AR(4)	σ_i^2
第 2 四半期	101.47 (134.92)	0.64 (7.30)	6.36
第 3 四半期	106.78 (11.81)	0.64 (7.30)	3.50
第 4 四半期	118.93 (61.01)	0.64 (7.30)	6.36
第 1 四半期	101.29 (211.34)	0.43 (2.70)	6.36
AIC=493.72			

約なしの最尤法による RegSSAR モデルの係数の推定値と t 値を表 4 に示しておく．

また，RegSSAR モデルにおいて $\mu_i=\mu$，$b_i=b$ および $\sigma_i=\sigma(i=1,\dots,12)$ なる仮定を置いて通常の線型モデルを推定した結果を示しておく．

$$y_t^*=\underset{(116.82)}{100.86}+\underset{(31.27)}{0.90}y_{t-12}^*+1.23v_t \tag{4.3}$$

ここで AIC＝498.87 である．ここでも RegARMA モデルを当てはめた場合には，AR 係数の推定値は非定常に非常に近い値をとっていることが分かった．

この旅客データより各季節成分の値を推定した結果を表 5 にまとめて与えておくが，この場合も消費データの解析結果と同様の推定結果が得られた．また，RegSSARMA モデルのパラメータの推定値は定常な領域に収まっており，ダミー変数の係数は月ごとに明らかに異なっている．特に 7 月と 8 月の係数については推定値が比較的大きくなっており，明らかに 0 ではない 7 月と 8 月の値と較べて，その他の係数は大きく隔たっている．

さらに季節ダミーの係数についても同じように，7 月と 8 月はその他の月よりも推定値が大きくなっていることが見て取れる．したがって，母数に制約がない RegSSAR モデルよりも，

表 4. 旅客データへの SSARMA モデルの適用（母数制約が無い場合）

	季節ダミー	AR(4)	σ_i^2
1 月	98.37 (364.72)	−0.27 (−0.95)	0.62
2 月	98.02 (145.92)	0.43 (1.63)	1.79
3 月	100.67 (192.88)	0.27 (0.81)	1.60
4 月	100.00 (307.82)	−0.31 (−1.07)	1.27
5 月	99.93 (353.34)	−0.42 (−1.61)	0.87
6 月	102.56 (244.79)	0.41 (1.57)	0.65
7 月	104.87 (146.02)	0.81 (4.91)	0.36
8 月	104.55 (177.18)	0.71 (3.68)	0.44
9 月	101.48 (384.41)	−0.02 (−0.07)	0.34
10 月	98.55 (377.21)	−0.07 (−0.22)	0.35
11 月	95.51 (325.18)	−0.08 (−0.11)	0.60
12 月	97.94 (321.35)	−0.04 (−0.04)	0.64
AIC=429.43			

[注意] モデルの未知母数の推定は，定常性の仮定の下で最尤法を用いた．括弧内は尤度関数の 2 回微分に基づいて構成された推定量の t 値と分散である．

表5. 旅客データの分析

月	$\frac{b_i\sigma_i^2}{1-b_i^2}$	$\frac{\sigma_i^2}{1-b_i^2}$	$(\mu_i-\bar{\mu})^2$
1月	−0.18	0.67	3.37
2月	0.95	2.20	4.76
3月	0.46	1.72	0.22
4月	−0.43	1.40	0.04
5月	−0.44	1.05	0.08
6月	0.32	0.78	5.53
7月	0.84	1.04	21.75
8月	0.64	0.89	18.87
9月	−0.01	0.34	1.64
10月	−0.02	0.35	2.72
11月	−0.05	0.61	22.00
12月	−0.02	0.64	5.15
合 計	2.06	11.68	86.12

表6. 旅客データへの SSARMA モデルの適用（母数に制約がある場合）

	季節ダミー	AR(12)	σ_i^2
1月	98.36 (341.80)	−0.21 (−1.91)	0.57
2月	98.01 (119.25)	0.55 (4.88)	1.58
3月	100.59 (132.26)	0.55 (4.88)	1.58
4月	99.95 (265.39)	−0.21 (−1.91)	1.58
5月	99.88 (363.69)	−0.21 (−1.91)	0.57
6月	102.50 (109.65)	0.55 (4.88)	0.57
7月	104.74 (136.46)	0.55 (4.88)	0.57
8月	104.49 (93.44)	0.55 (4.88)	0.57
9月	101.42 (367.70)	−0.21 (−1.91)	0.57
10月	98.48 (363.78)	−0.21 (−1.91)	0.57
11月	95.45 (173.73)	−0.21 (−1.91)	0.57
12月	97.87 (345.86)	−0.21 (−1.91)	0.57
	AIC=399.66		

よりパラメータを節約した時系列モデルの方が適切である可能性が考えられる．そこで係数と分散のパラメータに適当な制約条件を課した RegSSAR モデルの推定を行った．ここでは主に AIC 最小化基準に基づく試行錯誤の結果，RegSSARMA モデルのクラスの中から最も適切なものを選択したが，得られた時系列モデルの推定結果を表6に示しておく．

5. 結　　論

本稿では，米国商務省センサス局の季節調整プログラム X-12-ARIMA において主要な役割を果たしている RegARIMA モデルに関する重要な問題を指摘した．季節和分を含む非定常な

時系列を問題とするとき，RegARIMA モデルにおける回帰部分の推定は，統計的時系列分析における標準的な議論に収まらなくなる．そこで季節 ARIMA モデルに従う誤差項を持つ回帰の問題に関して，回帰係数の t 統計量の漸近分布を導いた．データ数が大きいときに極限として得られる分布は t 分布や正規分布ではなく，ブラウン運動で表現される非正則な分布となっているので，こうした漸近分布をそのまま利用しようとすると実用的にはその扱いがかなりやっかいになることが分かった．

次に季節転換 ARMA モデル（SSARMA）と RegSSARMA モデルなる季節時系列モデルのクラスを導入し，季節性の変動をより適切に表現することを考えた．また，この SSARMA モデルは季節性の持つ非線形な性質を表す単純な方法であることを示した．いくつかの実証分析からは，多くの現実の経済時系列の持つ季節性を表現するためには，比較的単純な SSARMA モデルのクラスを用いることで十分であろうと考えられる．ただし，SSARMA モデルでは母数の数がかなり大きくなるので，母数空間に制約を入れることが考えられるが，その具体的な方法についてはなお改善の余地があろう．

最後に残されたいくつかの問題について言及しておく．云うまでもなく，経済時系列の分析では季節性とともにトレンドの分析も重要な問題であり，季節性とトレンドについて様々な組み合わせで統計的モデル分析を行う必要がある．例えば高岡（2004）ではこの問題について分析を行っているが，マクロ経済時系列の多くの系列では明らかに非定常なトレンドが存在しているので，例えば非定常な確率的トレンドと SSARMA モデルによる季節性を組み合わせたモデルについて考察することは興味深い問題であろう．ここで，季節転換的な変動を含んだ時系列におけるトレンド関数のノンパラメトリックな推定は，トレンドのより柔軟な表現を考える上でも重要であるので，今後，さらに研究されるべき課題であろうと思われる．また，経済時系列分析ではトレンド成分，季節成分，不規則成分等とともに循環成分もまた重要である．循環成分をも考慮に入れた季節転換的な時系列分析はかなり複雑な様相を呈してくるので，ここでも新たな発想が求められてくることにも言及する必要があろう．

A.　数学補論

この数学補論では本文中で結果を説明しその証明を省略した命題について，より詳しい導出の過程と数理的証明の概略を与える．

定理 2.1 および定理 2.2 の証明の概略：

[i]　最初に多項式について $\phi_p(B)=\Phi_p(B^s)=1, \theta_q(B)=\Theta_Q(B^s)=1$ として離散時間の確率過程 $\{u_t\}$

$$(1-B)^d(1-B^s)^D u_t=v_t \quad (t=1,2,\dots) \tag{A.1}$$

を考える．ただし $d\geq 1$，$D\geq 1$，$\sigma=1$ 確率変数列 $\{v_t\}$ は互いに独立に同一の分布にしたがい，初期条件は $u_{-s}=0(s\geq 0)$ であると仮定する．

次に確率変数列を順次定義して，

$$u_t^{(k)}=u_{t-1}^{(k)}+u_t^{(k-1)} \quad (k=D+d,\dots,D) \tag{A.2}$$

及び $u_t^{(0)}=u_t, u_t^{(1)}=(1=B^s)^{-1}u_t^{(0)},\dots,u_t^{(D)}=(1-B^s)^{-1}u_t^{(D-1)}$ により構成する．このとき正整数の列 $[nu]\geq j_D\cdots\geq j_1\geq 1(0<u<1)$ に対して

$$u^{(D)}_{([nu]-1)s+i}=\sum_{[nu]\geq j_D\geq\cdots\geq j_1\geq 1}u^{(0)}_{j_1}=\sum_{j_D=1}^{[nu]}\sum_{j_{D-1}=1}^{j_D}\cdots\sum_{j_1=1}^{j_2}u^{(0)}_{j_1}\quad(i=1,\ldots,s)\tag{A.3}$$

という表現を用いて

$$\sum_{j_D=1}^{j_{D+1}(T)}u^{(D)}_{j_D}=\sum_{i=1}^{s}\sum_{j=1}^{\left[\frac{j_{D+1}(T)}{s}\right]}u^{(D)}_{(j-1)s+i}+R(j_{D+1}(T))\tag{A.4}$$

と分解される．ここで，時点$j_{D+1}(T)$をTの関数として表現して剰余項と$R(t(T))$とできる．仮定により$\mathbf{E}[R(t(T))^2]$がTの多項式となるのでその確率的次数が評価できる．また次の導出過程より初期条件を漸近的に無視できることを示すこともできる．ここで上の季節による分解を$u^{(k)}_{(j-1)s+i}$ $(j\geq 1, k=1,\ldots,D, i=1,\ldots,s)$と$u^{(D+l)}_{j}$ $(j\geq 1, l=1,\ldots,d)$に代入すると，

$$u_t\sim u^{*}_t=\sum_{t\geq j_{D+d}\geq\cdots\geq j_{D+1}\geq j_D}\sum_{i=1}^{s}\sum_{j_D\geq\cdots\geq j_1\geq 1}v_{(j_1-1)s+i}\tag{A.5}$$

なる表現を得る．このとき，弱収束の議論とタイトネス（tightness）条件を用い

$$\frac{1}{T^{d+D-1}\sqrt{T}}u_{t(T)}=\left(\frac{1}{s}\right)^{D-\frac{1}{2}}\frac{1}{T^d}\frac{1}{n^{D-\frac{1}{2}}}u_{t(T)}\tag{A.6}$$

$$\stackrel{w}{\Rightarrow}\left(\frac{1}{s}\right)^{D-\frac{1}{2}}\bar{B}^{*}\left(\left[\frac{t(T)}{T}\right]\right)$$

が得られるが[8]，ここで$t(T)$をTの関数として扱っていることに注意する．

次に連続写像定理と汎関数中心極限定理[9]を用いる．まず$D=d=1$の場合には$t=(j_2-1)s+i(j_2\geq 2)$に対し

$$\sum_{t=1}^{T}\mathbf{z}_t u^{(2)}_t=\sum_{t=1}^{T}\mathbf{z}_t\left\{[u_{(j_2-1)s+i-1}+\cdots+u_{(j_2-1)s+1}]+\sum_{j_1=1}^{(j_2-1)}u^{(1)}_{j_1}\right\}\tag{A.7}$$

と書ける．仮定より例えば$\Sigma_{t=1}^{T}\mathbf{z}_t u_{(j_2-1)s+i-1}$の分散を評価すると$O(T^3)$であるので最終項に比べて漸近的には無視できることがわかる．同様な議論から近似的に

$$\frac{1}{T^2\sqrt{T}}\sum_{t=1}^{T}\mathbf{z}_t u^{(2)}_t\cong\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\mathbf{z}_t\left\{\frac{1}{T\sqrt{T}}\sum_{j_1=1}^{(j_2-1)s}u^{(1)}_{j_1}\right\}$$

となること，各十分大きい$j_2(\geq 2)$に対して初期値$y_t=0(t\leq 0)$, $\Sigma_{j_1=1}^{(j_2-1)s}u^{(1)}_{j_1}=\Sigma_{j_1=1}^{j_2-1}\Sigma_{i=1}^{s}(\Sigma_{j=1}^{j_1}u^{(0)}_{(j-1)s+i})$及び$\mathbf{E}[\Sigma_{j_1=1}^{(j_2-1)s}u^{(1)}_{j_1}]^2\cong s\mathbf{E}[\Sigma_{j_1=1}^{j_2-1}u^{(1)}_{sj}]^2$，$(\mathbf{z}^{*}(r)=(1/s)\Sigma_{j=1}^{s}\mathbf{z}_i(r)(T=sn))$などに注意すると，左辺は$T\to+\infty(n\to\infty)$のときに

$$(1/s)\sum_{i=1}^{s}\int_0^1\mathbf{z}^{*}_i(r)(1/\sqrt{s})\bar{B}^{*}(r)dr$$

に収束することが分かる．$D\geq 1, d\geq 1$の場合も同様な議論により

[8] ここで$\stackrel{w}{\Rightarrow}$は確率測度の弱収束（weak convergence）の意味であるが，より詳細な数理的議論は例えばTanaka（1996）の定理3.1と同様である．

[9] これらの確率論的な内容についての詳細な議論は例えばBillingsley（1968）を参照されたい．

$$\frac{1}{T^{d+D+\frac{1}{2}}}\sum_{t=1}^{T}\mathbf{z}_t u_t=\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\mathbf{z}_t\left[\frac{1}{T^d n^{D-1}\sqrt{n}}u_t\right]\left[\frac{1}{s}\right]^{D-\frac{1}{2}} \tag{A.8}$$

$$\overset{w}{\Rightarrow}\left(\frac{1}{s}\right)^{D-\frac{1}{2}}\int_0^1 \mathbf{z}^{*}(r)\bar{B}^{*}(r)dr$$

が導かれる.

また $\{\mathbf{z}_t\}$ に関する条件

$$\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\mathbf{z}_t\mathbf{z}_t' = \left(\frac{1}{\mathbf{s}}\right)\sum_{i=1}^{s}\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\mathbf{z}_{(j-1)s+1}\,\mathbf{z}'_{(j-1)s+i} \tag{A.9}$$

$$\rightarrow \mathbf{M}^{*}=\frac{1}{s}\sum_{i=1}^{s}\mathrm{M}_i>0$$

とタイトネス（tightness）条件により,

$$\frac{1}{T^{d+D-\frac{1}{2}}}(\hat{\beta}_{LS}-\beta) = \left(\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\mathbf{z}_t\mathbf{z}_t'\right)^{-1}\left[\frac{1}{T^{d+D+\frac{1}{2}}}\sum_{t=1}^{T}\mathbf{z}_t u_t\right] \tag{A.10}$$

$$\overset{w}{\Rightarrow}\left(\frac{1}{s}\right)^{D-\frac{1}{2}}\mathbf{M}^{*-1}\int_0^1 \mathbf{z}^{*}(r)\bar{B}^{*}(r)dr$$

が得られる. ただし $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{LS}=(\hat{\beta}_k)$ は未知母数ベクトル $\boldsymbol{\beta}=(\beta_k)$ の最小二乗推定量である.

さらに同様の議論により $n\rightarrow\infty(T\rightarrow\infty)$ のとき

$$\left(\frac{1}{T}\right)^{2(d+D)}\sum_{t=1}^{T}u_t^2 = \left(\frac{1}{s}\right)^{2\left(D+d-\frac{1}{2}\right)}\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left[\frac{1}{T^d n^{D-1}\sqrt{n}}u_t\right]^2 \tag{A.11}$$

$$\overset{w}{\Rightarrow}\left(\frac{1}{s}\right)^{2\left(D-\frac{1}{2}\right)}\int_0^1 \bar{B}^{*2}(r)dr$$

および

$$\left(\frac{1}{T}\right)^{2(d+D)}\sum_{T=1}^{T}\hat{u}_t^2\overset{w}{\Rightarrow}\left(\frac{1}{s}\right)^{2\left(D-\frac{1}{2}\right)}\left[\int_0^1\bar{B}^{*2}(r)dr-\left(\int_0^1\mathbf{z}^{*}(r)\bar{B}^{*}(r)dr\right)'\mathbf{M}^{*-1}\left(\int_0^1\mathbf{z}^{*}(r)\bar{B}^{*}(r)dr\right)\right]$$

という結果が得られる. ただし $\hat{u}_t(t=1,\ldots,T)$ は最小二乗法から得られる残差系列を意味する.

以上のように $n\rightarrow\infty(T\rightarrow\infty)$ のときのランダムな項の評価を総合し, 最終的に定理 2.1 で示した弱収束の結果

$$\frac{1}{\sqrt{T}}t(\beta_k)\overset{w}{\Rightarrow}t_k^{*} \tag{A.12}$$

が得られる.

[ii] 次に $d=0$ の場合にはこの結果に若干の変更を加えることで定理 2.2 が導かれる.
例えば式（A.5）はより簡単な形の

$$u_t \sim u_t^* = \sum_{\left[\frac{t(T)}{s}\right] \geq j_D \geq \cdots \geq j_1 \geq 1} v_{(j_1-1)s+i} \qquad (A.5)'$$

に $(t=([t(T)/s]-1)s+i(i=1,\dots,s))$ 置き換えればよい．

また式（A.8）は

$$\frac{1}{T^{D+\frac{1}{2}}} \sum_{t=1}^{T} \mathbf{z}_t u_t \overset{w}{\Rightarrow} \left(\frac{1}{s}\right)^{D+\frac{1}{2}} \sum_{i=1}^{s} \int_0^1 \mathbf{z}_i(t) \tilde{B}_i(t) dt \qquad (A.7)'$$

に置き換えればよい．

またここから先の導出は $d \geq 1$ の場合と完全に平行した議論になるので，詳細については省略する．

[iii]　残りの証明は弱従属過程の弱収束に関する標準的な結果と同様である．一般的な場合には式（2.11）の分子と分母の両方を σ で割り，初期条件は漸近的に無視し得ることを示す必要がある．

ここで特性多項式 $\phi_p(B)=0$, $\Phi_P(B^s)=0$, $\theta_q(B)=0$, $\Theta_Q(B^s)=0$ の根の絶対値が1より大きいとの仮定の下では $\beta_0=1$ および $\beta_j=O(\rho^j)$ $(|\rho|<1)$ を示すことは容易である．ただし，確率過程 u_t の移動平均表現を

$$u_t = \sum_{t \geq j_{D+d} \geq \cdots \geq j_{D+1}} \sum_{i=1}^{s} \sum_{\left[\frac{j_{D+1}}{s}\right] \geq j_D \geq \cdots \geq j_1 \geq 1} u^{(0)}_{(j_1-1)s+i} \qquad (A.13)$$

および

$$u^{(0)}_{(j_1-1)s+i} \sim u^{(0)*}_{(j_1-1)s+i} = \sum_{j=0}^{\infty} \beta_j v_{(j_1-1)s+i-j} \qquad (A.14)$$

とした．以上より t 値の分子と分母の両方で弱従属性（weak dependence）の影響を調べることができるので一般的な場合の証明が可能となるが，かなり長い（しかし標準的な）議論を行う必要があるので詳細は省略する．

定理 3.1 の導出：

一般性を失うことなく季節ダミー変数を用い，$\Sigma_{j=1}^{s} \beta_j z_{jt} = \Sigma_{j=1}^{s} a_j I_t^{(j)}$ と表記することにする．ここで $I_t^{(j)}(j=1,\dots,s)$ は季節指示関数である．ここでは煩雑さを避けるために $p \geq 1$, $P \geq 1$, $r \geq s$ および $1 \leq p < s$ の場合について考察する[10]．このとき (s+p) 次元の状態ベクトル $\{Y_j\}$ は

$$\mathbf{Y}_j = [\mathbf{I}_{s+p} - \mathbf{D}_0]\mathbf{a} + \mathbf{D}_0 \mathbf{Y}_j + \mathbf{D}_1 \mathbf{Y}_{j-1} + \sum_{i=2}^{P} \mathbf{B}_i^* \mathbf{Y}_{j-i} - \sum_{i=1}^{P} \mathbf{A}_i \mathbf{Y}_{j-i} + \mathbf{V}_j \qquad (A.15)$$

というベクトル表現をすることができる．ただし，誤差項 $\mathbf{V}_j' = (\sigma_s v_{(j-1)s+s}, \dots, \sigma_1 v_{(j-2)s+1}, 0, \dots, 0)$ は $(s+p) \times 1$ の確率変数ベクトルであり，$\mathbf{a}' = (a_s, \dots, a_{-p+1})$ は $(s+p) \times 1$ の定数ベクトルを表している．また，$\mathbf{B}_j = diag(\Phi_j^{(1)}, \dots, \Phi_j^{(1)})$ $(j=1,\dots,P)$ は $(s+s)$ 対角行列であり，

[10] なお季節ダミー変数が含まれない場合には，状態ベクトルやその他の表記を適切に変更すればよい．また，$s \leq p \leq 2s$，となる場合にも以下と同様の議論を行うことができる．例えば $2s+(p-s)$ 次元ベクトルの組を構成し，それに対応した適当な変更を加えれば良いが，こうした場合でも本質的な議論はここで与えたケースと同様である．

$$
\boldsymbol{I}^{*}_{s+p}=\begin{pmatrix}\mathbf{I}_s & \mathbf{O}\\ \mathbf{O} & \mathbf{O}\end{pmatrix},
$$

$$
\boldsymbol{B}^{*}_{j}=\begin{pmatrix}\mathbf{B}_j & \mathbf{O}\\ \mathbf{O} & \mathbf{O}\end{pmatrix},
$$

$$
\boldsymbol{D}_0=\begin{pmatrix}
0 & \phi_1 & \cdots & \phi_p & 0 & \cdots & 0\\
0 & 0 & \phi_1 & \cdots & \phi_p & 0 & \cdots\\
\vdots & \vdots & 0 & \ddots & & & \\
 & & & 0 & \phi_1 & \cdots & \phi_p\\
 & \vdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0\\
\vdots & \vdots & & & & \ddots & \vdots\\
0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0
\end{pmatrix}, \tag{A.16}
$$

$$
\boldsymbol{A}_i=\begin{pmatrix}
0 & \phi_1\Phi_i^{(s-1)} & \cdots & \phi_p\Phi_i^{(s-p)} & 0 & & \cdots & \cdots & 0\\
0 & 0 & \phi_1\Phi_i^{(s-2)} & \cdots & \phi_p\Phi_i^{(s-p-1)} & \cdots & 0 & & \vdots\\
\vdots & \vdots & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 & \cdots & \\
 & & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & & & \\
0 & & & \ddots & & \phi_1\Phi_i^{(1)} & \cdots & \phi_p\Phi_i^{(s-p)} & 0\\
\vdots & \vdots & & & & 0 & \phi_1\Phi_i^{(s)} & \cdots & \phi_p\Phi_i^{(s-p+1)}\\
0 & \vdots & & & & & 0 & \cdots & 0\\
\vdots & \cdots & \vdots & \vdots & & 0 & & \ddots & \vdots\\
0 & \cdots & 0 & 0 & & & & \cdots & 0
\end{pmatrix},
$$

および

$$
\boldsymbol{D}_1=\begin{pmatrix}\mathbf{B}_1 & \mathbf{O}\\ \mathbf{I}_p & \mathbf{O}\end{pmatrix}
$$

は $(s+p)\times(s+p)$ 行列である．

時系列モデルのこうしたベクトル表現は一見複雑に見えるが，特性方程式に関する次の結果を利用することができる．

補助定理 A.1：式（A.14）で定義されるベクトル AR 過程の特性方程式は

$$
c(\lambda)=\left|\lambda^{P}[\mathbf{I}_{s+p}-\mathbf{D}_0]-\lambda^{P-1}[\mathbf{D}_1-\mathbf{A}_1]-\sum_{i=2}^{P}\lambda^{P-i}[\mathbf{B}^{*}_i-\mathbf{A}_i]\right|=0 \tag{A.17}
$$

により表現される．このとき次の等式が成り立つ[11]．

[11] レフェリーにより補助定理 A.1 の別証明が与えられたが，ここでは補助定理 A.2 を経由した証明そのものにも興味がある読者も想定して元の証明のアイデアを少し修正した議論を用いている．

$$c(\lambda)=\lambda^{p(P-1)}\prod_{i=1}^{p}(\lambda-\rho_i^s)\prod_{i=1}^{s}[\lambda^P-\lambda^{P-1}\Phi_1^{(i)}-\cdots-\Phi_P^{(i)}], \tag{A.18}$$

ただし $\rho_i(i=1,\ldots,p)$ は方程式

$$\lambda^p-\lambda^{p-1}\phi_1-\cdots-\phi_p=0. \tag{A.19}$$

の解である．

補助定理 A.1 の証明：

補助定理 A.1 は次に述べる補助定理 A.2 から簡単に導くことができる．一般の場合には記号が複雑になるので $P=p=2$ の場合についての証明を与えておく．ここで特性多項式 (A.16) は $(s+2)\times(s+2)$ 行列の行列式で λ についての $2s+2$ 次多項式となることに注意する．2 次多項式 $a_j(\lambda)=\lambda^2-\Phi_1^{(j)}\lambda-\Phi_2^{(j)}(j=1,\ldots,s)$ を用いると

$$c(\lambda)=\left|\begin{pmatrix}
a_s(\lambda) & -\phi_1a_{s-1}(\lambda) & -\phi_2a_{s-2}(\lambda) & 0 & \cdots & & 0\\
0 & a_{s-1}(\lambda) & -\phi_1a_{s-2}(\lambda) & -\phi_1a_{s-3}(\lambda) & \ddots & & \vdots\\
\vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & & \\
0 & 0 & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0\\
\vdots & \vdots & & 0 & a_1(\lambda) & -\phi_1a_s(\lambda) & -\phi_2a_{s-1}(\lambda)\\
-\lambda^{P-1} & 0 & \cdots & \vdots & 0 & \lambda^P & 0\\
0 & -\lambda^{P-1} & \cdots & & 0 & 0 & \lambda^P
\end{pmatrix}\right|$$

$$=\lambda^{p(P-1)}\left|\begin{pmatrix}
a_s(\lambda) & -\phi_1a_{s-1}(\lambda) & -\phi_1a_{s-2}(\lambda) & 0 & \cdots & & 0\\
0 & a_{s-1}(\lambda) & -\phi_1a_{s-2}(\lambda) & -\phi_2a_{s-3}(\lambda) & \ddots & & \vdots\\
0 & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & & \\
0 & 0 & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0\\
\vdots & \vdots & & 0 & a_1(\lambda) & -\phi_1a_s(\lambda) & -\phi_2a_{s-1}(\lambda)\\
-1 & 0 & \cdots & \vdots & 0 & \lambda & 0\\
0 & -1 & \cdots & & 0 & 0 & \lambda
\end{pmatrix}\right|$$

$$=\lambda^{p(P-1)}\left|\begin{pmatrix}
a_s(\lambda) & -\phi_1a_{s-1}(\lambda) & -\phi_2a_{s-2}(\lambda) & 0 & \cdots & 0 & 0\\
0 & a_{s-1}(\lambda) & -\phi_1a_{s-2}(\lambda) & 0 & \cdots & 0 & 0\\
0 & 0 & \ddots & \ddots & \cdots & 0 & 0\\
-\phi_2a_s(\lambda)/\lambda & 0 & \cdots & \ddots & -\phi_1a_1(\lambda) & -\phi_2a_s(\lambda) & 0\\
-\phi_1a_s(\lambda)/\lambda & -\phi_2a_{s-1}(\lambda)/\lambda & \cdots & 0 & a_1(\lambda) & -\phi_1a_s(\lambda) & -\phi_2a_{s-1}(\lambda)\\
0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 & \lambda & 0\\
0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 & 0 & \lambda
\end{pmatrix}\right|$$

$$
=\lambda^{p(P-1)}\times\left[\prod_{j=1}^{s}a_j(\lambda)\right]\times\left|\begin{pmatrix}
1 & -\phi_1 & -\phi_2 & 0 & \cdots & & 0\\
0 & 1 & -\phi_1 & -\phi_2 & 0 & & \vdots\\
0 & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & & \\
\vdots & \vdots & 0 & \ddots & \ddots & & \\
0 & \vdots & & \ddots & 1 & -\phi_1 & -\phi_2\\
-\phi_2 & 0 & \cdots & & 0 & \lambda & -\lambda\phi_1\\
-\phi_1 & -\phi_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \lambda
\end{pmatrix}\right|
$$

となる．ただし，ここで行列の基本変形を繰り返し適用したが，最後の変形は $(s+p)\times(s+p)$ 行列の行列式を $s\times s$ 行列の行列式に帰着させたことに注意する．さらに，最後の右辺に現れた $s\times s$ 行列 $(s>p)$ の左下部分の $p\times p$ 行列をゼロ行列に変換する行列変形により次の補助定理 A.2 を用いると求める結果を得ることができる．
(Q.E.D)

補助定理 A.2：$s\times s$ 行列 $(s>p)$ の行列式に関して次の関係が成立する．

$$
\left|\begin{pmatrix}
1 & -\phi_1 & \cdots & -\phi_p & 0 & \cdots & & 0\\
0 & 1 & -\phi_1 & \cdots & -\phi_p & 0 & & 0\\
0 & 0 & \ddots & \ddots & & & & \\
0 & \cdots & & 1 & -\phi_1 & -\phi_2 & \cdots & -\phi_p\\
-\phi_p & \cdots & 0 & 0 & \lambda & -\lambda\phi_1 & \cdots & -\lambda\phi_{p-1}\\
\vdots & & & & \ddots & & & \vdots\\
-\phi_2 & \cdots & & & & 0 & \lambda & -\lambda\phi_1\\
-\phi_1 & \cdots & -\phi_p & 0 & \cdots & & 0 & \lambda
\end{pmatrix}\right|=\prod_{i=1}^{p}(\lambda-\rho_i^s)\qquad\text{(A.20)}
$$

ただし実数 $\rho_i(i=1,\ldots,p)$ は方程式 $\lambda^p-\lambda^{p-1}\phi_1-\cdots-\phi_p=0$ の根である．

補助定理 A.2 の証明：

$s\times s$ 行列 $(s>p)$ の基本変形を用いて左上（非対角）要素を全てゼロに変形する．その結果として得られる行列は

$$
\begin{pmatrix}
1 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0\\
0 & 1 & \ddots & 0 & & 0\\
\vdots & \ddots & \ddots & \ddots & & \vdots\\
0 & & 0 & 1 & & 0\\
\mathbf{c}_1 & \cdots & & \mathbf{c}_{s-(p-1)} & \cdots & \mathbf{c}_s
\end{pmatrix}
$$

と書ける．ただし行列の下側は $p\times 1$ ベクトル $\{\mathbf{c}_j\}$ $(j=1,\ldots,s)$ を用いて表現したので，問題は $p\times p$ 行列 $(\mathbf{c}_{s-(p-1)},\ldots,\mathbf{c}_s)$ の行列式を求めることに帰着される．ここで行列の基本変形により $\mathbf{c}_s'=(-\phi_{p-1}\lambda,\ldots,-\phi_1\lambda,\lambda)+\phi_1\mathbf{c}_{s-1}'+\cdots+\phi_p\mathbf{c}_{s-p}',\ \mathbf{c}_{s-1}'=(-\phi_{p-2}\lambda,\ldots,-\phi_1\lambda,\lambda,0)+\phi_1\mathbf{c}_{s-2}'$

$+\cdots+\phi_p \mathbf{c}'_{s-p-1}, \ldots, \mathbf{c}'_{s-(p-1)}=(\lambda, 0, \ldots, 0)+\phi_1 \mathbf{c}'_{s-(p-2)}+\cdots+\phi_p \mathbf{c}'_{s-(2p-1)}$ であることに注意しておく．さらにベクトル $\{\mathbf{c}_j; j=1, \ldots, s-p\}$ は

$$\mathbf{c}_j=\phi_1 \mathbf{c}_{j-1}+\cdots+\phi_p \mathbf{c}_{j-p}\ (j=1, \ldots, s-p) \tag{A.21}$$

なる差分方程式を満たすものとして定義できる．また初期値は $(\mathbf{c}_{-p+1}, \ldots, \mathbf{c}_0\}=(-1)\mathbf{I}_p$ とする．このとき，任意の $j=1, \ldots, s-p$ に対して

$$(\mathbf{c}_{-p+1j}, \ldots, \mathbf{c}_j)=(\mathbf{c}_{-p+j}, \ldots, \mathbf{c}_{j-1})\begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & \phi_p \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & \phi_{p-1} \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & \phi_{p-2} \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ 0 & \cdots & & 1 & \phi_1 \end{pmatrix} \tag{A.22}$$

と書けることに注意する．したがって，差分方程式を用いて $\mathbf{c}_j(j=-p+1, \ldots, s)$ についての代入を繰り返して得られる表現を整理すると $p\times p$ 行列 $(\mathbf{c}_{s-p+1}, \ldots, \mathbf{c}_s)$ は

$$(\mathbf{c}_{s-p+1}, \ldots, \mathbf{c}_j)=\lambda\mathbf{I}_p+(\mathbf{c}_{-p+1}, \ldots, \mathbf{c}_0)\begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & \phi_p \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & \phi_{p-1} \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & \phi_{p-2} \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ 0 & \cdots & & 1 & \phi_1 \end{pmatrix}^s \tag{A.23}$$

と表現されるさらに $p\times p$ 行列である（A.22）の行列式を計算すると，$\{\mathbf{c}_j\}$ に関する初期条件を用いることで

$$|\mathbf{c}_{s-p+1}, \ldots, \mathbf{c}_s|=\left|\lambda\mathbf{I}_p-\begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & \phi_p \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & \phi_{p-1} \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & \phi_{p-2} \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ 0 & \cdots & & 1 & \phi_1 \end{pmatrix}^s\right| \tag{A.24}$$

となることがわかる．右辺の行列の固有値は $\rho_i^s(i=1, \ldots, p)$ であるので式（A.20）の関係が得られる．

（Q.E.D）

定理 3.1 の導出（続き）

補助定理 A.1 により，定理 3.1 における安定条件は（A.16）の全ての特性根の絶対値が 1 より小さいということと同値であることがわかる．したがって，時系列分析の標準的な議論（例えば Anderson（1971）の第 5 章を参照）に従えば，ただちに定理を得ることができる．

（Q.E.D.）

定理 3.2 の証明：

まず式（3.4）両辺に $I_t^{(i)}$ を掛けて期待値をとる．すると安定条件の下で

$$\mu_i = \mathrm{E}[y_t I_t^{(i)}] = \frac{a_i}{1-b_i} \quad (i=1, \ldots, s) \tag{A.25}$$

が得られる．このとき定常過程についてのエルゴード定理（例えば Anderson（1971）の Ch.8 の議論が利用できる）より，$n \to \infty$ に対して

$$\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} y_t = \frac{1}{s}\sum_{i=1}^{s}\left[\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} y_{(j-1)s+i}\right] \xrightarrow{p} \frac{1}{s}\sum_{j=1}^{s}\mu_i = \bar{\mu} \tag{A.26}$$

が成り立つ．同様の議論により，y_t^2 に対して $I_t^{(i)}$ を掛けて期待値をとることで，

$$\mathrm{E}[y_t^2 I_t^{(i)}] = \frac{1}{1-b_i^2}[a_i^2 + \sigma_i^2 + 2a_i b_i \mu_i] \tag{A.27}$$

が得られるので，$n \to \infty$ に対して

$$\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} y_t^2 = \frac{1}{s}\sum_{i=1}^{s}\left[\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} y_{(j-1)s+i}^2\right] \xrightarrow{p} \frac{1}{s}\sum_{j=1}^{s}\left[\frac{a_i^2+\sigma_i^2+2a_i b_i \mu_i}{1-b_i^2}\right] \tag{A.28}$$

が成り立つ．さらに $a_i = (1-b_i)\mu_i (i=1, \ldots, s)$ という関係を利用すると，$n \to \infty$ に対して

$$\begin{aligned}\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}(y_t - \bar{y})^2 &= \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} y_t^2 - \bar{y}^2 \\ &\xrightarrow{p} \frac{1}{s}\sum_{i=1}^{s}\frac{\sigma_i^2}{1-b_i^2} + \frac{1}{s}\sum_{i=1}^{s}\frac{a_i^2(a_i + 2b_i\mu_i)}{1-b_i^2} - \bar{\mu}^2 \\ &= \frac{1}{s}\sum_{i=1}^{s}\frac{\sigma_i^2}{1-b_i^2} + \frac{1}{s}\sum_{i=1}^{s}(\mu_i - \bar{\mu})^2\end{aligned} \tag{A.29}$$

となる．また

$$\begin{aligned}&\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}(y_{t-s} - \bar{y}_{-s})(y_t - \bar{y}) \\ &= \frac{1}{s}\sum_{i=1}^{T}(y_{t-s} - \bar{\mu})\left[\sum_{i=1}^{s}(a_{i+} b_i y_{t-s} + \sigma_i v_t) - \bar{\mu}\right] + o_p(1)\end{aligned} \tag{A.30}$$

となることも同様にわかる．以上の計算から自己回帰（AR）モデルを当てはめた時に得られる係数に対する最小二乗推定量の分子の極限（$n \to \infty$）は

$$\begin{aligned}&\sum_{t=1}^{s} a_i \mathrm{E}\left[\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}(y_t - \bar{\mu})I_t^{(i)}\right] + \sum_{i=1}^{s} b_i \mathrm{E}\left[\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}(y_{t-s} - \bar{\mu})y_{t-s}I_t^{(i)}\right] \\ &= \sum_{i=1}^{s} a_i\left(\frac{\mu_i - \bar{\mu}}{s}\right) + \sum_{i=1}^{s} b_i\left[\frac{1}{s}\frac{a_i^2+\sigma_i^2+2b_i\mu_i}{1-b_i^2} - \bar{\mu}\frac{\mu_i}{s}\right] \\ &= \frac{1}{s}\sum_{i=1}^{s}\frac{b_i\sigma_i^2}{1-b_i^2} + \frac{1}{s}\sum_{i=1}^{s}(\mu_i - \bar{\mu})^2,\end{aligned} \tag{A.31}$$

と評価される．ただし，ここで $a_i = (1-b_i)\mu_i (i=1, \ldots, p)$ という関係を用いたことを注意しておく．このことから定理の主張する結果（3.15）が得られる．

（Q.E.D.）

引用文献

[1] Akaike, H. (1973). "Information Theory and an Extension of the Maximum Likelihood Principle," in Petrov, B.N. and Csaki, F. eds., *Second International Symposium on Information Theory,* Akademia Kiado, Budapest, 267-281.

[2] Anderson, T.W. (1971). *The Statistical Analysis of Time Series*, John-Wiley.

[3] Anderson, T.W. and Kunitomo, N, (1992). "Asymptotic Distributions of Regression and Autoregression Coefficients with Martingale Differences," *Journal of Multivariate Analysis,* Vol. 40-2, 221-243.

[4] Billingsley, P. (1968). *Convergence of Probability Measures*, John-Wiley.

[5] Box, G.E.P. and Jenkins, G. M (1971). *Time Series Analysis: Forecasting and Control,* Holden-Day.

[6] Findley, D., B. Monsell, W. R. Bell, M.Otto, and B. Chen (1998). "New Capabilities and Methods of the X-12-ARIMA Seasonal Adjustment Program," *Journal of Business and Economic Statistics,* 16, 127-177.

[7] Franses, P. H. (1996). *Periodicity and Stochastic Trends in Economic Time Series,* Oxford University Press.

[8] Ghysels, E. and D.R. Osborn (2001). *The Econometric Analysis of Seasonal Time Series*, Cambridge University Press.

[9] Hamilton, J. (1994). *Time Series Analysis,* Princeton University Press.

[10] 北川源四郎 (1993).「時系列プログラミング」, 岩波書店.

[11] 国友直人 (2001). "季節調整法 X-12-ARIMA (2000) の利用：法人企業統計の事例", 経済学論集, Vol. 67-2, 2-29, 東京大学経済学部.

[12] 国友直人編 (2004).「解説 X-12-ARMA (2002)」, 東京大学日本経済国際共同研究センター (CIRJE) 研究報告 No.1.

[13] Kunitomo, N. and M. Takaoka (2002). "On RegARIMA Model, RegSSARMA Model and Seasonality", Discussion Paper CIRJE-F-146, Graduate School of Economics, University of Tokyo (http://www.e.u-tokyo.ac.jp/cirje/research/dp/2001/).

[14] Ikeda, N. and Watanabe, S. (1989). *Stochastic Differential Equation and Diffusion Processes*, North-Holland.

[15] Shiskin, J., Young, A. H., and Musgrave, J. C. (1967). "The X-11 Variant of the Census Method II Seasonal Adjustment Program," Technical Paper 15, Bureau of the Census, U.S. Department of Commerce, Washington DC.

[16] 統計数理 (1997).「季節調整特集」, 統計数理研究所.

[17] 高岡慎 (2004). 季節性と経済時系列分析, 東京大学大学院経済学研究科学位 (博士) 論文.

[18] Tanaka, K. (1996). *Time Series Analysis*, John-Wiley.

第II部：報告書 (財務省財務総合政策研究所)

4. 報告書「法人企業統計と季節調整」国友直人・高岡慎・一場知之 (2002)、財務省総合政策研究所、2002 年 2 月 28 日.

5. 報告書「法人企業統計における季節調整法の点検」国友直人・高岡慎・大和田孝 (2003) 財務省総合政策研究所、2003 年 3 月 19 日.

6. 報告書「法人企業統計における季節調整法の点検」国友直人・高岡慎 (2004)、財務省総合政策研究所、2004 年 3 月 23 日.

7. 報告書「法人企業統計における季節調整法の点検」国友直人・高岡慎 (2005)、財務省総合政策研究所、2005 年 3 月 31 日.

8. 報告書「貿易統計と季節調整法」国友直人・高岡慎・岡賢一 (2005)、財務省総合政策研究所、2005 年 3 月 30 日。

法人企業統計と季節調整

国友直人（東京大学大学院経済学研究科教授）
高岡慎（東京大学経済学研究科在学中）
一場知之（東京大経済学研究科在学中）

2002年2月28日

1．はじめに

このレポートは2002年1月に財務省から協力依頼を受けて、国友・高岡・一場が共同で検討した内容をまとめたものである。これまで法人企業統計（季報）では主要な幾つかの系列については原系列とともに前年同期比を公表してきた。この度、各方面からの要望を受けて売上高、経常利益、設備投資の系列については製造業・非製造業・全産業の季節調整系列を作成し、前期比伸び率を参考値として公表することとなった。

季節調整値の系列を作成する具体的な方法については、財務省担当者との打ち合わせの中で主として実務的な観点から米国センサス局で開発している季節調整プログラム X-12-ARIMA(2002)（X-12-ARIMA Version 0.2.9, 2002年1月 X-12-ARIMA 改訂版）の利用が望ましい、と云うことになったので、この報告ではそうした方法の範囲内で X-12-ARIMA プログラムの利用の仕方や季節調整の更新・検討方法について望ましいと我々が判断した手続きについて簡単に説明しておく。なお、X-12-ARIMA(2002) についての一般的な注意点の説明は省略するが、それとほぼ同等な季節調整法 X-12-ARIMA(2000) の内容について詳しくは Findley et. al. (1998), U.S. Census (2000), 国友 (2001a,b)、溝口・刈屋 (1983) 等の文献を参照されたい。

2．モデル識別期間

今回の検討では法人企業統計（季報）の公表データの中からまず１９７５年（4月～6月）期～２００１年（7月～9月）間のデータを用いて RegARIMA モデルの識別を行った。分析の最終段階で経常利益（非製造業）等の最近の時系列変動がかなり不安定であり、過去値の改定がかなりの幅となる可能性を否定できないことが、DECOMP プログラムによる分析等から判明した。こうした現象の主要な原因の一つと考えられたのは、法人企業統計の主要な企業データにおいて季節変動パターンが１９８０年代後半から最近にいたるまで顕著に変化していることである。この他に考えられる要因としては、例えばサンプリング上の断層問題、あるいは企業会計上の問題などとの関わりも想像はされるが、こうした根本的な問題は今回行ったような短期間の分析では検討することは不可能であった。そこでこうした問題の検討は別の機会に譲り、このレポートでは DECOMP により推定した季節指数の系列等から推測された結果のみに言及するに留めておく。（なお、データの対数変換値から DECOMP を用いて推定した季節性を図 1.－１と図１－2として添付しておいた。）

次にデータ利用期間を１９８５年（4月～6月）～２００１年（7月～9月）とする分析も行った。我々の分析の結果では、RegARIMA モデルにおける span

及び modelspan を１９８５年（４月～６月）～２００１年（７月～９月）とする方が、問題となった系列の処理や過去値の改定問題については (我々が調べた限られた範囲では) より適切に対処できるであろうとの結論に達した。むろん、推定に要するデータの期間を短くすると、RegARIMA モデルの母数推定の統計的信頼性が低下することや RegARIMA モデル選択の不安定性などの弊害もありうるので、データの利用期間の選択については季節指数の変化等を見ながら今後ともに検討する必要があろう。

なお、RegARIMA モデルにおける母数の設定では span と modelspan を異なる値に指定すると季節調整値がかなり変化することがありうることを見出した。そこで今回の分析では初期時点を同一の値（1985.2 や 1975.2）に設定したことに注意しておく。

３．スペック・ファイルの構成案

今回我々が実際に利用した RegARIMA モデルの選択にあたってはほぼ次に挙げる項目を考慮してモデルを識別し、季節調整系列の試算を実行した。

(i)ARIMA 次数の選択

階差 (d)・季節階差 (D) はいずれも $d = D = 1$ に固定して時系列モデルの選択を行った。これは主として日本のマクロ企業データの時系列的変動がこの間かなり激しい事に対処する為である。その他の ARIMA モデルにおける AR, MA, SAR, SMA の次数はいずれも２以下に制限して AIC(赤池情報量基準) の最小化により最適なモデル選択を行った。（したがって選択可能な季節 ARIMA モデルの範囲は $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$ 通りである。）当初はもう少し広い範囲でモデル選択を試みたが、AIC 最小化基準を用いると幾つかの系列について若干、次数が大きめに出るように判断されるケースがあった。そこで X-12-ARIMA による季節調整ではかなりの将来期間に渡って予測系列を作成して推定した時系列に対して移動平均フィルターをかけることから、結果として計算される季節調整値に不安定な結果をもたらさないようにすることが望ましい、との実務的な配慮を加えてこの基準を採用した。このことは AIC 基準について既に統計家の間で理論的に知られていることにある程度まで符合していると考えられよう。

(ii) 回帰変数の設定

RegARIMA モデルの回帰部分については変化点分析と異常値分析を行った。我々の分析では変化時点がはっきりし、かつ影響がかなり見られる要素として、売上高・経常利益・設備投資について消費税効果を RegARIMA モデルに組み入れた。具体的には変数 AO を１９８９年（１月～３月期と４月～６月期）及び１９９７年（１月～３月期と４月～６月期）に導入して、合計４時点でダミー変数の利用可能性を検討した。その結果としては、合理的な推定結果と解釈できた場合についてのみ、RegARIMA モデルの回帰項としてダミー変数を導入した。なお、ここでは回帰項を予備的分析により特定した後で ARIMA 部分の選択を行ったことに注意されたい。モデルの推定上では ARIMA 部分は回帰部分と複雑に絡んでいるので、回帰部分を無視して ARIMA 部分を選択する方法よりも最適な選択に近いと考えられよう。

また、曜日効果についても検討したが、我々の分析では十分に説得的かつ整合的な推定結果が得られるまでにはいたらなかったので今回は導入しなかった。

(iii) その他の設定

他の項目については原則としてX-12-ARIMA(2002)（X-12-ARIMA Version 0.2.9）プログラム上でのデフォルト選択を利用した。したがって、例えば予測期間は4となるが、X-12-ARIMA(2000)マニュアルによればデフォルト標準の移動平均は3×5となっているので、その説明通りに素直に解釈すれば、末端部分についても対称移動平均を利用していることになっている。また、X-12-ARIMA(2002)におけるX-11プログラム部分についてはデフォルト選択を用いた。

ここで検討した結果、今回我々の分析から当面の間採用すべきと考えた6種類のRegARIMAモデルとそのスペック・ファイル（A案）を報告する。なお、全産業は製造業と非製造業の合計で推定することとした。合計系列に対して直接的にRegARIMAモデルをあてはめて季節調整系列を作成すると今回の結果とは一致する保証は無いので、対外的な説明上では注意する必要がある。なお我々の行った模擬実験ではこの集計問題から生じる季節調整系列値上に表れる数値的差異が時にはかなり発生することがありうることが確認された。季節調整値（水準）では小さな変化であっても直近の前期比伸び率の推定上で無視できない差異が生じる可能性があるので、特にRegARIMAモデルの点検、データの更新に際しては注意が必要であろう。直観的には合計系列に対してRegARIMAモデルを当てはめて得られる季節調整値系列の方が今回採用した合成系列よりもより滑らかに変動することが予想できよう。なお、念のため集計問題の検討結果及び当初（本レポート第1稿）の段階で採用を予定していたスペック・ファイル（B案）も参考として報告しておく。

なお今回の検討で提案するA案のX-12-ARIMAのスペック・ファイルは別紙に次の順で示しておく。

売上高
（製造業）:スペック案1
（非製造業）：スペック案2
経常利益
（製造業）：スペック案3
（非製造業）：スペック案4
設備投資
（製造業）：スペック案5
（非製造業）：スペック案6

4．季節調整値の更新法

X-12-ARIMAにより季節調整値を更新していくには無視できない幾つかの問題が存在する。X-12-ARIMA上で利用している統計的時系列モデルとしてのRegARIMAモデルでは新たにデータを付け加えると次数の最適な選択が変化する可能性が高く、この点は実務的には極めてやっかいになる。特に回帰部分をも組み入れて推定する場合には、結果として季節調整値と前期比伸び率の推定値が安定的に推移するか否かは事前には明らかでなく、経験の積み重ねも必要となる。そこで主として実務的な観点から、1年に1度程度のRegARIMAモデルの点検・再識別とそれに伴う過去の履歴の更新を行う事が望ましいと考えた。また、少なくともはじめの数年間は統計学や統計学的時系列分析をある程度まで理解している者が点検・更新を行うことが望ましい。

次に参考値として公表する（前期比伸び率の）数値は様々な配慮から一定期間内（年度末まで）では各四半期データの公表時に過去に遡って数値を更新しないことを提案する。むろん RegARIMA モデルを一度固定したとしても新たなデータが付け加わると、X-12-ARIMA プログラムが利用している RegARIMA モデルに含まれる母数推定値の更新と移動平均の性質から、理論的には水準の過去の季節調整値も同時に（多くの場合には若干ではあるが）毎回変更されることになる。また、水準の季節調整値から伸び率の季節調整値への変換の方法は一意ではないことから前期比伸び率の推定方式の選択問題も生じる。我々の模擬実験の結果からは、毎期、新しいデータから計算される最新の２時点の季節調整水準値を利用して伸び率を計算して、その数値を過去の公表系列に加えていく方式が安定的な伸び率の推計に若干は貢献するとの結論が出たので、この推計方法を採用することを推奨する。ただし、この方法を固定的に長期間続けると、公表値が最適な季節調整値とかなりの乖離幅が生じることとなるので、最新のデータを用いて季節調整値を計算する者が仮にいるとすれば批判の対象となりうることに注意する必要があろう。

特に X-12-ARIMA が依拠する RegARIMA モデルは最近の経常利益系列や設備投資系列などの企業データの激しい変化に十分に対応することができる保証はないので、１年に１度の点検に際しては E-DECOMP(2002 年１月版・エクセル版 DECOMP) による最適季節調整値と比較することが望ましい。改訂した RegARIMA モデルと E-DECOMP にもとづく最新の季節調整値を旧 RegARIMA モデルによる結果と比較することで両者の乖離幅が許容範囲にあるか否かを定期的に点検する事を推奨する。この際、RegARIMA モデルにおける階差次数（d 及び D）と統計モデルの整合性の観点からは、E-DECOMP のパラメター選択において対数変換、トレンド次数２，AR 次数０と指定することが望ましいと考えられる。（なお、DECOMP の基本的考え方については北川 (1993) を参照されたい。）

５：季節調整の模擬実験（シミュレーション）

法人企業統計（季報）についてはこれまでに季節調整の経験と積み重ねがないので、我々が提案する方法の妥当性を調べる為に次のような実験を行った。今回は時間的制約のために検討した内容は十分とは云えないが今後の参考となろう。
より具体的には１９８５年（4月～6月）～２０００年（4月～6月）のデータから最適な RegARIMA モデルを推定し、そのモデルを固定し、新たなデータが付け加えられる度に季節調整値（水準）を計算し、最後に公表伸び率を推定するという模擬実験を行った。これを繰り返し、１９８５年（4月～6月）～２００１年（7月～９月）の利用可能なデータを用いて E-DECOMP と RegARIMA を用いて推定した季節調整値と比較検討した。この模擬実験の結果をここでは幾つかの図にまとめておいた。なお、念のため１９７５年（４月～６月）～２０００年（４月～６月）のデータから最適な RegARIMA モデルを推定して行った結果についても図を添付しておく。

我々の実験結果では仮に２００１年の段階で財務省が季節調整値の公表に踏み切っていたとすると、２０００年から２００１年にかけての公表値（参考値）としての前期比伸び率の（E-DECOMP にもとづく事後的な）最適な季節調整値から計算された前期比伸び率からの乖離は非製造業の売上高と経常利益を除き、４系列についてはいずれにしても許容範囲内であったことが確認できた。なお、

ここで比較している3つの季節調整系列・伸び率の推定方法とはそれぞれ
(1) 過去のモデルを固定した上で全てのデータを利用して季節調整値を計算して伸び率を推定する方法,
(2) 過去のモデルを固定した上で新たに得られたデータを付け加えて季節調整系列を作成し、最新値のみを更新した水準（季節調整）系列から伸び率を推定して、直近の伸び率のみを前の公表値に付け加える方法,
(3) 過去のモデルを固定した上で新たに得られたデータを付け加えて季節調整系列を作成し、最新値から2個だけ水準（季節調整）系列を改訂し、直近の伸び率のみを前の公表値に付け加える方法
である。

したがって添付した図から読み取れるように、模擬実験の結果としては特に非製造業の売上高と経常利益の系列については季節調整値の更新時に注意深く統計的時系列モデリングの妥当さを含めて検討が望まれる、ということになった。

6．計算プログラム

米国センサス局により配布されているPC用の季節調整プログラムX-12-ARIMAはオペレーション・システム（DOS）上でバッチ形式により計算を実行する形式をとっている。この実行形式を用いてRegARIMAモデルの選択や季節調整値の更新などを毎回実行することは事務的に煩雑であり、非効率的な運営を強いられることになる。そこで今回新たに季節調整KTI(仮称)システムを財務省用に開発した。プログラムの一部はC言語で書いてあるが、エディターHIDEMARU上のMACROコマンドを利用しているので、ウインドウズ上のエクセルやE-DECOMPとの親和性があり、業務運営上で役に立つはずである。この計算システムの解説マニュアルは別途用意する予定である。

7．説明案

[日本語]

(i)「法人企業統計系列の季節調整方法」：法人企業統計における季節調整では米国商務省センサス局で開発しているX-12-ARIMA(Version 0.2.9)を用いて最終的な季節調整系列を作成している。なお、統計数理研究所で開発しているDECOMPを利用する推定結果のモニタリングも行っている。

(ii)「RegARIMAモデルの選択」：X-12-ARIMAの中ではARIMAモデルにおける階差次数・季節階差次数はそれぞれ1に固定し、他の次数は2以下の範囲内でAIC（赤池情報量基準）の最小化により定めている。さらに、消費税効果は変数AOを利用してRegARIMAモデルに取り入れている。

[英語]

(i) The final seasonally adjusted series are estimated by using the X-12-ARIMA program(Version 0.2.9) developed by the U.S. Census Bureau. We are monitoring the final values by using the DECOMP program developed by the Institute of Statistical Mathematics.

(ii) In the RegARIMA models the orders of differences and seasonal differences are fixed as 1. Other parameters in the ARIMA part are chosen by minimizing AIC values with the restriction that they are not greater than the 2nd order. The effects of VAT are estimated by using the variables AO's in the RegARIMA modeling.

8．文献

Akaike, H. (1973), "Information Theory and an Extension of the Likelihood Principle," in the *Second International Symposium on Information Theory*, eds. B.N. Petrov and F. Czaki, Budapest: Akademia Kiado, 267-287.

Findley, D.F., B.C. Monsell, W.R. Bell, M.C. Otto, B.C. Chen (1998), "New Capabilities and Methods of the X-12-ARIMA Seasonal Adjustment Program," *Journal of Business and Economic Statistics*, 16, 127-176 (with Discussion).

U.S. Bureau of Census (2000), "X-12-ARIMA Reference Manual Version 0.2.7," Statistical Research Division, （http://www.census.gov/srd/www/x12aよりダウンロードが可能)。

北川源四郎 (1993)「時系列プログラミング」岩波書店。

国友直人 (2001a)「解説 X-12-ARIMA2000（暫定版)」
（http://www.e.u-tokyo.ac.jp/cirje/research/dp/2001/2001cj47.pdf)

国友直人 (2001b)「季節調整法 X-12-ARIMA(2000) の利用：法人企業統計の事例」, 経済学論集（東京大学経済学部），６７巻３号, １－２９.

溝口敏行・刈屋武昭 (1983)「経済時系列分析入門」(日本経済新聞社)。

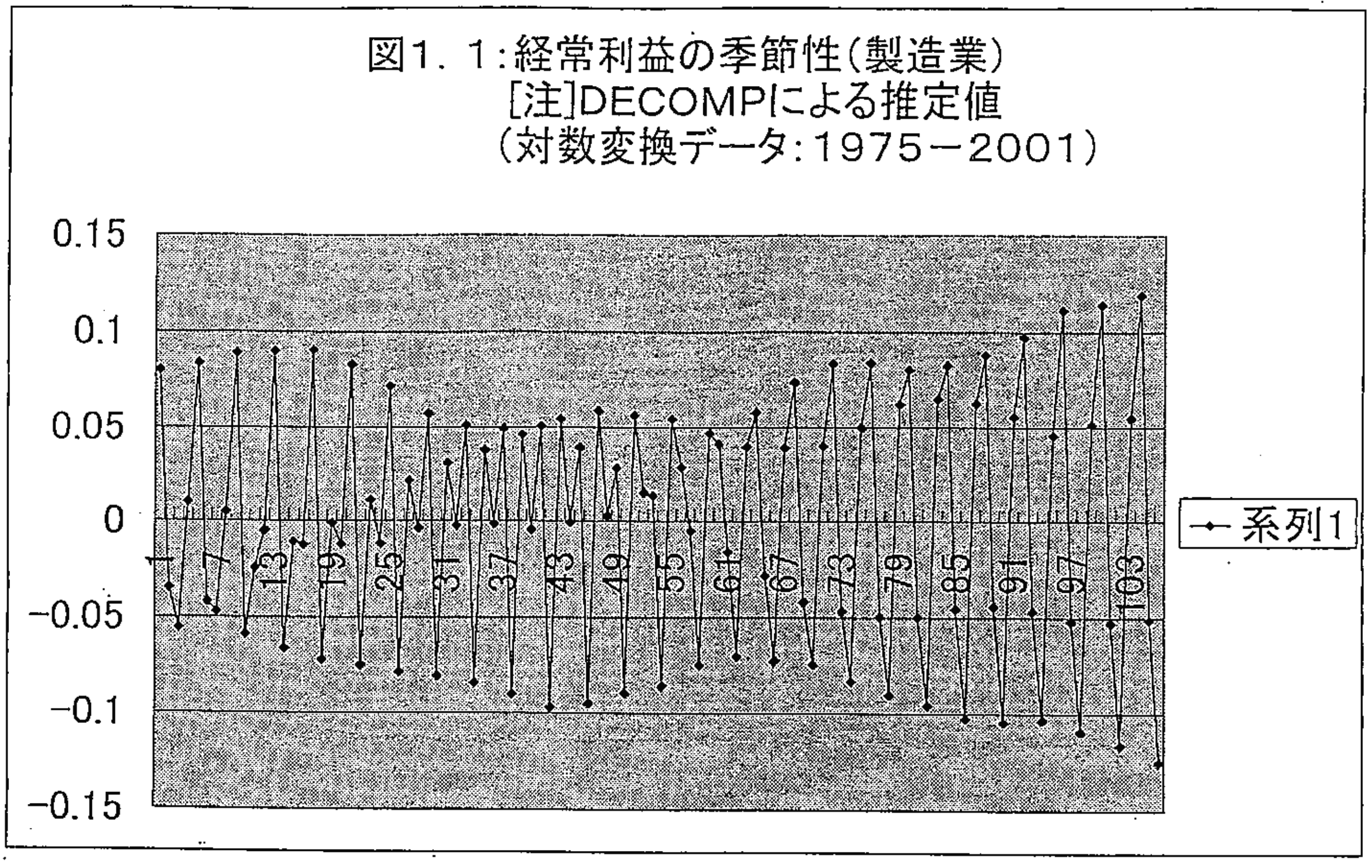


図1．1:経常利益の季節性(製造業)
[注]DECOMPによる推定値
(対数変換データ:1975－2001)
0.15
0.1
0.05
0
−0.05
−0.1
−0.15
1
7
13
19
25
31
37
43
49
55
61
67
73
79
85
91
97
103
系列1

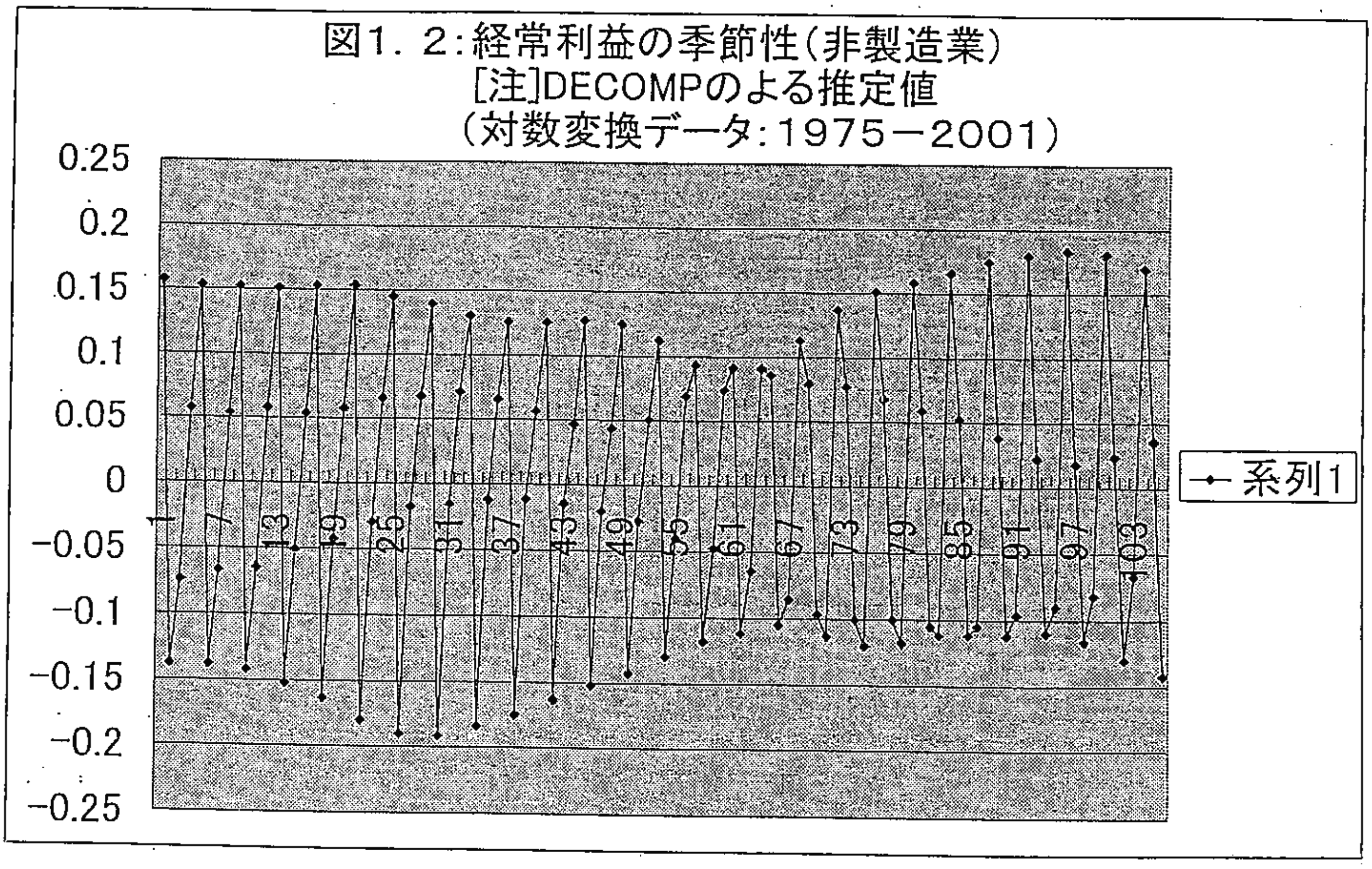


図1．2:経常利益の季節性(非製造業)
[注]DECOMPのよる推定値
(対数変換データ:1975－2001)
0.25
0.2
0.15
0.1
0.05
0
−0.05
−0.1
−0.15
−0.2
−0.25
1
7
13
19
25
31
37
43
49
55
61
67
73
79
85
91
97
103
系列1

表１－１：採用RegARIMAモデル
[注]モデル推定期間：１９８５年（４月～６月）～２００１年（７月～９月）

経常利益　製造業
ARIMA Model: (2 1 2)(2 1 1)

AIC	1194.3042

経常利益　非製造業
ARIMA Model: (1 1 0)(0 1 2)
Regression Model

Variable	Parameter Estimate	Standard Error	t-value
A01989.1	0.2415	0.08815	2.74
A01989.2	-0.2045	0.08813	-2.32
A01997.1	0.1354	0.08672	1.56
AIC			1240.9637

設備投資　製造業
ARIMA Model: (2 1 2)(0 1 2)

AIC	1139.4455

設備投資　非製造業
ARIMA Model: (2 1 2)(0 1 1)

AIC	1199.8241

売上　製造業
ARIMA Model: (2 1 1)(2 1 1)

AIC	1393.7517

売上　非製造業
ARIMA Model: (1 1 1)(2 1 2)
Regression Model

Variable	Parameter Estimate	Standard Error	t-value
A01989.1	0.0334	0.01236	2.71
A01989.2	-0.0349	0.01231	-2.84
A01997.1	0.0183	0.01088	1.69
AIC			1493.4416

[スペック案１]
モデル推定期間：１９８５年（4月～6月）～２００１年（7月～9月）

```
series{
   file='D:¥season¥data¥uri_m.txt'
   start=1954.2
   precision=3
   span=(1985.2,2001.3)
   title='Uriage_m'
   modelspan=(1985.2,2001.3)
   period=4
   save=(
      sp0
         )
}
transform{
   function=log
}
regression{
   variables=(
#     ao1989.1
#     ao1989.2
#     ao1997.1
#     ao1997.2
         )
}
arima{
   model=(2 1 1)(2 1 1)
}
estimate{
   save=(lkstats )
   maxiter=200
}
check{
   print=(none +acf )
}
forecast{ }
x11{
   save=(
      d10 d11
         )
}
```

[スペック案２]
モデル推定期間：１９８５年（4月～6月）～２００１年（7月～9月）

```
series{
   file='D:¥season¥data¥uri_n.txt'
   start=1954.2
   precision=3
   span=(1985.2,2001.3)
   title='Uriage_n'
   modelspan=(1985.2,2001.3)
   period=4
   save=(
      sp0
         )
}
transform{
   function=log
}
regression{
   variables=(
      ao1989.1
      ao1989.2
      ao1997.1
#     ao1997.2
         )
}
arima{
   model=(1 1 1)(2 1 2)
}
estimate{
   save=(lkstats )
   maxiter=200
}
check{
   print=(none +acf )
}
forecast{ }
x11{
   save=(
      d10  d11
         )
}
```

[スペック案３]

モデル推定期間：１９８５年（4月～6月）～２００１年（7月～9月）

```
series{
   file='D:¥season¥data¥rieki_m.txt'
   start=1954.2
   precision=3
   span=(1985.2,2001.3)
   title='Rieki_m'
   modelspan=(1985.2,2001.3)
   period=4
   save=(
      sp0
         )
}
transform{
   function=log
}
regression{
   variables=(
#       ao1989.1
#       ao1989.2
#       ao1997.1
#       ao1997.2
  )
}
arima{
   model=(2 1 2)(2 1 1)
}
estimate{
   save=(lkstats )
```

```
   maxiter=200
}
check{
   print=(none +acf )
}
forecast{ }
x11{
   save=(
      d10  d11
         )
}
```

[スペック案４]
モデル推定期間：１９８５年（４月～６月）～２００１年（７月～９月）

```
series{
   file='D:¥season¥data¥rieki_n.txt'
   start=1954.2
   precision=3
   span=(1985.2,2001.3)
   title='Rieki_n'
   modelspan=(1985.2,2001.3)
   period=4
   save=(
      sp0
        )
}
transform{
   function=log
}
regression{
   variables=(
      ao1989.1
      ao1989.2
      ao1997.1
#     ao1997.2
        )
}
arima{
   model=(1 1 0)(0 1 2)
}
estimate{
   save=(lkstats )
   maxiter=200
}
check{
   print=(none +acf )
}
forecast{ }
x11{
   save=(
      d10  d11
        )
}
```

[スペック案5]
モデル推定期間：１９８５年（4月～6月）～２００１年（7月～9月）

```
series{
   file='D:¥season¥data¥setubi_m.txt'
   start=1954.2
   precision=3
   span=(1985.2,2001.3)
   title='Setubi_m'
   modelspan=(1985.2,2001.3)
   period=4
   save=(
      sp0
         )
}
transform{
   function=log
}
regression{
   variables=(
#     ao1989.1
#     ao1989.2
#     ao1997.1
#     ao1997.2          )
}
arima{
   model=(2 1 2)(0 1 2)
}
estimate{
   save=(lkstats )
   maxiter=200
}
check{
   print=(none +acf )
}
forecast{ }
x11{
   save=(
      d10  d11
         )
}
```

[スペック案６]
モデル推定期間：１９８５年（4月～6月）～２００１年（7月～9月）

```
series{
   file='D:¥season¥data¥setubi_n.txt'
   start=1954.2
   precision=3
   span=(1985.2,2001.3)
   title='Setubi_n'
   modelspan=(1985.2,2001.3)
   period=4
   save=(
      sp0
         )
}
transform{
   function=log
}
regression{
   variables=(
#       ao1989.1
#       ao1989.2
#       ao1997.1
#       ao1997.2
  )
}
arima{
   model=(2 1 2)(0 1 1)
}
estimate{
   save=(lkstats )
   maxiter=200
}
check{
   print=(none +acf )
}
forecast{ }
x11{
   save=(
      d10  d11
         )
}
```

図1－3：季節調整値
[注]モデル推定期間：１９８５年（4月～6月）～２００１年（7月～9月）

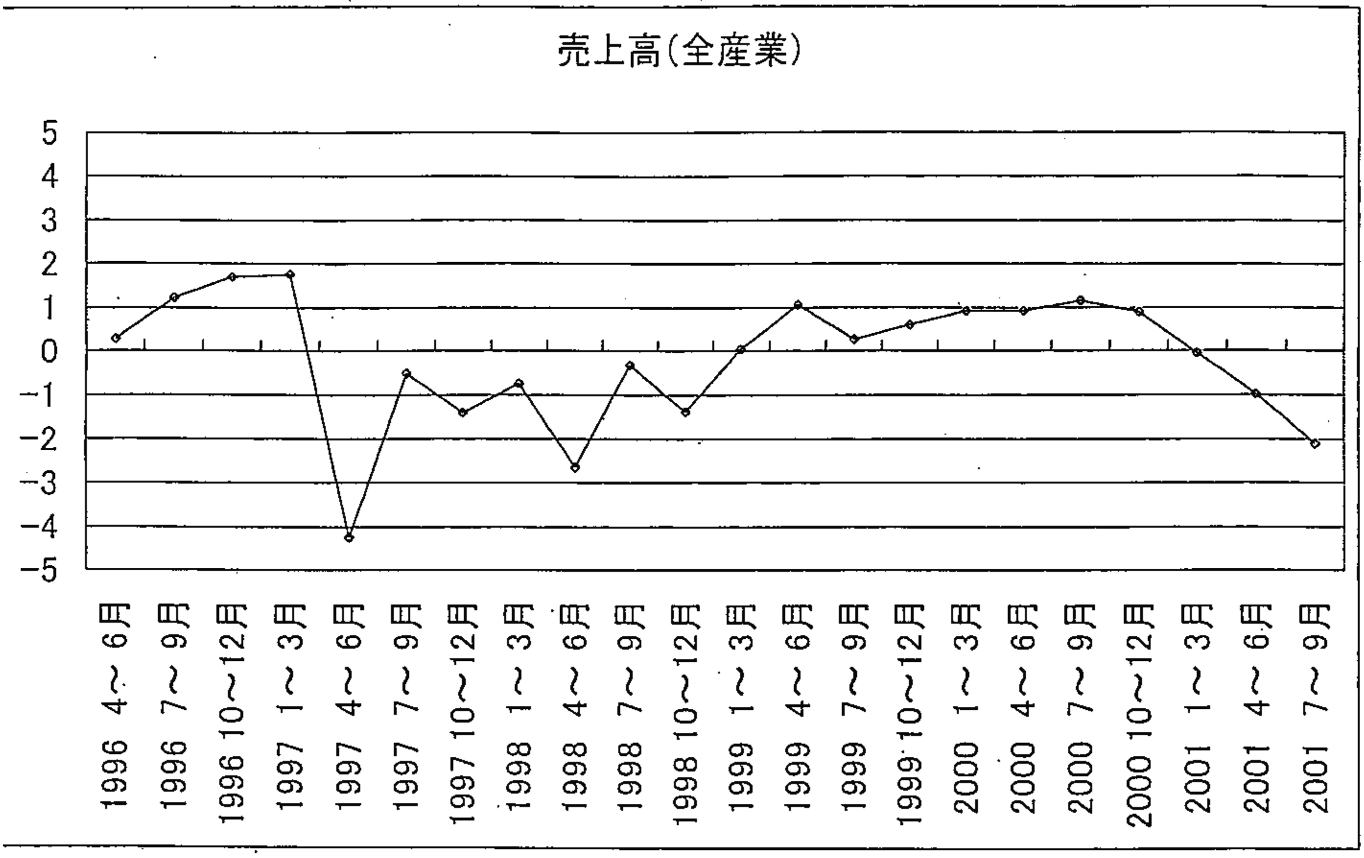


図1－4：季節調整値
[注]モデル推定期間：１９８５年（4月～6月）～２００１年（7月～9月）

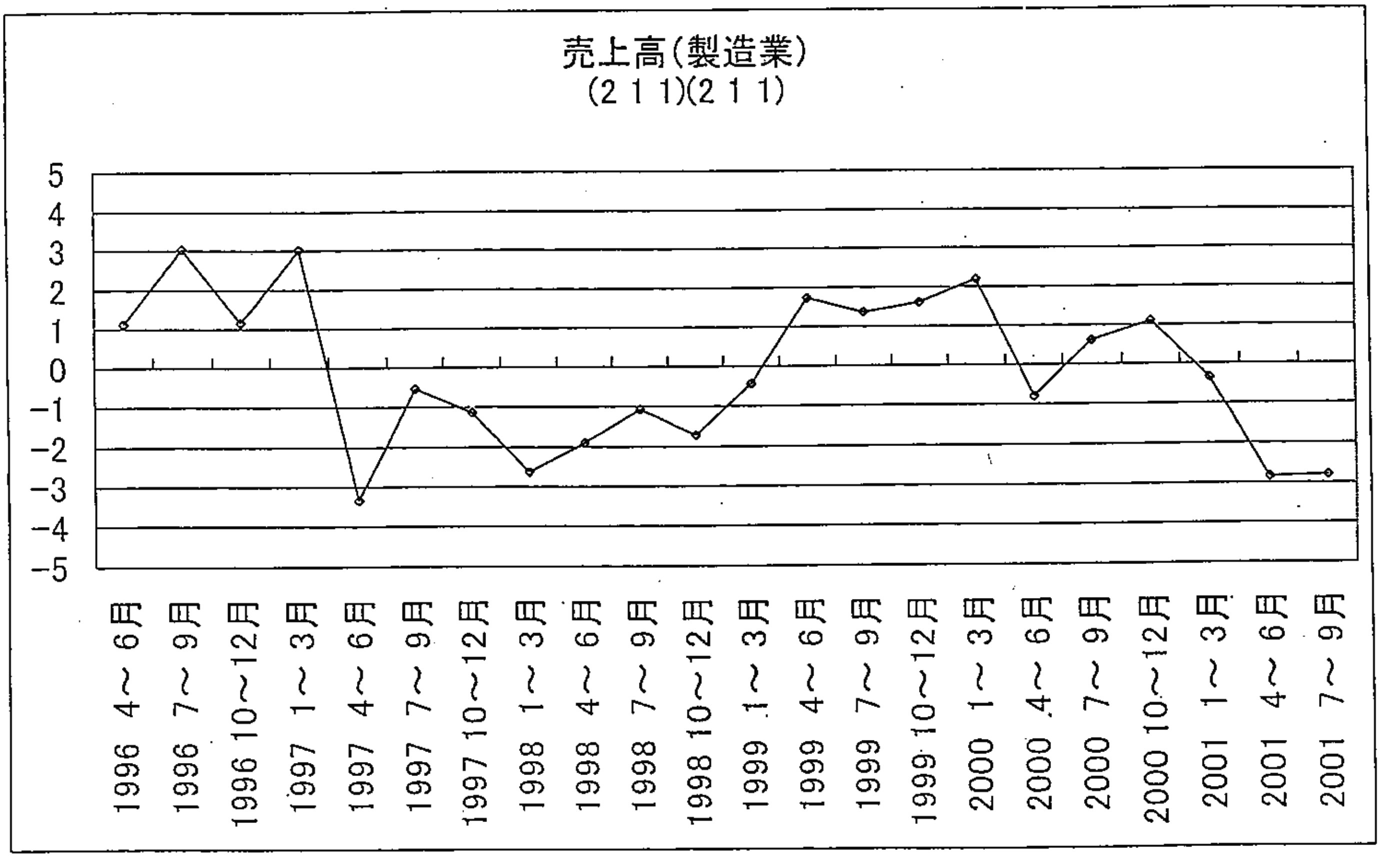


図１－５：季節調整値
[注]モデル推定期間：１９８５年（４月～６月）～２００１年（７月～９月）

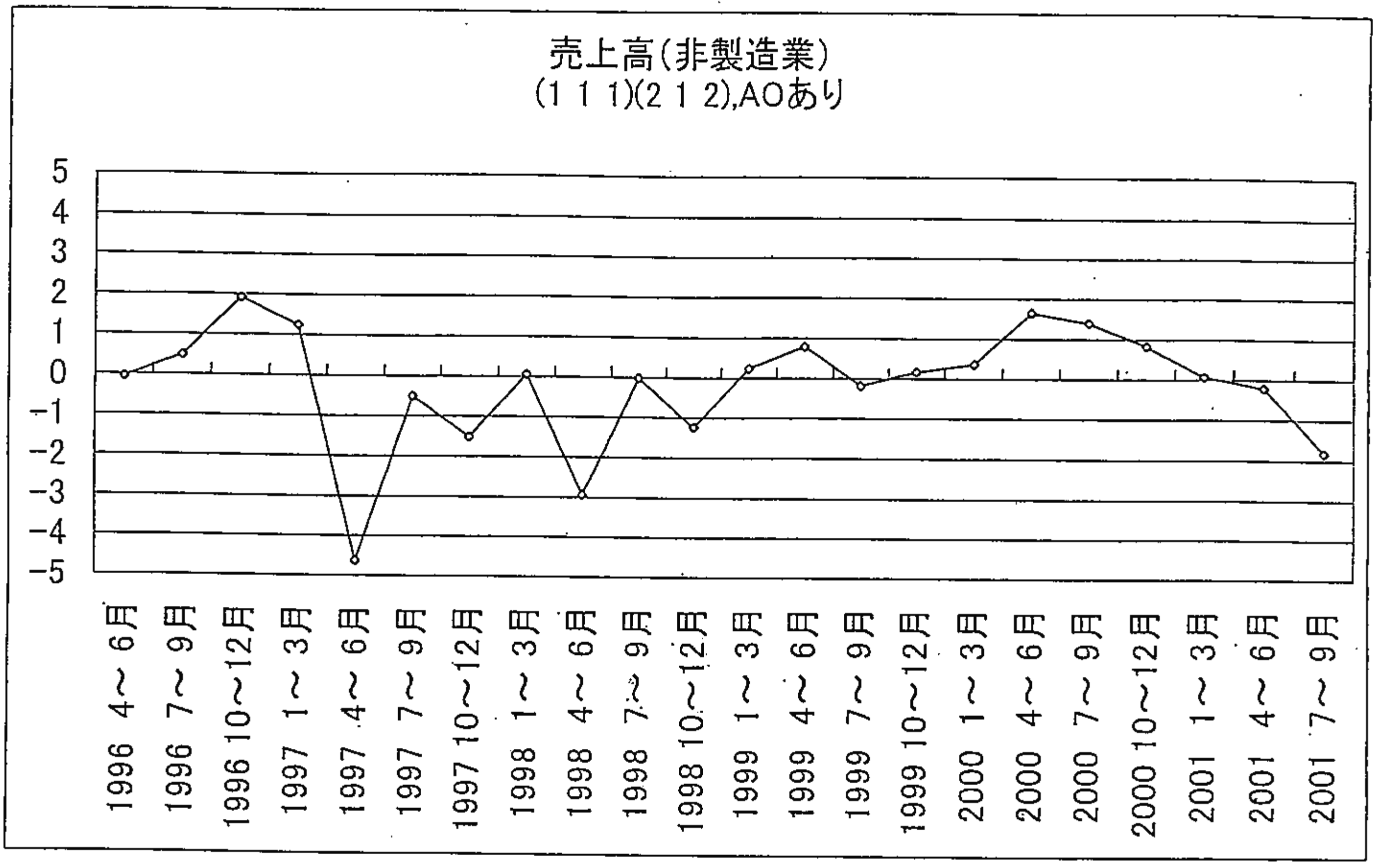


図１－６：季節調整値
[注]モデル推定期間：１９８５年（４月～６月）～２００１年（７月～９月）

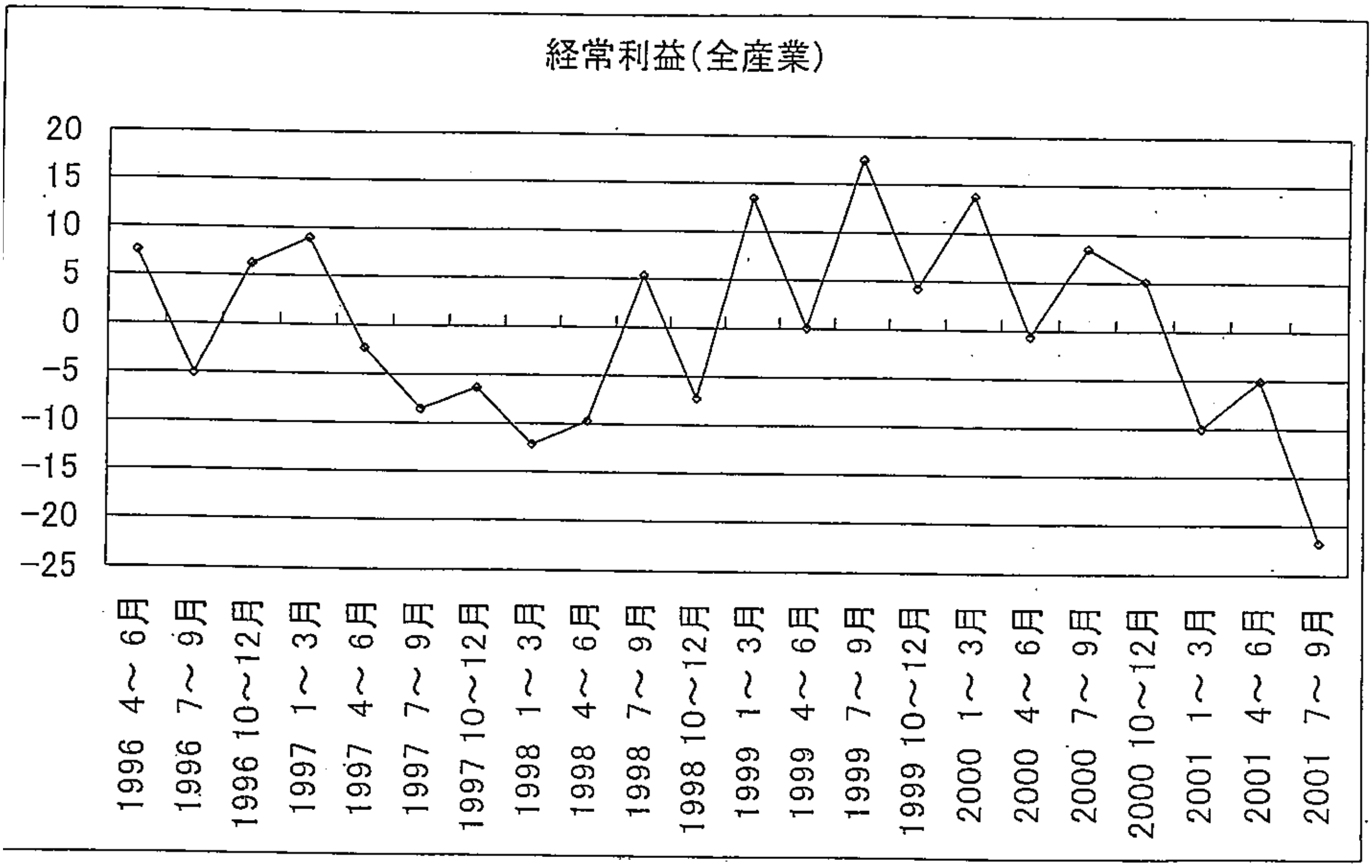


図1－7：季節調整値
[注]モデル推定期間：1985年（4月～6月）～2001年（7月～9月）

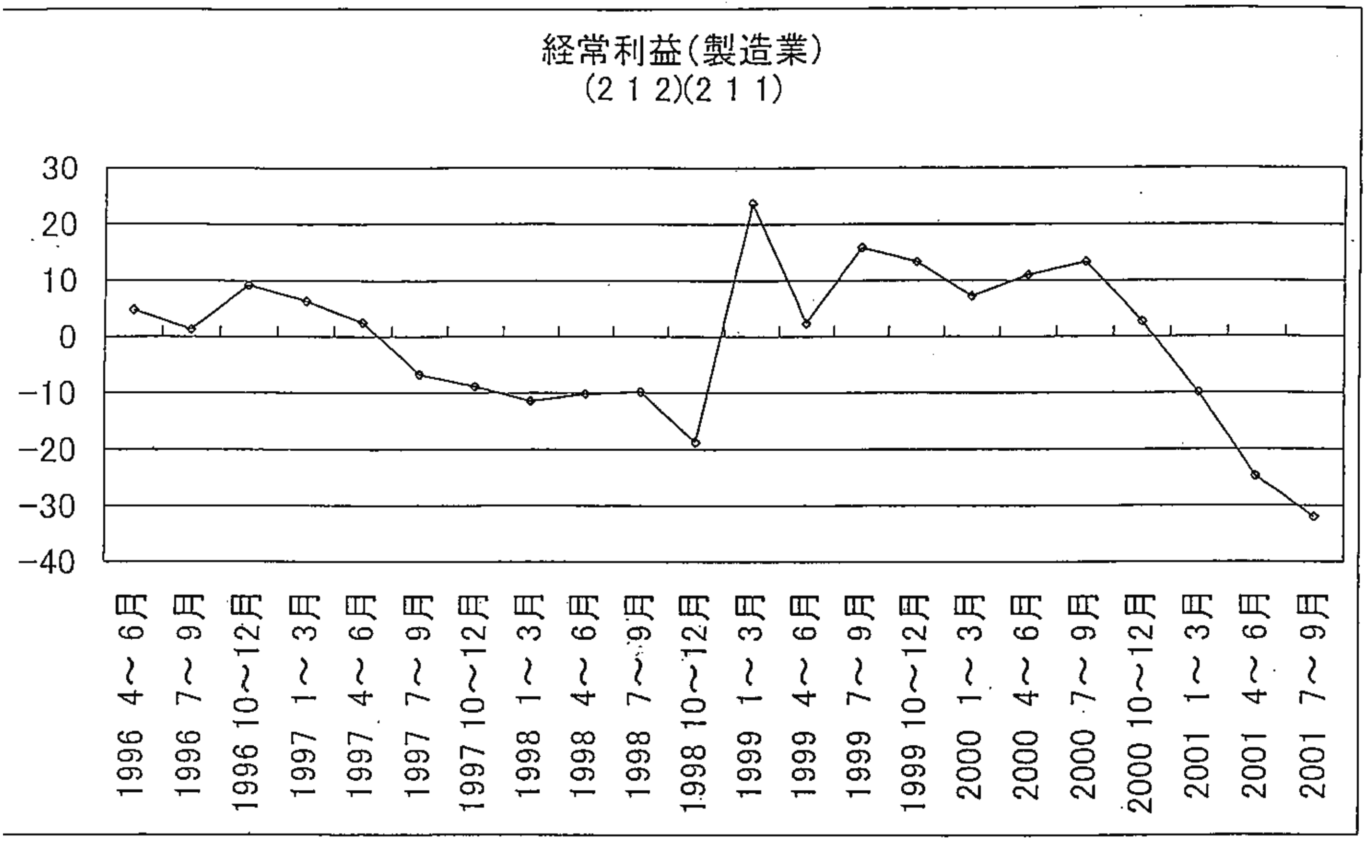


図1－8：季節調整値
[注]モデル推定期間：1985年（4月～6月）～2001年（7月～9月）

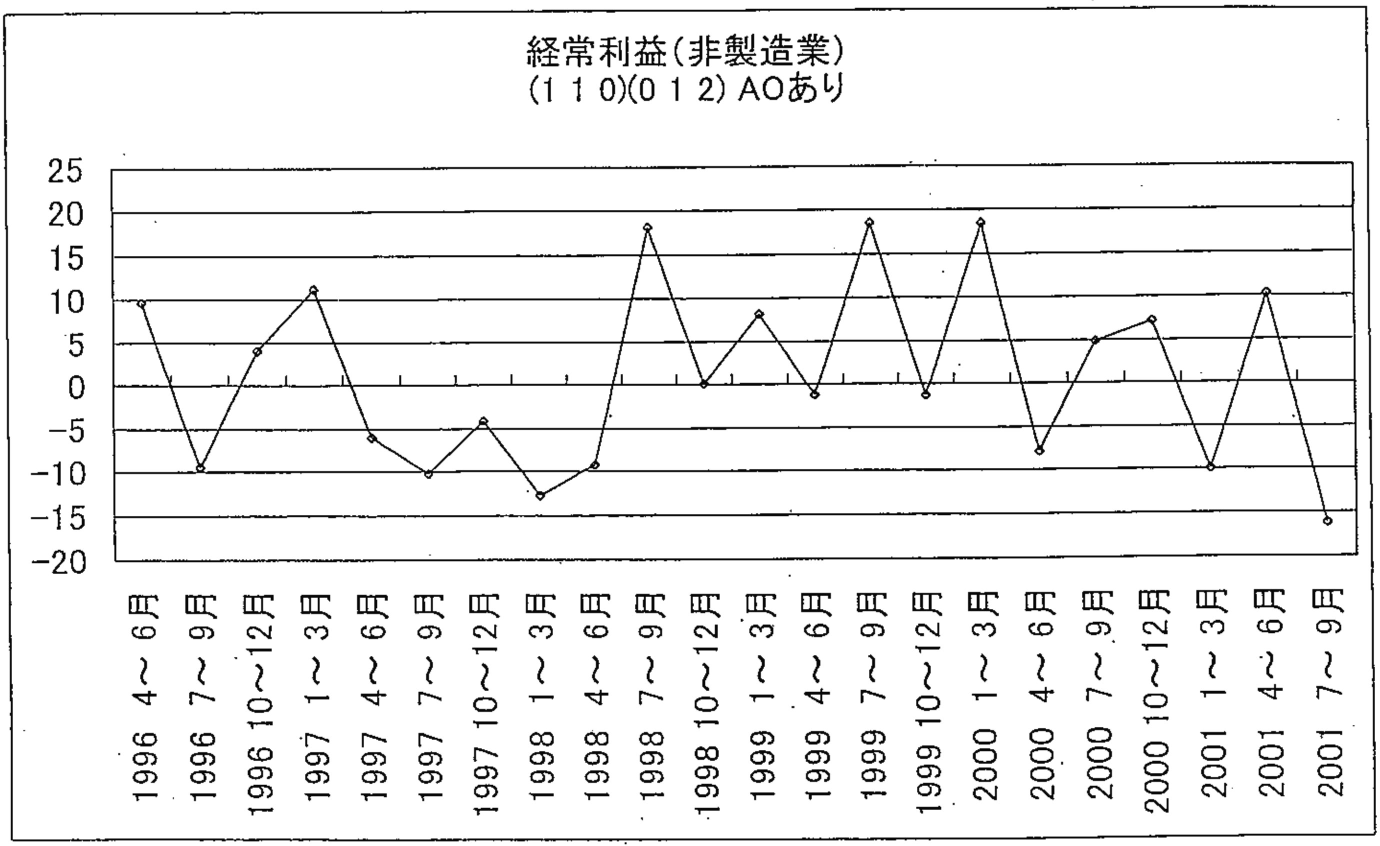


図１－９：季節調整値
[注]モデル推定期間：１９８５年（4月～6月）～２００１年（7月～9月）

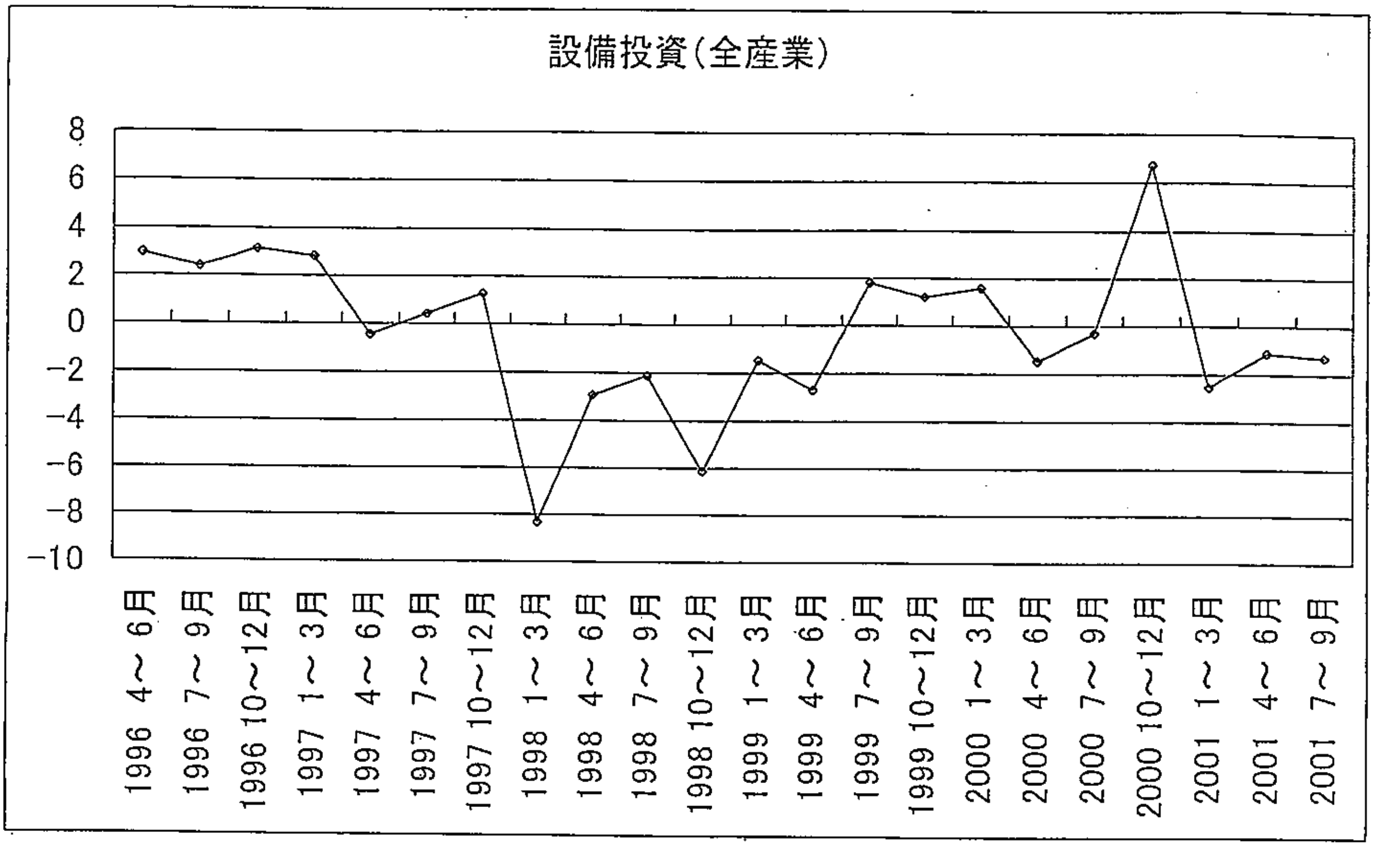


図１－１０：季節調整値
[注]モデル推定期間：１９８５年（4月～6月）～２００１年（7月～9月）

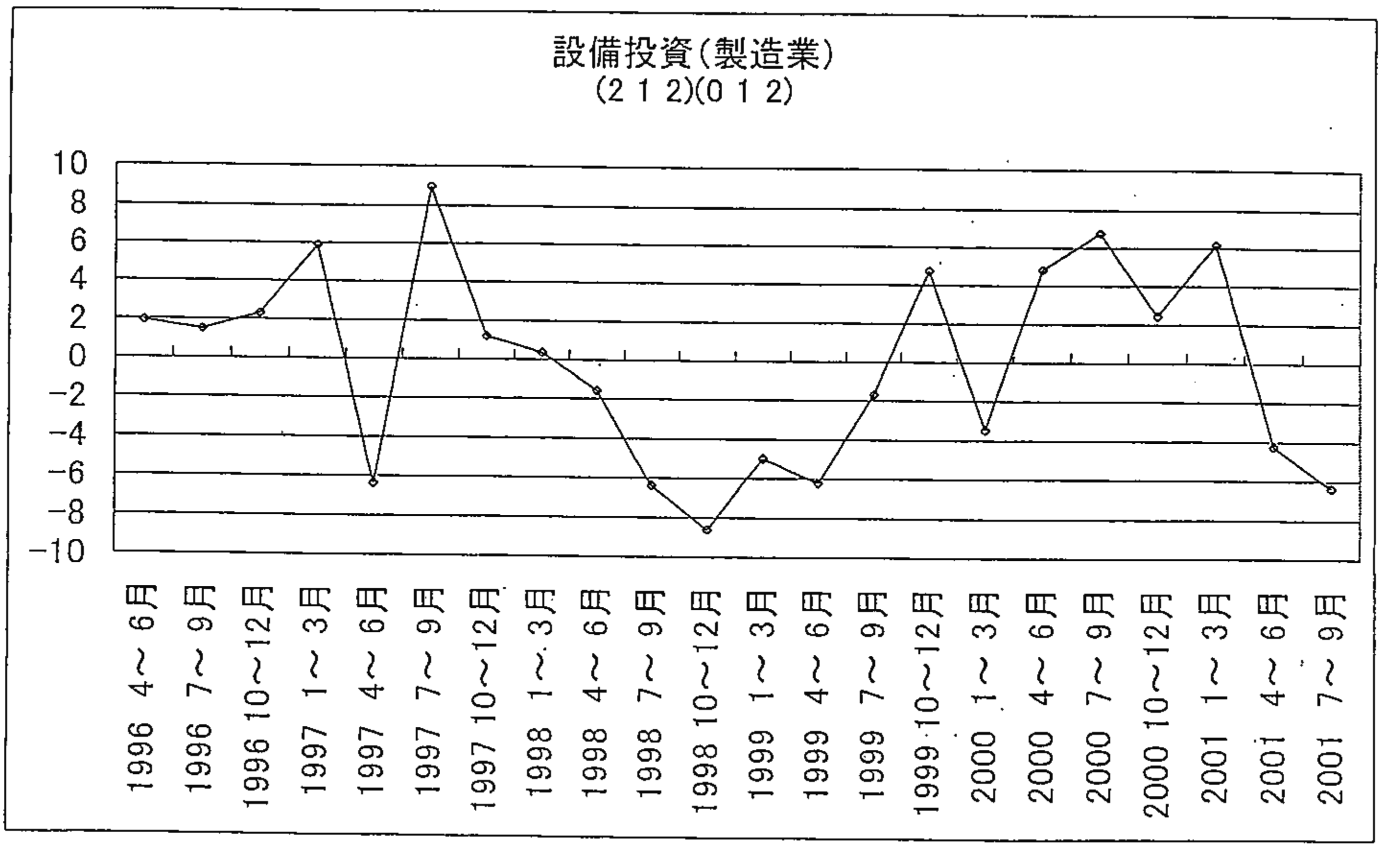


図１－１１：季節調整値
[注]モデル推定期間：１９８５年（４月～６月）～２００１年（７月～９月）

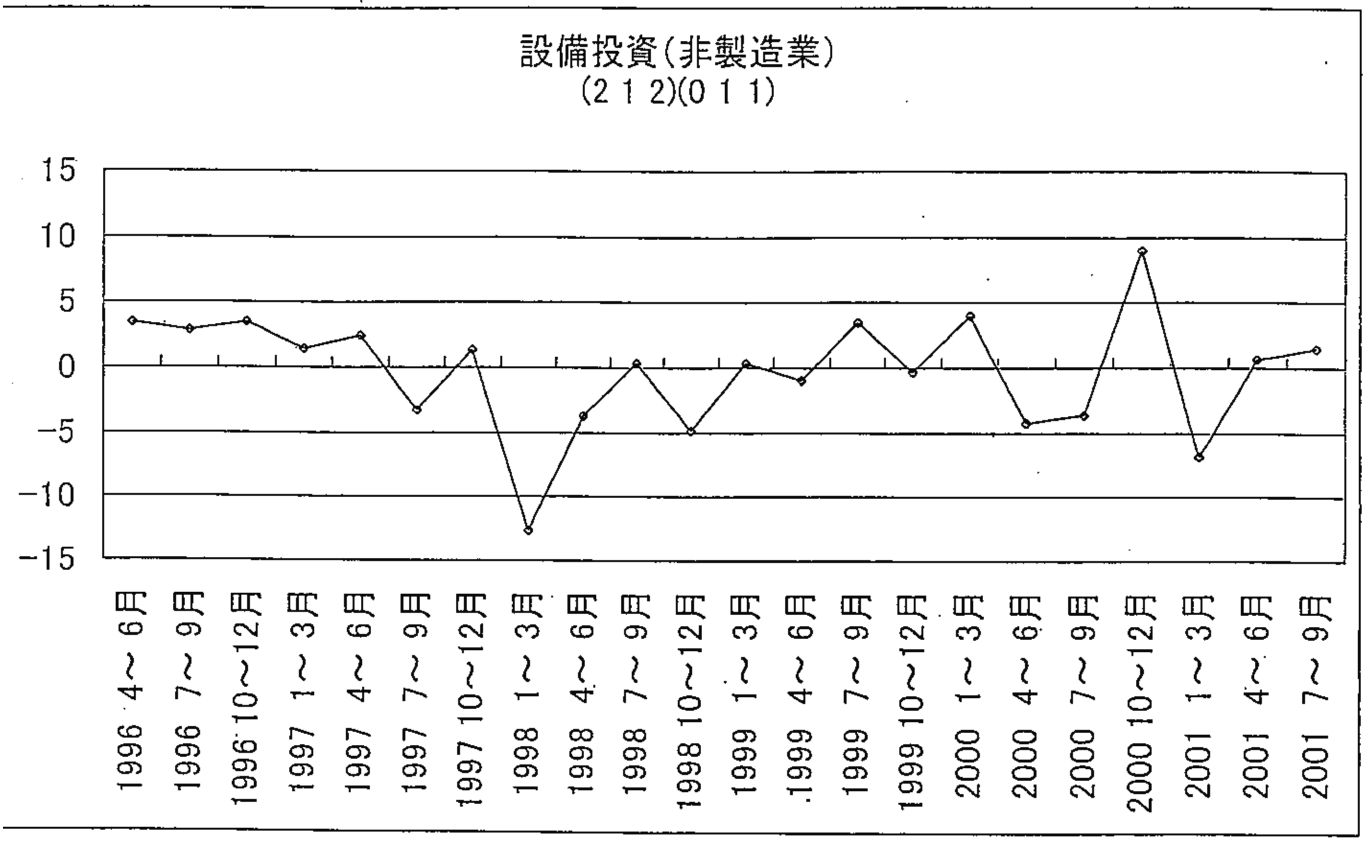


図１－１２：季節調整値
[注]モデル推定期間：１９８５年（４月～６月）～２０００年（７月～９月）

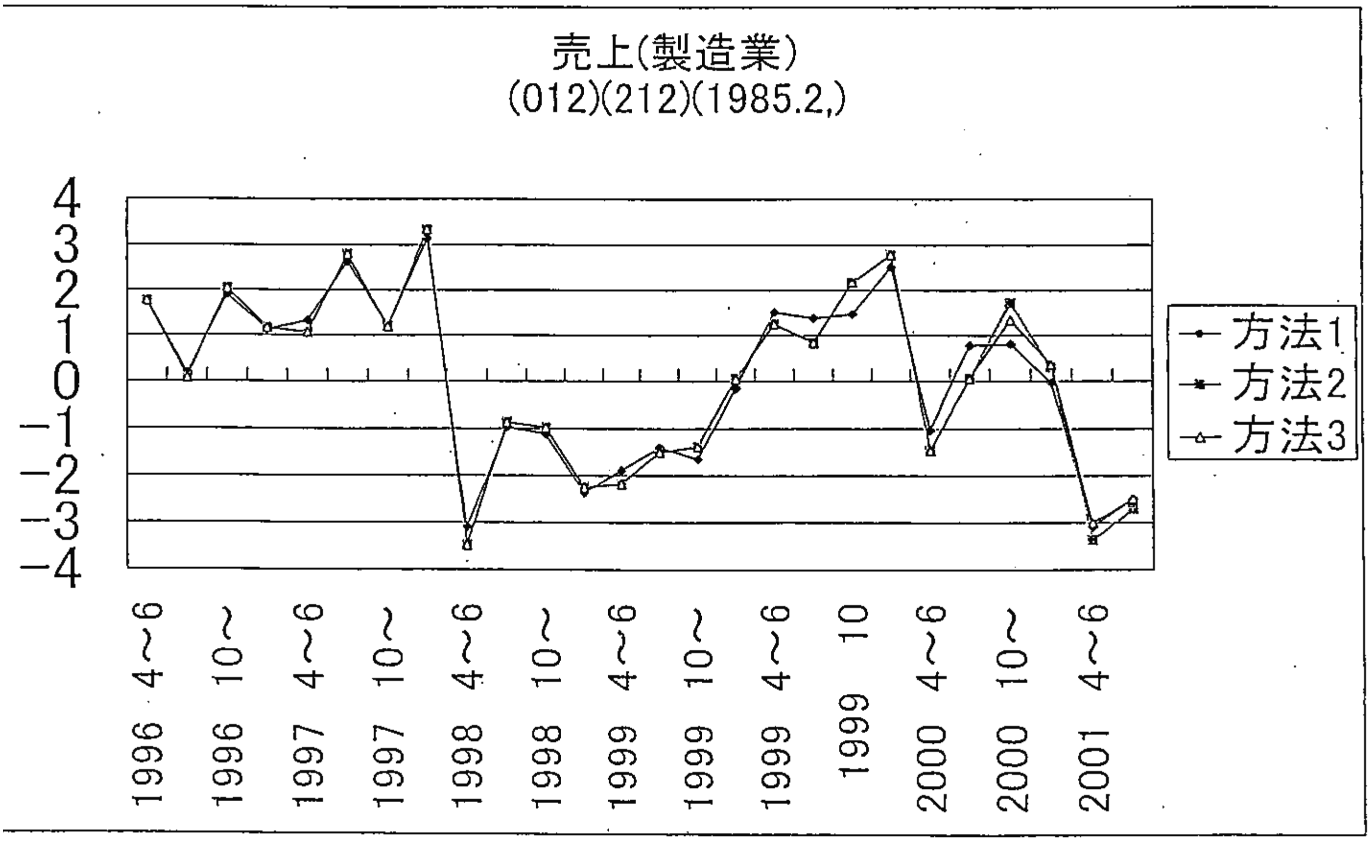


図1－13：季節調整値
[注]モデル推定期間：１９８５年（4月～6月）～２０００年（7月～9月）

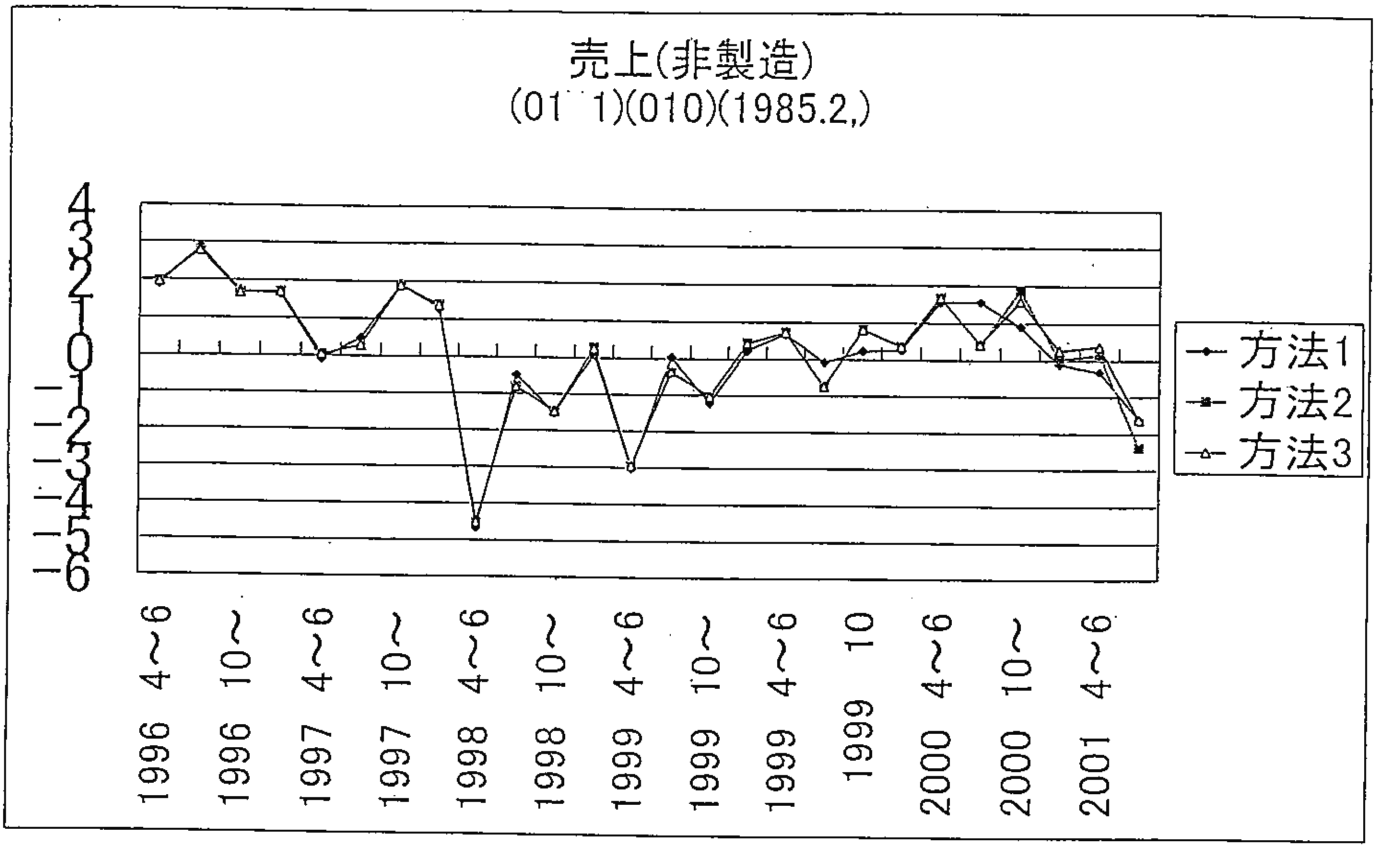


図1－14：季節調整値
[注]モデル推定期間：１９８５年（4月～6月）～２０００年（7月～9月）

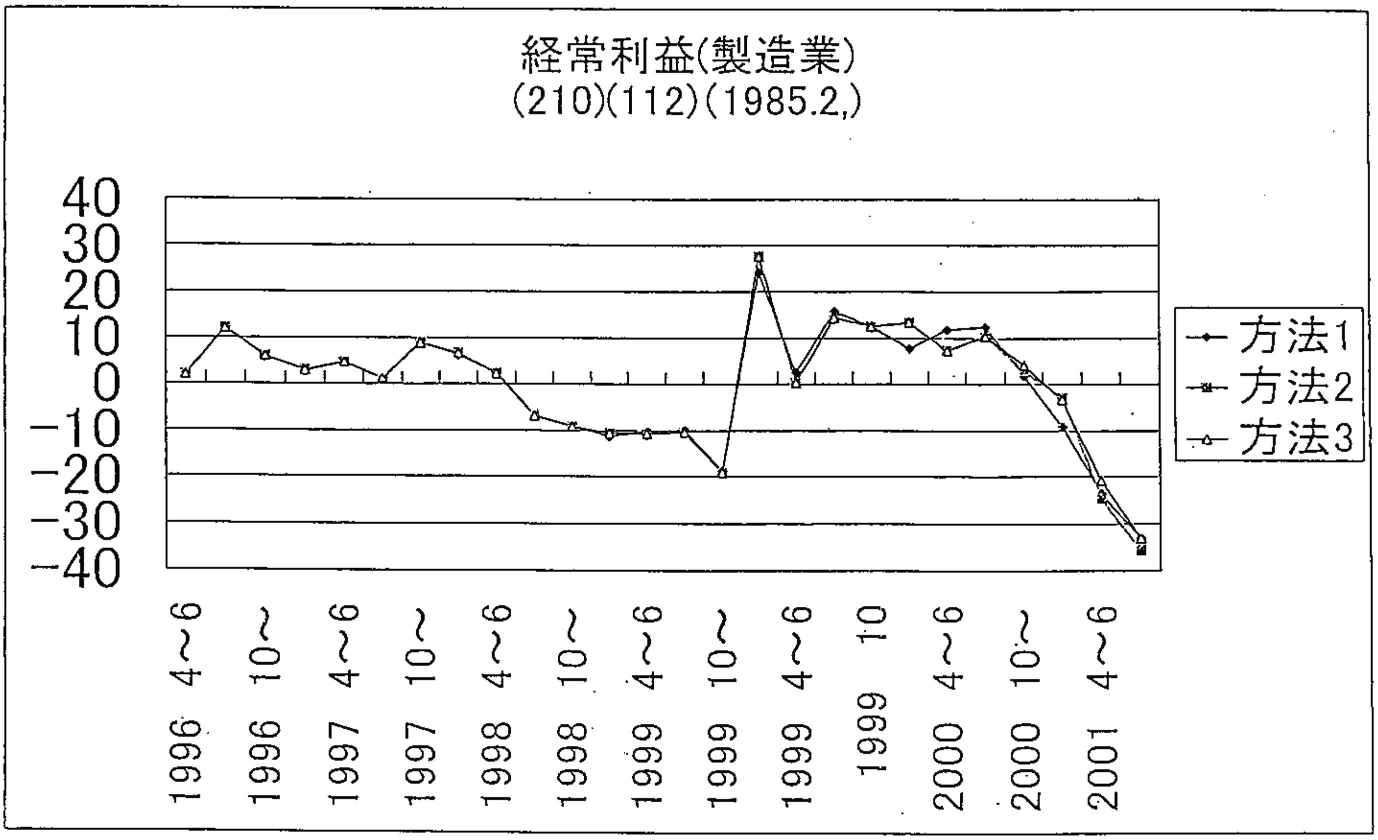


図１－１５：季節調整値
[注]モデル推定期間：１９８５年（4月～6月）～２０００年（7月～9月）

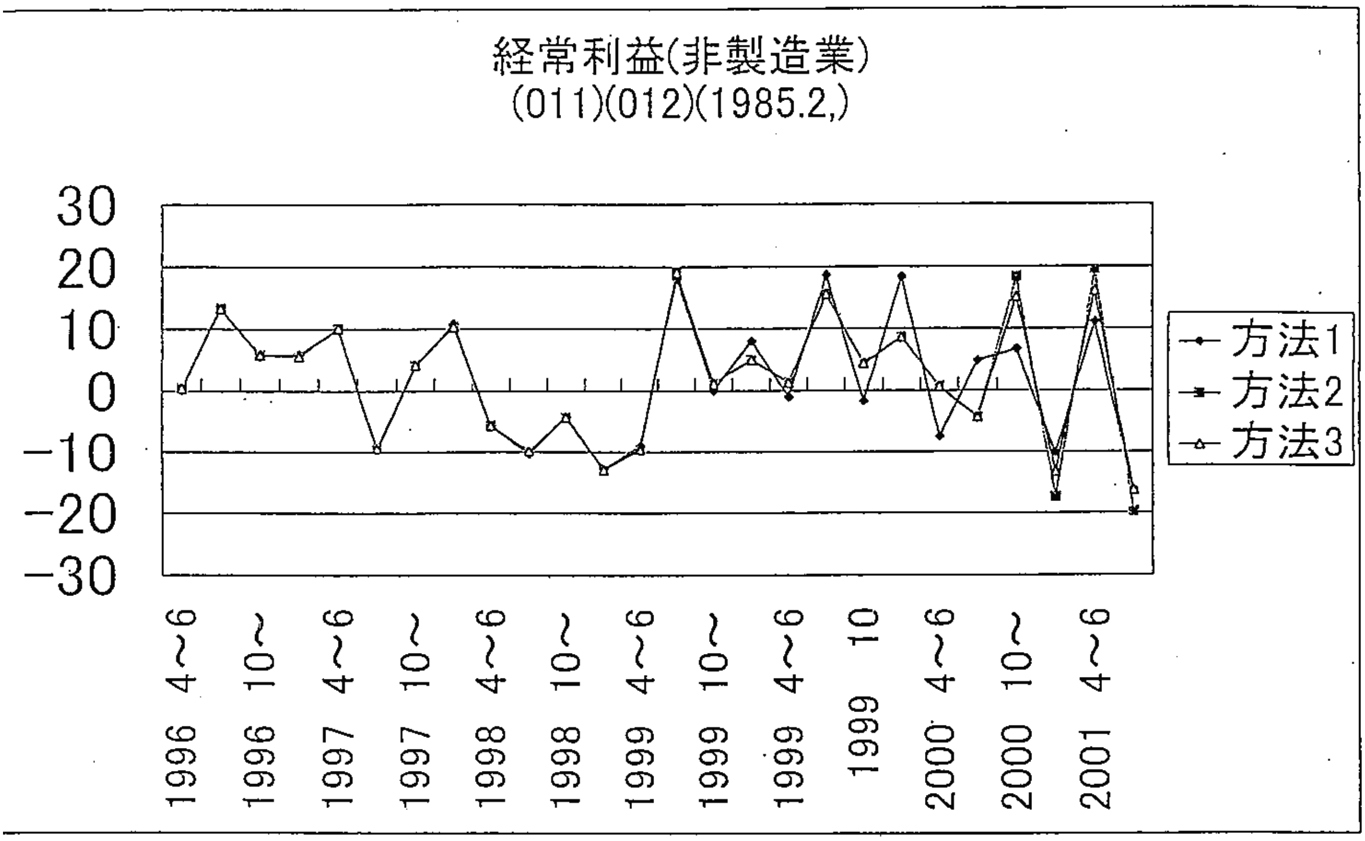


図１－１６：季節調整値
[注]モデル推定期間：１９８５年（4月～6月）～２０００年（7月～9月）

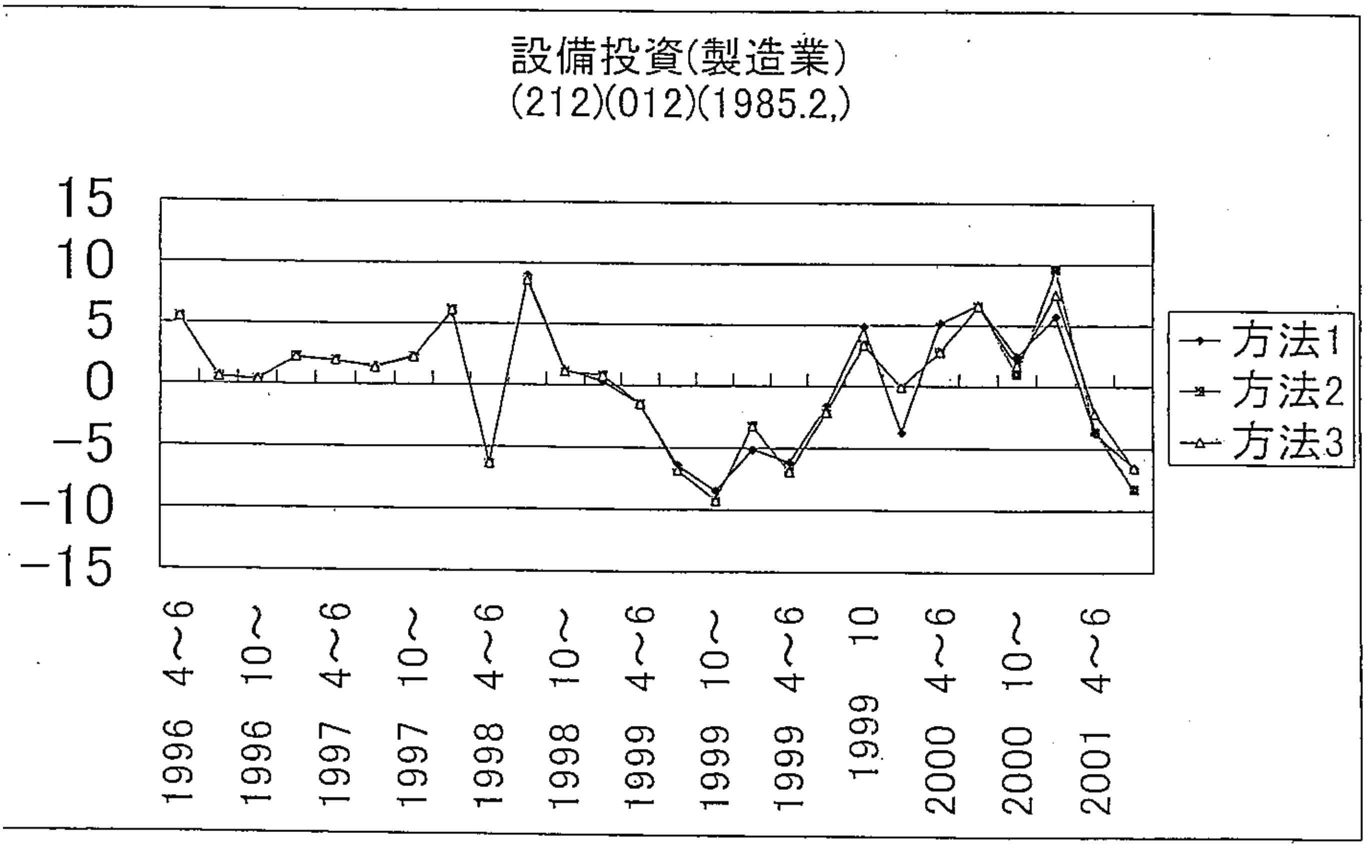


図1－17：季節調整値
[注]モデル推定期間：１９８５年（4月～6月）～２０００年（7月～9月）

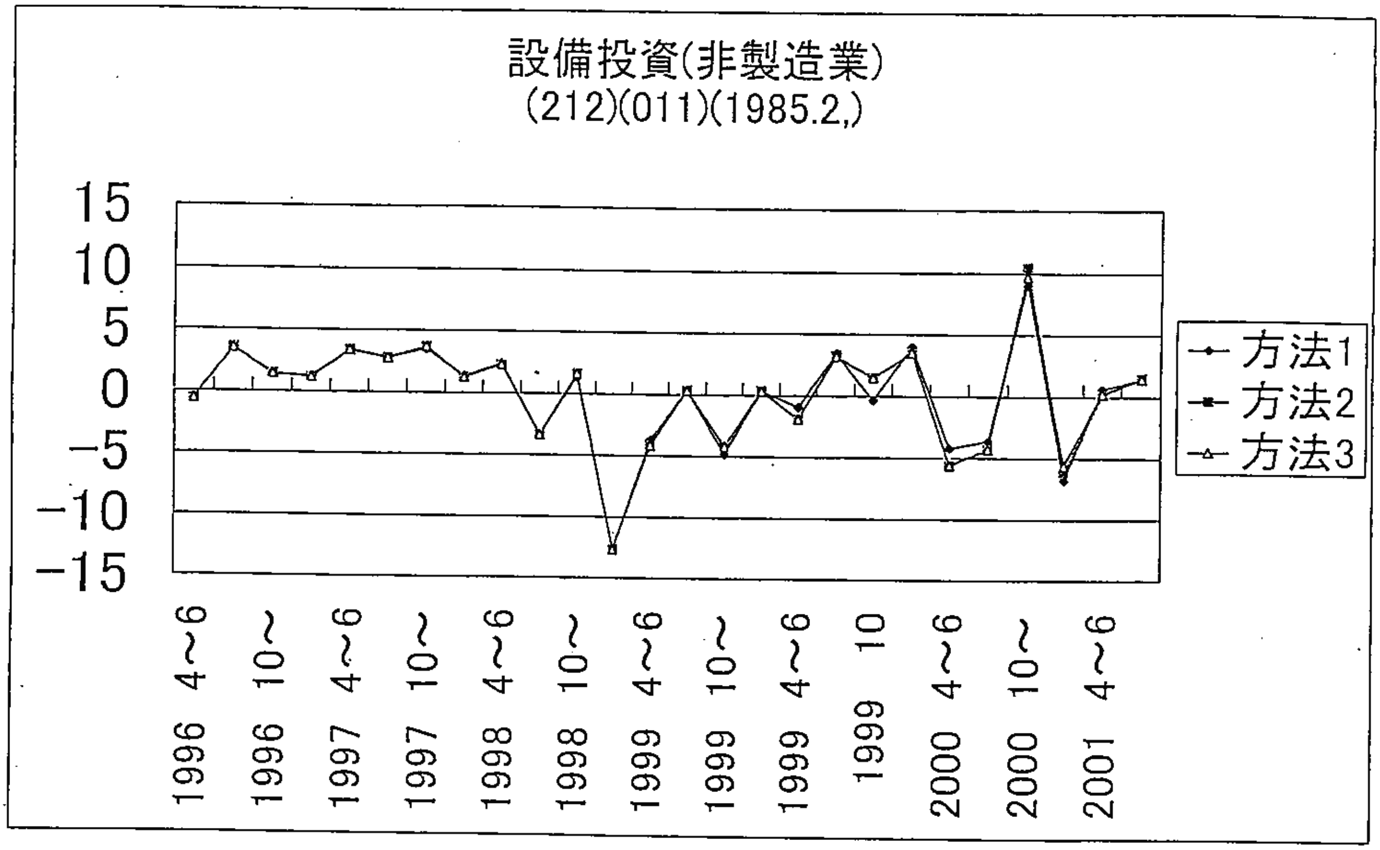


図1－18：季節調整値
[注]モデル推定期間：１９８５年（4月～6月）～２０００年（7月～9月）

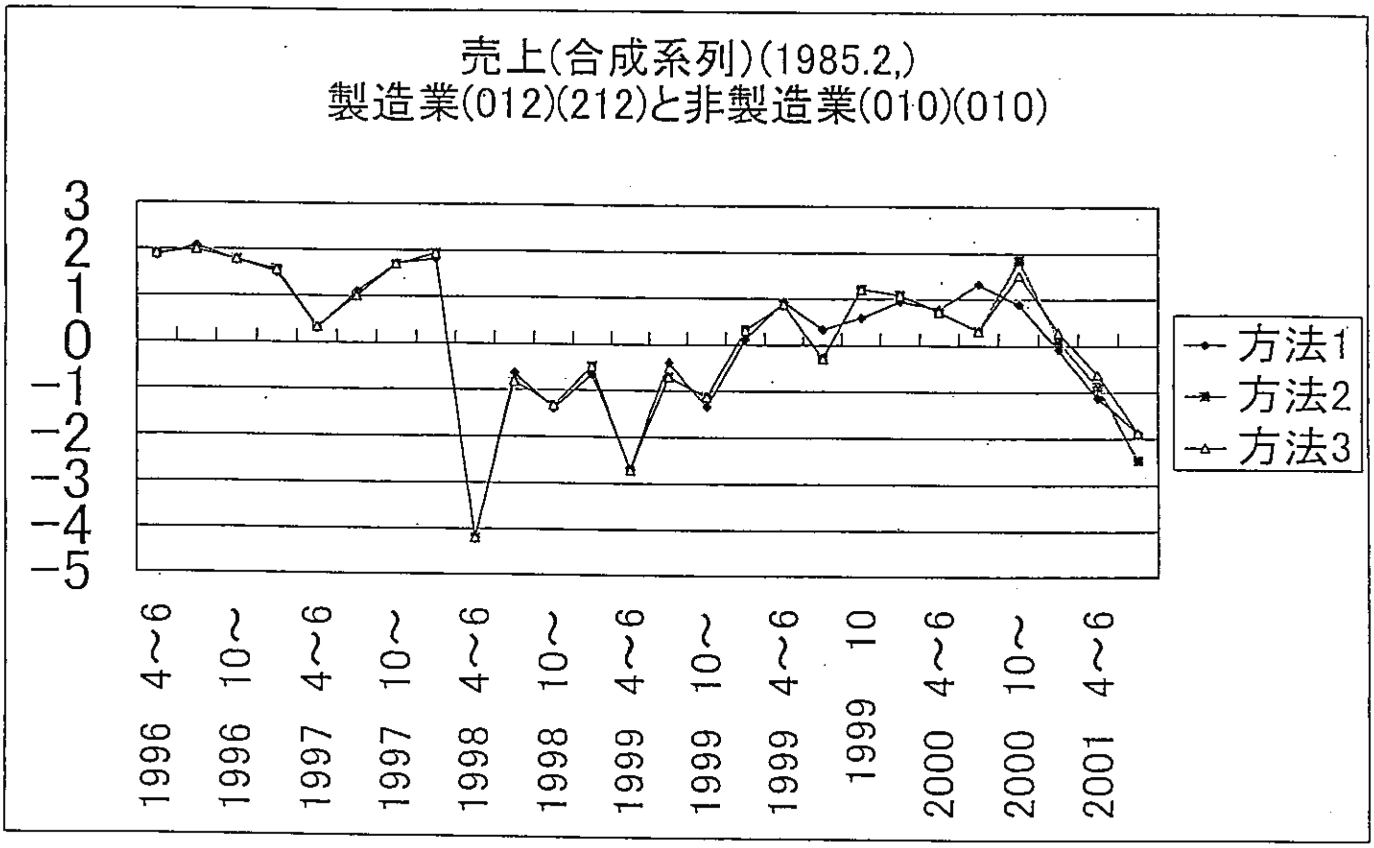


図1－19：季節調整値
[注]モデル推定期間：１９８５年（４月～６月）～２０００年（７月～９月）

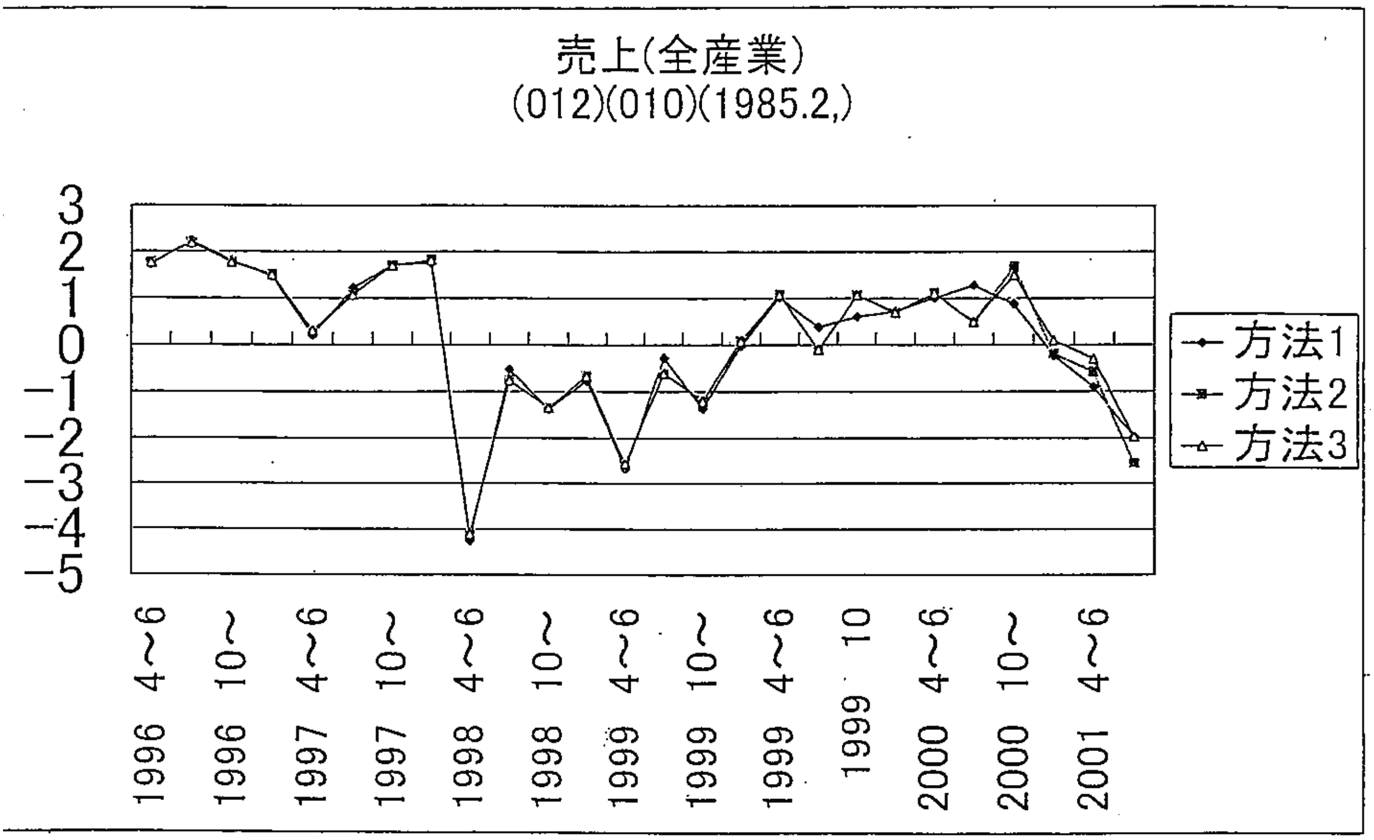


図1－20：季節調整値
[注]モデル推定期間：１９８５年（４月～６月）～２０００年（７月～９月）

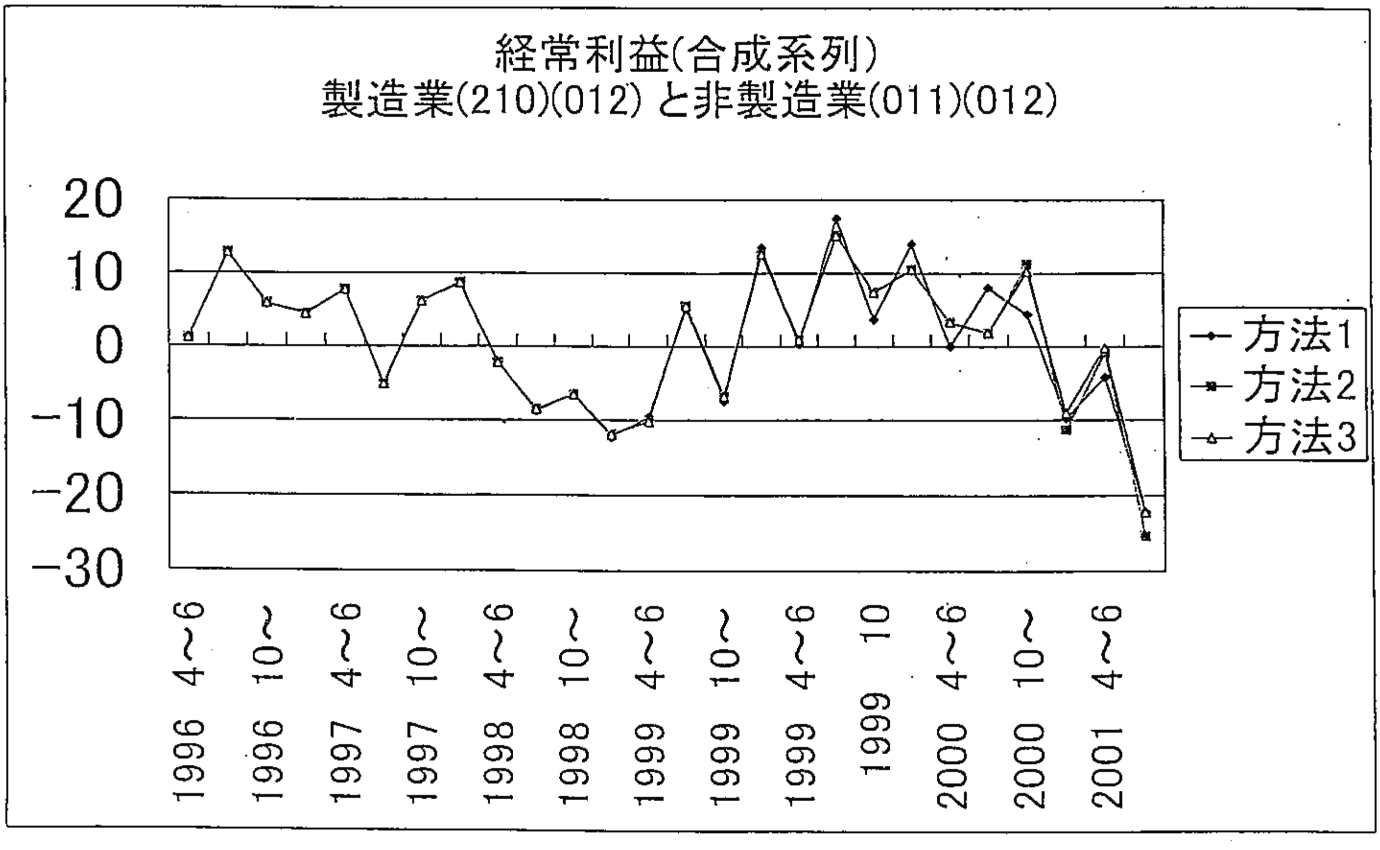


図１－２１：季節調整値
[注]モデル推定期間：１９８５年（４月～６月）～２０００年（７月～９月）

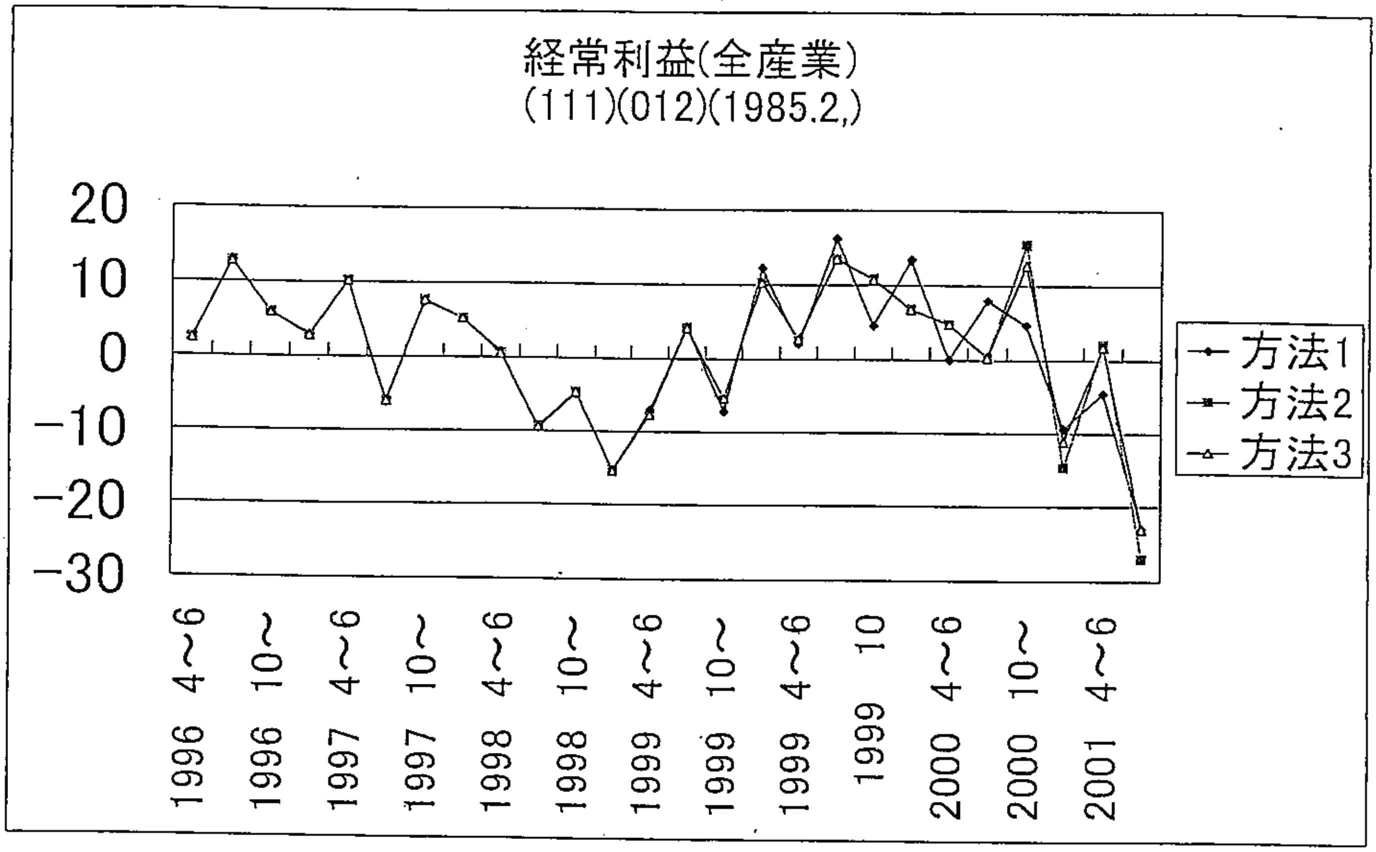


図１－２２：季節調整値
[注]モデル推定期間：１９８５年（４月～６月）～２０００年（７月～９月）

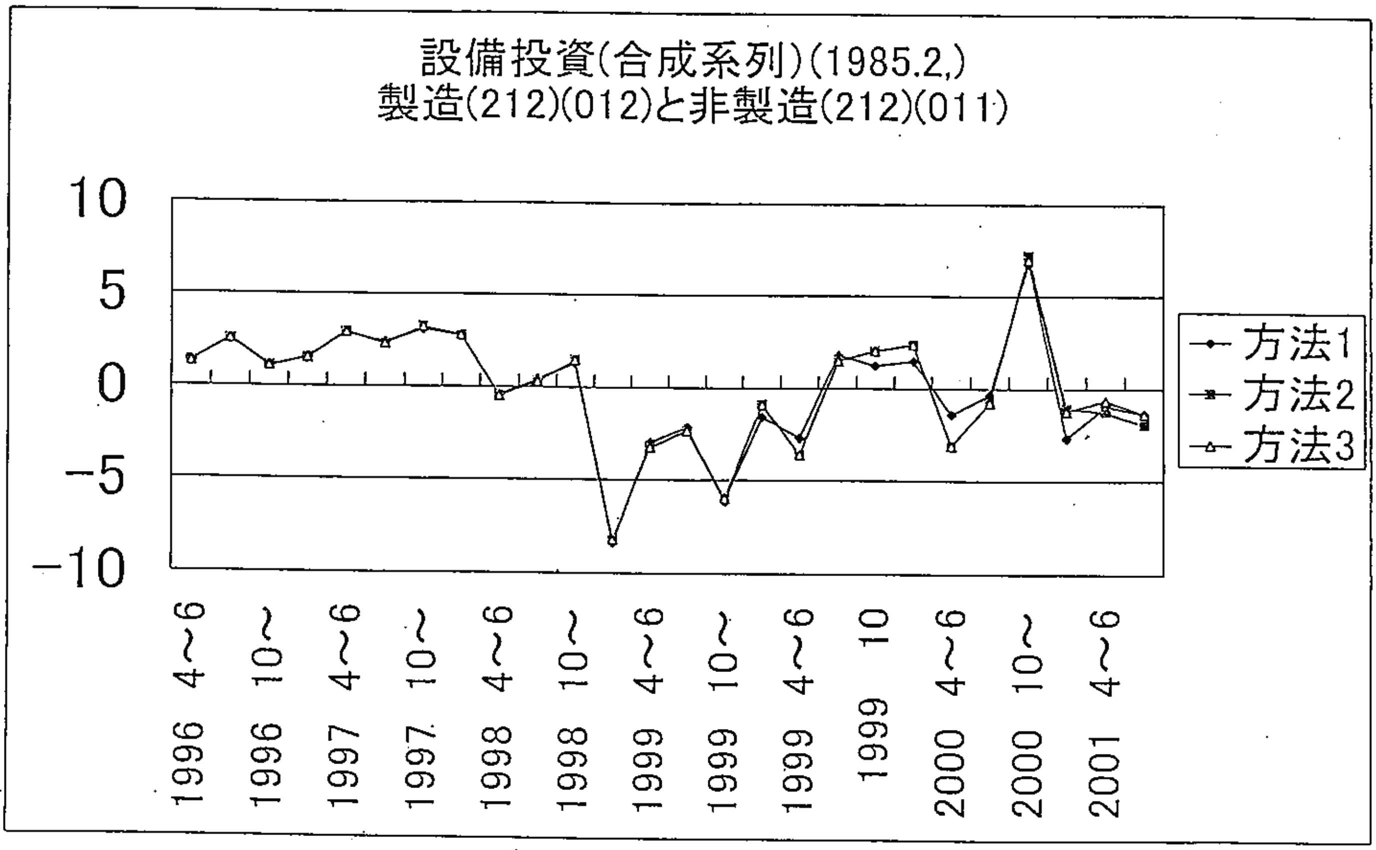


図１－２３：季節調整値
[注]モデル推定期間：１９８５年（４月～６月）～２０００年（７月～９月）

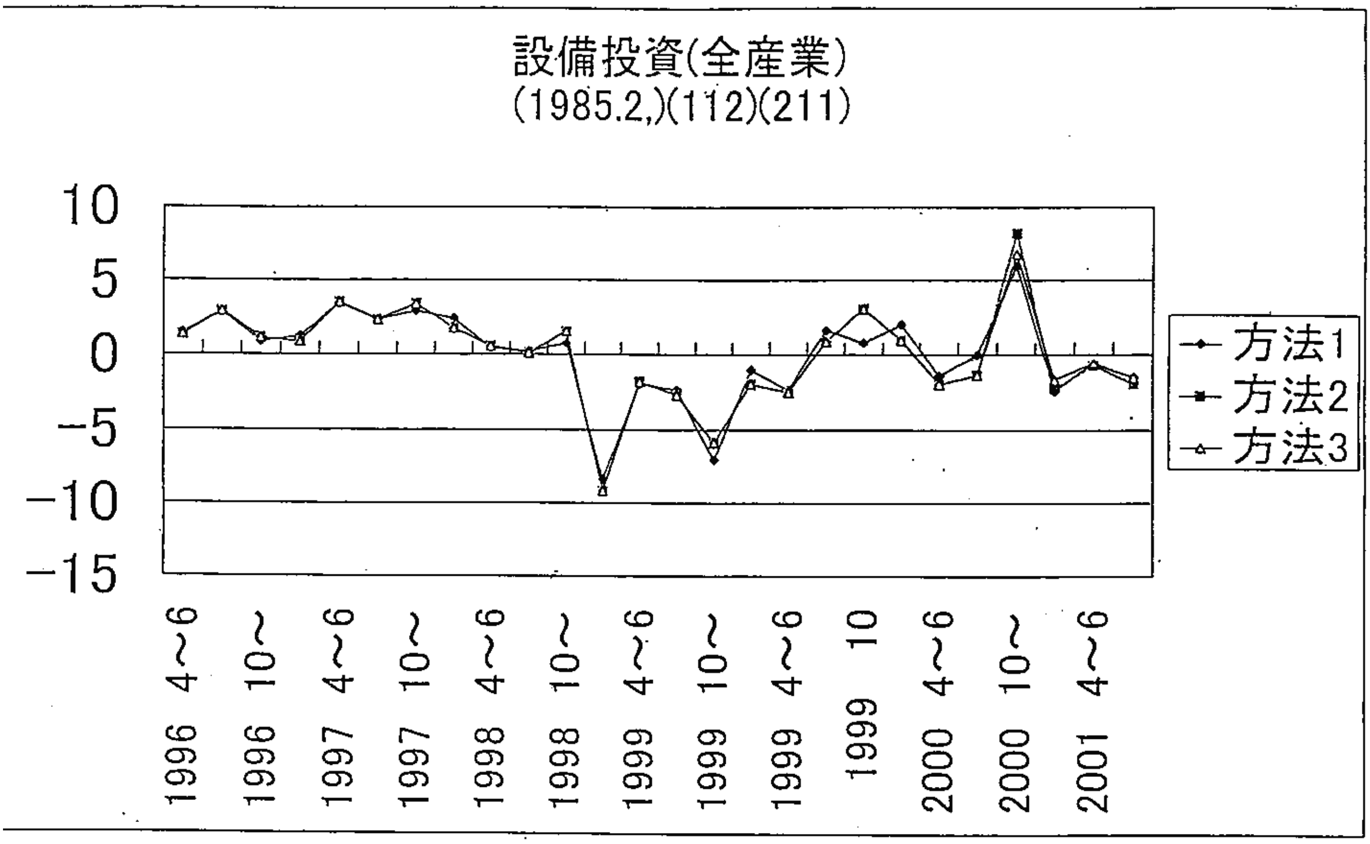
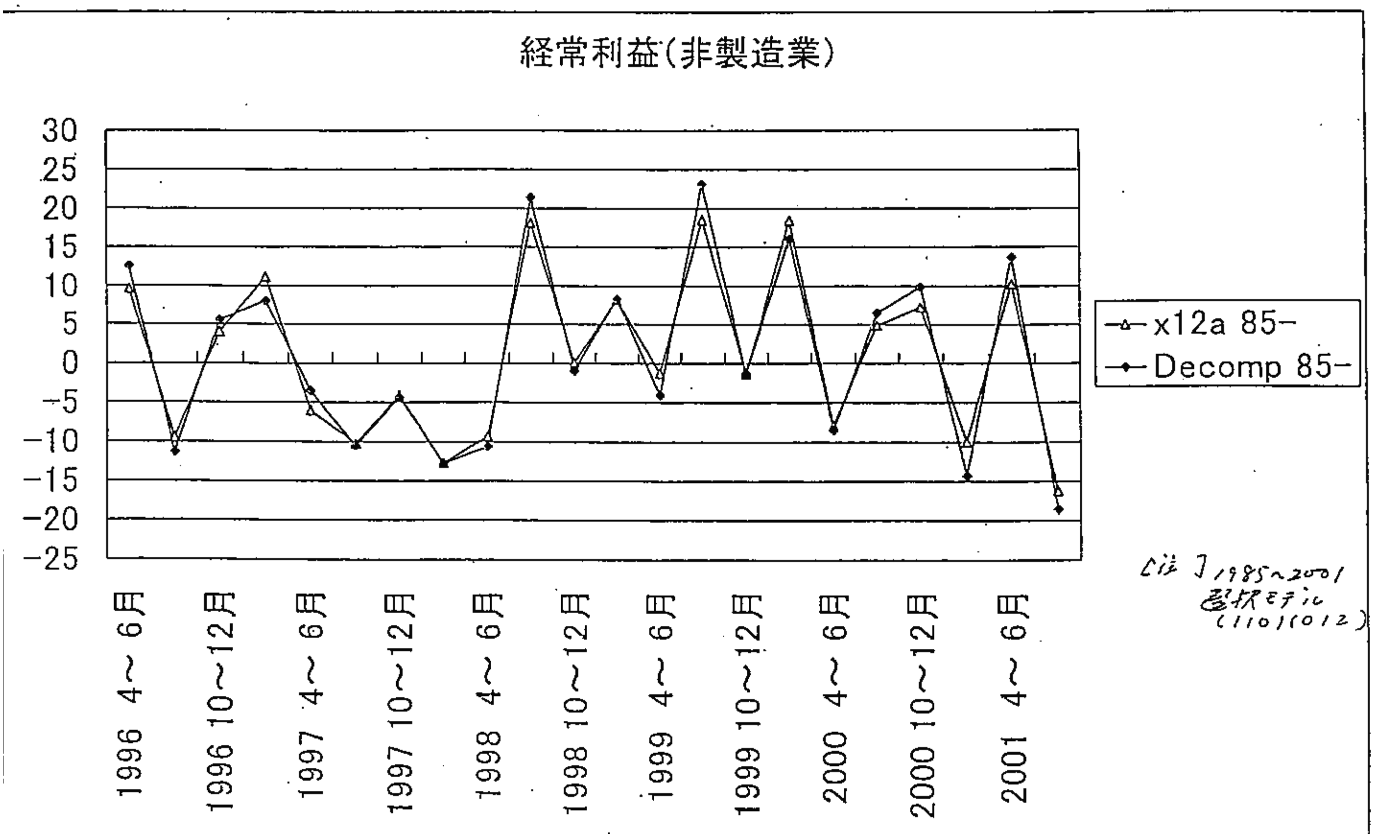
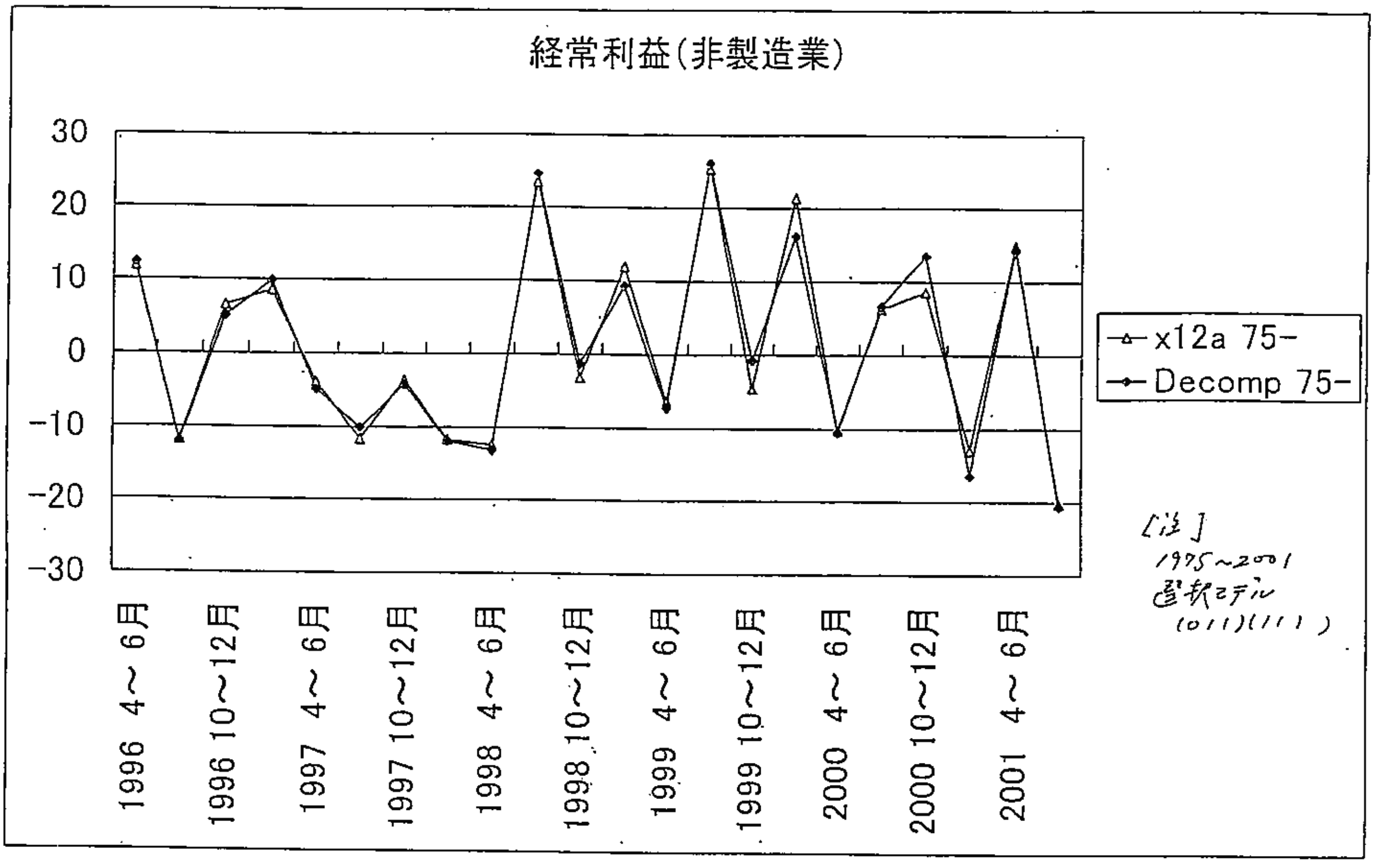


図１－２４：季節調整値
[注]モデル推定期間：１９８５年（４月～６月）～２０００年（７月～９月）



[注] 1985～2001
選択モデル
(110)(012)

図１－２５：季節調整値
［注］モデル推定期間：１９７５年（４月～６月）～２０００年（７月～９月）



[参考スペック案１]
モデル推定期間：１９７５年（4月～6月）～２００１年（7月～9月）

```
series{
   file='D:¥season¥data¥uri_m.txt'
   start=1954.2
   precision=3
   span=(1975.2,2001.3)
   title='Uriage_m'
   modelspan=(1975.2,2001.3)
   period=4
   save=(
      sp0
         )
}
transform{
   function=log
}
regression{
   variables=(
      ao1989.1
      ao1989.2
      ao1997.1
#     ao1997.2
         )
}
arima{
   model=(2 1 1)(2 1 2)
}
estimate{
   save=(lkstats )
   maxiter=200
}
check{
   print=(none +acf )
}
forecast{ }
x11{
   save=(
      d10  d11
         )
}
```

[参考スペック案２]
モデル推定期間：１９７５年（4月～6月）～２００１年（7月～9月）

```
series{
   file='D:¥season¥data¥uri_n.txt'
   start=1954.2
   precision=3
   span=(1975.2,2001.3)
   title='Uriage_n'
   modelspan=(1975.2,2001.3)
   period=4
   save=(
      sp0
         )
}
transform{
   function=log
}
regression{
   variables=(
      ao1989.1
      ao1989.2
      ao1997.1
#     ao1997.2
         )
}
arima{
   model=(0 1 0)(2 1 2)
}
estimate{
   save=(lkstats )
   maxiter=200
}
check{
   print=(none +acf )
}
forecast{ }
x11{
   save=(
      d10  d11
         )
}
```

[参考スペック案3]
モデル推定期間：１９７５年（4月～6月）～２００１年（7月～9月）

```
series{
   file='D:¥season¥data¥rieki_m.txt'
   start=1954.2
   precision=3
   span=(1975.2,2001.3)
   title='Rieki_m'
   modelspan=(1975.2,2001.3)
   period=4
   save=(
      sp0
         )
}
transform{
   function=log
}
regression{
   variables=(
#       ao1989.1
#       ao1989.2
#       ao1997.1
#       ao1997.2
  )
}
arima{
   model=(2 1 1)(0 1 1)
}
estimate{
   save=(lkstats )
   maxiter=200
}
check{
   print=(none +acf )
}
forecast{ }
x11{
   save=(
      d10  d11
         )
}
```

［参考スペック案４］
モデル推定期間：１９７５年（４月～６月）～２００１年（７月～９月）

```
series{
   file='D:¥season¥data¥rieki_n.txt'
   start=1954.2
   precision=3
   span=(1975.2,2001.3)
   title='Rieki_n'
   modelspan=(1975.2,2001.3)
   period=4
   save=(
      sp0
        )
}
transform{
   function=log
}
regression{
   variables=(
      ao1989.1
      ao1989.2
      ao1997.1
#      o1997.2
        )
}
arima{
   model=(0 1 1)(1 1 1)
}
estimate{
   save=(lkstats )
   maxiter=200
}
check{
   print=(none +acf )
}
forecast{ }
x11{
   save=(
      d10  d11
        )
}
```

[参考スペック案５]
モデル推定期間：１９７５年（4月～6月）～２００１年（7月～9月）

```
series{
   file='D:¥season¥data¥setubi_m.txt'
   start=1954.2
   precision=3
   span=(1975.2,2001.3)
   title='Setubi_m'
   modelspan=(1975.2,2001.3)
   period=4
   save=(
      sp0
        )
}
transform{
   function=log
}
regression{
   variables=(
      ao1989.1
      ao1989.2
#     ao1997.1
#     ao1997.2          )
}
arima{
   model=(1 1 2)(0 1 1)
}
estimate{
   save=(lkstats )
   maxiter=200
}
check{
   print=(none +acf )
}
forecast{ }
x11{
   save=(
      d10  d11
        )
}
```

[注]
1975.4-6から2001.7-9までのデータを用い、
AOを入れてAICによりモデル選択をした

Regression Model　売上　製造業　(2 1 1)(2 1 2)

Variable	Parameter Estimate	Standard Error	t-value
AO1989.1	0.0132	0.01202	1.10
AO1989.2	-0.0168	0.01195	-1.41
AO1997.1	0.0259	0.01081	2.39

Regression Model　売上　非製造業　(0 1 0)(2 1 2)

Variable	Parameter Estimate	Standard Error	t-value
AO1989.1	0.0339	0.01476	2.30
AO1989.2	-0.0332	0.01473	-2.26
AO1997.1	0.0182	0.01306	1.39

Regression Model　経常利益　製造業　(2 1 1)(0 1 1)
AOなし

Regression Model　経常利益　非製造業　(0 1 1)(1 1 1)

Variable	Parameter Estimate	Standard Error	t-value
AO1989.1	0.2364	0.09994	2.37
AO1989.2	-0.1957	0.09993	-1.96
AO1997.1	0.1528	0.09693	1.58

Regression Model　設備投資　製造業　(1 1 2)(0 1 1)

Variable	Parameter Estimate	Standard Error	t-value
AO1989.1	0.1010	0.03359	3.01
AO1989.2	-0.0754	0.03359	-2.24

Regression Model　設備投資　非製造業　(1 1 0)(0 1 1)
AOなし

表２－１：参考モデル
[注]モデル推定期間：１９７５年（４月～６月）～２００１年（７月～９月）

[参考スペック案6]
モデル推定期間：１９７５年（4月～6月）～２００１年（7月～9月）

```
series{
   file='D:¥season¥data¥setubi_n.txt'
   start=1954.2
   precision=3
   span=(1975.2,2001.3)
   title='Setubi_n'
   modelspan=(1975.2,2001.3)
   period=4
   save=(
      sp0
        )
}
transform{
   function=log
}
regression{
   variables=(
#      ao1989.1
#      ao1989.2
#      ao1997.1
#      ao1997.2
  )
}
arima{
   model=(1 1 0)(0 1 1)
}
estimate{
   save=(lkstats )
   maxiter=200
}
check{
   print=(none +acf )
}
forecast{ }
x11{
   save=(
      d10  d11
        )
}
```

図２－１：季節調整値
[注]モデル推定期間：１９７５年（4月～6月）～２００１年（7月～9月）

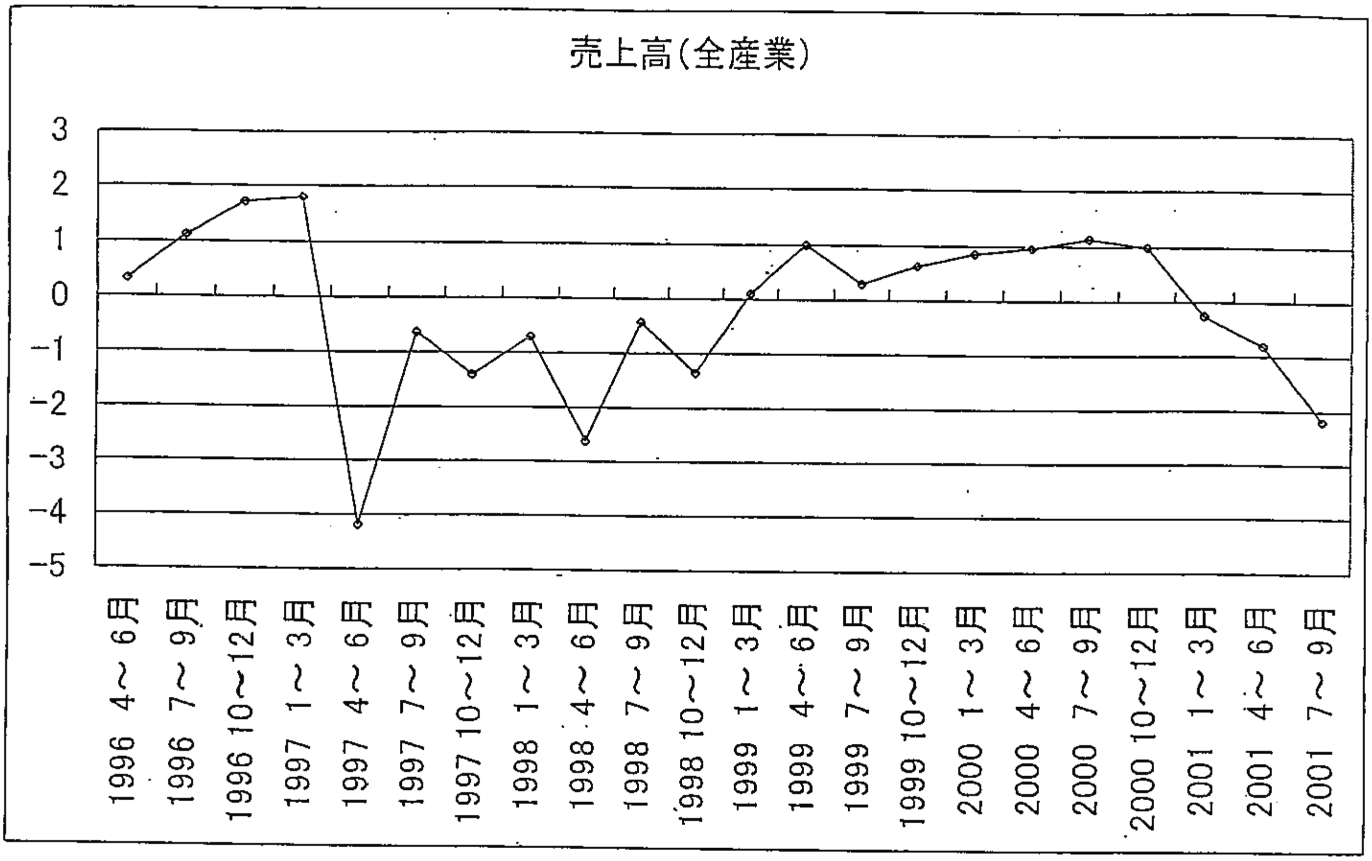


図２－２：季節調整値
[注]モデル推定期間：１９７５年（4月～6月）～２００１年（7月～9月）

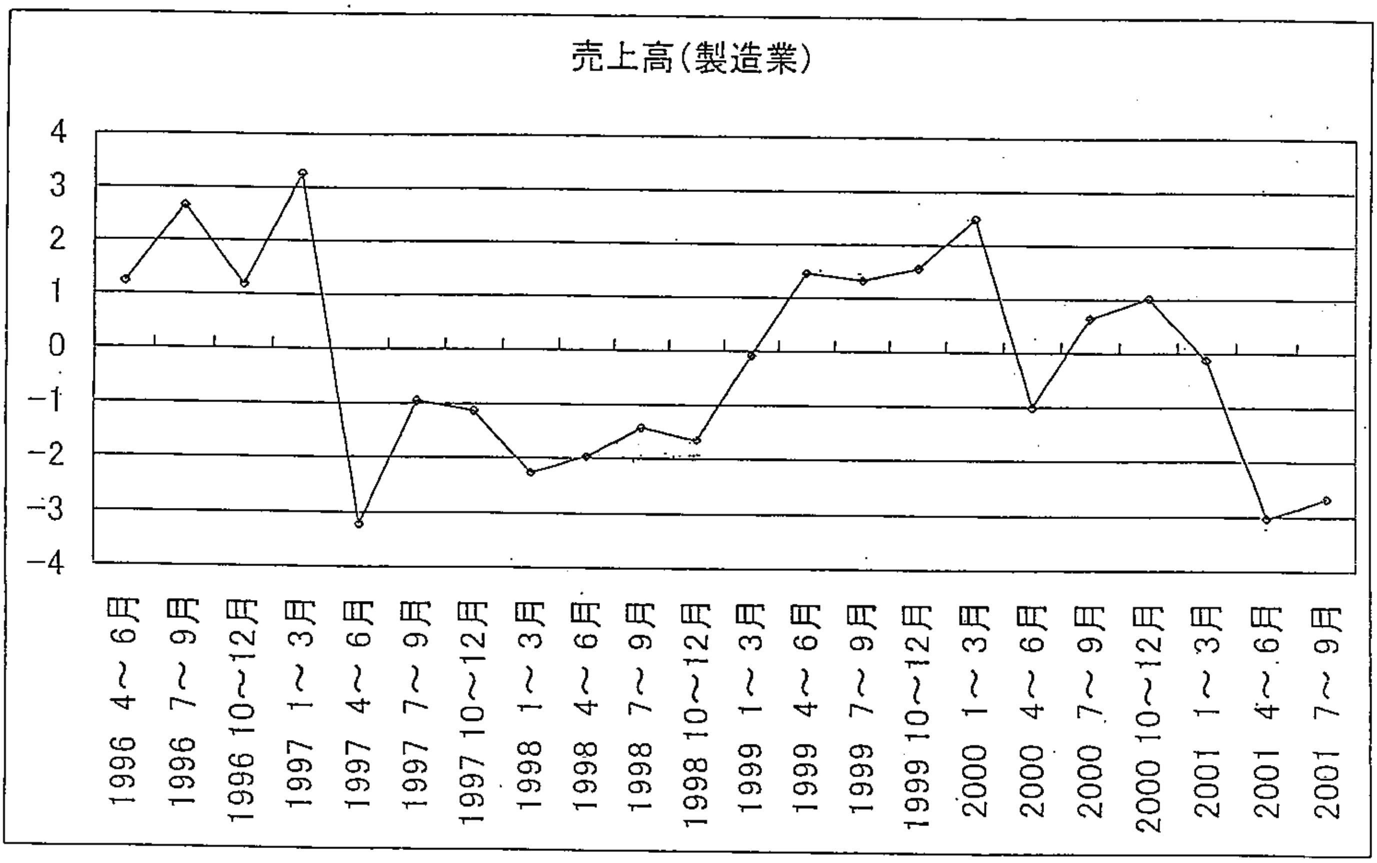


図２－３：季節調整値
[注]モデル推定期間：１９７５年（4月～6月）～２００１年（7月～9月）

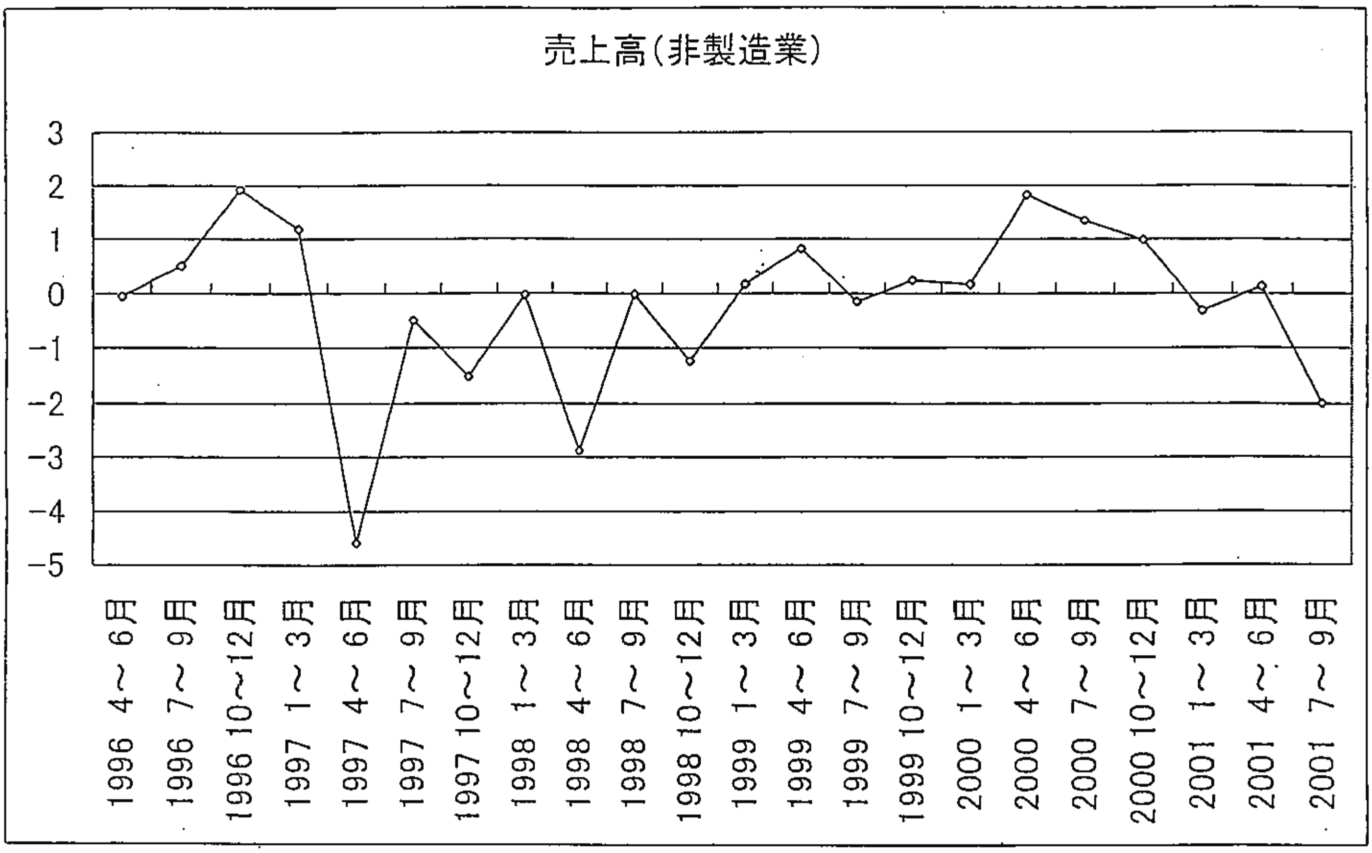


図２－４：季節調整値
[注]モデル推定期間：１９７５年（4月～6月）～２００１年（7月～9月）

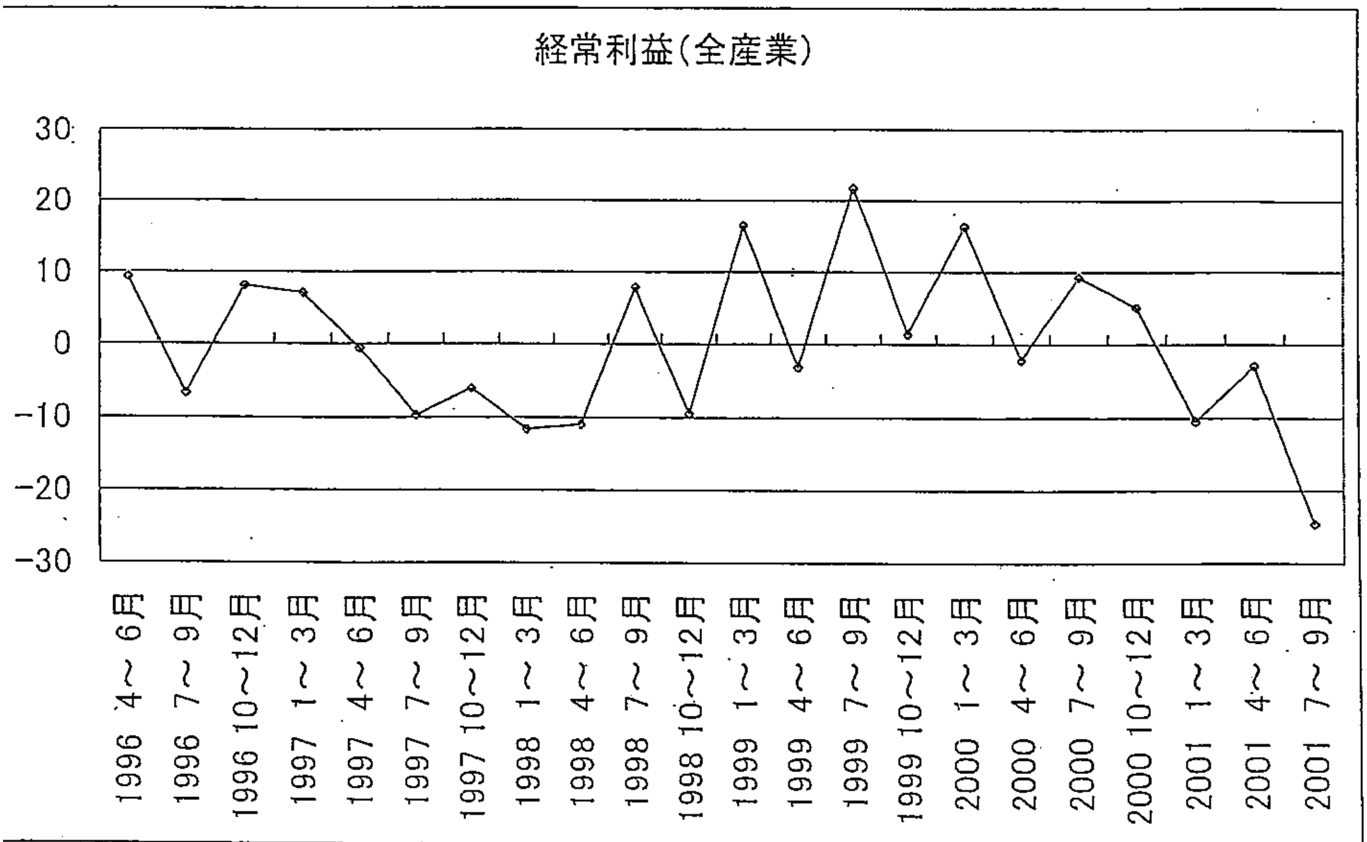


図２－５：季節調整値
[注]モデル推定期間：１９７５年（4月～6月）～２００１年（7月～9月）

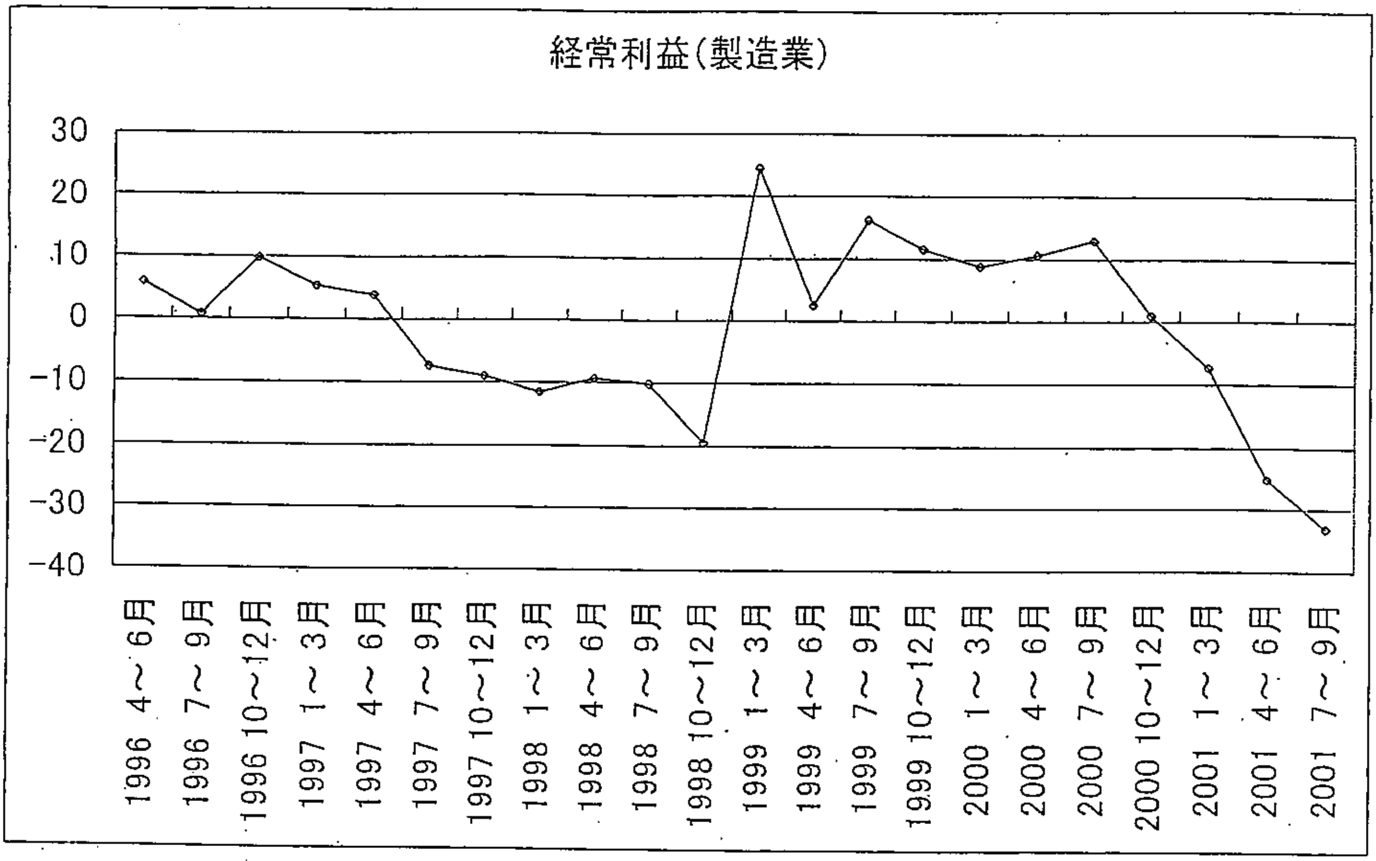


図２－６：季節調整値
[注]モデル推定期間：１９７５年（4月～6月）～２００１年（7月～9月）

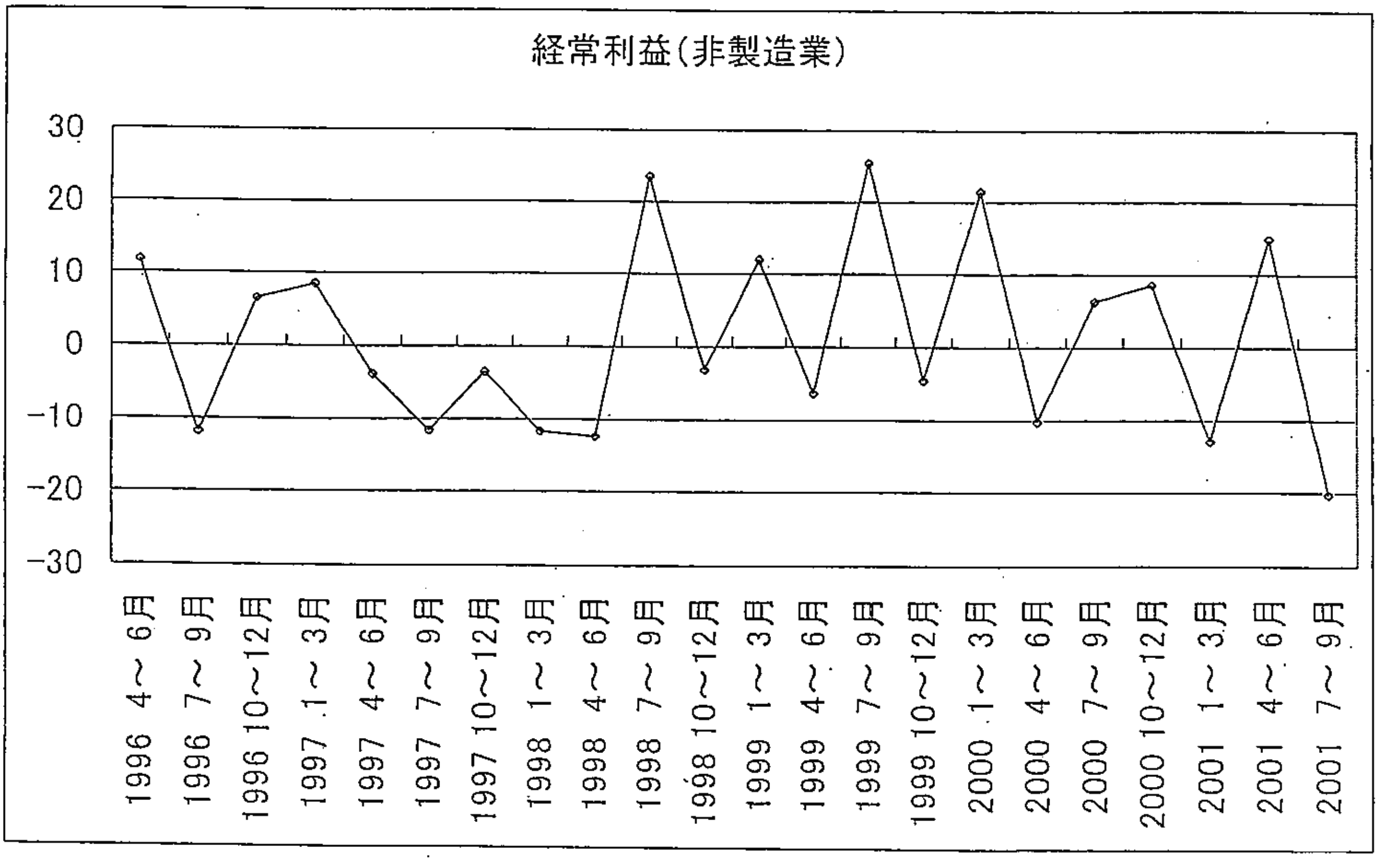


図２－７：季節調整値
[注]モデル推定期間：１９７５年（４月～６月）～２００１年（７月～９月）

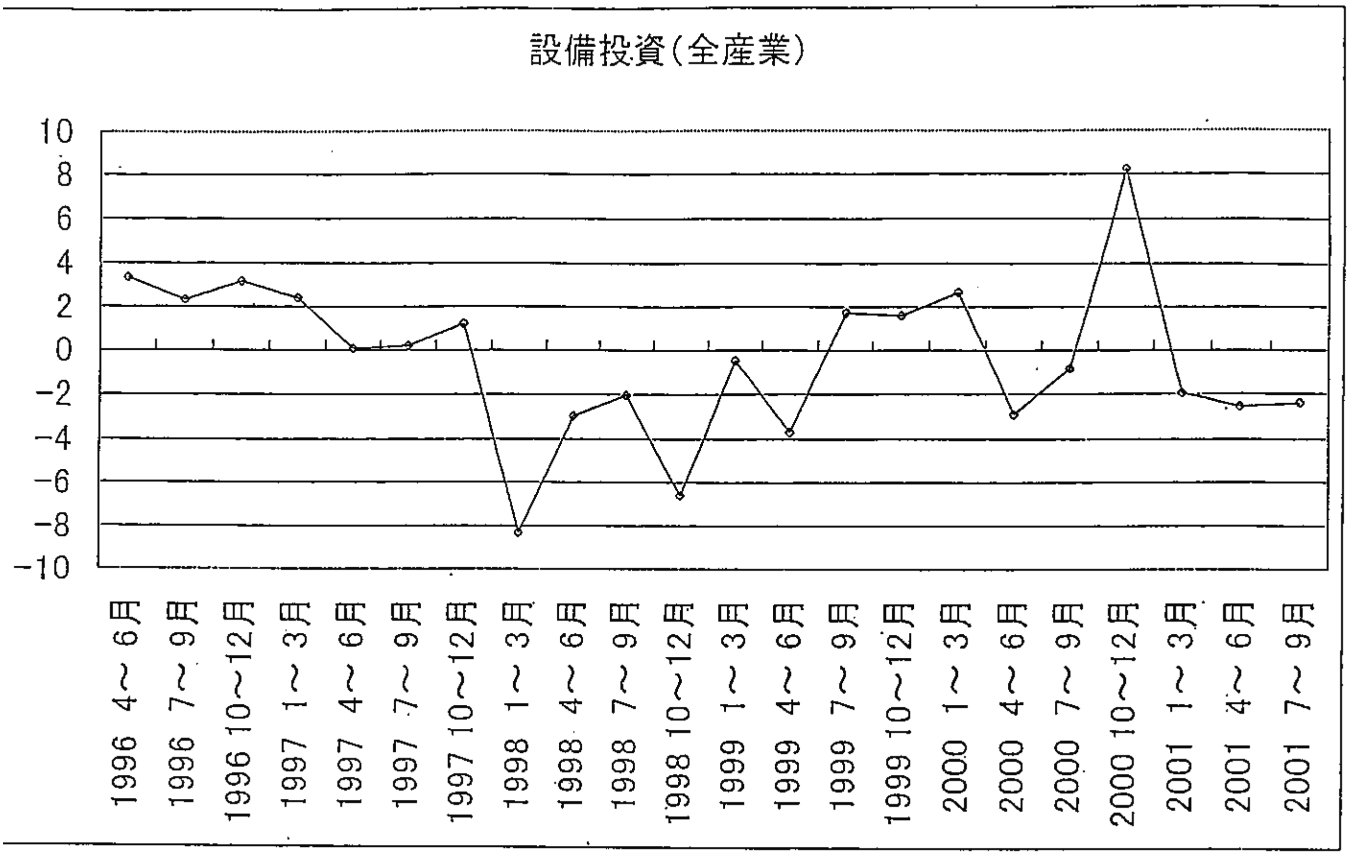


図２－８：季節調整値
[注]モデル推定期間：１９７５年（４月～６月）～２００１年（７月～９月）

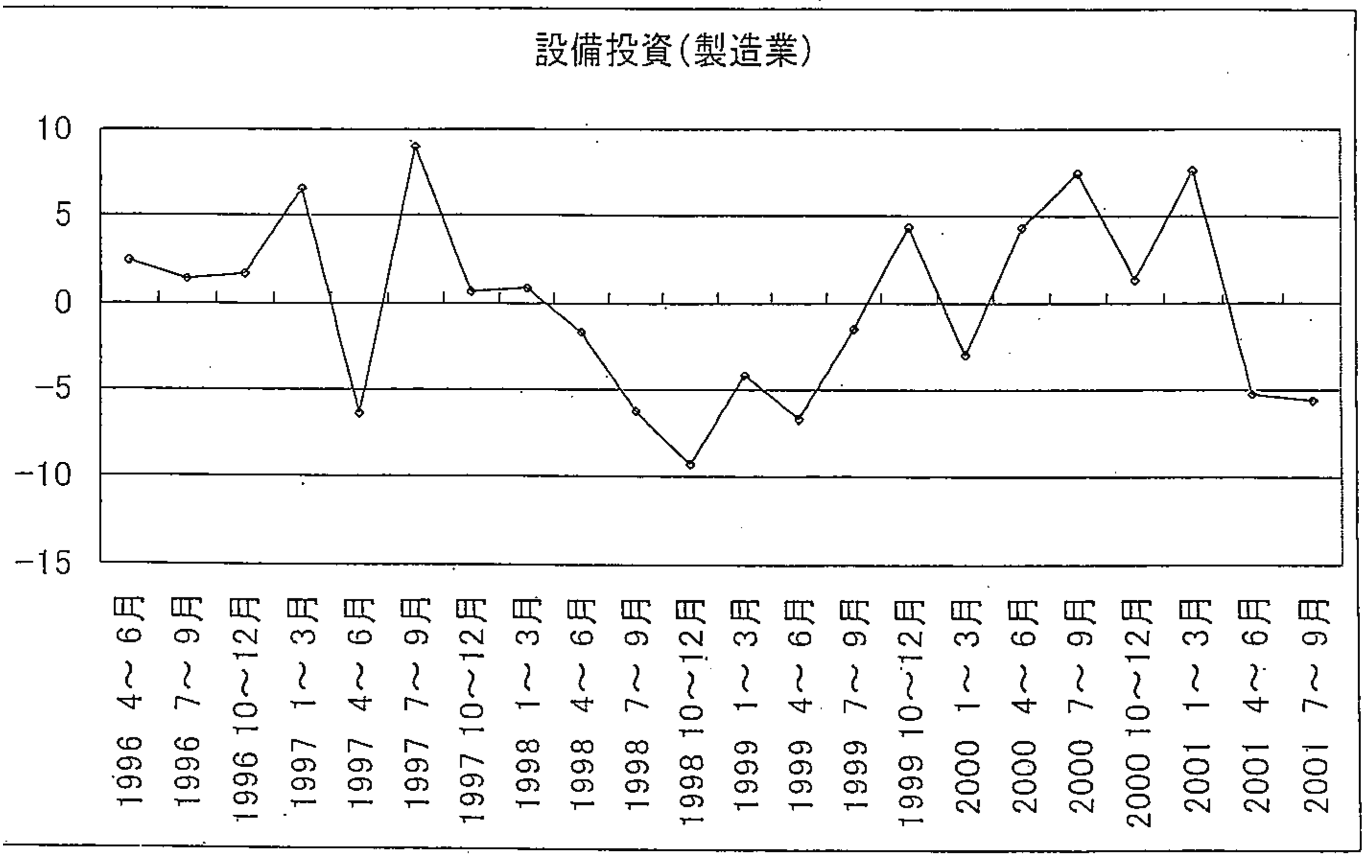
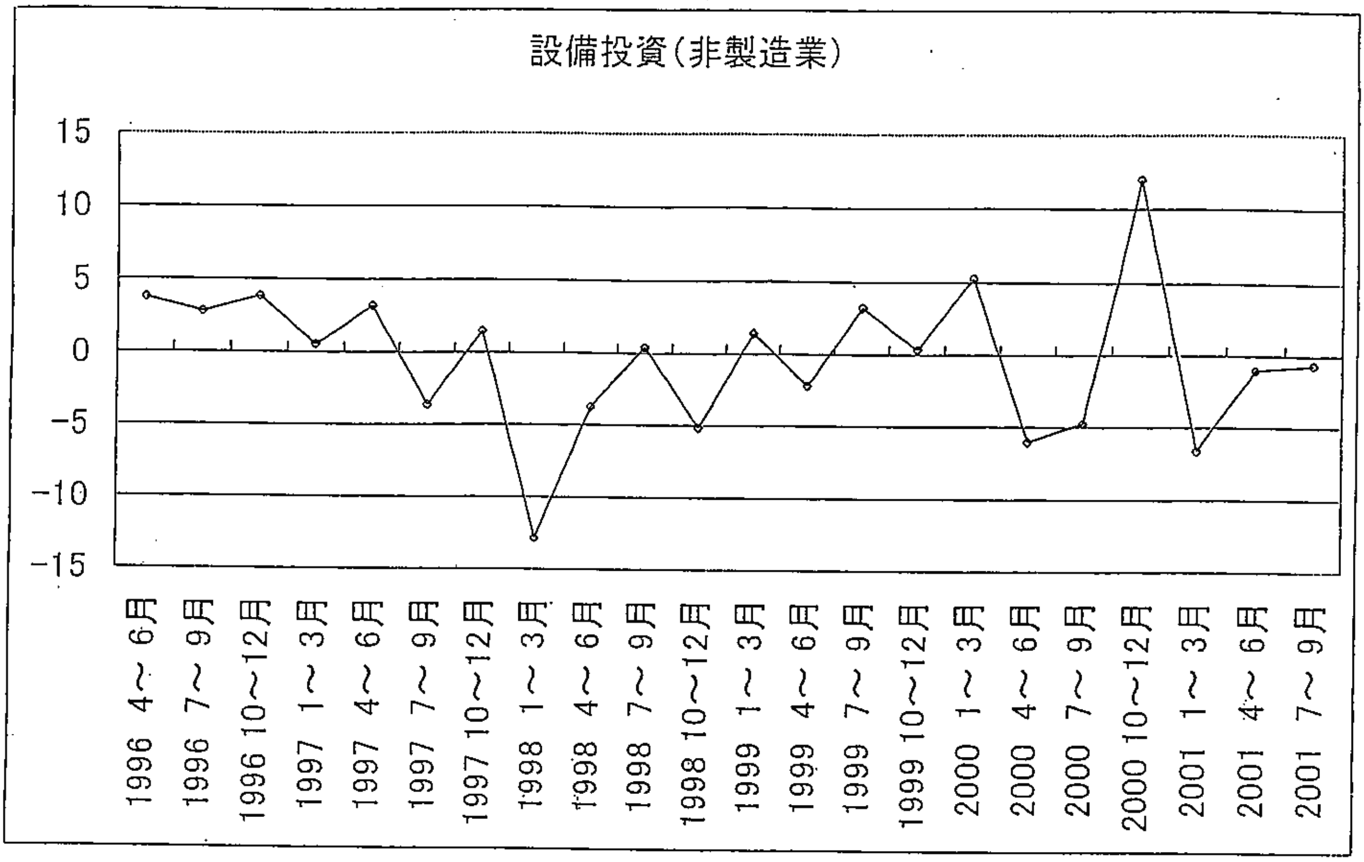


図２－９：季節調整値
［注］モデル推定期間：１９７５年（４月～６月）～２００１年（７月～９月）



t_val2.txt

1975.4-6から2001.7-9までのデータを用い、
A0を４つ入れてAICによりモデル選択をした

Regression Model 売上 製造業 (2 1 1)(2 1 2)

Variable	Parameter Estimate	Standard Error	t-value
A01989.1	0.0134	0.01209	1.11
A01989.2	-0.0163	0.01209	-1.35
A01997.1	0.0288	0.01311	2.20
A01997.2	0.0049	0.01310	0.37

Regression Model 売上 非製造業 (0 1 0)(2 1 2)

Variable	Parameter Estimate	Standard Error	t-value
A01989.1	0.0339	0.01477	2.30
A01989.2	-0.0332	0.01474	-2.25
A01997.1	0.0142	0.01508	0.94
A01997.2	-0.0082	0.01508	-0.54

Regression Model 経常利益 製造業 (2 1 1)(0 1 1)

Variable	Parameter Estimate	Standard Error	t-value
A01989.1	-0.0451	0.07438	-0.61
A01989.2	-0.1314	0.07439	-1.77
A01997.1	-0.0052	0.07474	-0.07
A01997.2	0.0283	0.07474	0.38

Regression Model 経常利益 非製造業 (0 1 1)(1 1 1)

Variable	Parameter Estimate	Standard Error	t-value
A01989.1	0.2401	0.09831	2.44
A01989.2	-0.1943	0.09831	-1.98
A01997.1	0.1860	0.09836	1.89
A01997.2	0.1404	0.09836	1.43

Regression Model 設備投資 製造業 (1 1 2)(0 1 1)

Variable	Parameter Estimate	Standard Error	t-value
A01989.1	0.1010	0.03248	3.11
A01989.2	-0.0738	0.03248	-2.27
A01997.1	0.0342	0.03251	1.05
A01997.2	-0.0564	0.03251	-1.74

Regression Model 設備投資 非製造業 (2 1 2)(0 1 1)

Variable	Parameter Estimate	Standard Error	t-value
A01989.1	0.0641	0.03904	1.64
A01989.2	0.0556	0.03908	1.42
A01997.1	-0.0413	0.04215	-0.98
A01997.2	0.0393	0.04234	0.93

表２－２：参考モデル
[注]モデル推定期間：１９７５年（４月～６月）～２００１年（７月～９月）

1975.4-6から2001.7-9までのデータを用い、AO無しで選択したモデルについて、AOを含めて推定した。

Regression Model 売上 製造業 (2 1 1)(2 1 2)

Variable	Parameter Estimate	Standard Error	t-value
AO1989.1	0.0134	0.01209	1.11
AO1989.2	-0.0163	0.01209	-1.35
AO1997.1	0.0288	0.01311	2.20
AO1997.2	0.0049	0.01310	0.37

Regression Model 売上 非製造業 (1 1 1)(2 1 2)

Variable	Parameter Estimate	Standard Error	t-value
AO1989.1	0.0494	0.01550	3.18
AO1989.2	-0.0338	0.01550	-2.18
AO1997.1	0.0240	0.01557	1.54
AO1997.2	-0.0095	0.01557	-0.61

Regression Model 経常利益 製造業 (2 1 1)(0 1 1)

Variable	Parameter Estimate	Standard Error	t-value
AO1989.1	-0.0451	0.07438	-0.61
AO1989.2	-0.1314	0.07439	-1.77
AO1997.1	-0.0052	0.07474	-0.07
AO1997.2	0.0283	0.07474	0.38

Regression Model 経常利益 非製造業 (0 1 1)(1 1 1)

Variable	Parameter Estimate	Standard Error	t-value
AO1989.1	0.2401	0.09831	2.44
AO1989.2	-0.1943	0.09831	-1.98
AO1997.1	0.1860	0.09836	1.89
AO1997.2	0.1404	0.09836	1.43

Regression Model 設備投資 製造業 (1 1 2)(0 1 2)

Variable	Parameter Estimate	Standard Error	t-value
AO1989.1	0.0983	0.03264	3.01
AO1989.2	-0.0683	0.03264	-2.09
AO1997.1	0.0332	0.03268	1.02
AO1997.2	-0.0589	0.03269	-1.80

Regression Model 設備投資 非製造業 (1 1 0)(0 1 1)

Variable	Parameter Estimate	Standard Error	t-value
AO1989.1	0.0402	0.05066	0.79
AO1989.2	0.0370	0.05066	0.73
AO1997.1	0.0210	0.05078	0.41
AO1997.2	0.0475	0.05079	0.94

表２－３：参考モデル
[注]モデル推定期間：１９７５年（４月～６月）～２００１年（７月～９月）

図2－10：季節調整値
[注]モデル推定期間：1975年（4月～6月）～2000年（7月～9月）

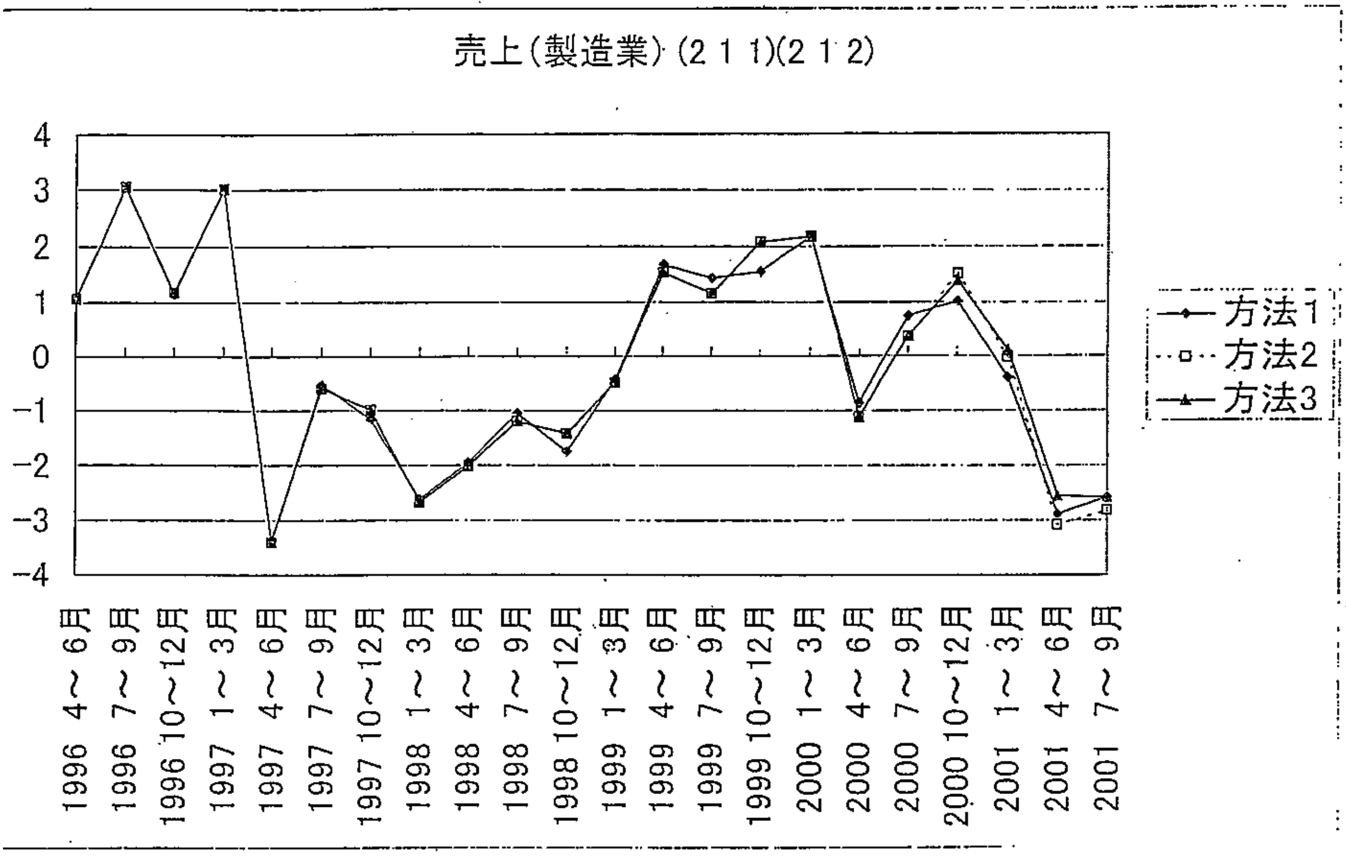


図2－11：季節調整値
[注]モデル推定期間：1975年（4月～6月）～2000年（7月～9月）

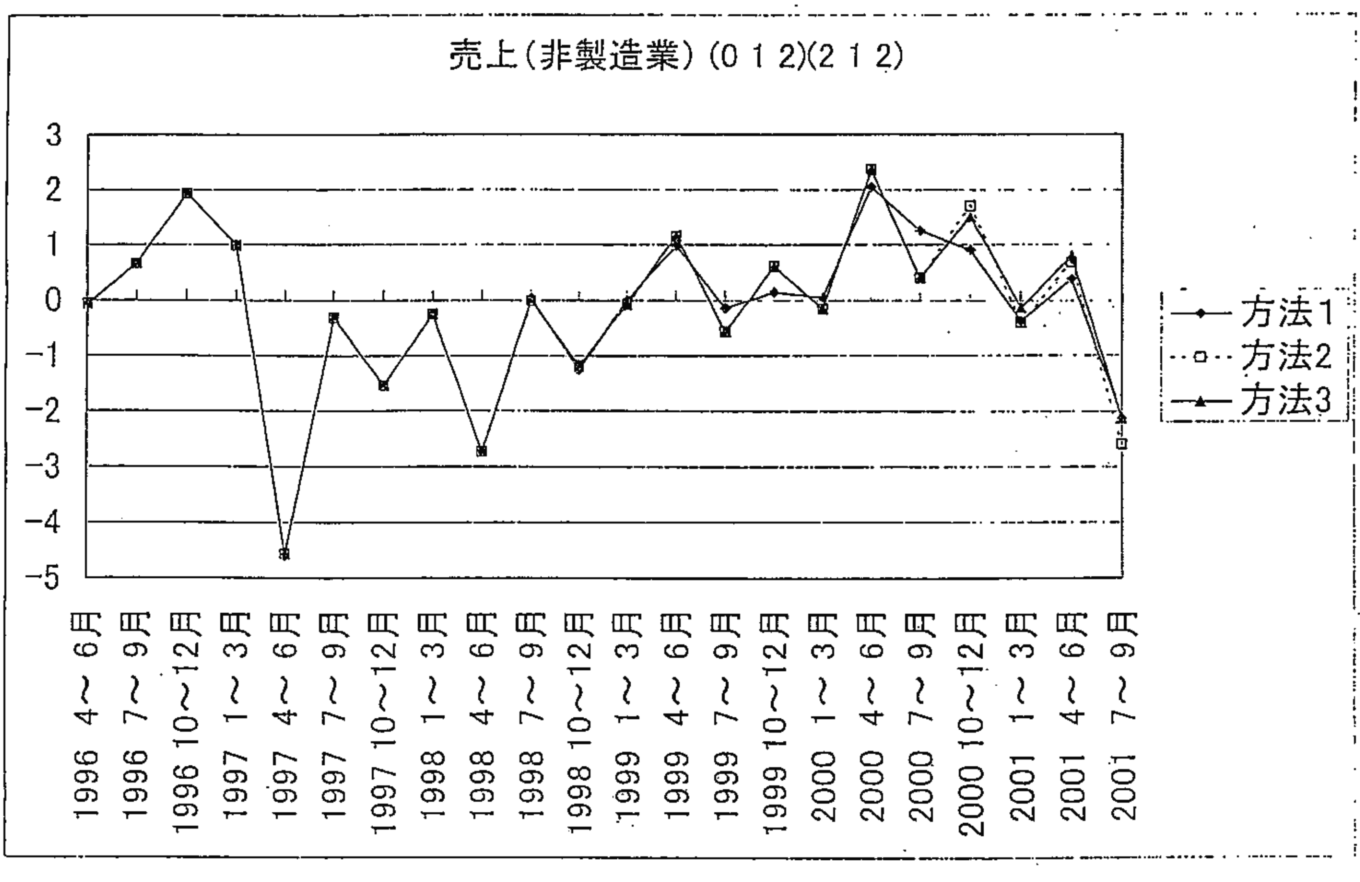


図２－１２：季節調整値
[注]モデル推定期間：１９７５年（4月～6月）～２０００年（7月～9月）

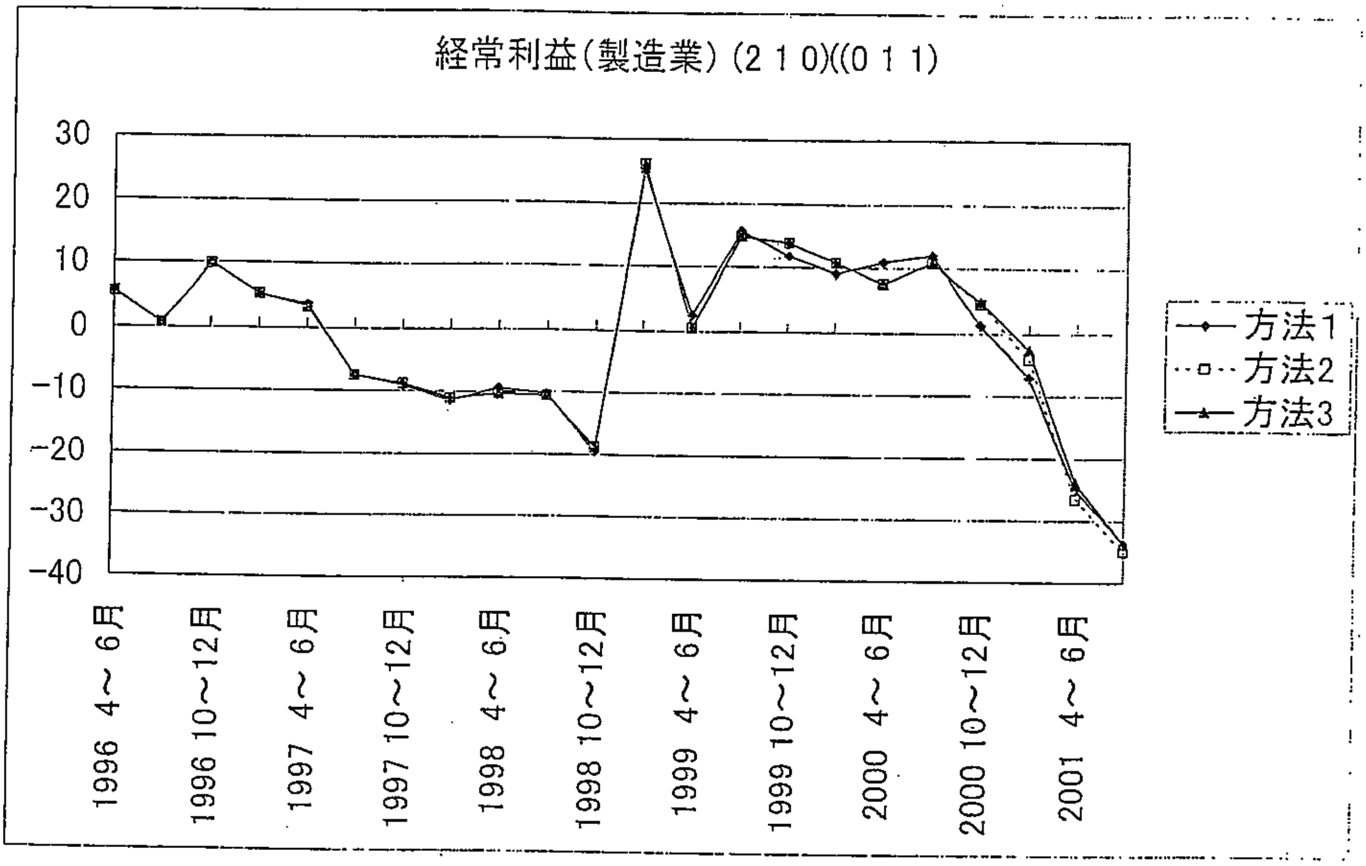


図２－１３：季節調整値
[注]モデル推定期間：１９７５年（4月～6月）～２０００年（7月～9月）

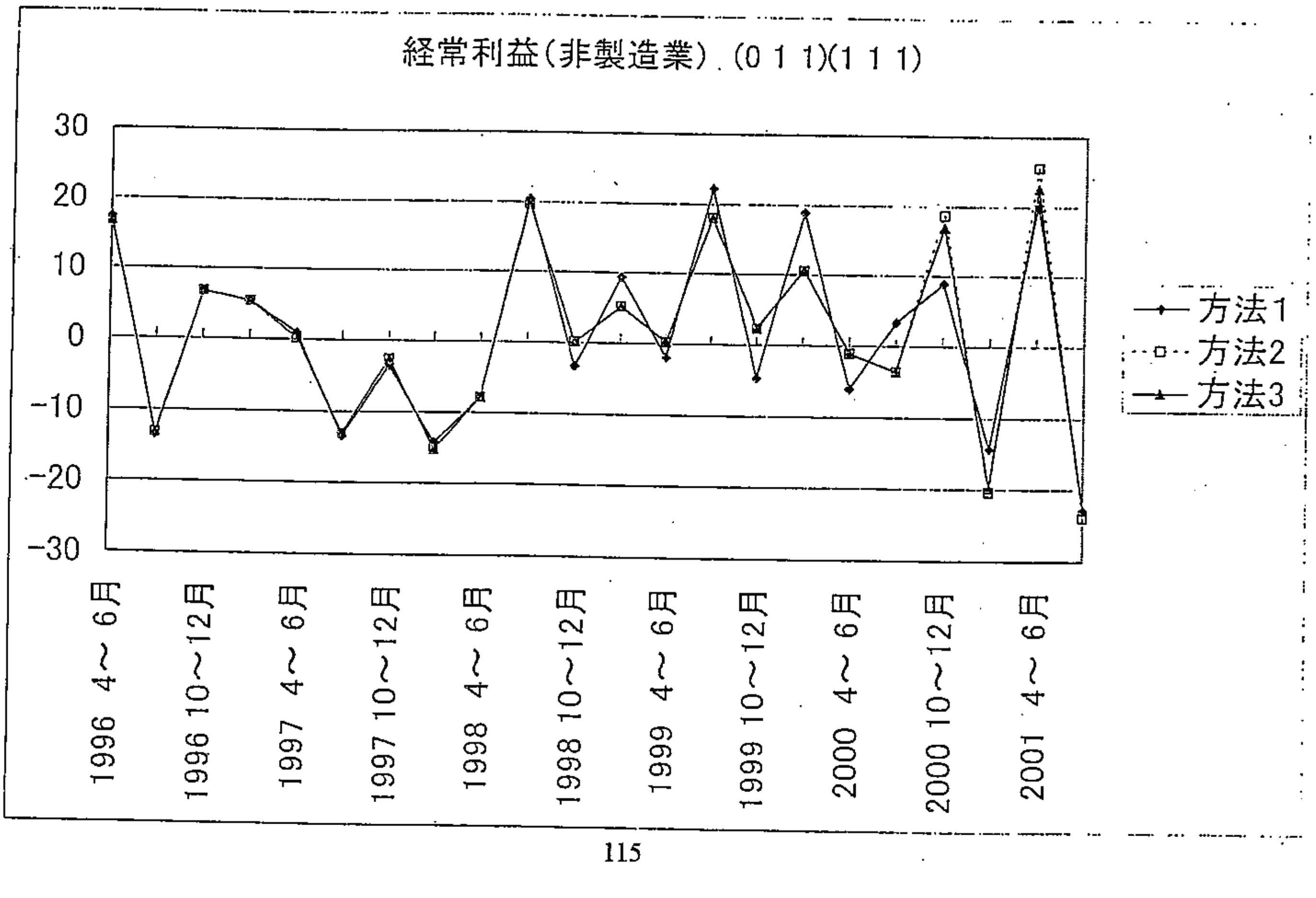


図２－１４：季節調整値
[注]モデル推定期間：１９７５年（4月～6月）～２０００年（7月～9月）

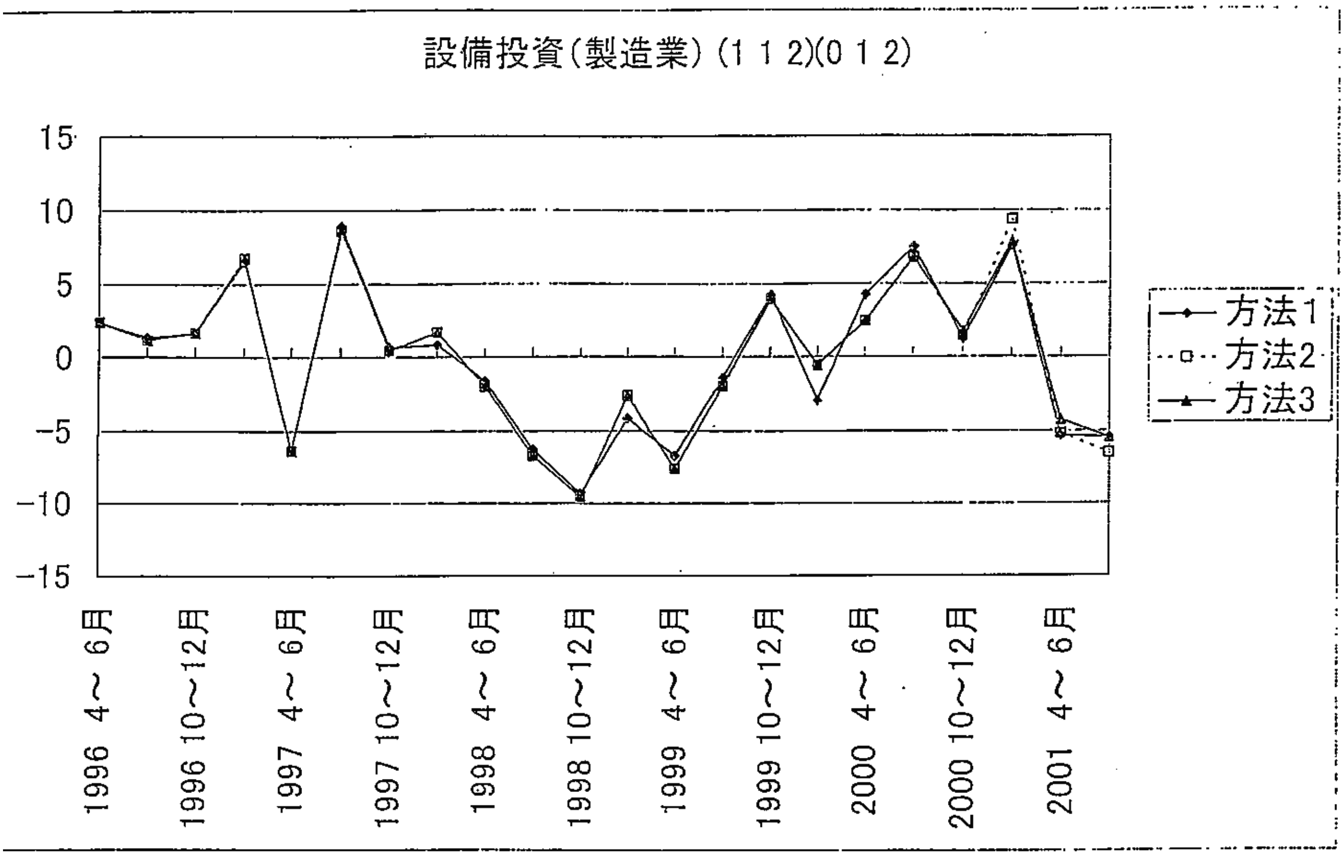


図２－１５：季節調整値
[注]モデル推定期間：１９７５年（4月～6月）～２０００年（7月～9月）

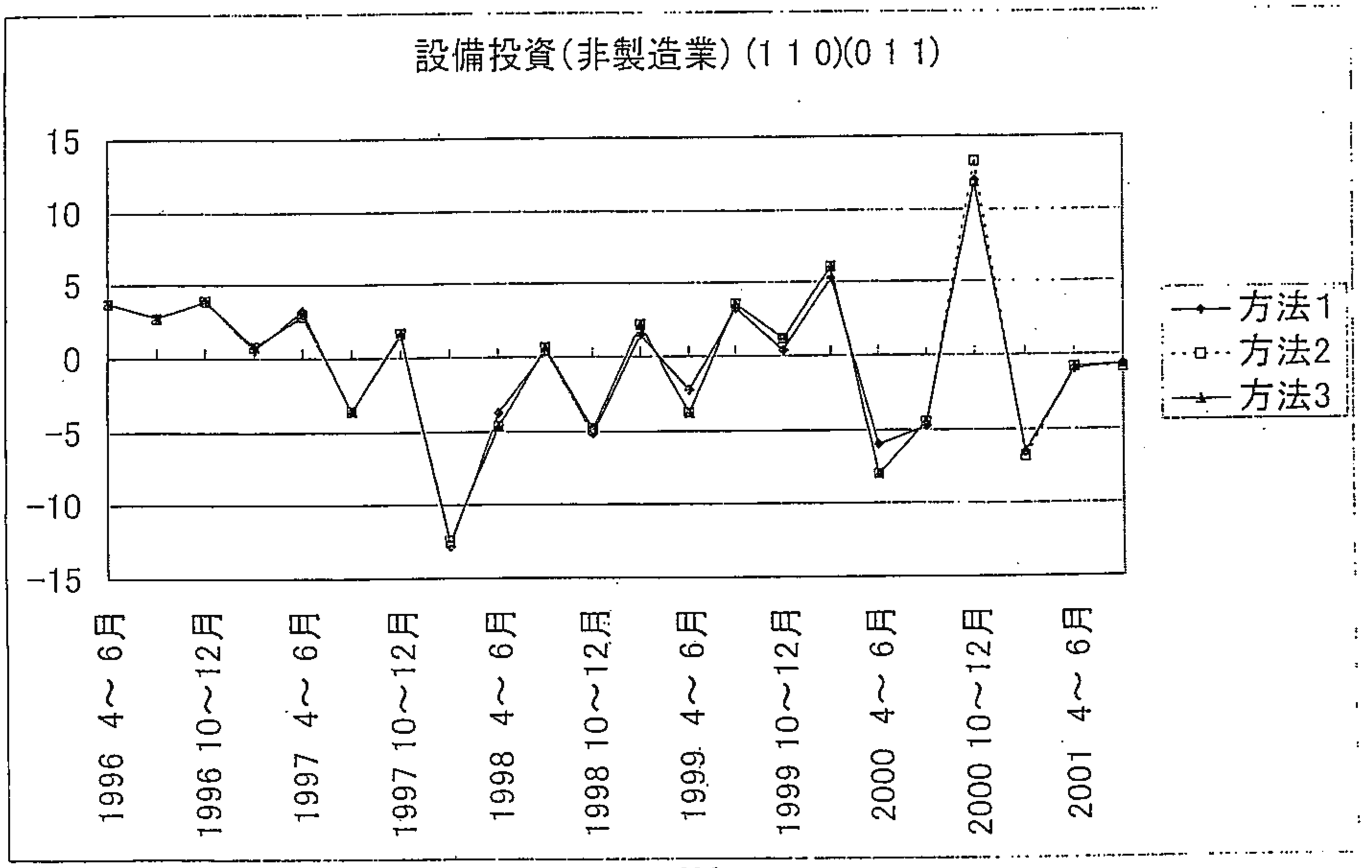


図2－16：季節調整値
[注]モデル推定期間：１９７５年（4月～6月）～２０００年（7月～9月）

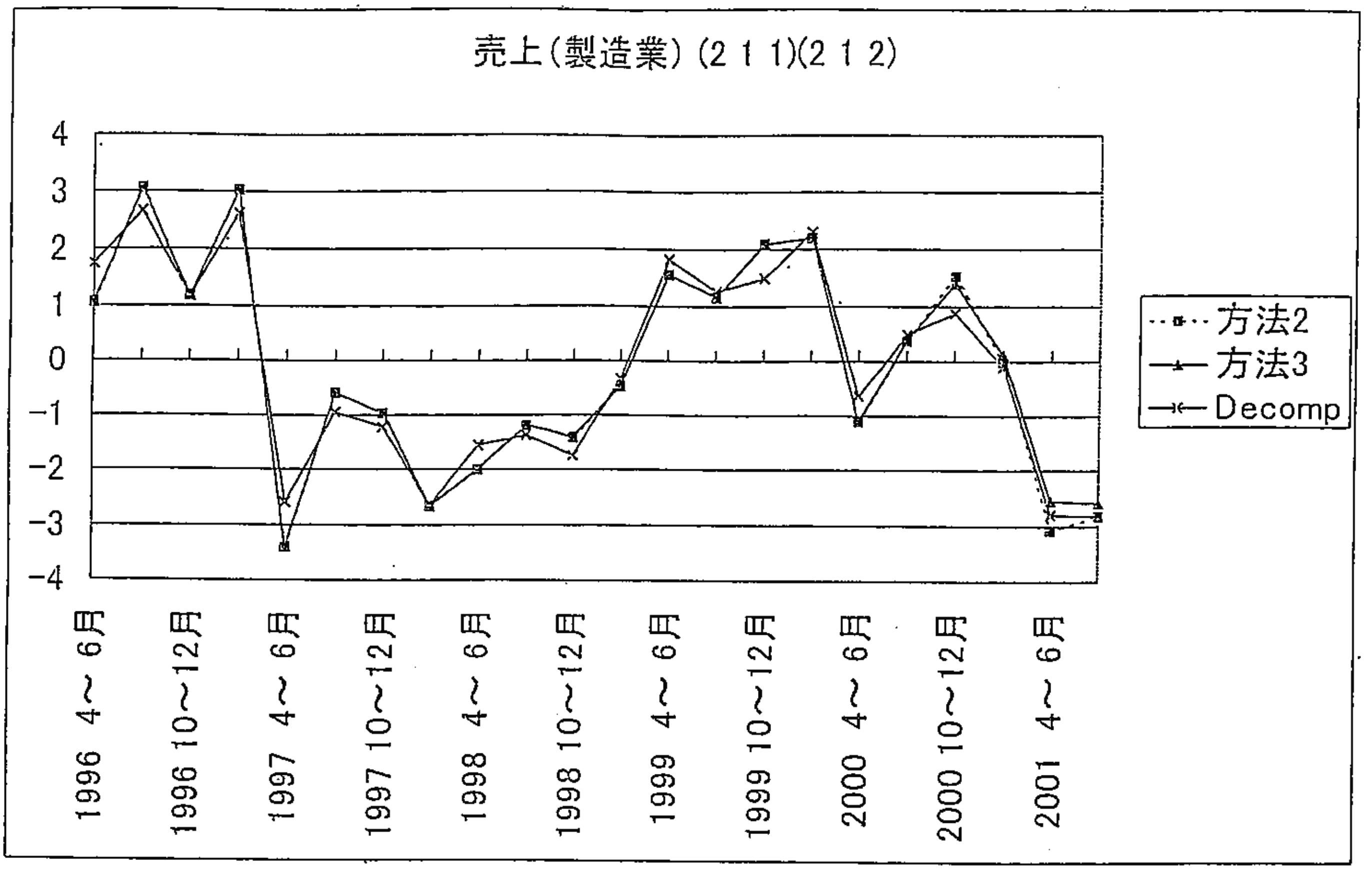


図2－17：季節調整値
[注]モデル推定期間：１９７５年（4月～6月）～２０００年（7月～9月）

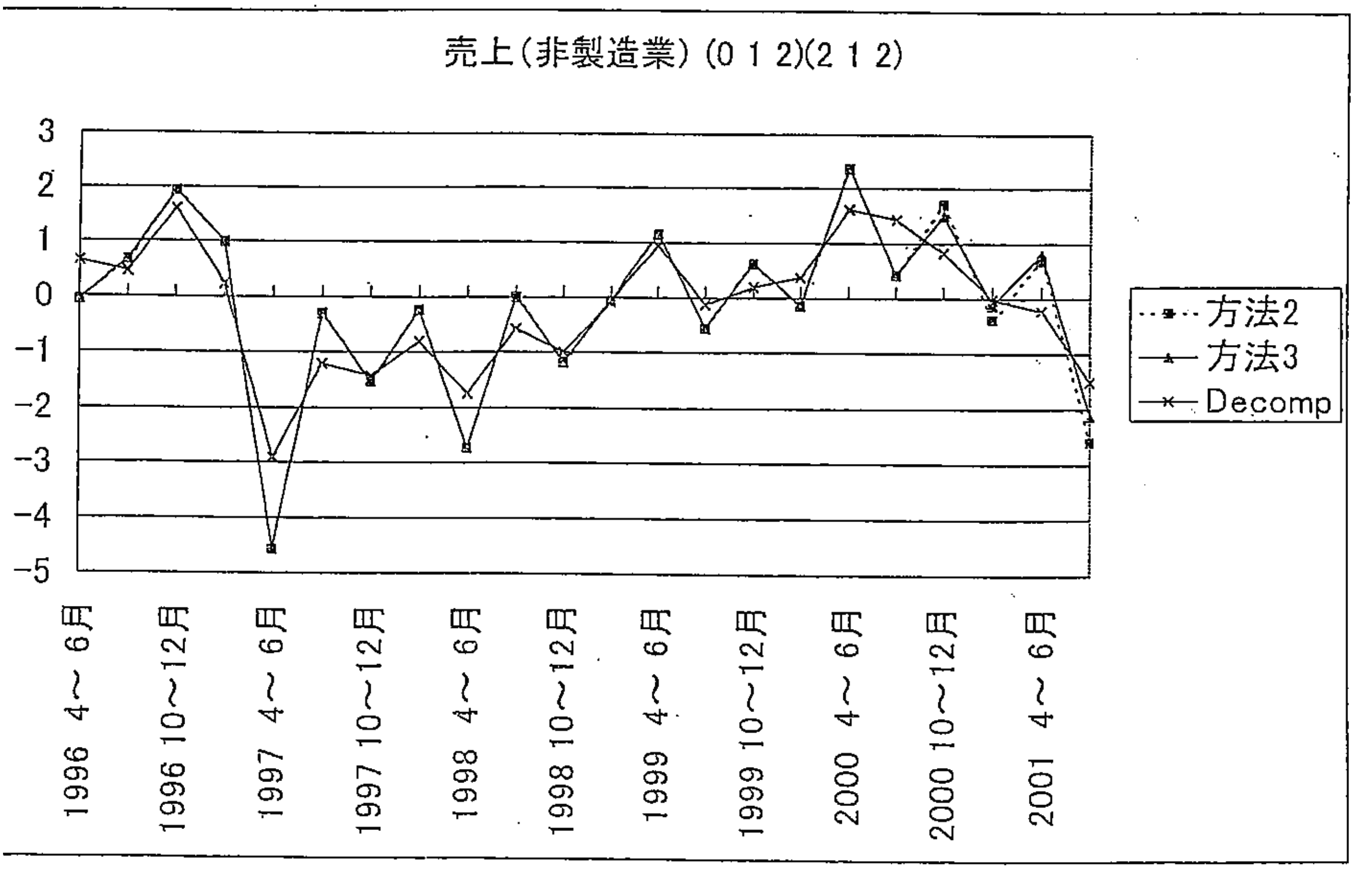


図２－１８：季節調整値
[注]モデル推定期間：１９７５年（4月～6月）～２０００年（7月～9月）

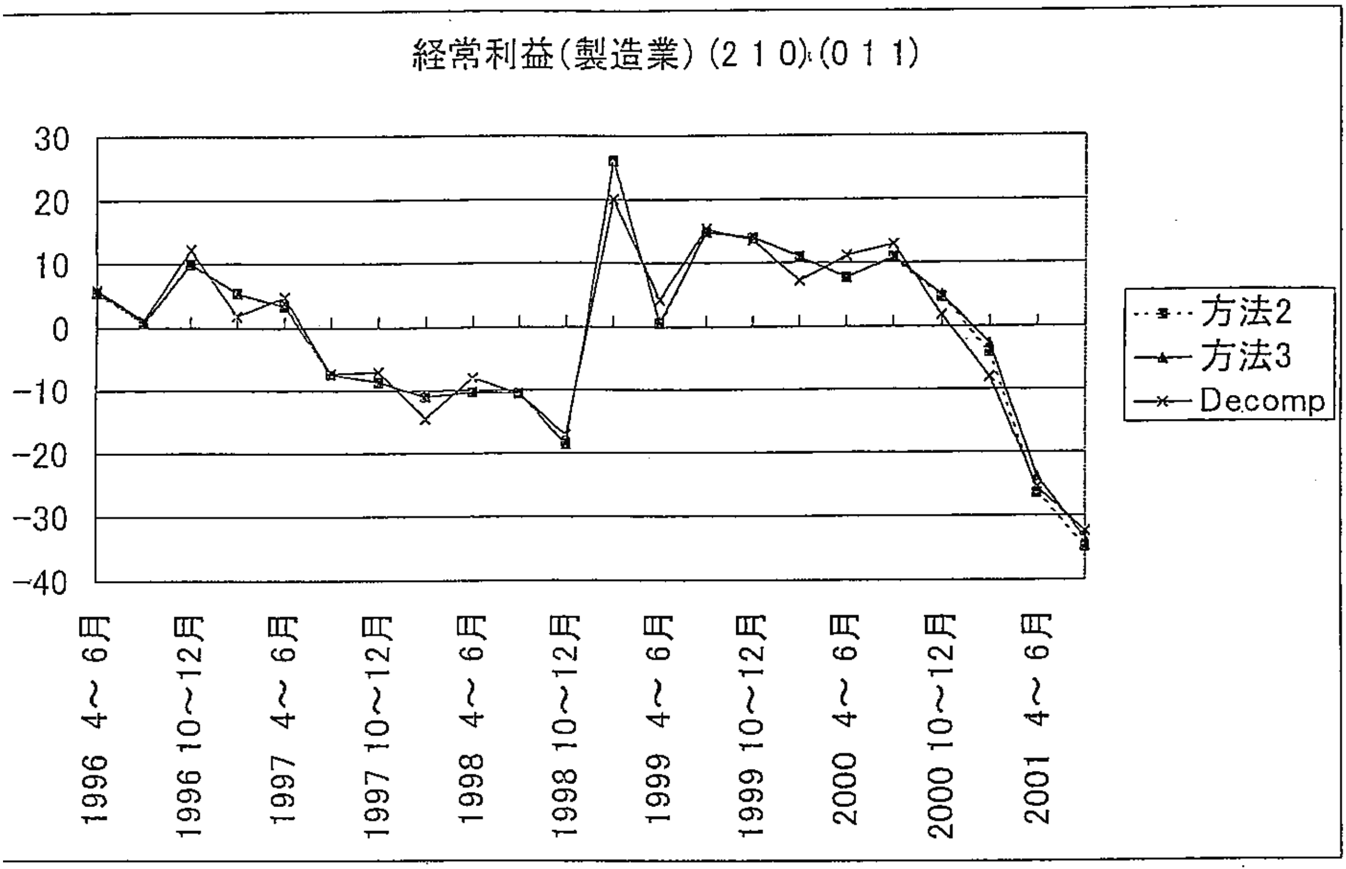


図２－１９：季節調整値
[注]モデル推定期間：１９７５年（4月～6月）～２０００年（7月～9月）

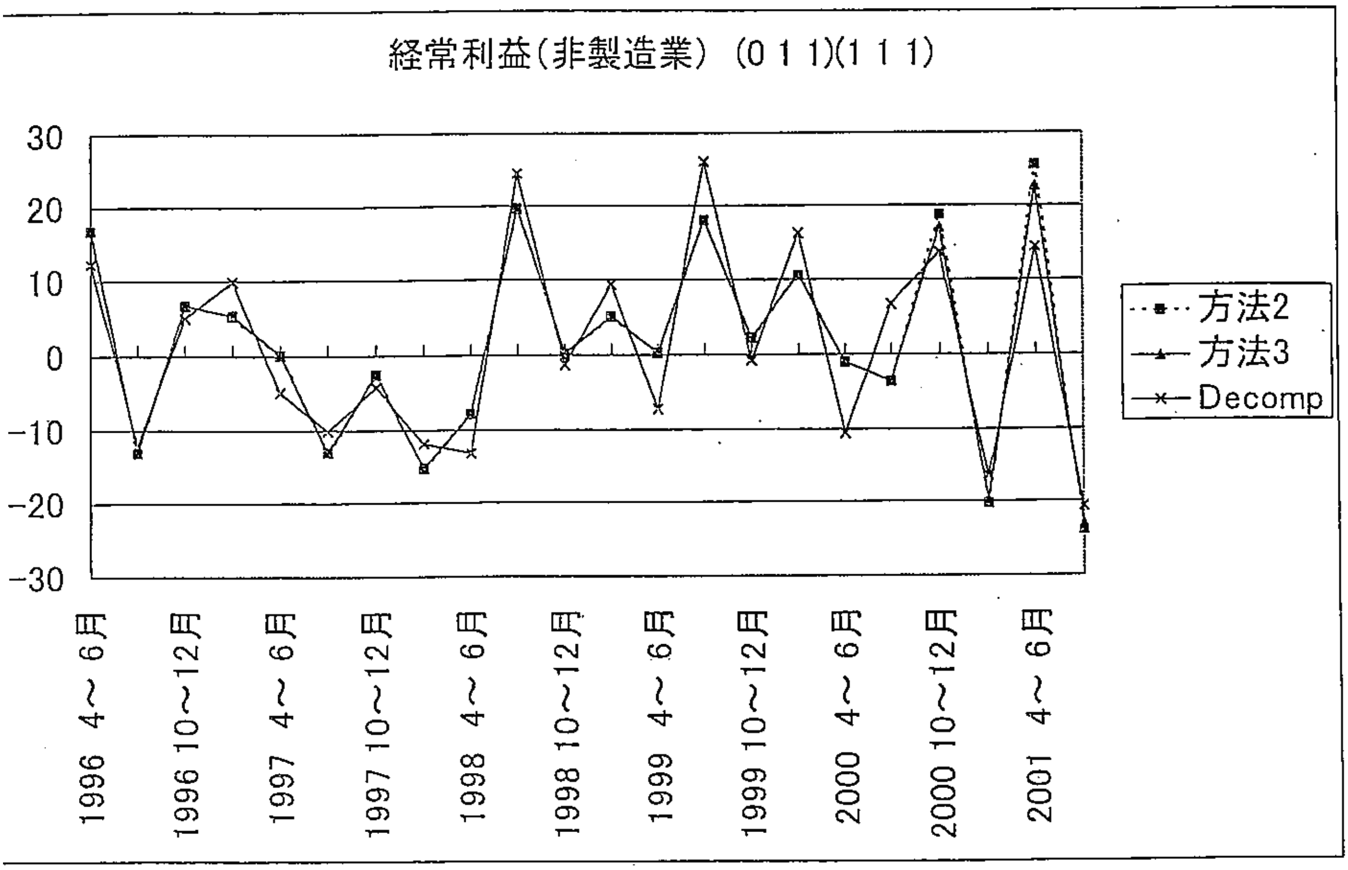


図２－２０：季節調整値
［注］モデル推定期間：１９７５年（４月～６月）～２０００年（７月～９月）

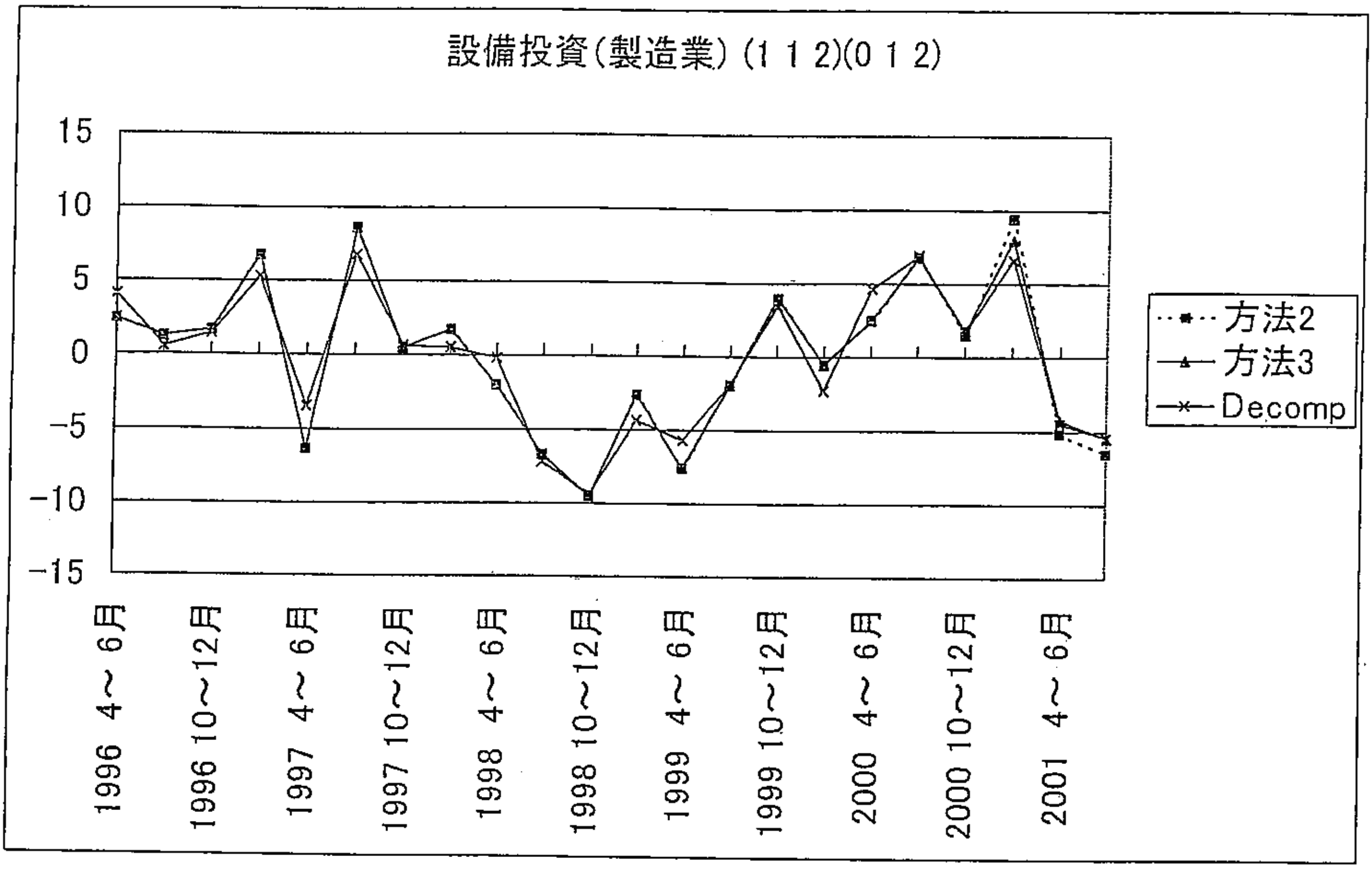


図２－２１：季節調整値
［注］モデル推定期間：１９７５年（４月～６月）～２０００年（７月～９月）

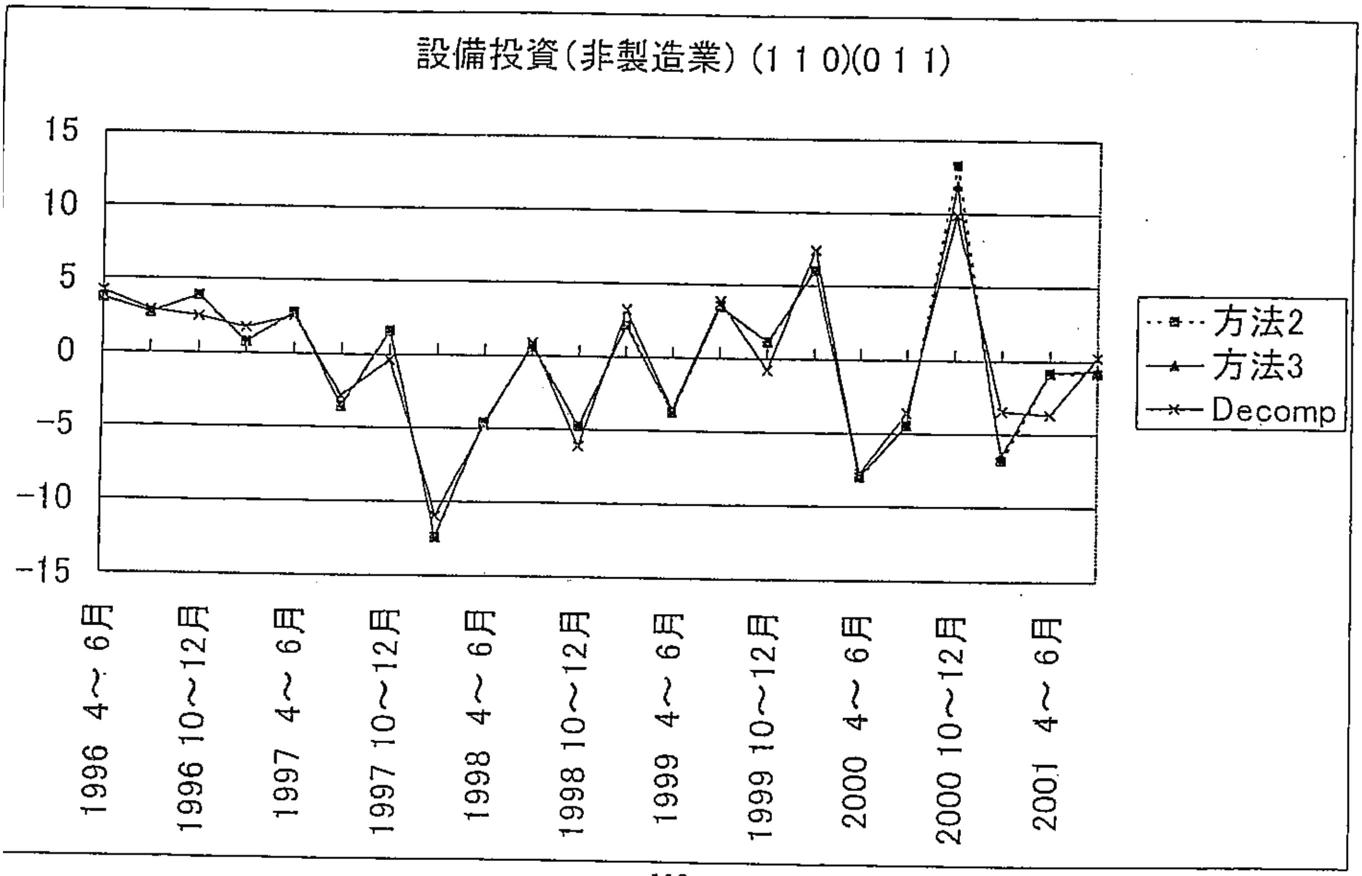


図２－２２：季節調整値
［注］モデル推定期間：１９７５年（４月～６月）～２０００年（７月～９月）

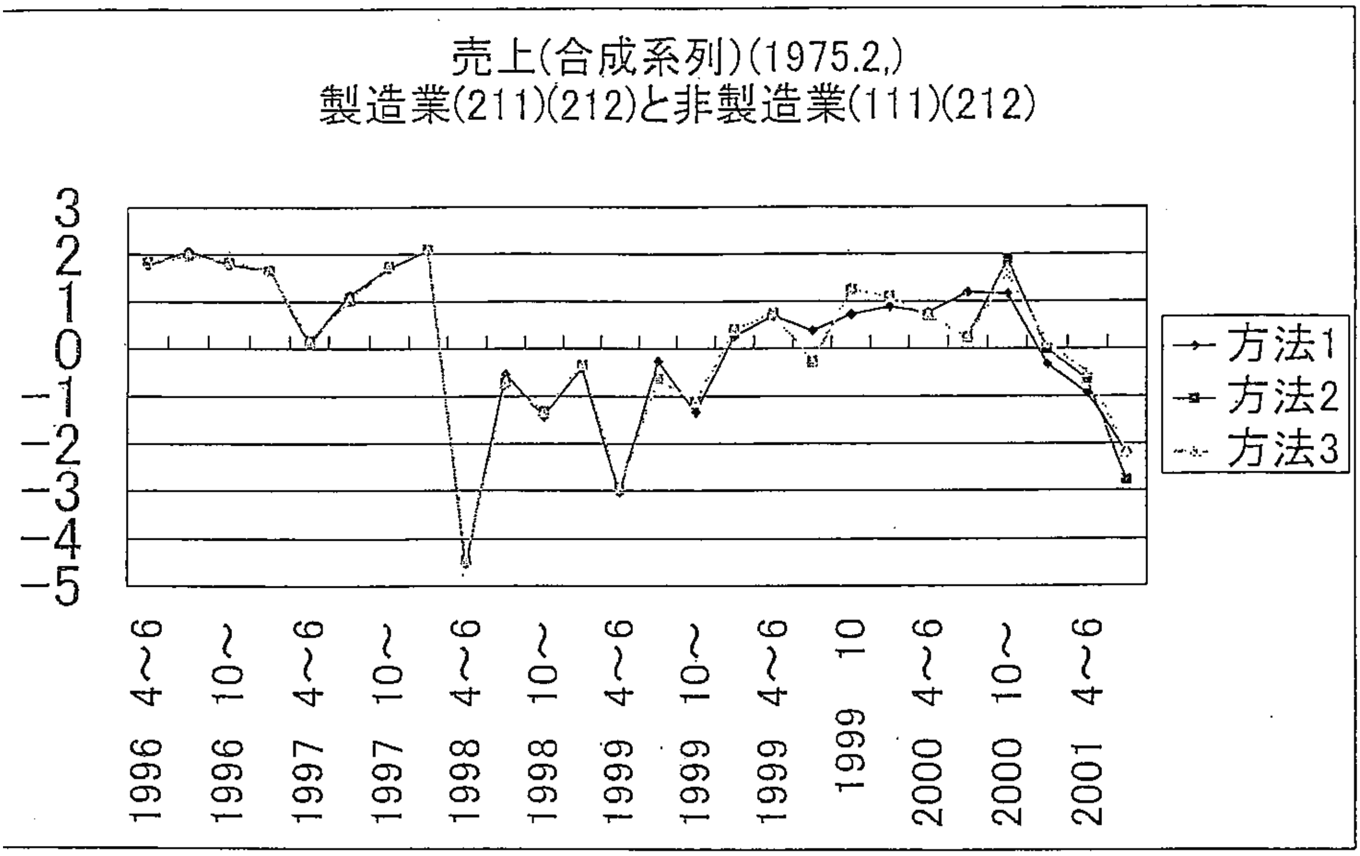


図２－２３：季節調整値
［注］モデル推定期間：１９７５年（４月～６月）～２０００年（７月～９月）

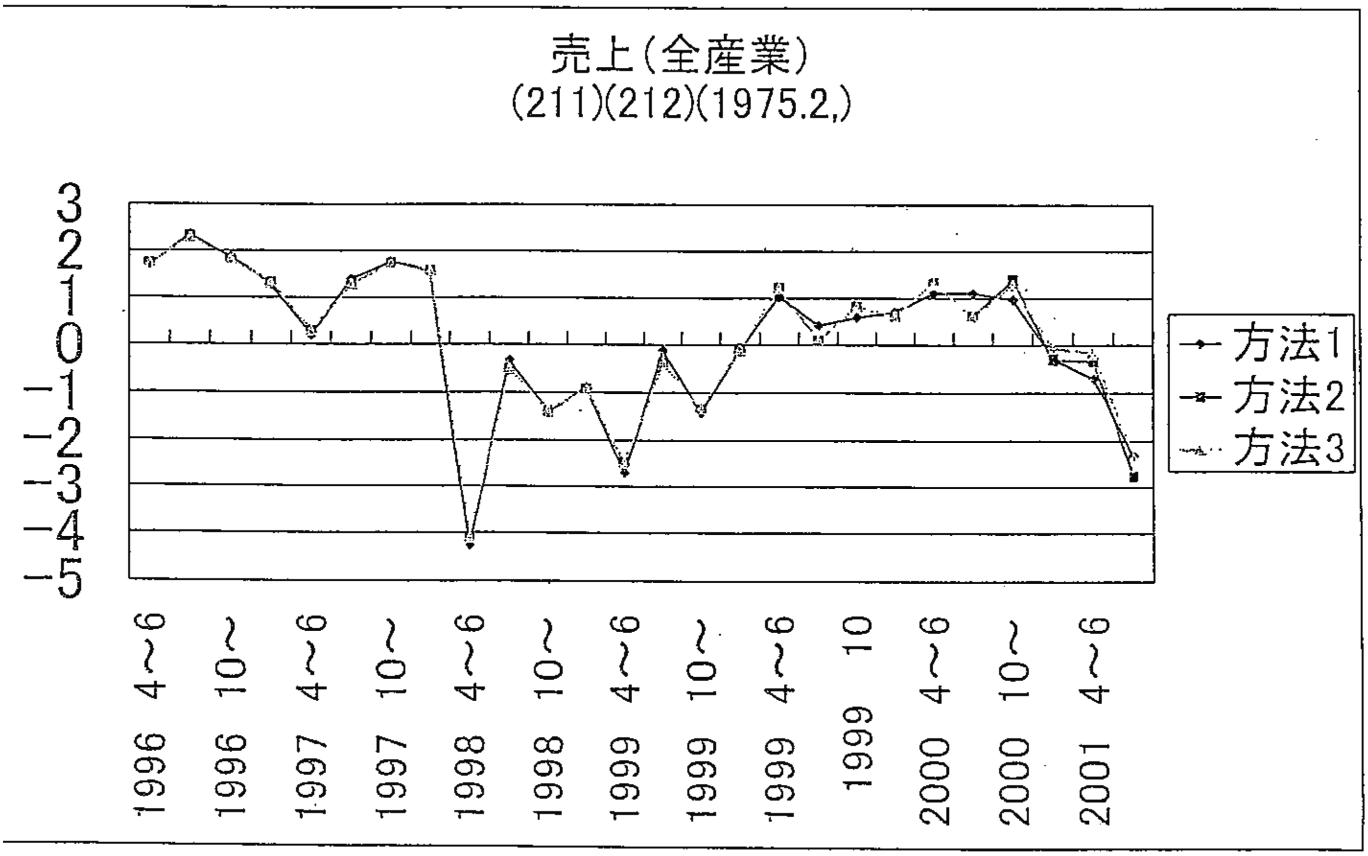


図２－２４：季節調整値
[注]モデル推定期間：１９７５年（４月～６月）～２０００年（７月～９月）

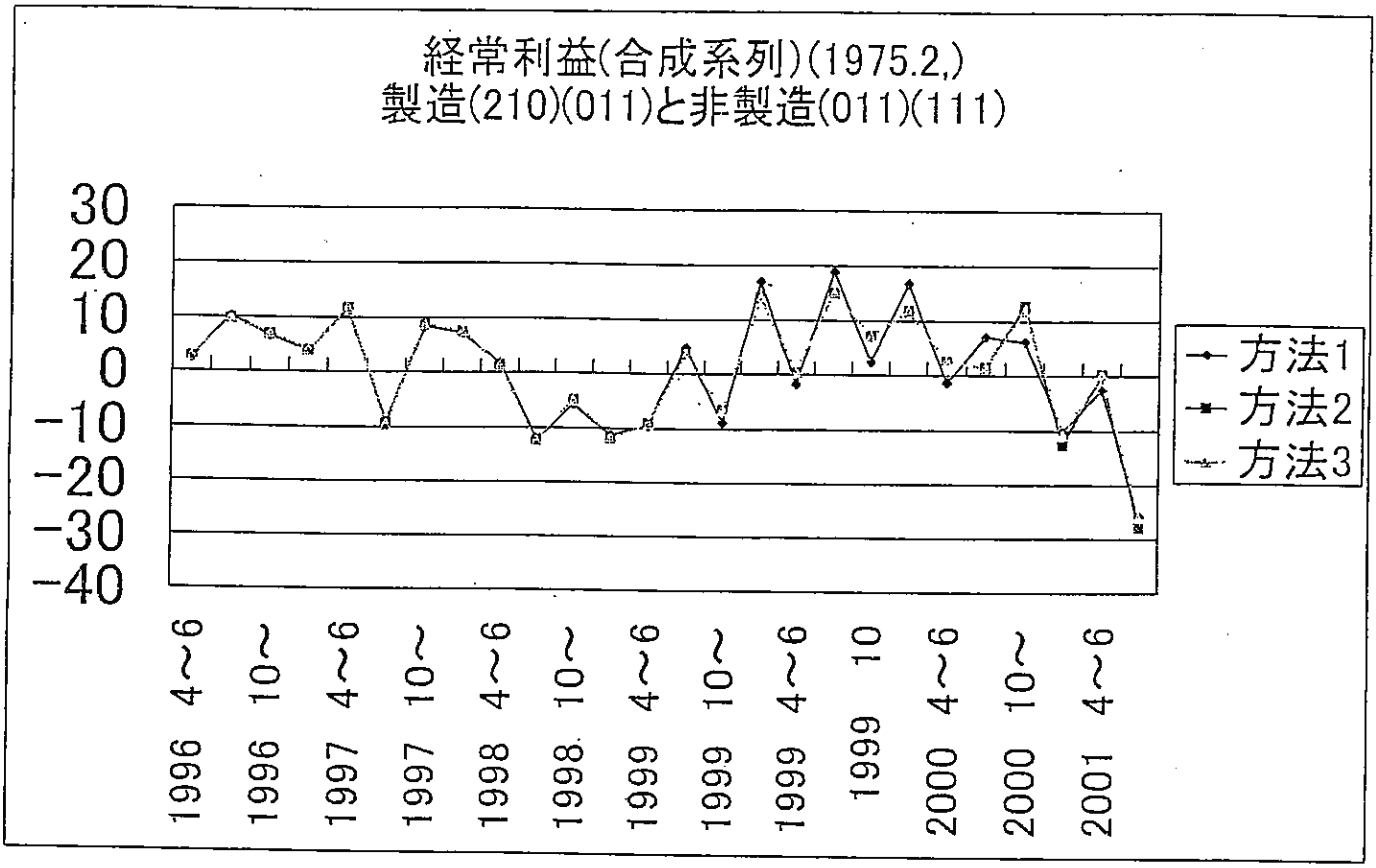


図２－２５：季節調整値
[注]モデル推定期間：１９７５年（４月～６月）～２０００年（７月～９月）

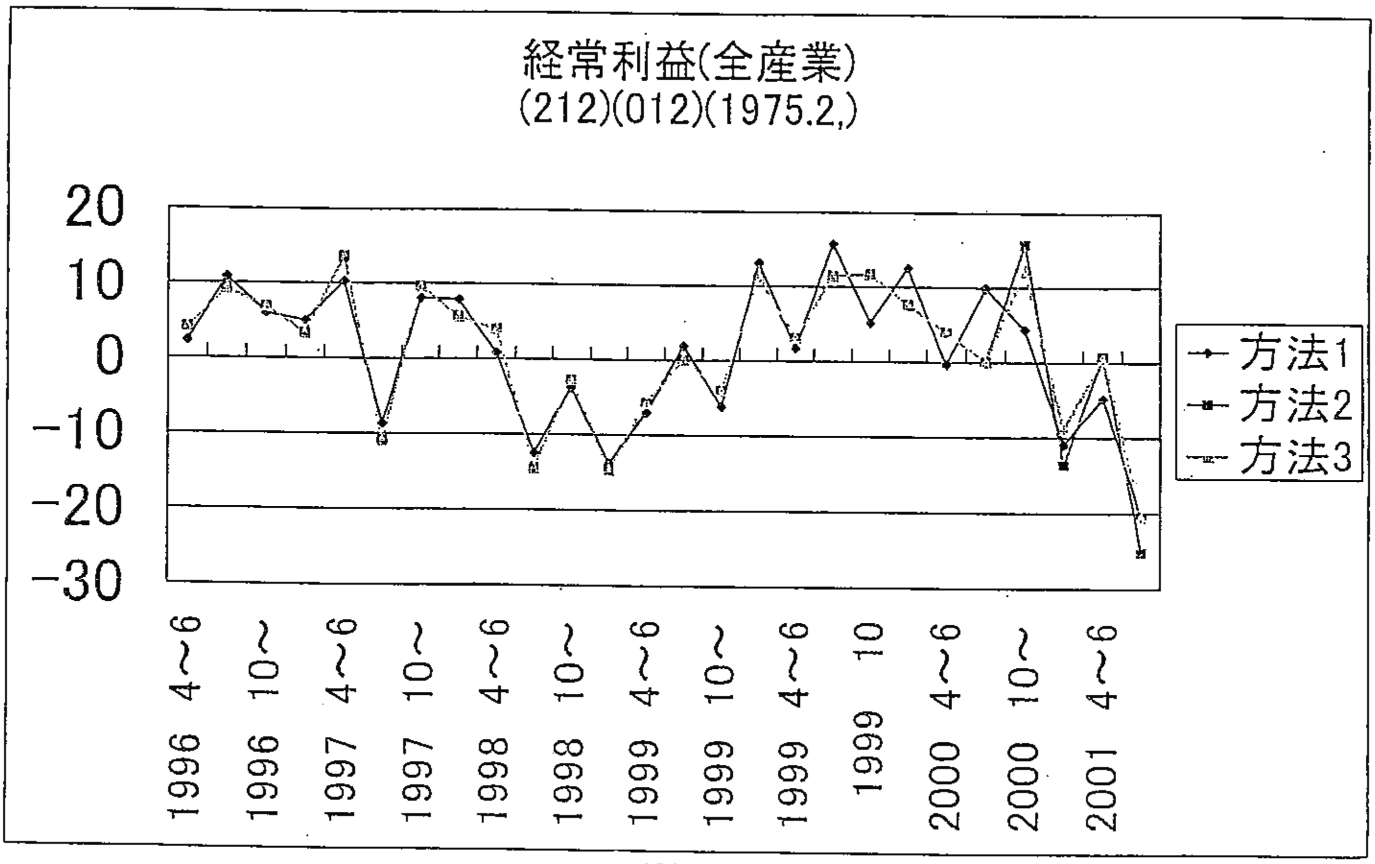


図２－２６：季節調整値
[注]モデル推定期間：１９７５年（４月～６月）～２０００年（７月～９月）

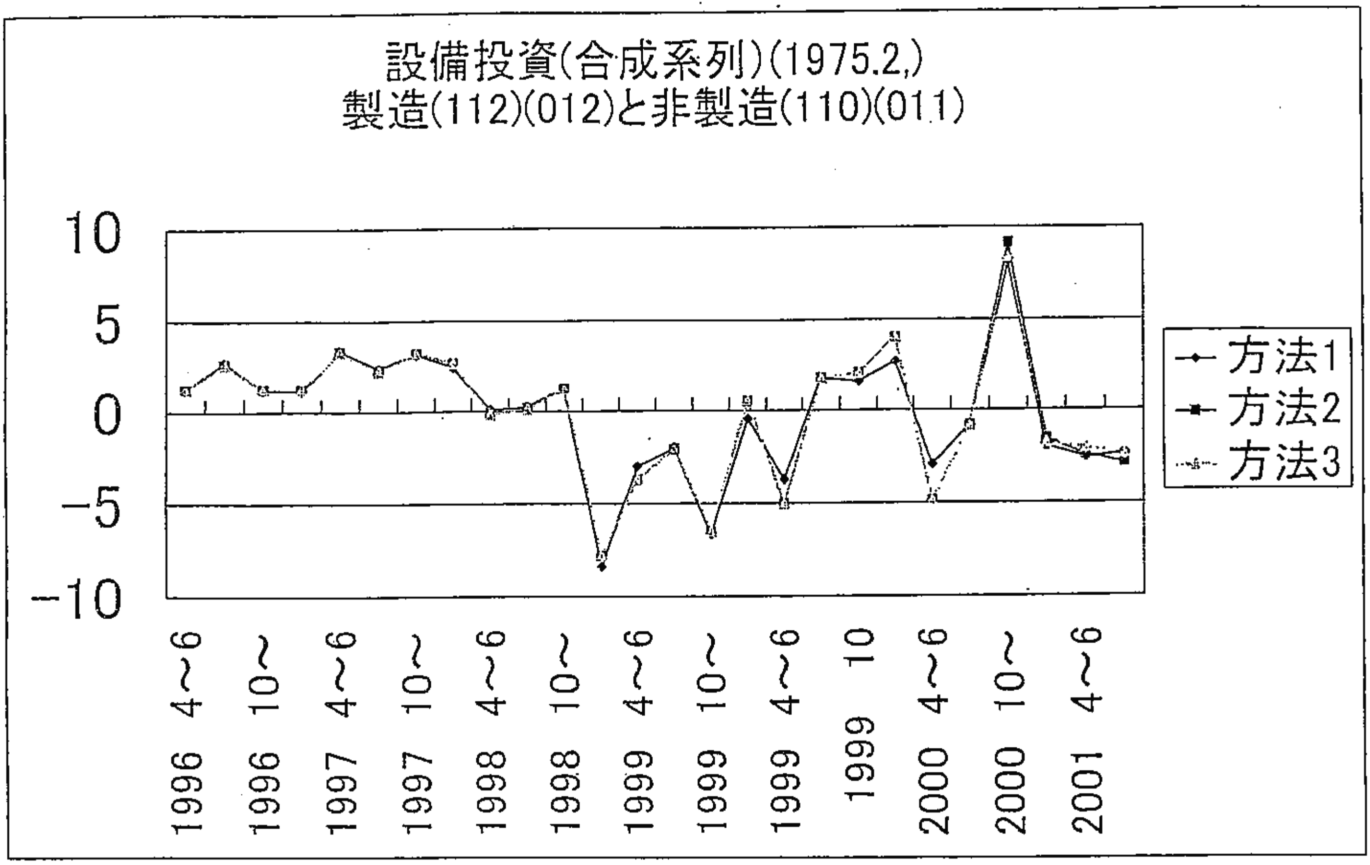
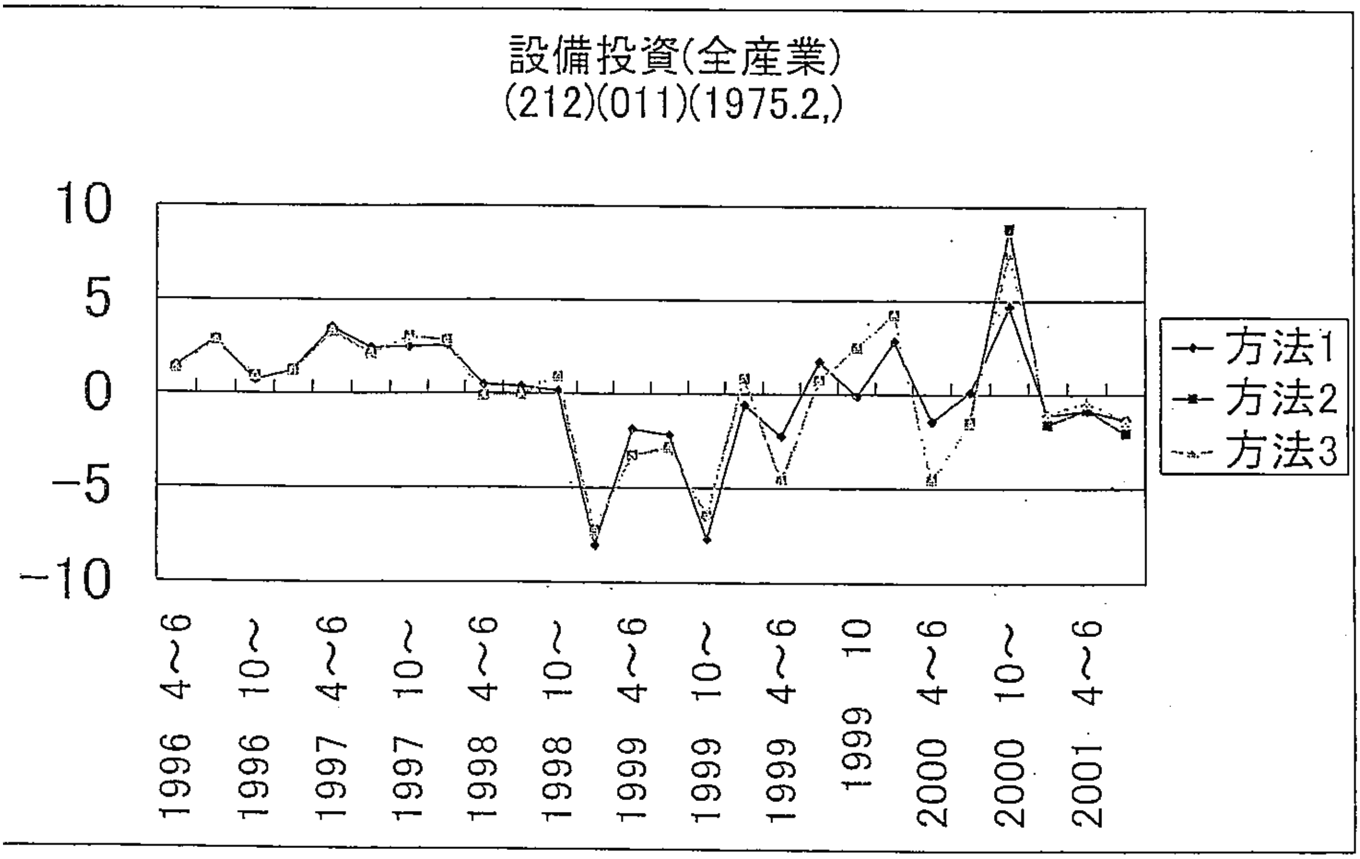


図２－２７：季節調整値
[注]モデル推定期間：１９７５年（４月～６月）～２０００年（７月～９月）



[レポート]
法人企業統計における季節調整法の点検

国友直人（東京大学大学院経済学研究科教授）
高岡慎（東京大学経済学研究科在学中）
大和田孝（東京大経済学研究科在学中）

2003年3月19日

1．はじめに

このレポートは、2003年2月に財務省財務総合政策研究所から「法人企業統計における季節調整法の利用」についての検討依頼を受けて、国友・高岡・大和田が共同で分析した内容をまとめた報告である。

財務省が調査・作成している法人企業統計（季報）では以前から一次統計調査で得られた原系列とともに、原系列から簡単に計算できる前年同期比の時系列も同時に公表していた。昨年（2002年）よりはこれらの系列に加えてさらに、売上高、経常利益、設備投資の統計データに関してはそれぞれ製造業・非製造業・全産業という3系列について季節調整値系列を作成し、それらの系列の前期比伸び率を参考値として公表している。これは国民経済計算をはじめとして、内外において「法人企業統計」を利用している各種のニーズに答え、我が国の企業動向の基礎資料の提供についてより一層の便宜を図ろうとした為に実施したところである。

さて2002年より実施している法人企業統計における季節調整系列値の具体的作成の方法は、財務総合政策研究所からの依頼により作成した国友・高岡・一場によるレポート「法人企業統計と季節調整」(2002)にほぼ基づいている。国友・高岡・一場(2002)では主として実務的観点からの要請を受ける形で、米国センサス局で開発された季節調整法X-12-ARIMAプログラムを法人企業統計への具体的利用法についての検討結果を説明した[1]。国友・高岡・一場(2002)ではX-12-ARIMAプログラムについては実務的観点からなお幾つかの検討すべき問題があることを指摘している。特にレポートの3節において

「X-12-ARIMAにより季節調整値を更新していくには無視できない幾つかの問題が存在する。X-12-ARIMA上で利用している統計的時系列モデルとしてのRegARIMAモデルではデータが付け加えると次数の最適な選択が変化する可能性が高く、この点は実務的には極めてやっかいになる。特に回帰部分をも組み入れて推定する場合には結果として季節調整値と前期比伸び率の推定値が安定的に推移するか否かは明らかでなく、経験の積み重ねも必要となる。そこで主として実務的な観点からは1年に1度程度のRegARIMAモデルの点検・再識別とそれに伴う過去の履歴の更新を行う事が望ましい。少なくともはじめの数年間は統計学や統計学的時系列分析を理解している専門家と相談して更新を行うことが望ましい。」

と述べている。

[1] 季節調整法やセンサス局で開発されたX-12-ARIMAプログラムについての詳しい内容については例えば溝口・刈屋(1983)、Findley et. al. (1998)、国友(2001a,b)等を参照されたい。

こうした「法人企業統計における季節調整」の検討に関する経緯から、今回は昨年度から約1年間に実施した実務的経験を踏まえて、さらに新たに付け加わったデータをも利用して季節調整法について再度の検討を行った。我々は幾つかの統計的分析を行ったが、実務的見地からも注意すべき事柄があることがわかったので、その検討結果の概略をまとめて報告する。なお、今回の分析では昨年に行った分析とほぼ同様に、我々が開発した季節調整 KTI システム及び統計数理研究所で開発された季節調整プログラム DECOMP を利用した。後者については利用上で便利な Web-DECOMP を利用した。

2．季節調整値の安定性

法人企業統計（季報）における季節調整の経験は約1年間であるが、この間には特に季節調整値の作成上や公表上で大きな実務的問題は発生していないようである。この間、約1年分の新しいデータが利用可能となったのでそのデータも含めて、まず昨年行った分析内容が妥当であったのか否かも含めて分析を行った。

特に X12-ARIMA 季節調整プログラムの利用においては実務的には時系列 ARIMA モデルの選択がもっとも面倒と考えられたので、利用可能なデータの下での最適なモデルの選択についてかなり詳しく検討した。2003年3月の時点で法人企業統計（季報）における季節調整系列の公表に関する経験は約1年間あるので、最新のデータを利用して、まず昨年の検討において我々が提案した時系列 RegARIMA モデルの妥当性について次のような分析を行った。

[*i*] データ更新の影響

比較の為に昨年の検討時に得られた ARIMA モデルの選択結果を表1に示しておく。ここで得られた ARIMA モデルは1985年4-6期から2001年7-9期までのデータを用い、さらに階差次数と季節階差次数を共に1に固定して AIC 最小化基準（Akaike (1973)）を用いてモデル選択を行った結果である。

		RegARIMA モデル	消費税効果
売上高	製造業	(211)(211)	なし
	非製造業	(111)(212)	あり
経常利益	製造業	(212)(211)	なし
	非製造業	(110)(012)	あり
設備投資	製造業	(212)(012)	なし
	非製造業	(212)(011)	なし

表1: 1985年4-6期から2001年7-9期

次に1985年4-6期から2002年7-9期までのデータを用いて、全く同様のモデル選択を行った結果を表2に示しておく。ここで消費税効果の有無に関しては、前回の報告結果と全く同様の設定を採用していることに注意しておく。限られた範囲であるが我々が行った分析によれば、消費税効果などをはじめ X-12-ARIMA プログラムにおける RegARIMA モデルの回帰項部分については特に統計的モデルを変更する必要となるような分析結果は得られなかった。

表1と表2から明らかなように AIC 最小化基準によれば、この間の一年分の

		RegARIMA モデル	消費税効果
売上高	製造業	(211)(211)	なし
	非製造業	(212)(010)	あり
経常利益	製造業	(211)(011)	なし
	非製造業	(110)(012)	あり
設備投資	製造業	(212)(012)	なし
	非製造業	(212)(011)	なし

表 2: 1985 年 4-6 期から 2002 年 7-9 期

データの追加により、売上高非製造業および経常利益製造業の 2 系列について選択されるモデルに変更が生じた。あとの 4 系列については選択されたモデルは前回の選択と同一であった。統計学的な観点からはデータが付加されるとき、AIC 最小化基準で選択される ARIMA モデルが同一である保証があるわけではないので、ここでの結果はある程度予想されるので驚くには当たらないが、実務的な観点からはかなり厄介な結果が得られたことになる。我々が検出したこの問題の実務的な季節調整値へのインパクトを調べたが、まず昨年の検討で選択された ARIMA モデルと今回選択された ARIMA モデルを利用して作成した季節調整値系列を図１．１〜図１．４に示しておく。これらの図から明らかのように水準に関する季節調整値が見た目であまり変化がなくても、季節調整値より計算される「前期比伸び率」系列（図１．２と図１．４）に換算すると、その変更幅が無視できなくなることがあり得ることに注意する必要があろう。なお、選択された ARIMA モデルが同一であっても、データ期間が変化すると母数の推定値は変化するので、季節調整系列は同一とは限らないことにも言及しておく。すなわち、同一の ARIMA モデルを仮に用いたとしても、事後的な意味では季節調整系列は同一とは限らないことになる。もっとも、多くの場合には経験的にではあるが季節調整値の前期比の推定値における変化量はあまり大きくないことが予想されよう。

[*ii*] モデル選択の妥当性

AIC 最小化基準による時系列 ARIMA モデルの妥当性を調べるために、季節調整プログラム DECOMP を利用して、同一のデータを利用して季節調整値を比較してみた。今回も ARIMA モデルの識別には階差次数と季節階差次数をそれぞれ 1 に特定化したので DECOMP のトレンド母数は 2 に固定し、循環成分は取り入れなかった。DECOMP を利用して得られた DECOMP 季節調整系列と X-12-ARIMA による季節調整系列を図２．１〜図２．９に示しておく。今回の分析で選択された ARIMA モデルが前回と異なった非製造業売上高と製造業経常利益については、いずれも二つの系列に少しのずれがみられることが分かる。すなわち、統計学的に考える最適な状態（フィルタリング）推定値と X-12-ARIMA 推定値との間に乖離が生じているので、今後もこうした乖離を特に注意して分析を行うことが望まれることになった。さらに、念の為に季節成分について DECOMP を用いて X-12-ARIMA による季節成分との相違を分析した（図 3-1〜図 3-9）。季節成分の変動に関しては今回 AIC 最小化基準により選択した ARIMA モデルにより大きな

問題は生じていないことが確認できた。

[*iii*] データ期間の検討
新しいデータが利用可能となり、データ系列が更新された場合、最新の数値の変動をより重視しモデルに取り込むという観点からは、推定に用いる過去のデータを最も古いものから順に少しずつ落としていくという方式を考えることができる。そこで法人企業統計の系列に関してそのような方法を用いた場合、モデル選択にどのような結果が生じるかを試算した。昨年の検討時点から一年分の新しいデータが追加されているので、過去のデータを同じく一年分削除し、1986年4-6期から2002年7-9期までの系列を用いてモデル選択の結果を表3に示しておく。

		RegARIMAモデル	消費税効果
売上高	製造業	(211)(211)	なし
	非製造業	(212)(010)	あり
経常利益	製造業	(012)(011)	なし
	非製造業	(110)(012)	あり
設備投資	製造業	(212)(012)	なし
	非製造業	(212)(011)	なし

表3: 1986年4-6期から2002年7-9期

ここでの分析においても消費税効果に関しては昨年の報告と同様の設定を用いた。過去一年分のデータを落とすことにより、経常利益製造業において表2の結果との相違が生じた。検討課題1の結果と合わせると、経常利益非製造業では他の系列に較べてデータの追加や削除がモデル選択にもたらす影響が大きいことが分かった。ここで表2と表3に示した結果からは、売上高非製造業および経常利益製造業の2系列については、最新データの追加がモデル選択の結果に影響を及ぼしていることが見て取れる。ここでさらなる検討の為、1985年4-6期から一つずつデータが追加されていった場合に、選択される統計的ARIMAモデルがどの様に変化していくかを表4に示しておく。

モデル選択に利用した期間	売上非製造業	経常利益製造業
1985年4-6期から2001年7-9期	(111)(212)	(212)(211)
1985年4-6期から2001年10-12期	(010)(010)	(212)(011)
1985年4-6期から2002年1-3期	(111)(212)	(212)(012)
1985年4-6期から2002年4-6期	(212)(010)	(212)(011)
1985年4-6期から2002年7-9期	(212)(010)	(211)(011)

表4: データを追加した場合の選択結果

さらに最新データの追加に伴って過去のデータを削除することで、モデル選択に用いるデータの長さを一定に保った場合の影響について分析した。ここで示

モデル選択に利用した期間	売上非製造業	経常利益製造業
1985.4-6 から 2001.7-9	(111)(212)	(212)(211)
1985.7-9 から 2001.10-12	(010)(010)	(210)(011)
1985.10-12 から 2002.1-3	(212)(010)	(110)(112)
1986.1-3 から 2002.4-6	(212)(010)	(112)(011)
1986.4-6 から 2002.7-9	(212)(010)	(012)(011)

表 5: 期間をずらした場合の選択結果

した表４と表５によれば、経常利益製造業の系列は、データの更新がモデル選択の結果に与える影響が大きく、かなり不安定であることが伺える。実際、この間の AIC 最小化基準について ARIMA モデル[2] の順序付けを調べてみると、AIC 値の差は極めてわずかであり、ほんの少しのデータ系列の変化に依存して最適な選択モデルが変化していることがわかった。この問題に関する分析結果については数表 A-1〜A- 4 にまとめておいた。

３．公表系列の変動分析

図 4.1〜図 4.9 は財務省による公表値の改訂度を調べる為に財務省のホーム・ページから利用できる増加率のデータを用いて作成したグラフである。ここで「最新の増加率」というのは、今現在公表されている最新の数値であり、2002 年 10-12 期データの発表の際に、同時に過去４期に遡って改訂値が公表された増加率をそのままグラフにしたものである。「発表時点の増加率」というのは、各時点で最新データとして発表された前期比増加率を一つづつ取り出してつなげたグラフである。すなわち、二つの線グラフが近いほど、改訂の幅が小さくて済んでいるということになる。これらの図からも明らかなように、特に経常利益に関しては公表系列の安定性には問題が生じる結果になるようである。

４．主な検討結果

今回の行った「法人企業統計における季節調整法」についての検討結果と今後の課題について簡単に述べる。

米国センサス局で開発された X-12-ARIMA プログラムを利用する場合には統計学的な ARIMA モデルの選択が不可欠である。ところがこの ARIMA モデルの選択についての基準は必ずしも絶対的な基準があるわけでは無いので、統計学的な妥当性と実務的妥当性を定期的に点検することが必要である。今回の検討では、新たなに利用可能となったデータをも利用すると、非製造業・売上高と製造業・経常利益の２系列については適切と考えられる ARIMA モデルの選択結果が国友・高岡・一場 (2002) が報告している結果とは異なることがわかった。この問題について、データの利用期間の様々に変更するなどの検討作業を行った結果、選択されるモデルはかなり不安定なことが分かった。したがって、今回の我々の提案としては、データ期間とモデル選択期間についての方法はあまり変更せず、初期時点は

[2] 階差次数と季節階差次数を 1 に固定して自己回帰部分と移動平均部分について $3\times3\times3\times3=81$ の季節 ARIMA モデルを分析した。

引き続き１９８５年４－６期として、直近時点のデータを付け加えることが当面は望ましいと判断する。すなわち、上記の二つの系列については選択モデルを変更することになるので、最終的には売上高と経常利益の集計値に対するモデルも変更することになる。この報告に基づき季節調整を実行するには、X-12-ARIMAプログラムのスペック・ファイルの中のコマンド、

$span$、$modelspan$、$arima\{model = ()()\}$

のみを変更すれば対処できる。

さて、今回の結果はあくまで統計的 ARIMA モデルに基づき、統計的解析を行った結果であり、なぜ幾つかの系列の統計的モデルが不安的であるのかを検討したわけではない。これらの系列について、特に近年における時間的変動を ARIMA モデルで捉えることには、かなりの無理があると思われるので、引き続きこうした問題を検討する必要があろう。また、今回はモデル推定期間の初期時点を固定的にしておくこととしたが、長期間これを固定化することにより弊害も生じうるので、この点についても検討が必要であろう。

５．文献

Akaike, H. (1973), "Information Theory and an Extension of the Likelihood Principle," in the *Second International Symposium on Information Theory*, eds. B.N. Petrov and F. Czaki, Budapest: Akademia Kiado, 267-287.

Findley, D.F., B.C. Monsell, W.R. Bell, M.C. Otto, B.C. Chen (1998), "New Capabilities and Methods of the X-12-ARIMA Seasonal Adjustment Program," *Journal of Business and Economic Statistics*, 16, 127-176 (with Discussion).

U.S. Bureau of Census (2000), "X-12-ARIMA Reference Manual Version 0.2.7," Statistical Research Division, （http://www.census.gov/srd/www/x12aよりダウンロードが可能）。

北川源四郎 (1993)「時系列プログラミング」岩波書店。

国友直人 (2001a)「解説 X-12-ARIMA2000（暫定版）」（近日中に改訂予定。）（http://www.e.u-tokyo.ac.jp/cirje/research/dp/2001/2001cj47.pdf）．

国友直人 (2001b)「季節調整法 X-12-ARIMA(2000) の利用：法人企業統計の事例」，経済学論集（東京大学経済学部），６７巻３号，１－２９．

国友直人・高岡慎・一場知之 (2002)「法人企業統計と季節調整」、財務省財務総合政策研究所。

溝口敏行・刈屋武昭 (1983)「経済時系列分析入門」(日本経済新聞社)。

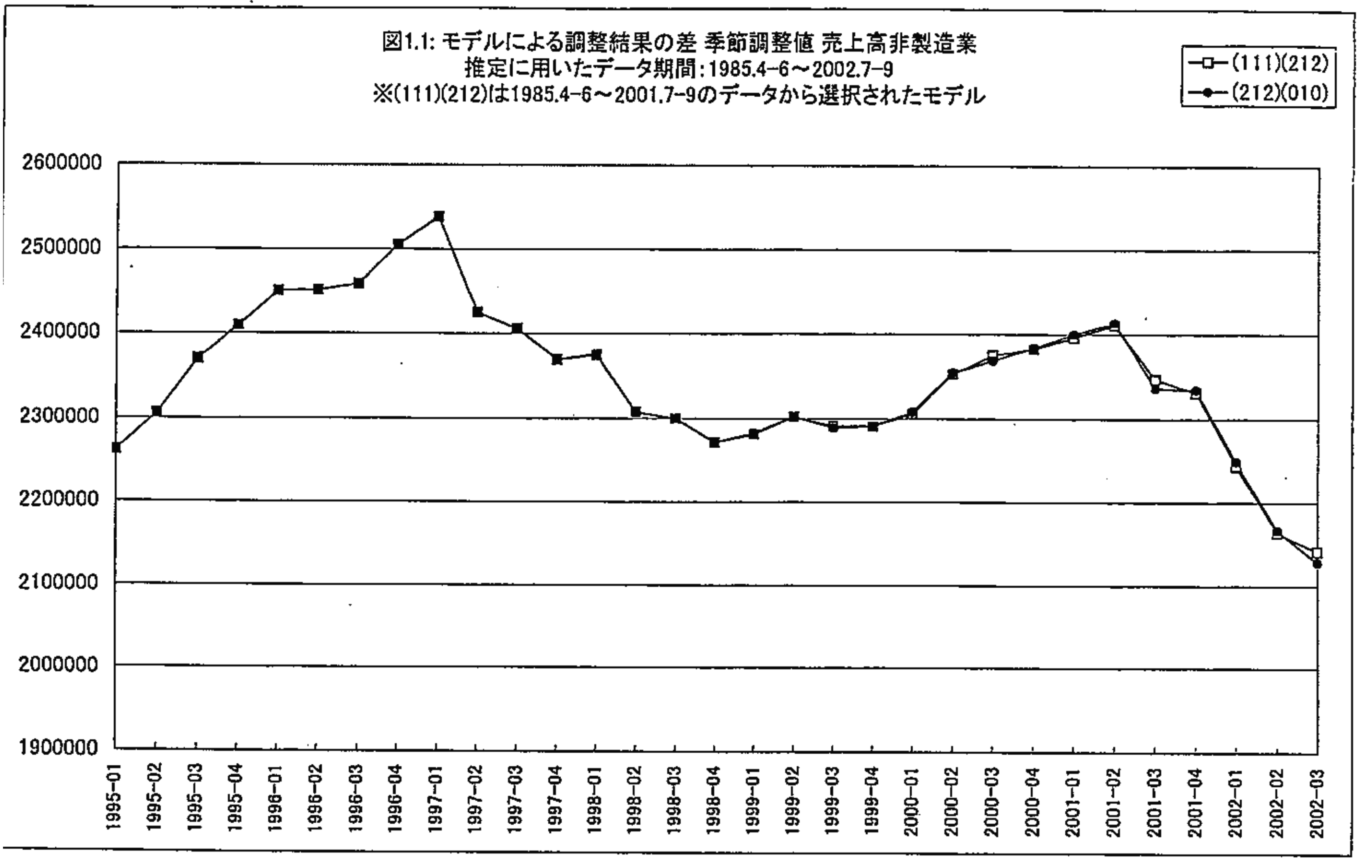


図1.1: モデルによる調整結果の差 季節調整値 売上高非製造業
推定に用いたデータ期間：1985.4-6～2002.7-9
※(111)(212)は1985.4-6～2001.7-9のデータから選択されたモデル
(111)(212)
(212)(010)
2600000
2500000
2400000
2300000
2200000
2100000
2000000
1900000
1995-01
1995-02
1995-03
1995-04
1996-01
1996-02
1996-03
1996-04
1997-01
1997-02
1997-03
1997-04
1998-01
1998-02
1998-03
1998-04
1999-01
1999-02
1999-03
1999-04
2000-01
2000-02
2000-03
2000-04
2001-01
2001-02
2001-03
2001-04
2002-01
2002-02
2002-03

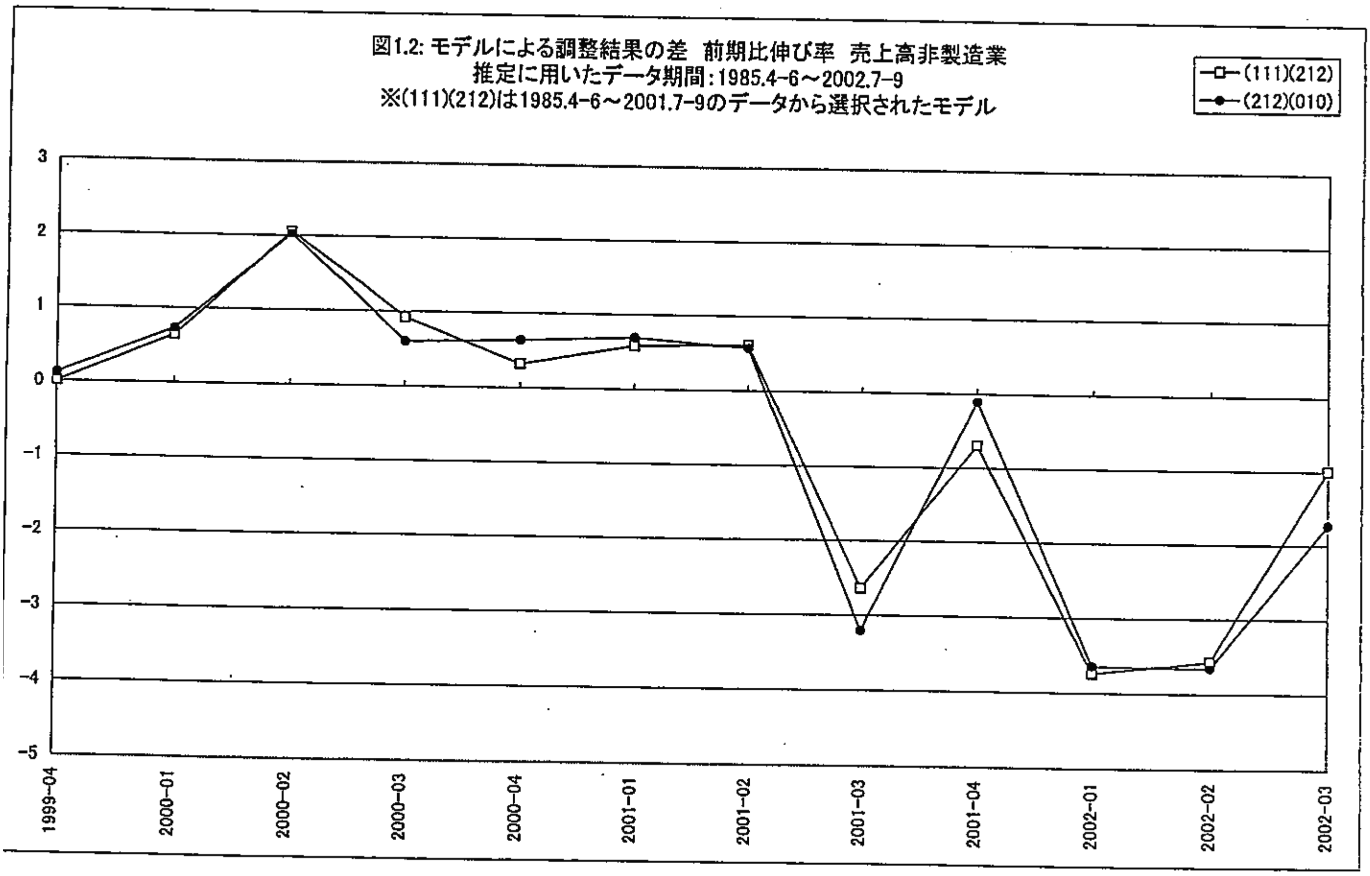


図1.2: モデルによる調整結果の差 前期比伸び率 売上高非製造業
推定に用いたデータ期間：1985.4-6～2002.7-9
※(111)(212)は1985.4-6～2001.7-9のデータから選択されたモデル
(111)(212)
(212)(010)
3
2
1
0
-1
-2
-3
-4
-5
1999-04
2000-01
2000-02
2000-03
2000-04
2001-01
2001-02
2001-03
2001-04
2002-01
2002-02
2002-03

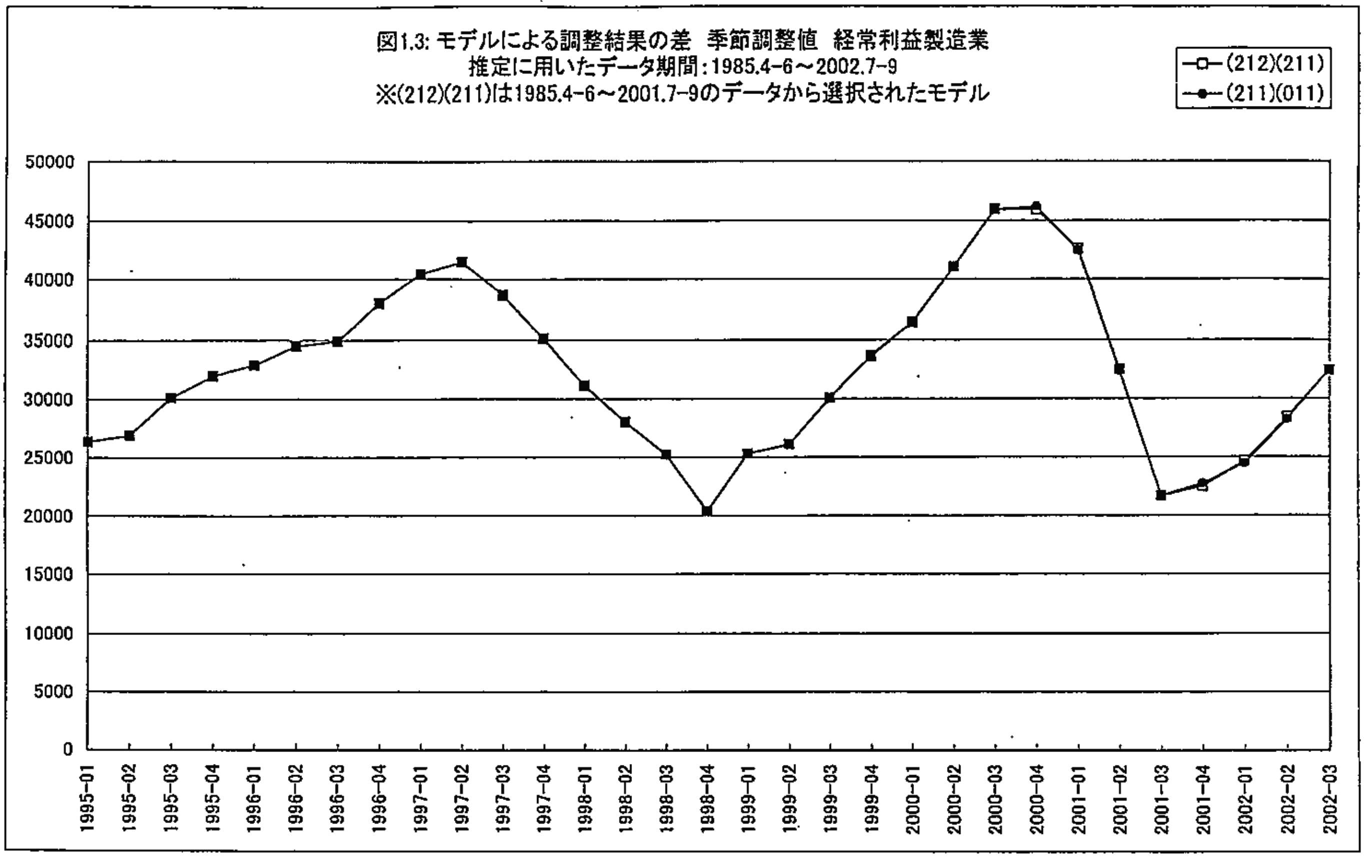


図1.3: モデルによる調整結果の差 季節調整値 経常利益製造業
推定に用いたデータ期間：1985.4-6～2002.7-9
※(212)(211)は1985.4-6～2001.7-9のデータから選択されたモデル
(212)(211)
(211)(011)
50000
45000
40000
35000
30000
25000
20000
15000
10000
5000
0
1995-01
1995-02
1995-03
1995-04
1996-01
1996-02
1996-03
1996-04
1997-01
1997-02
1997-03
1997-04
1998-01
1998-02
1998-03
1998-04
1999-01
1999-02
1999-03
1999-04
2000-01
2000-02
2000-03
2000-04
2001-01
2001-02
2001-03
2001-04
2002-01
2002-02
2002-03

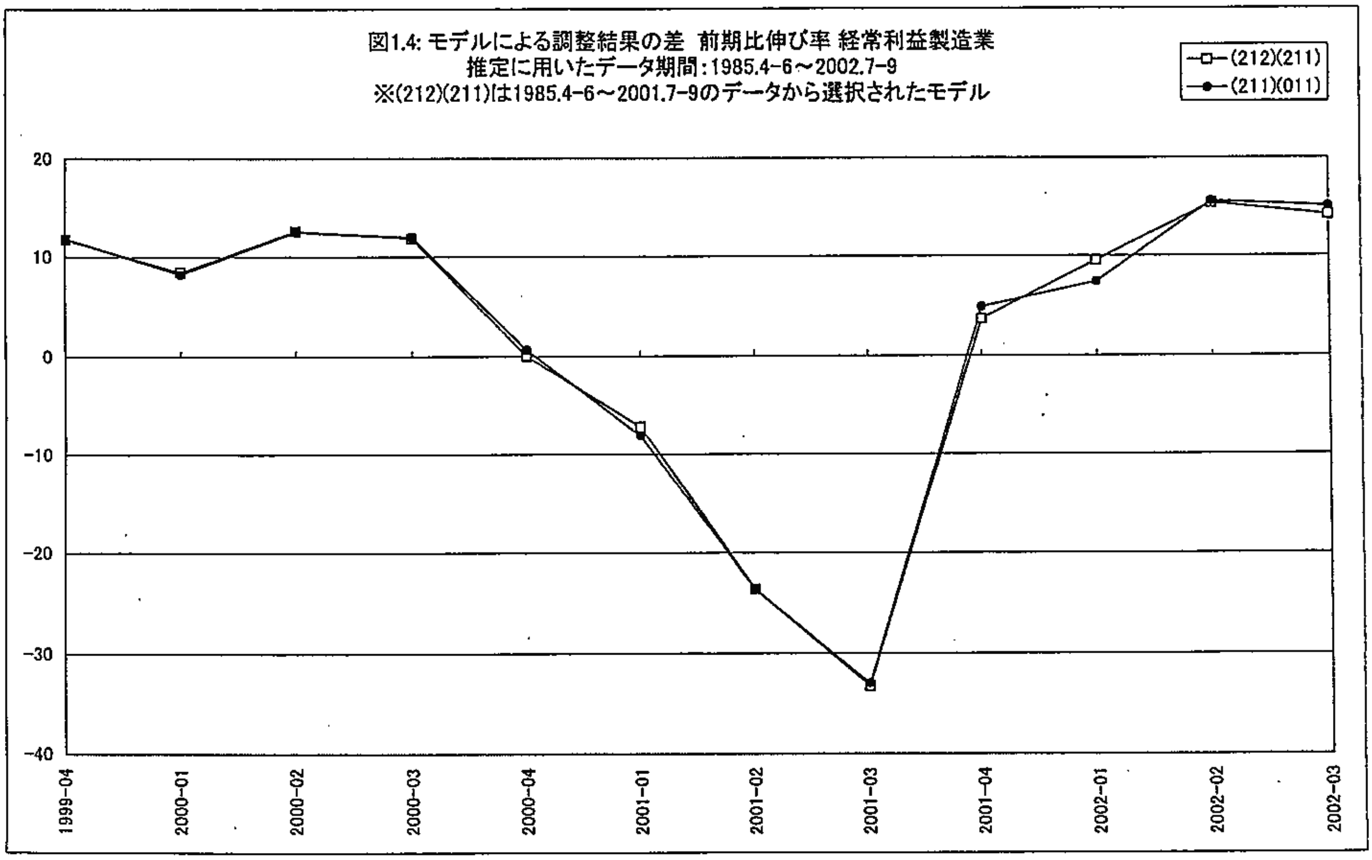


図1.4: モデルによる調整結果の差 前期比伸び率 経常利益製造業
推定に用いたデータ期間：1985.4-6～2002.7-9
※(212)(211)は1985.4-6～2001.7-9のデータから選択されたモデル
(212)(211)
(211)(011)
20
10
0
-10
-20
-30
-40
1999-04
2000-01
2000-02
2000-03
2000-04
2001-01
2001-02
2001-03
2001-04
2002-01
2002-02
2002-03


図2.1: 季節調整済系列 売上高製造業
推定に用いたデータ:1985.4-6～2002.7-9 モデル:(211)(211)
X-12-ARIMA
DECOMP
1100000
1050000
1000000
950000
900000
850000
800000
1995-01
1995-02
1995-03
1995-04
1996-01
1996-02
1996-03
1996-04
1997-01
1997-02
1997-03
1997-04
1998-01
1998-02
1998-03
1998-04
1999-01
1999-02
1999-03
1999-04
2000-01
2000-02
2000-03
2000-04
2001-01
2001-02
2001-03
2001-04
2002-01
2002-02
2002-03

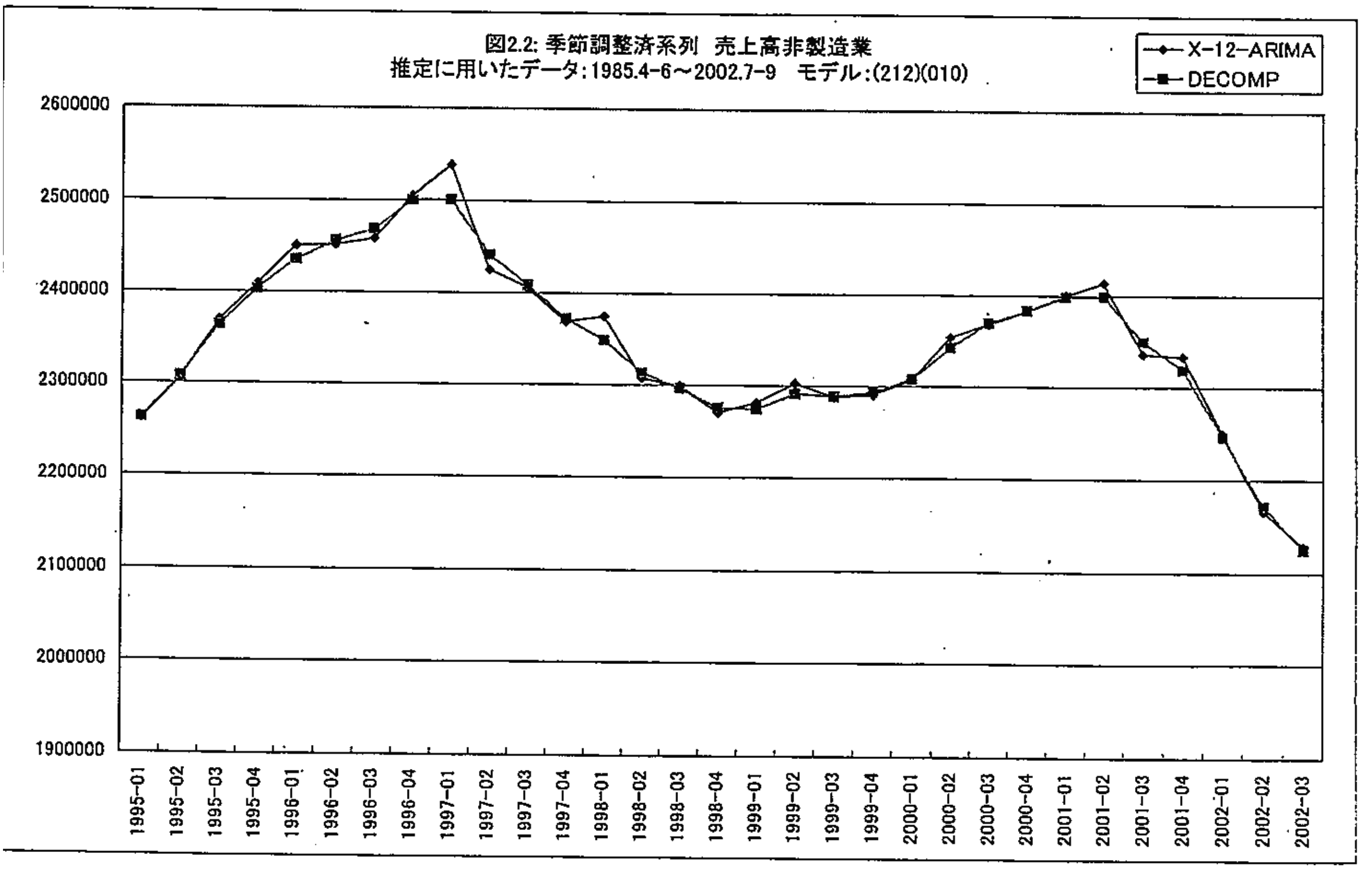


図2.2: 季節調整済系列 売上高非製造業
推定に用いたデータ:1985.4-6～2002.7-9 モデル:(212)(010)
X-12-ARIMA
DECOMP
2600000
2500000
2400000
2300000
2200000
2100000
2000000
1900000
1995-01
1995-02
1995-03
1995-04
1996-01
1996-02
1996-03
1996-04
1997-01
1997-02
1997-03
1997-04
1998-01
1998-02
1998-03
1998-04
1999-01
1999-02
1999-03
1999-04
2000-01
2000-02
2000-03
2000-04
2001-01
2001-02
2001-03
2001-04
2002-01
2002-02
2002-03

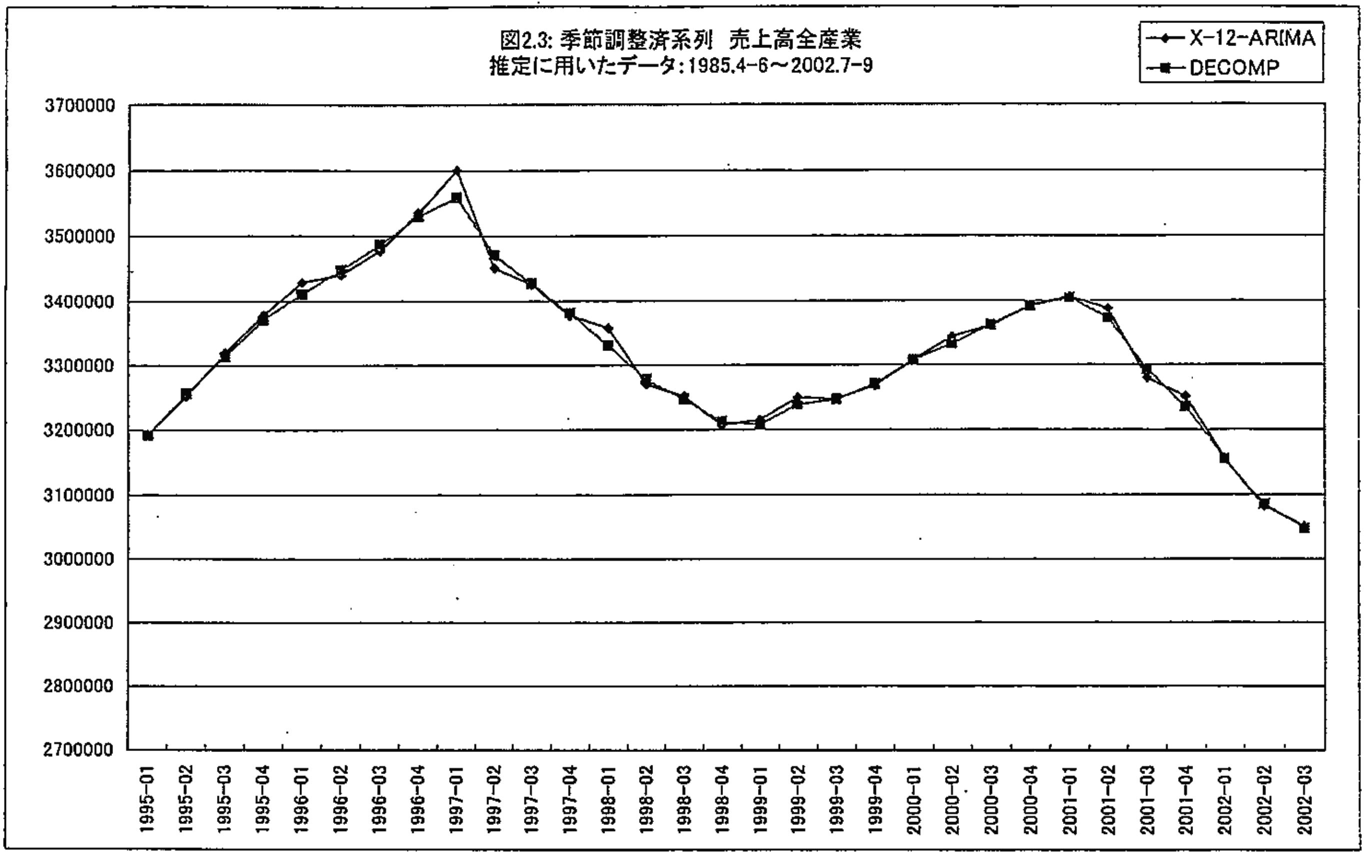


図2.3: 季節調整済系列　売上高全産業
推定に用いたデータ:1985.4-6～2002.7-9
X-12-ARIMA
DECOMP
3700000
3600000
3500000
3400000
3300000
3200000
3100000
3000000
2900000
2800000
2700000
1995-01
1995-02
1995-03
1995-04
1996-01
1996-02
1996-03
1996-04
1997-01
1997-02
1997-03
1997-04
1998-01
1998-02
1998-03
1998-04
1999-01
1999-02
1999-03
1999-04
2000-01
2000-02
2000-03
2000-04
2001-01
2001-02
2001-03
2001-04
2002-01
2002-02
2002-03

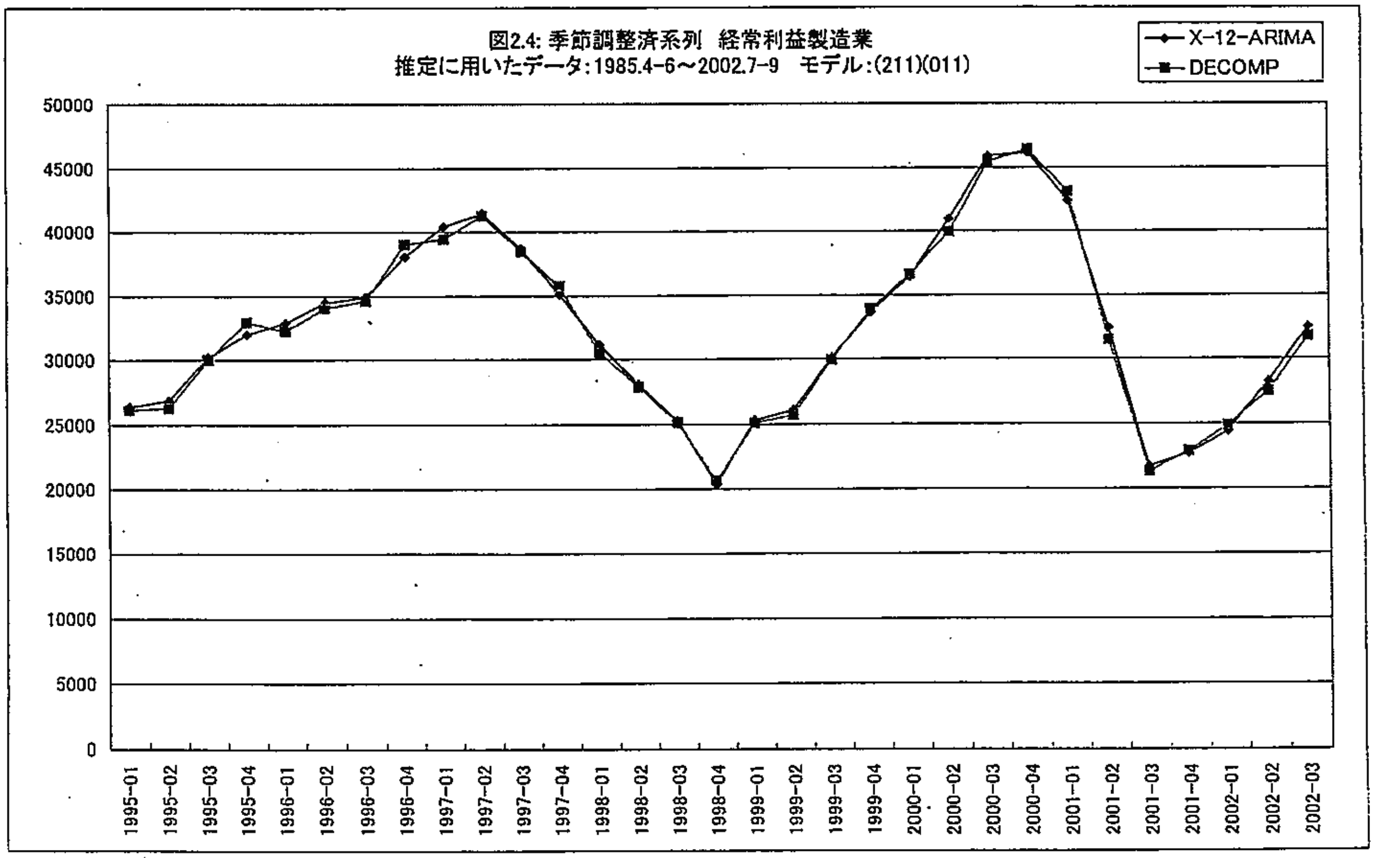


図2.4: 季節調整済系列　経常利益製造業
推定に用いたデータ:1985.4-6～2002.7-9　モデル:(211)(011)
X-12-ARIMA
DECOMP
50000
45000
40000
35000
30000
25000
20000
15000
10000
5000
0
1995-01
1995-02
1995-03
1995-04
1996-01
1996-02
1996-03
1996-04
1997-01
1997-02
1997-03
1997-04
1998-01
1998-02
1998-03
1998-04
1999-01
1999-02
1999-03
1999-04
2000-01
2000-02
2000-03
2000-04
2001-01
2001-02
2001-03
2001-04
2002-01
2002-02
2002-03

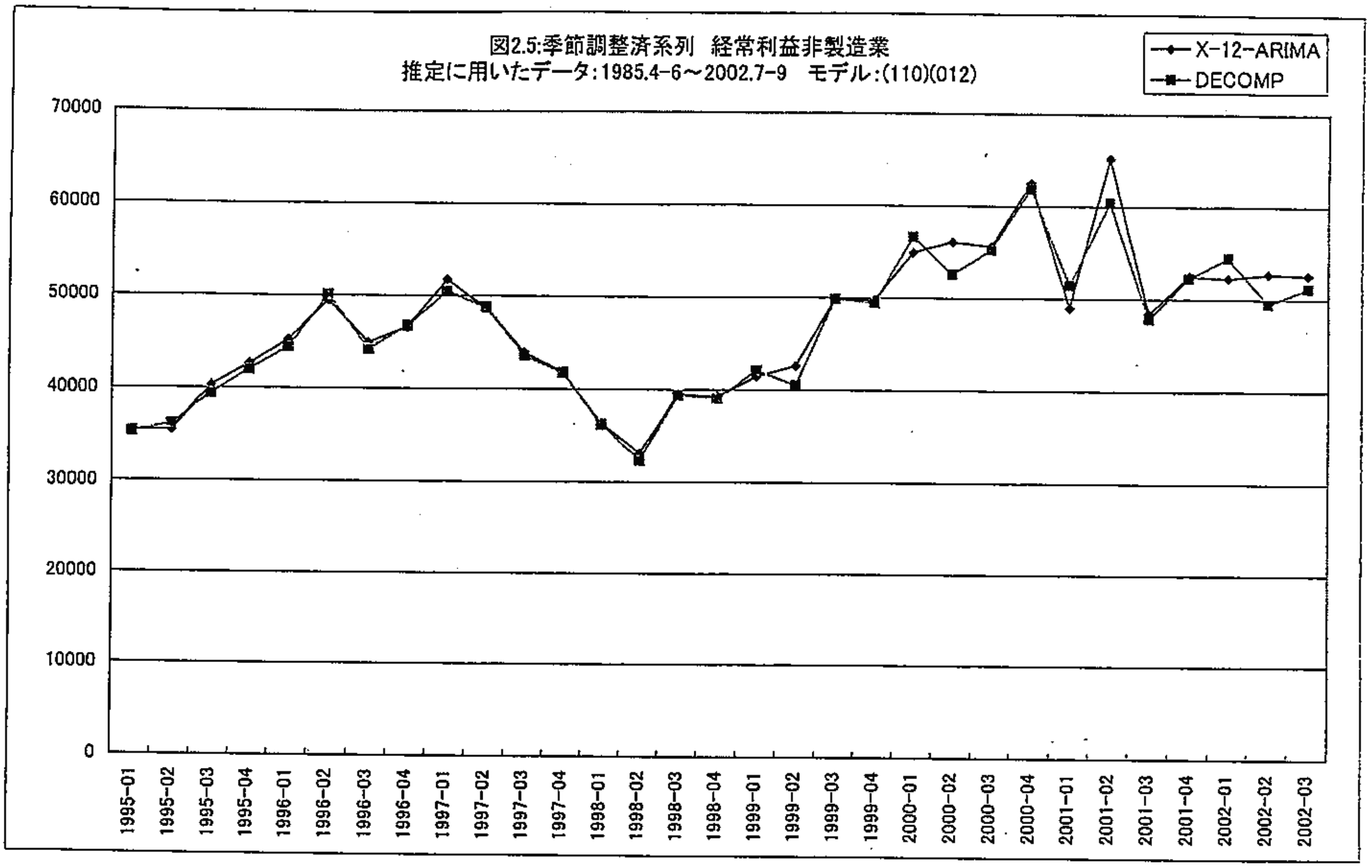


図2.5:季節調整済系列　経常利益非製造業
推定に用いたデータ:1985.4-6～2002.7-9　モデル:(110)(012)
X-12-ARIMA
DECOMP
70000
60000
50000
40000
30000
20000
10000
0
1995-01
1995-02
1995-03
1995-04
1996-01
1996-02
1996-03
1996-04
1997-01
1997-02
1997-03
1997-04
1998-01
1998-02
1998-03
1998-04
1999-01
1999-02
1999-03
1999-04
2000-01
2000-02
2000-03
2000-04
2001-01
2001-02
2001-03
2001-04
2002-01
2002-02
2002-03

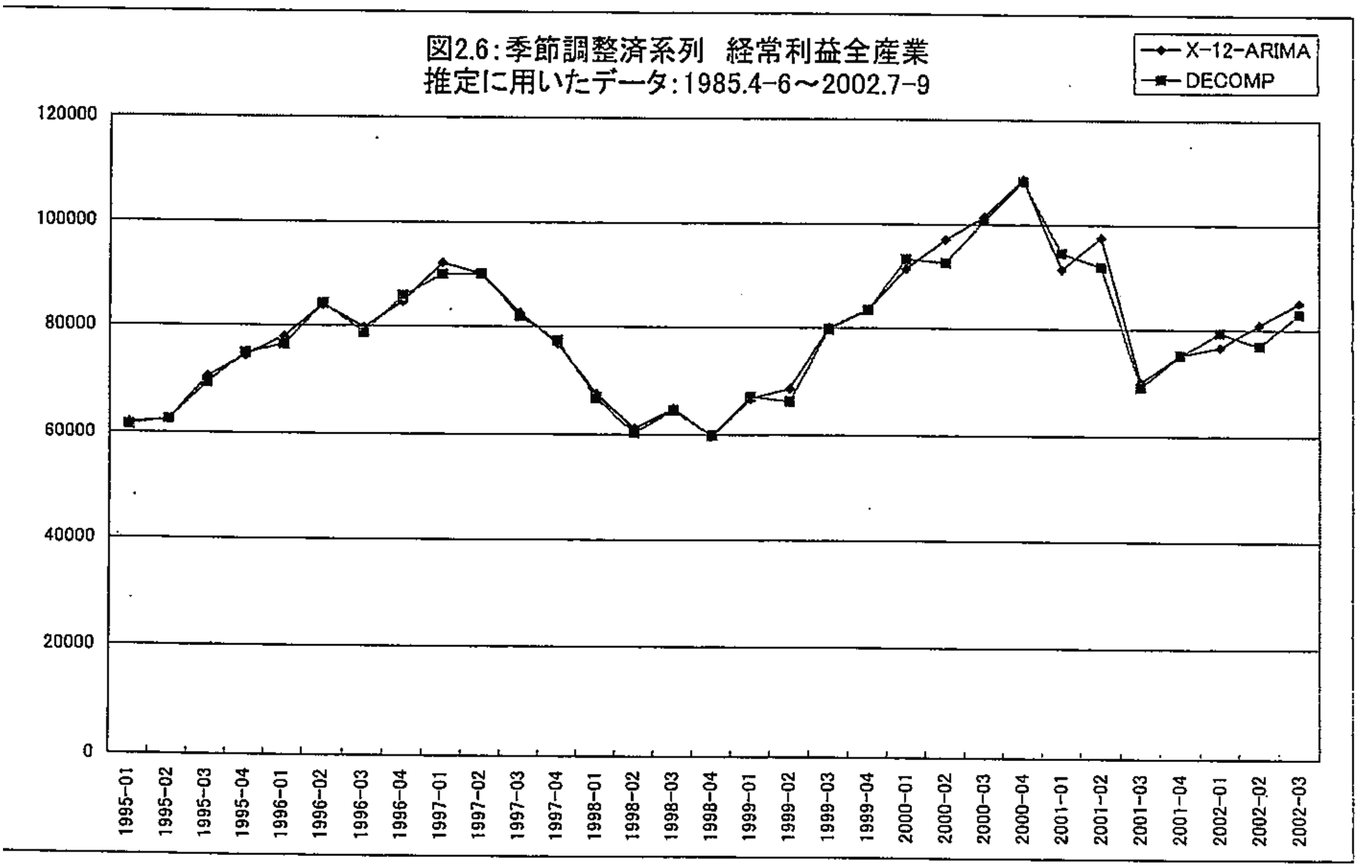


図2.6:季節調整済系列　経常利益全産業
推定に用いたデータ:1985.4-6～2002.7-9
X-12-ARIMA
DECOMP
120000
100000
80000
60000
40000
20000
0
1995-01
1995-02
1995-03
1995-04
1996-01
1996-02
1996-03
1996-04
1997-01
1997-02
1997-03
1997-04
1998-01
1998-02
1998-03
1998-04
1999-01
1999-02
1999-03
1999-04
2000-01
2000-02
2000-03
2000-04
2001-01
2001-02
2001-03
2001-04
2002-01
2002-02
2002-03

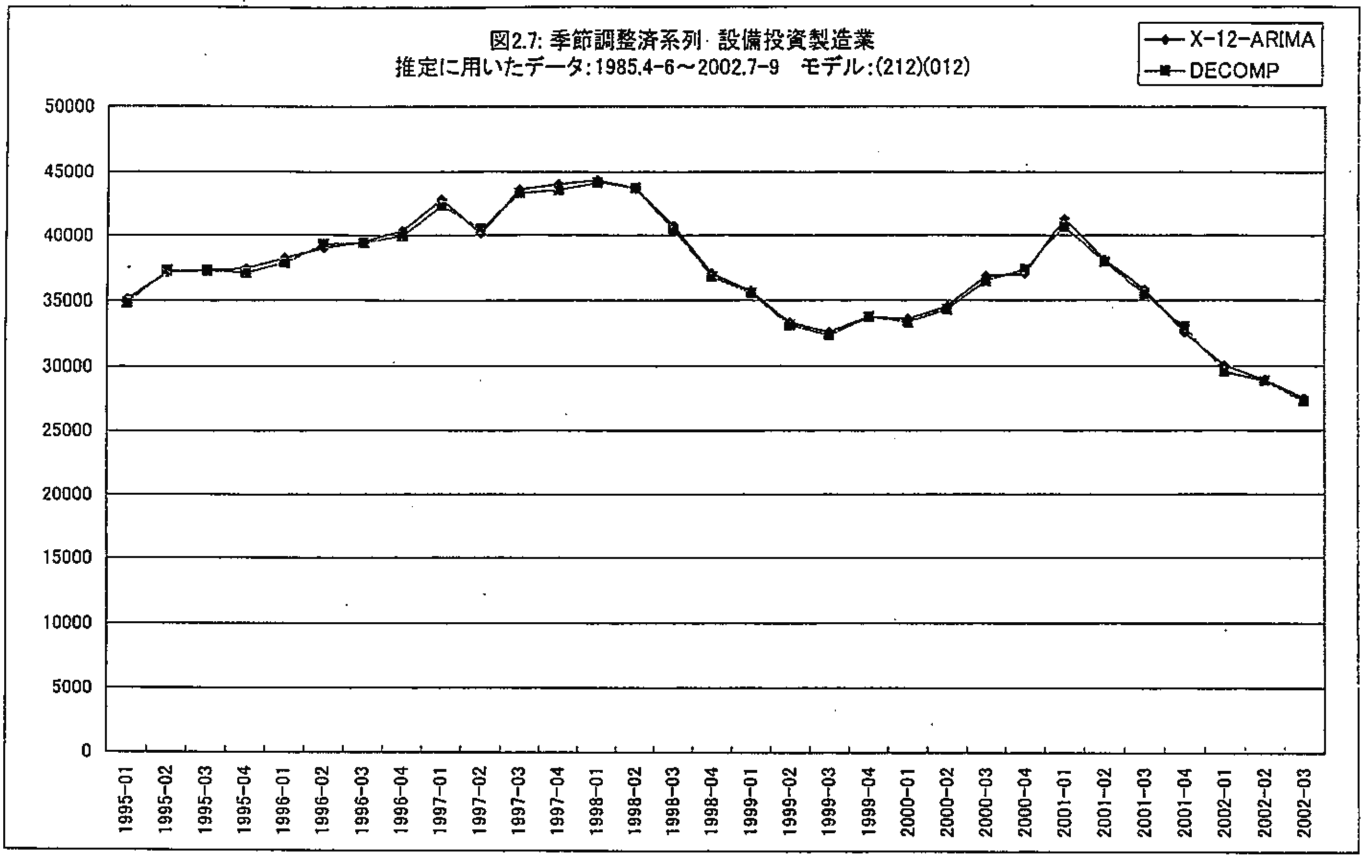


図2.7: 季節調整済系列 設備投資製造業
推定に用いたデータ:1985.4-6～2002.7-9 モデル:(212)(012)
X-12-ARIMA
DECOMP
50000
45000
40000
35000
30000
25000
20000
15000
10000
5000
0
1995-01
1995-02
1995-03
1995-04
1996-01
1996-02
1996-03
1996-04
1997-01
1997-02
1997-03
1997-04
1998-01
1998-02
1998-03
1998-04
1999-01
1999-02
1999-03
1999-04
2000-01
2000-02
2000-03
2000-04
2001-01
2001-02
2001-03
2001-04
2002-01
2002-02
2002-03

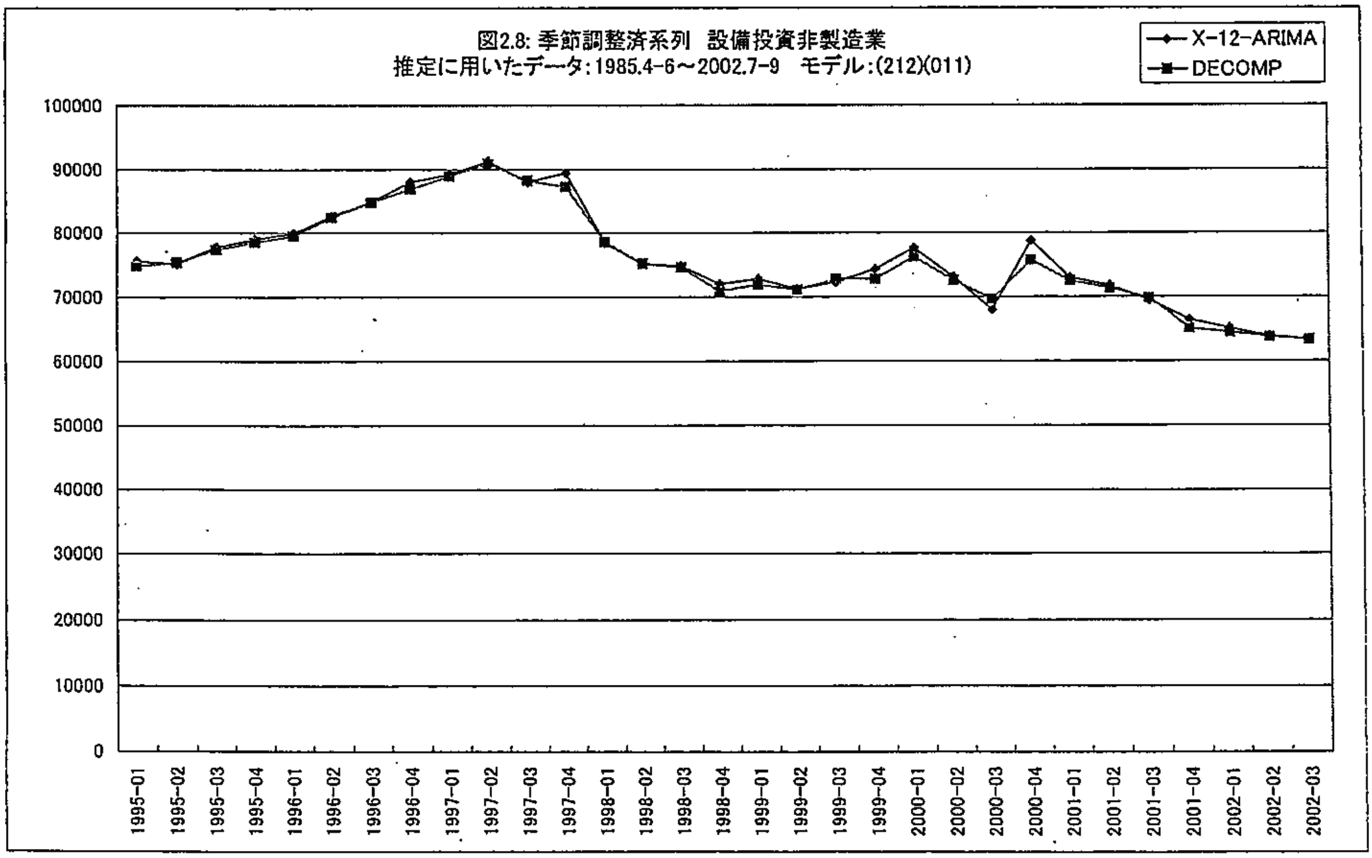


図2.8: 季節調整済系列 設備投資非製造業
推定に用いたデータ:1985.4-6～2002.7-9 モデル:(212)(011)
X-12-ARIMA
DECOMP
100000
90000
80000
70000
60000
50000
40000
30000
20000
10000
0
1995-01
1995-02
1995-03
1995-04
1996-01
1996-02
1996-03
1996-04
1997-01
1997-02
1997-03
1997-04
1998-01
1998-02
1998-03
1998-04
1999-01
1999-02
1999-03
1999-04
2000-01
2000-02
2000-03
2000-04
2001-01
2001-02
2001-03
2001-04
2002-01
2002-02
2002-03

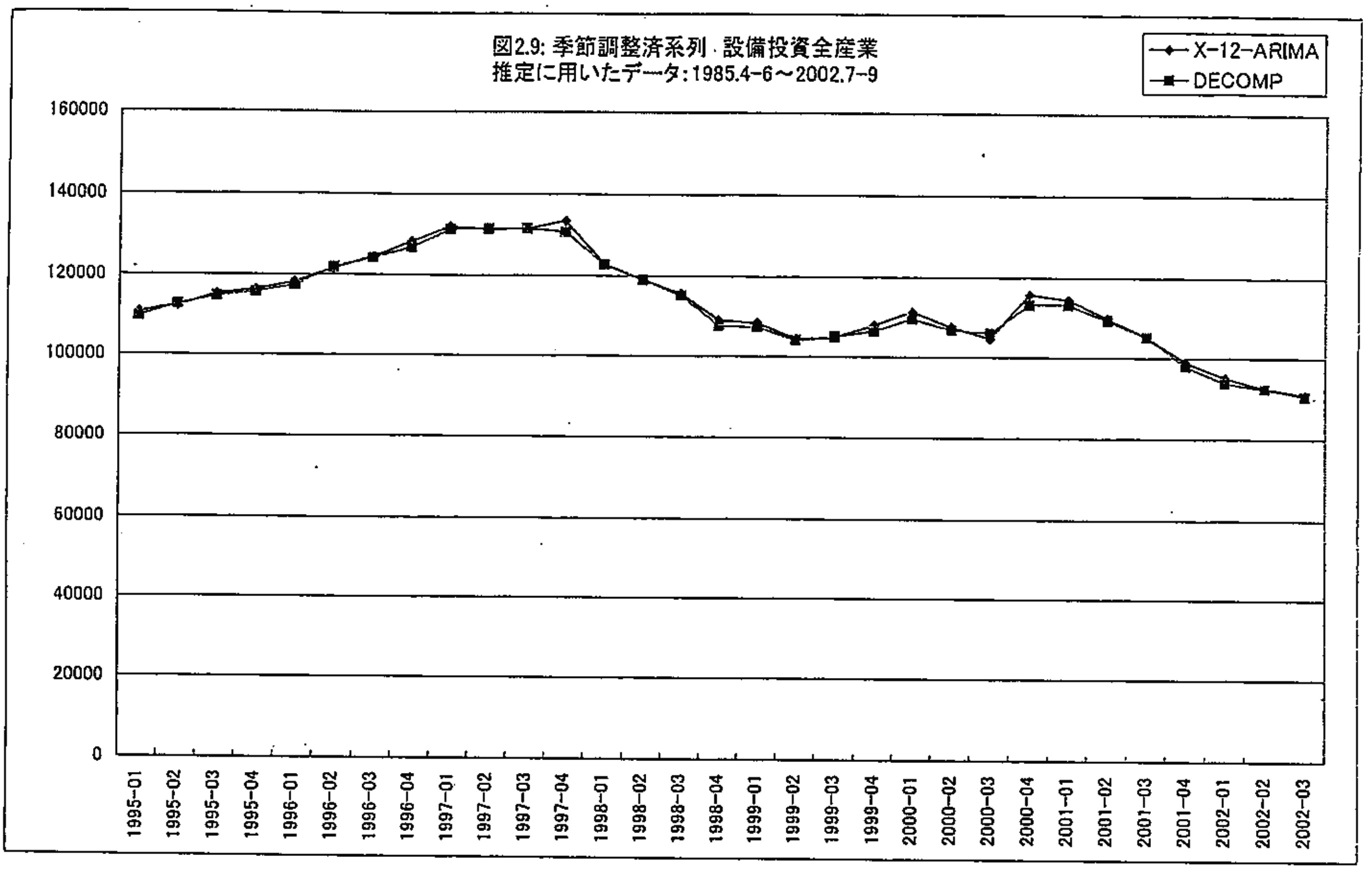


図2.9: 季節調整済系列 · 設備投資全産業
推定に用いたデータ:1985.4-6～2002.7-9
X-12-ARIMA
DECOMP
160000
140000
120000
100000
80000
60000
40000
20000
0
1995-01
1995-02
1995-03
1995-04
1996-01
1996-02
1996-03
1996-04
1997-01
1997-02
1997-03
1997-04
1998-01
1998-02
1998-03
1998-04
1999-01
1999-02
1999-03
1999-04
2000-01
2000-02
2000-03
2000-04
2001-01
2001-02
2001-03
2001-04
2002-01
2002-02
2002-03

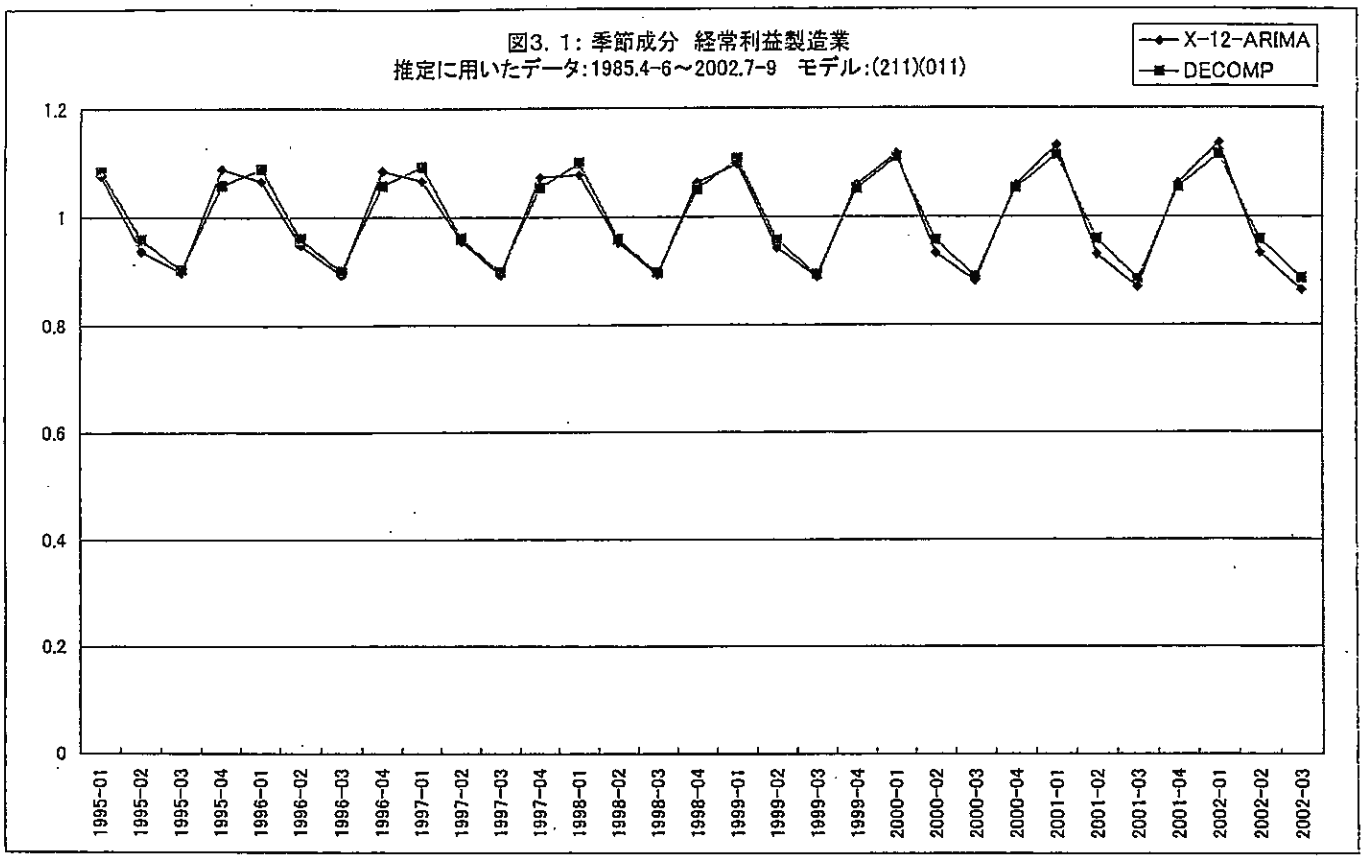


図3. 1: 季節成分　経常利益製造業
推定に用いたデータ:1985.4-6～2002.7-9　モデル:(211)(011)
X-12-ARIMA
DECOMP
1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
1995-01
1995-02
1995-03
1995-04
1996-01
1996-02
1996-03
1996-04
1997-01
1997-02
1997-03
1997-04
1998-01
1998-02
1998-03
1998-04
1999-01
1999-02
1999-03
1999-04
2000-01
2000-02
2000-03
2000-04
2001-01
2001-02
2001-03
2001-04
2002-01
2002-02
2002-03

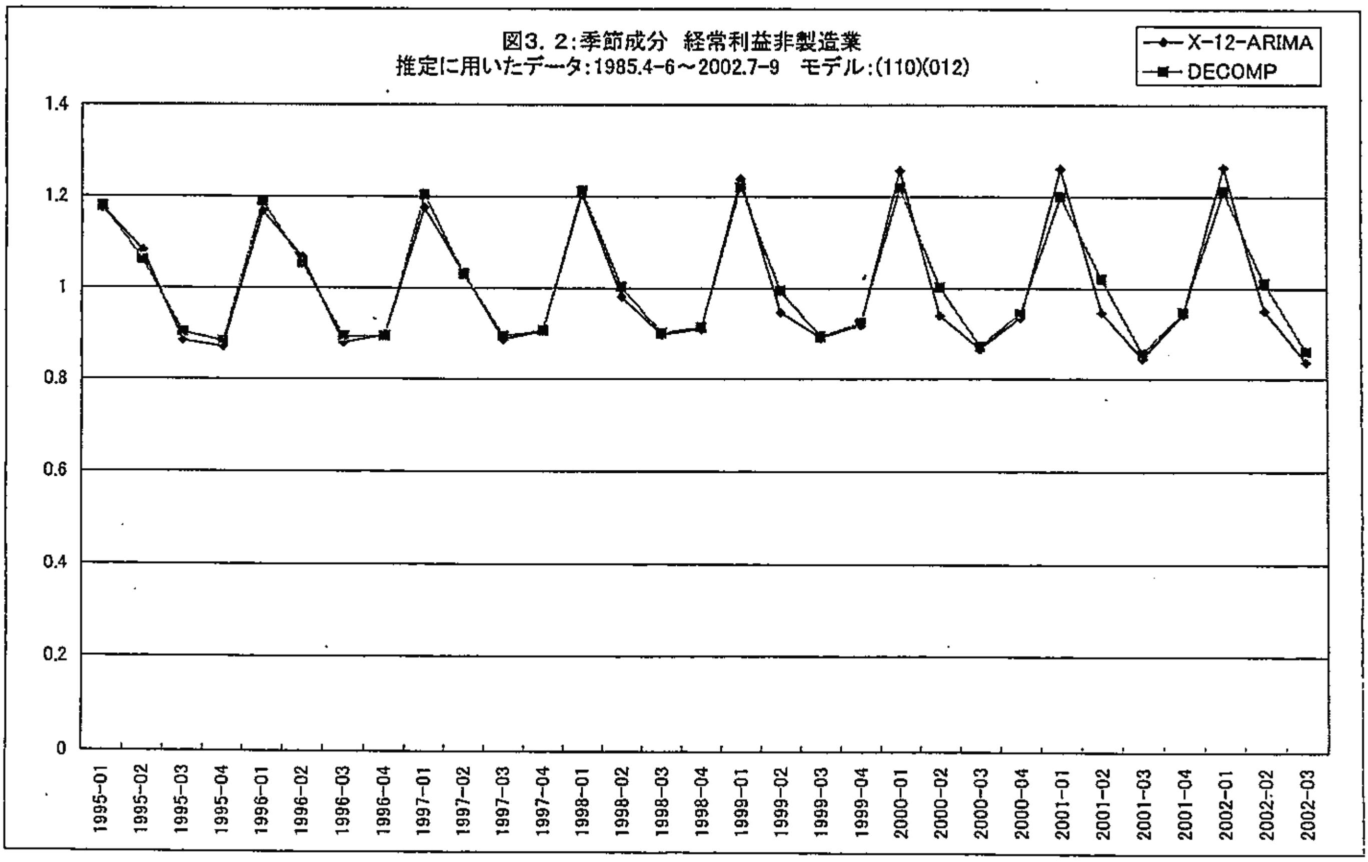


図3. 2:季節成分　経常利益非製造業
推定に用いたデータ:1985.4-6～2002.7-9　モデル:(110)(012)
X-12-ARIMA
DECOMP
1.4
1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
1995-01
1995-02
1995-03
1995-04
1996-01
1996-02
1996-03
1996-04
1997-01
1997-02
1997-03
1997-04
1998-01
1998-02
1998-03
1998-04
1999-01
1999-02
1999-03
1999-04
2000-01
2000-02
2000-03
2000-04
2001-01
2001-02
2001-03
2001-04
2002-01
2002-02
2002-03

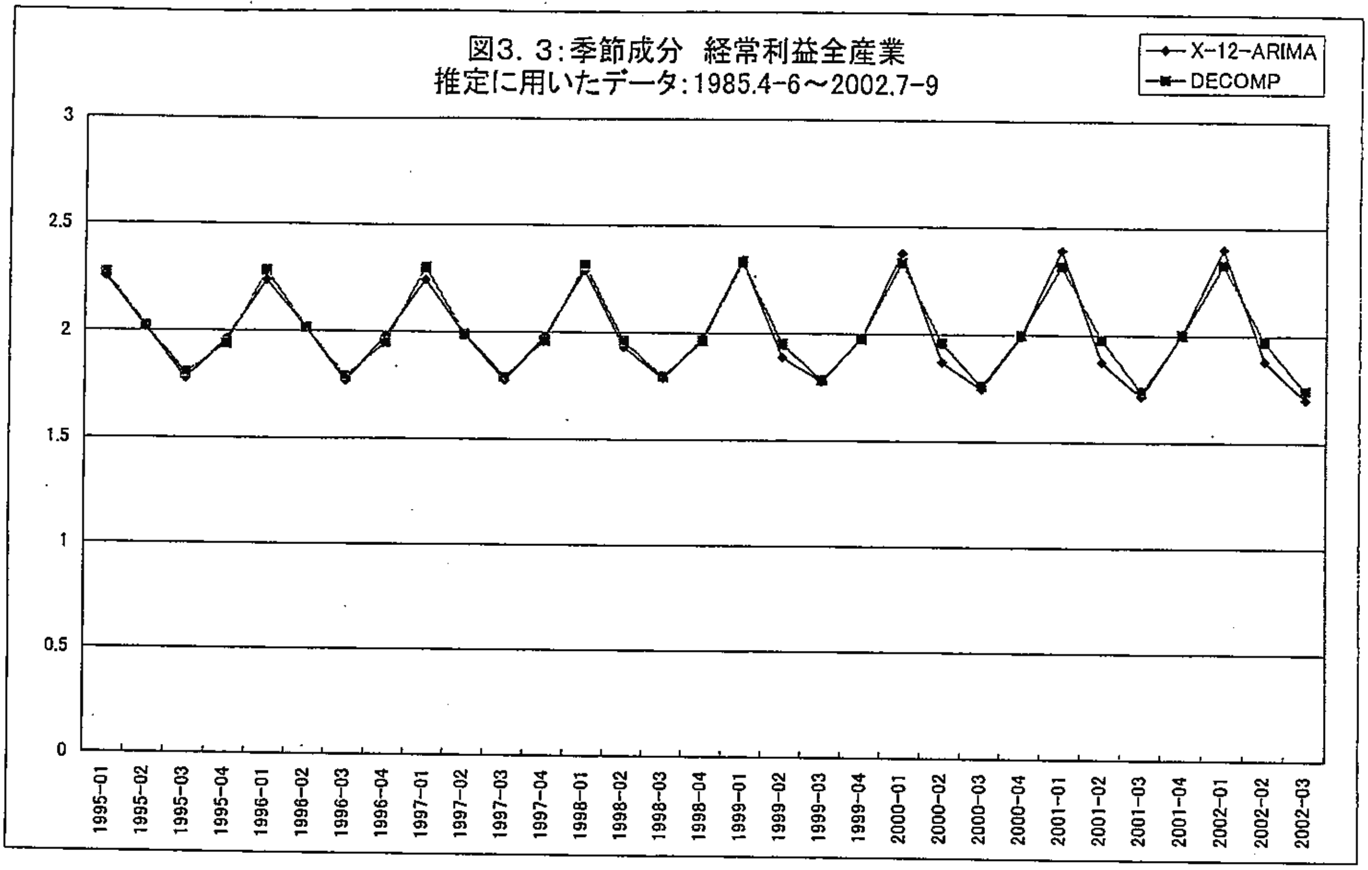


図3．3：季節成分　経常利益全産業
推定に用いたデータ：1985.4-6～2002.7-9
X-12-ARIMA
DECOMP
3
2.5
2
1.5
1
0.5
0
1995-01
1995-02
1995-03
1995-04
1996-01
1996-02
1996-03
1996-04
1997-01
1997-02
1997-03
1997-04
1998-01
1998-02
1998-03
1998-04
1999-01
1999-02
1999-03
1999-04
2000-01
2000-02
2000-03
2000-04
2001-01
2001-02
2001-03
2001-04
2002-01
2002-02
2002-03

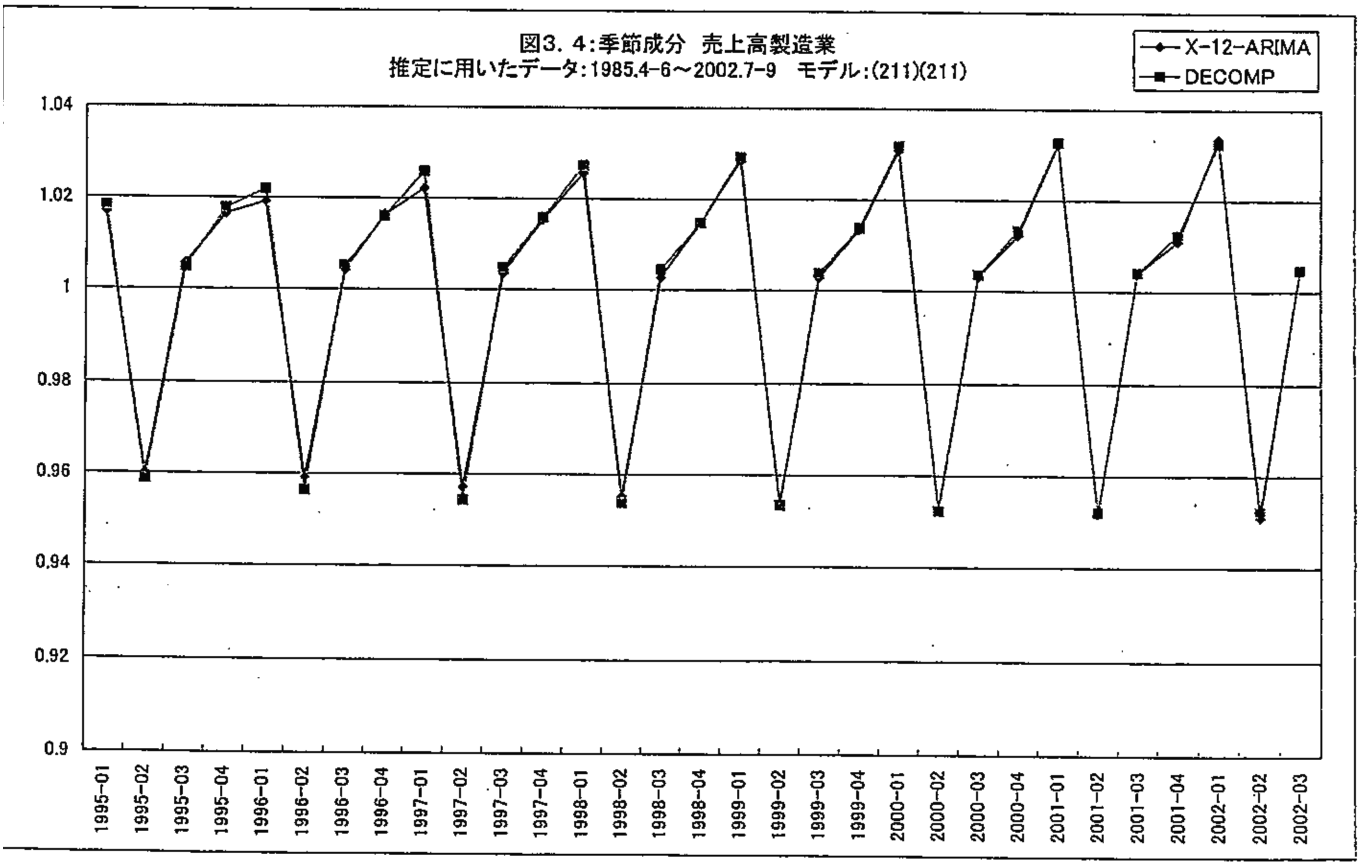


図3．4：季節成分　売上高製造業
推定に用いたデータ：1985.4-6～2002.7-9　モデル：(211)(211)
X-12-ARIMA
DECOMP
1.04
1.02
1
0.98
0.96
0.94
0.92
0.9
1995-01
1995-02
1995-03
1995-04
1996-01
1996-02
1996-03
1996-04
1997-01
1997-02
1997-03
1997-04
1998-01
1998-02
1998-03
1998-04
1999-01
1999-02
1999-03
1999-04
2000-01
2000-02
2000-03
2000-04
2001-01
2001-02
2001-03
2001-04
2002-01
2002-02
2002-03

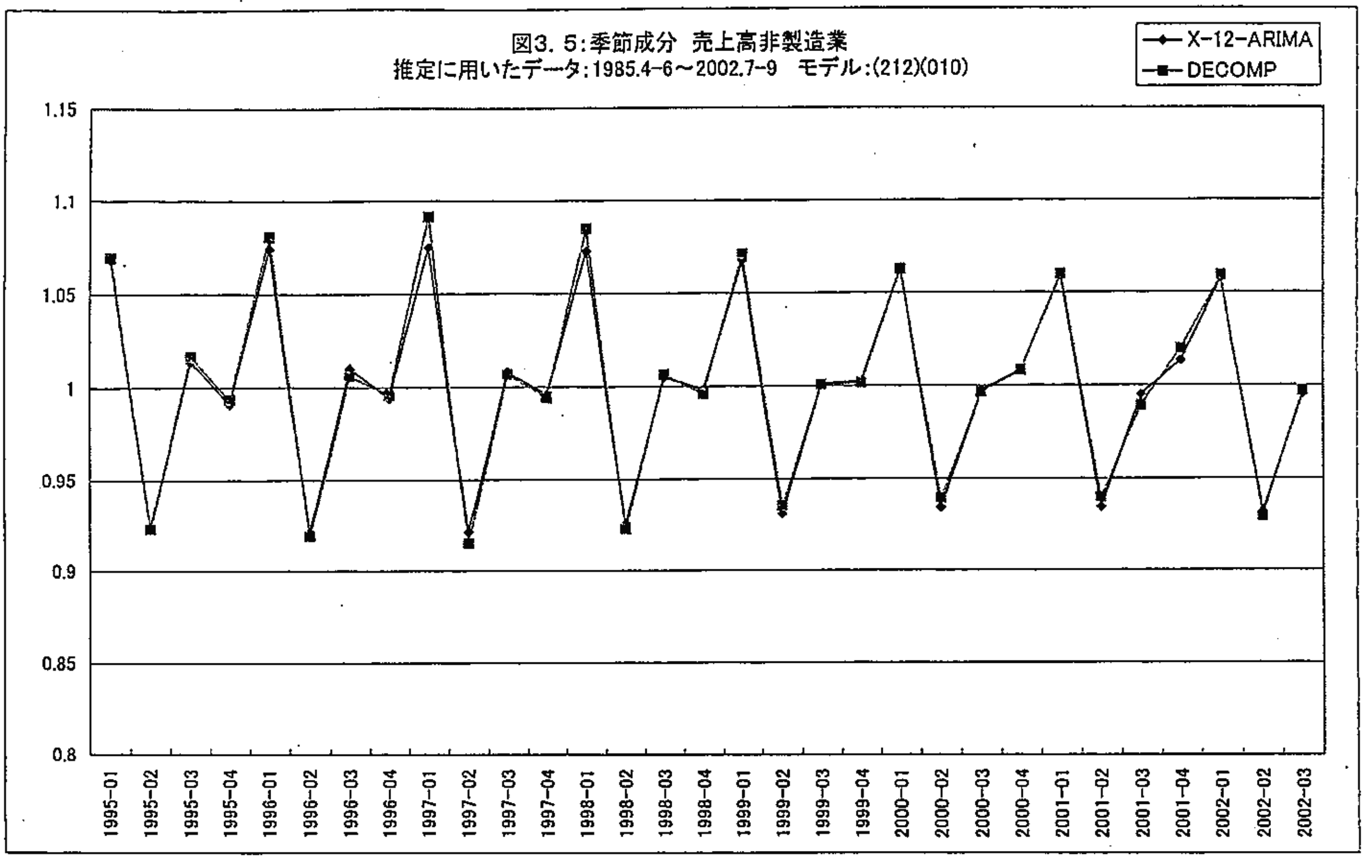


図3. 5:季節成分 売上高非製造業
推定に用いたデータ:1985.4-6～2002.7-9 モデル:(212)(010)
X-12-ARIMA
DECOMP
1.15
1.1
1.05
1
0.95
0.9
0.85
0.8
1995-01
1995-02
1995-03
1995-04
1996-01
1996-02
1996-03
1996-04
1997-01
1997-02
1997-03
1997-04
1998-01
1998-02
1998-03
1998-04
1999-01
1999-02
1999-03
1999-04
2000-01
2000-02
2000-03
2000-04
2001-01
2001-02
2001-03
2001-04
2002-01
2002-02
2002-03

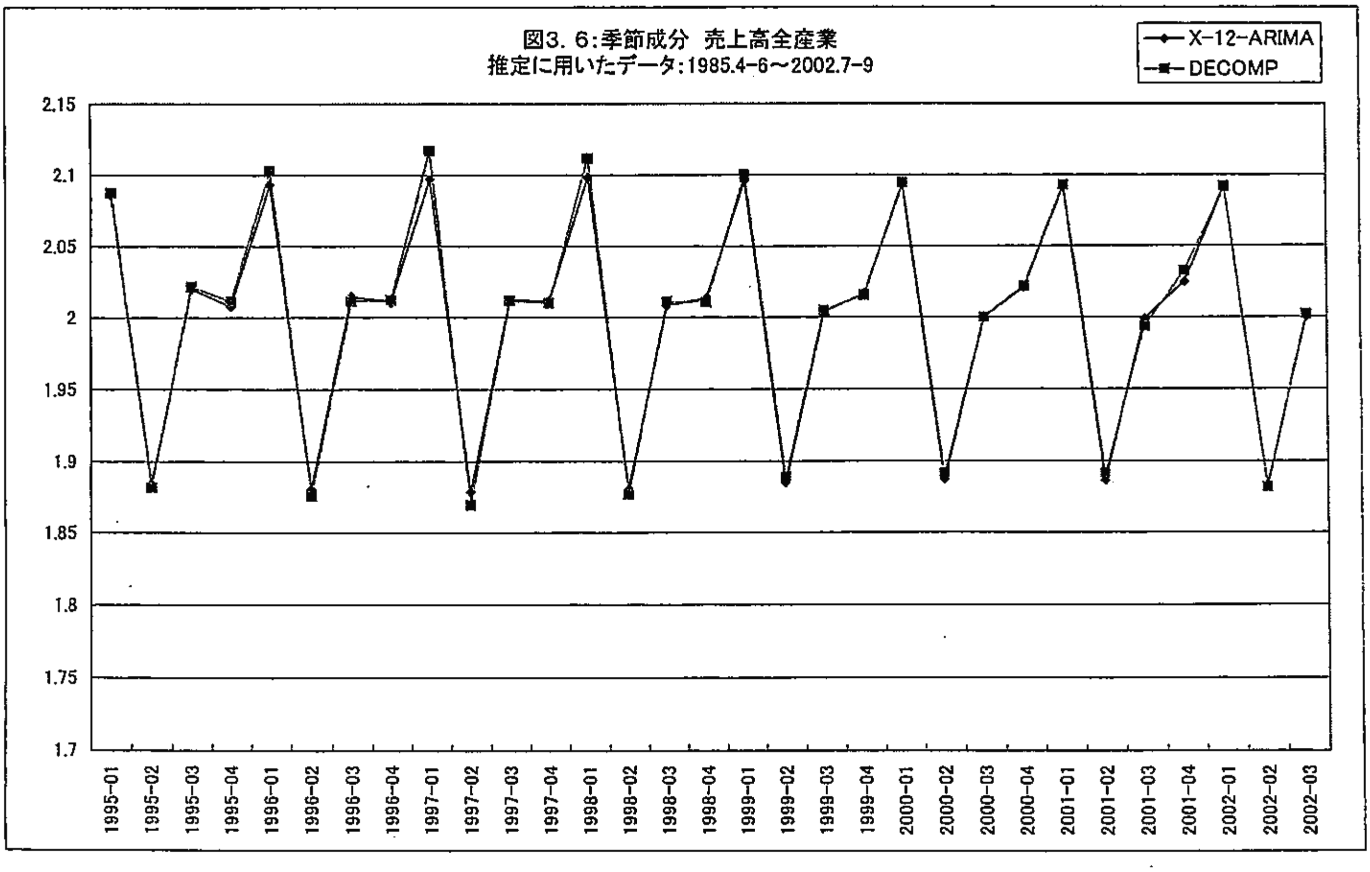


図3. 6:季節成分 売上高全産業
推定に用いたデータ:1985.4-6～2002.7-9
X-12-ARIMA
DECOMP
2.15
2.1
2.05
2
1.95
1.9
1.85
1.8
1.75
1.7
1995-01
1995-02
1995-03
1995-04
1996-01
1996-02
1996-03
1996-04
1997-01
1997-02
1997-03
1997-04
1998-01
1998-02
1998-03
1998-04
1999-01
1999-02
1999-03
1999-04
2000-01
2000-02
2000-03
2000-04
2001-01
2001-02
2001-03
2001-04
2002-01
2002-02
2002-03

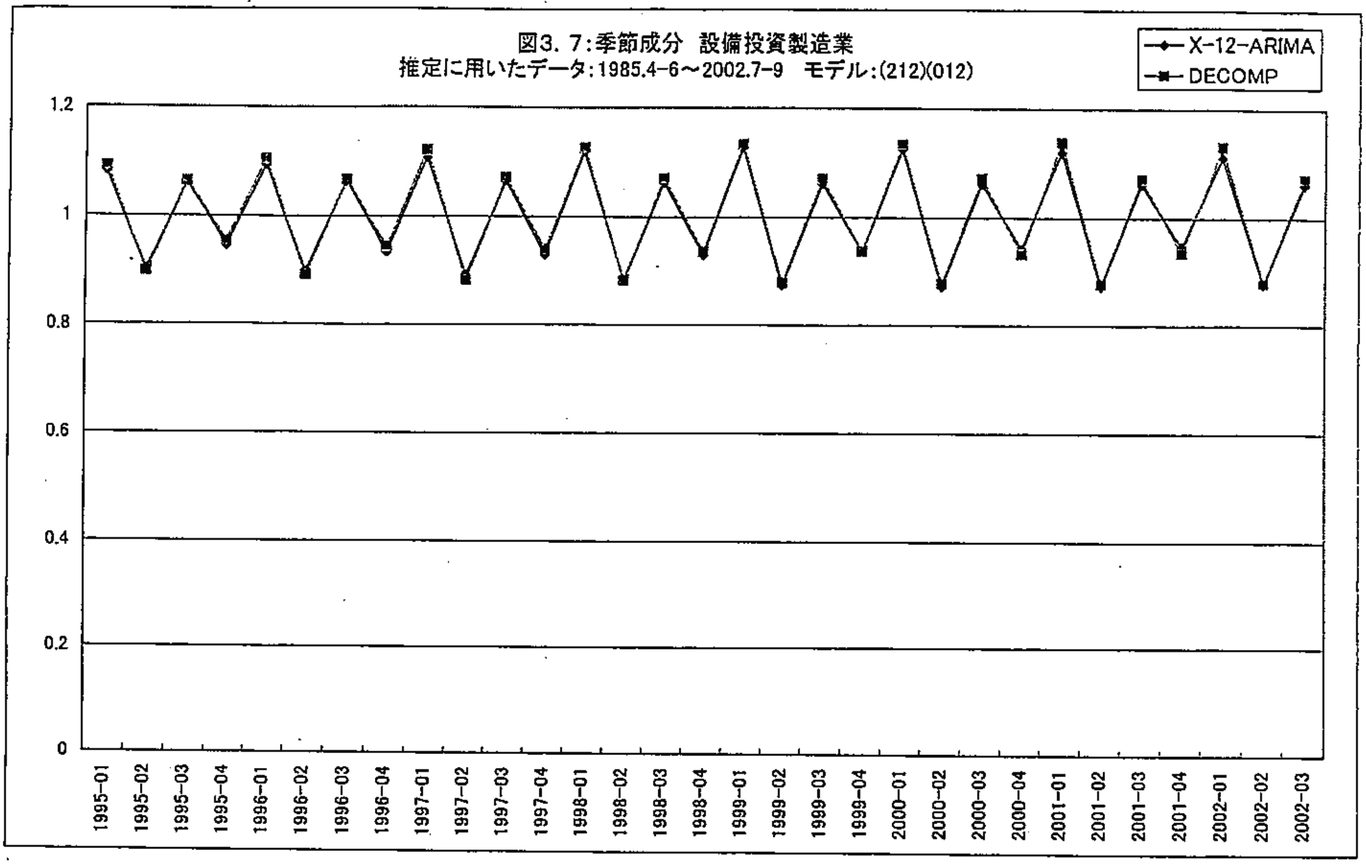


図3. 7:季節成分　設備投資製造業
推定に用いたデータ:1985.4-6～2002.7-9　モデル:(212)(012)
X-12-ARIMA
DECOMP
1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
1995-01
1995-02
1995-03
1995-04
1996-01
1996-02
1996-03
1996-04
1997-01
1997-02
1997-03
1997-04
1998-01
1998-02
1998-03
1998-04
1999-01
1999-02
1999-03
1999-04
2000-01
2000-02
2000-03
2000-04
2001-01
2001-02
2001-03
2001-04
2002-01
2002-02
2002-03

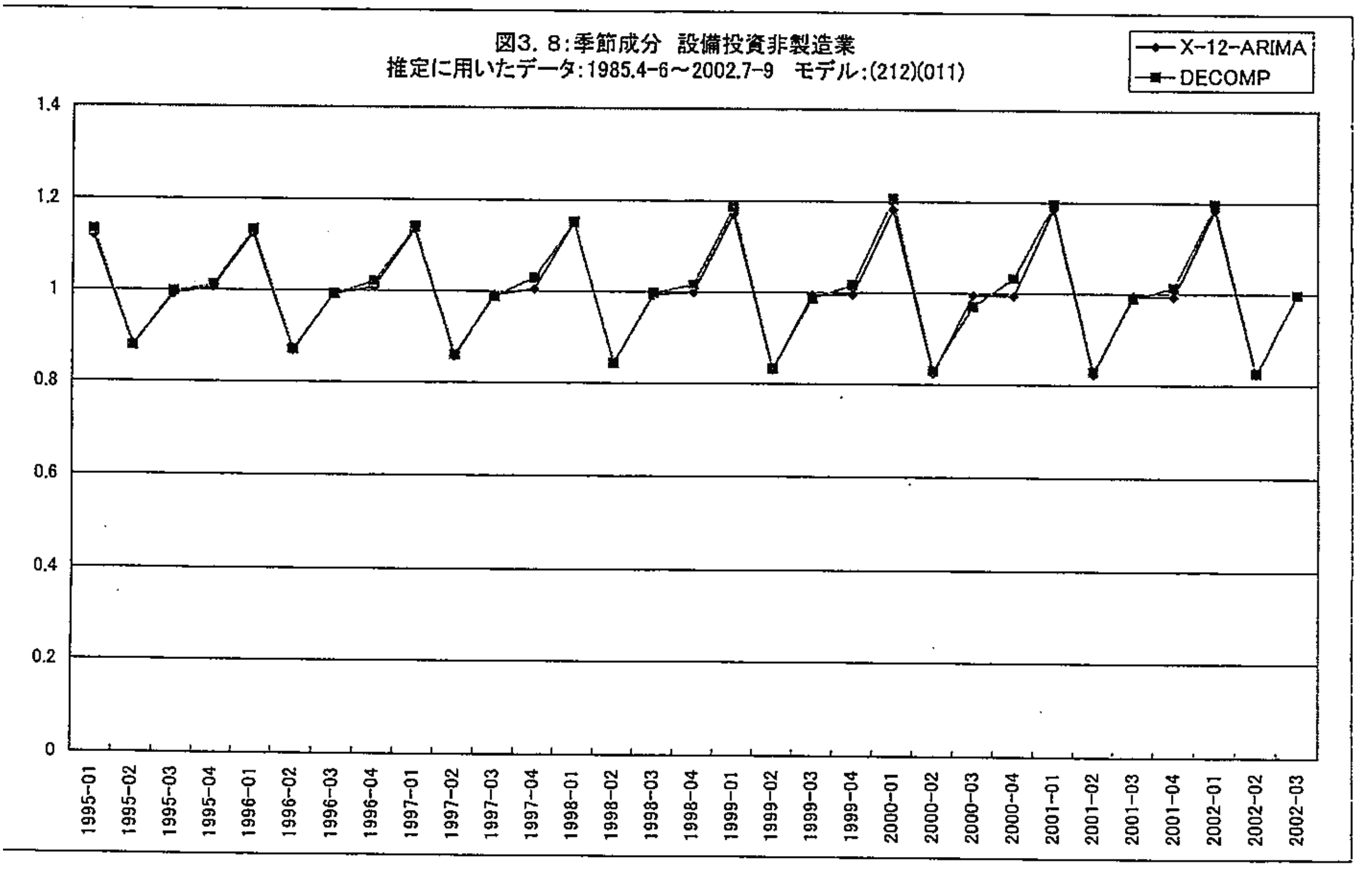


図3. 8:季節成分　設備投資非製造業
推定に用いたデータ:1985.4-6～2002.7-9　モデル:(212)(011)
X-12-ARIMA
DECOMP
1.4
1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
1995-01
1995-02
1995-03
1995-04
1996-01
1996-02
1996-03
1996-04
1997-01
1997-02
1997-03
1997-04
1998-01
1998-02
1998-03
1998-04
1999-01
1999-02
1999-03
1999-04
2000-01
2000-02
2000-03
2000-04
2001-01
2001-02
2001-03
2001-04
2002-01
2002-02
2002-03

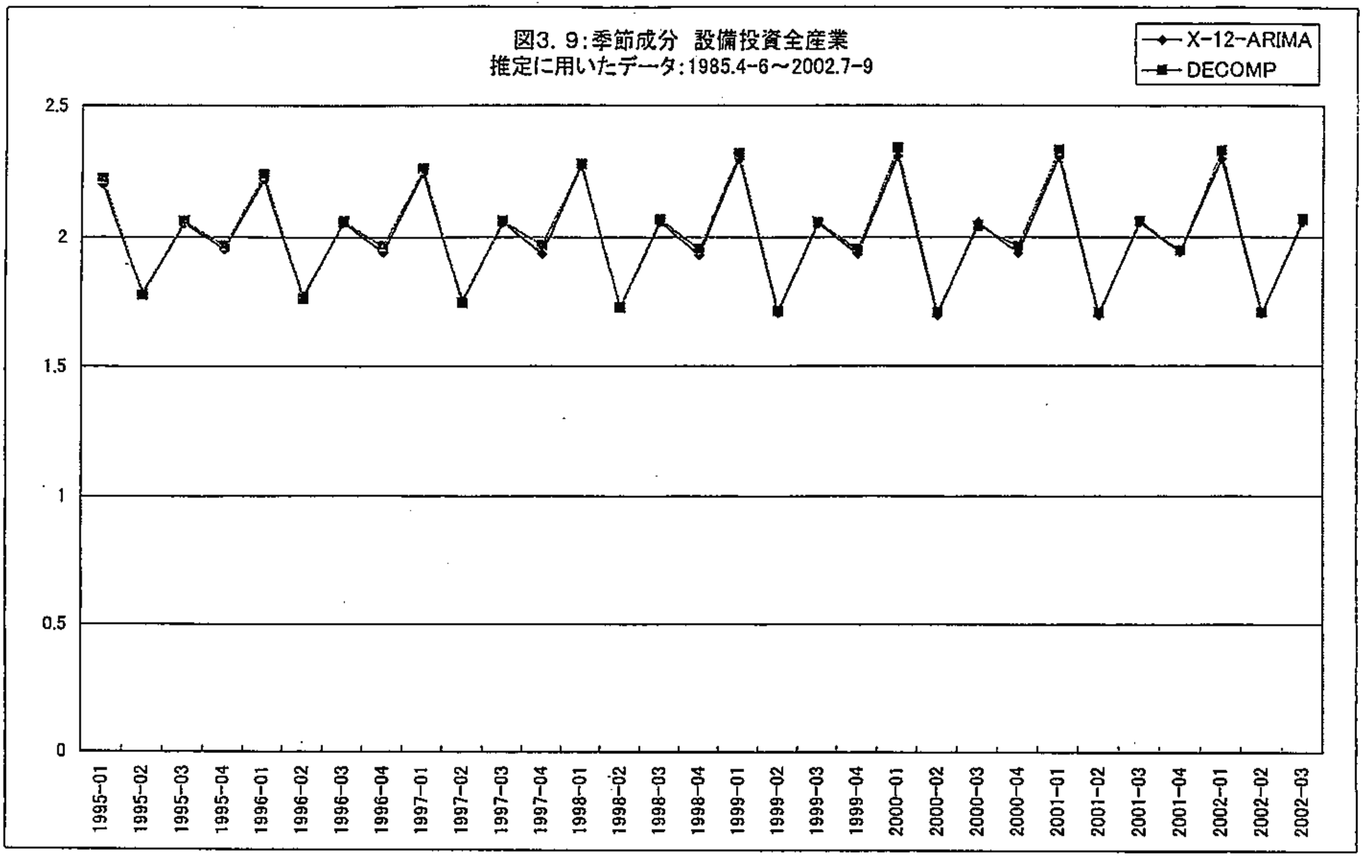


図3．9：季節成分　設備投資全産業
推定に用いたデータ：1985.4-6～2002.7-9
X-12-ARIMA
DECOMP
2.5
2
1.5
1
0.5
0
1995-01
1995-02
1995-03
1995-04
1996-01
1996-02
1996-03
1996-04
1997-01
1997-02
1997-03
1997-04
1998-01
1998-02
1998-03
1998-04
1999-01
1999-02
1999-03
1999-04
2000-01
2000-02
2000-03
2000-04
2001-01
2001-02
2001-03
2001-04
2002-01
2002-02
2002-03

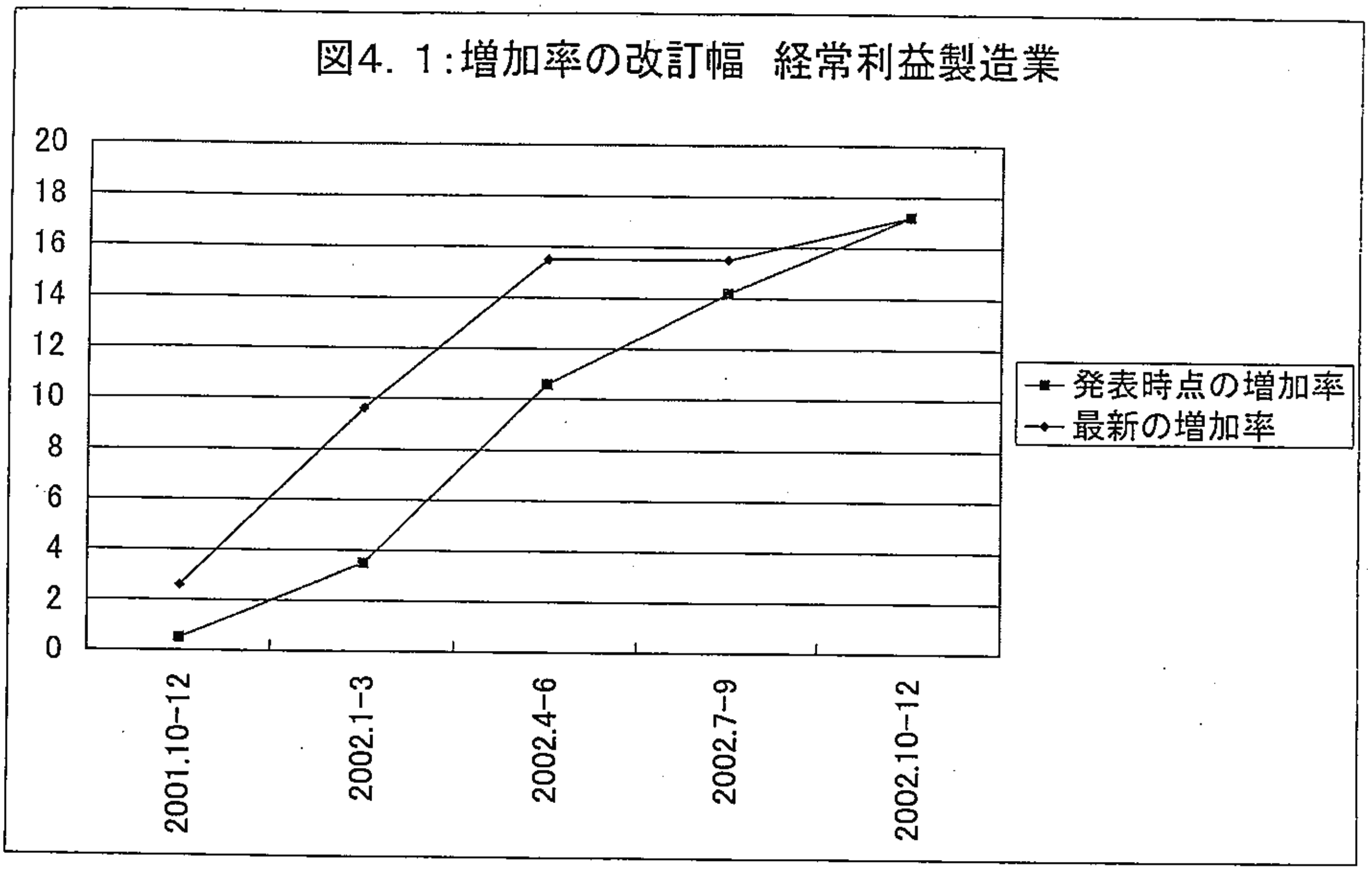


図4．1:増加率の改訂幅　経常利益製造業

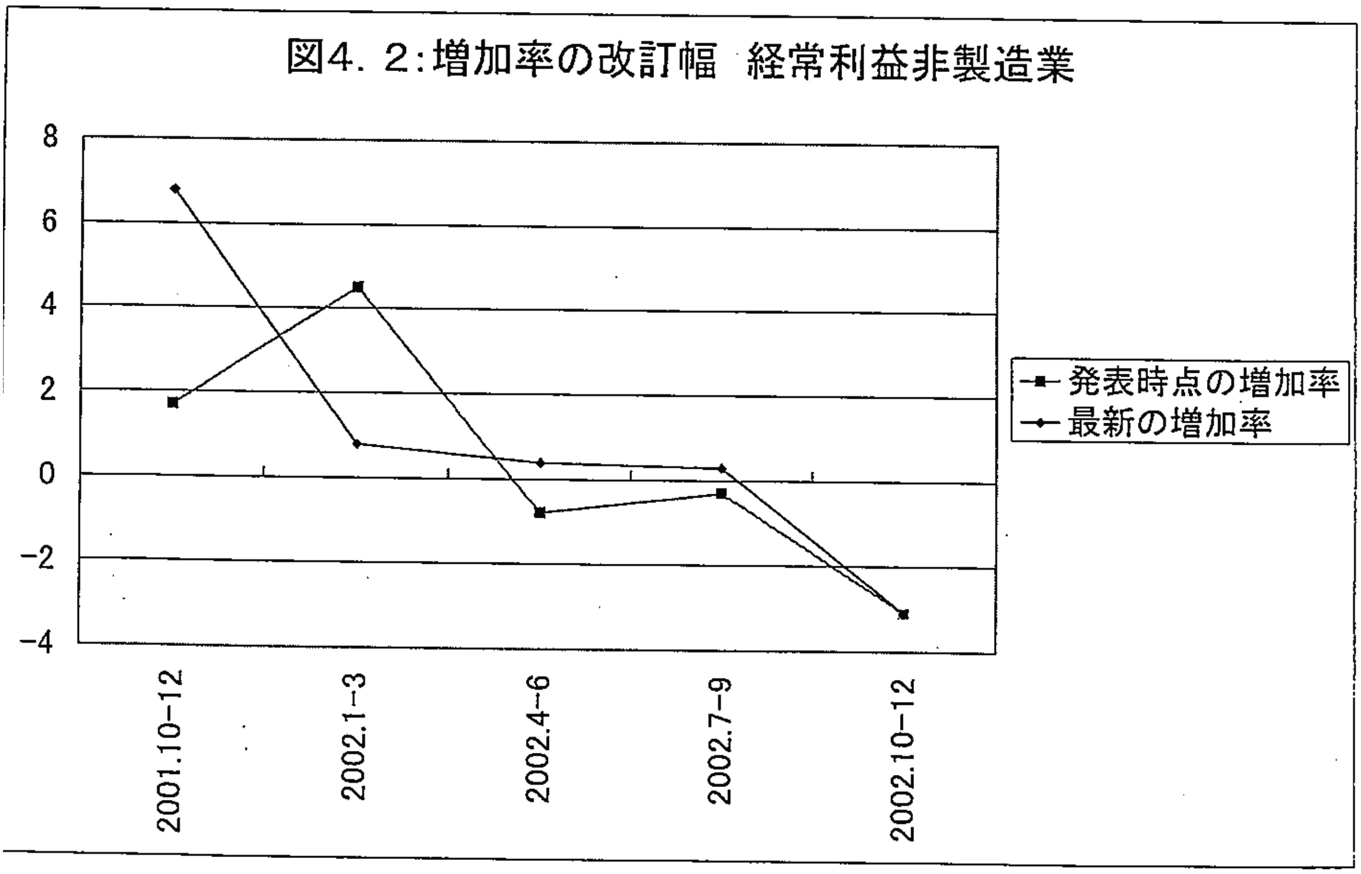


図4．2:増加率の改訂幅　経常利益非製造業

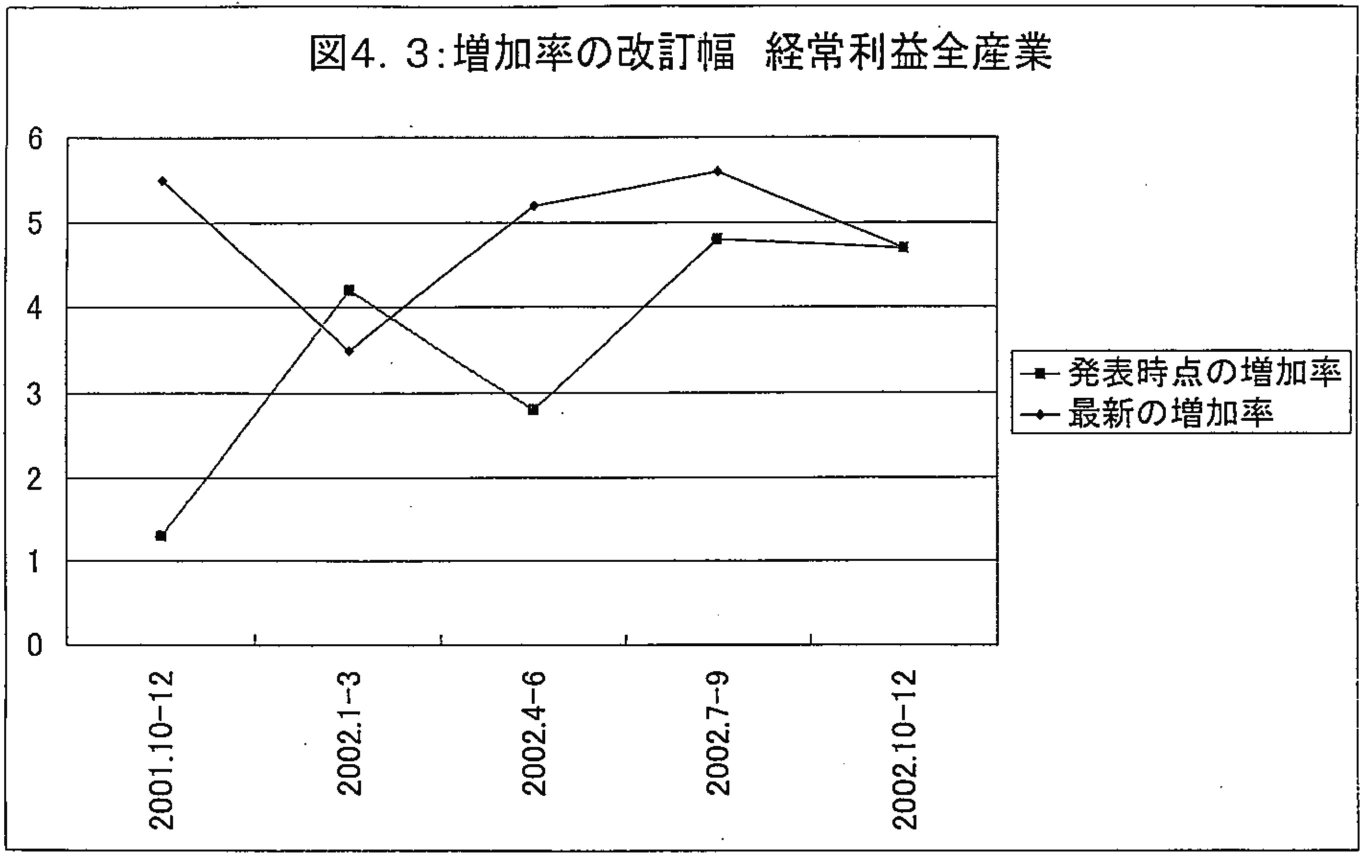


図4．3:増加率の改訂幅　経常利益全産業
6
5
4
3
2
1
0
2001.10-12
2002.1-3
2002.4-6
2002.7-9
2002.10-12
発表時点の増加率
最新の増加率

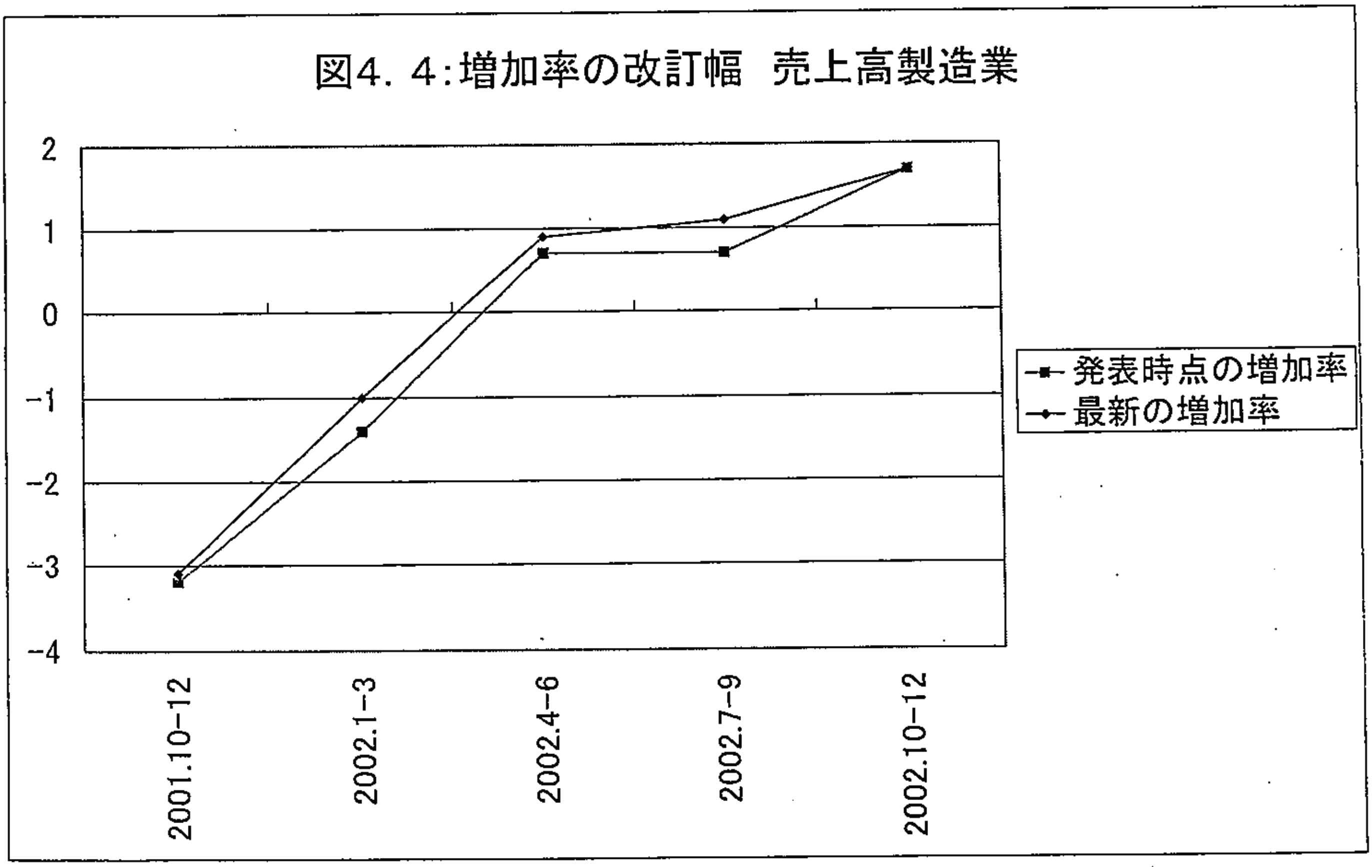


図4．4:増加率の改訂幅　売上高製造業
2
1
0
-1
-2
-3
-4
2001.10-12
2002.1-3
2002.4-6
2002.7-9
2002.10-12
発表時点の増加率
最新の増加率

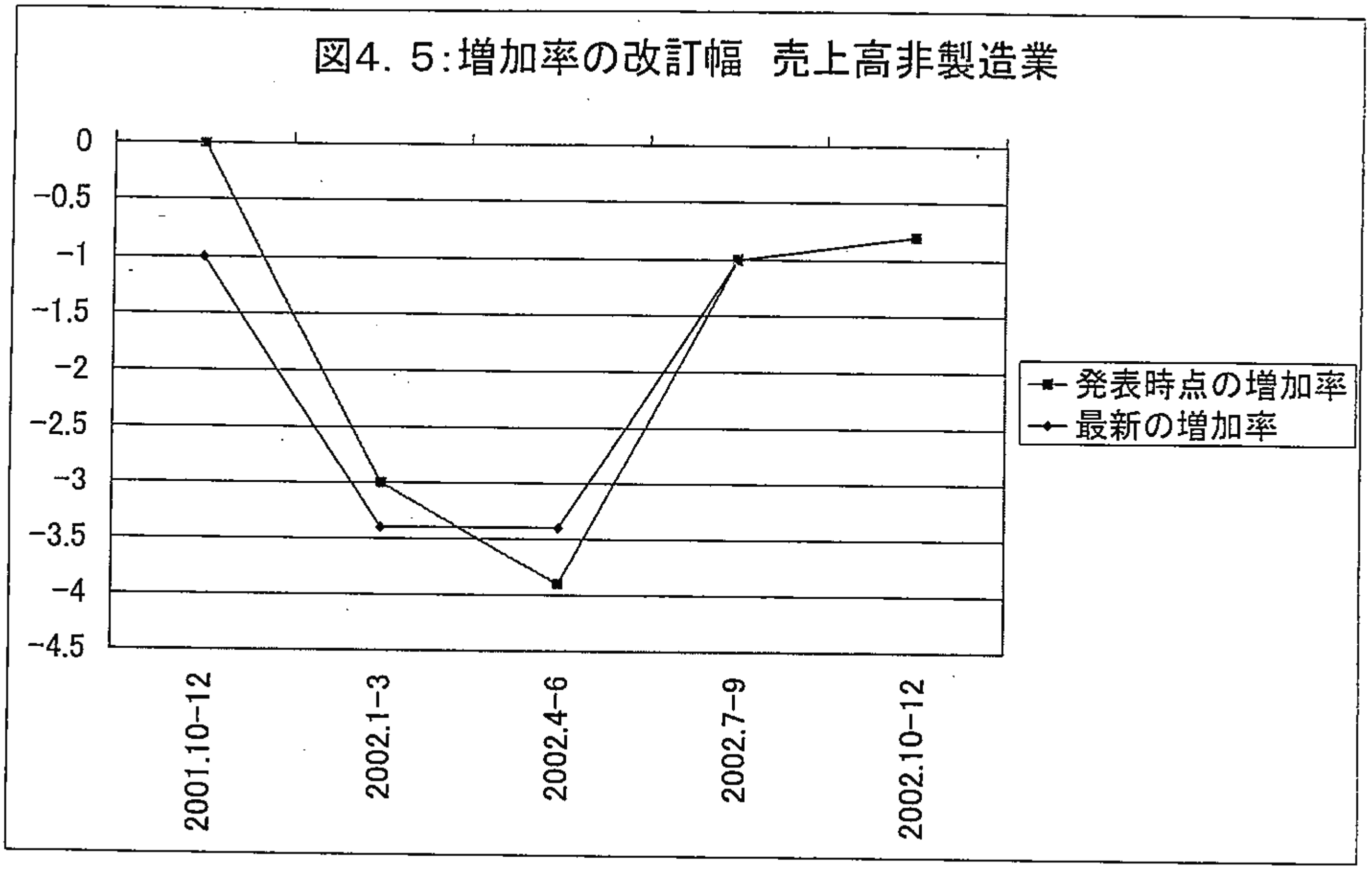


図4．5：増加率の改訂幅　売上高非製造業
0
-0.5
-1
-1.5
-2
-2.5
-3
-3.5
-4
-4.5
2001.10-12
2002.1-3
2002.4-6
2002.7-9
2002.10-12
発表時点の増加率
最新の増加率

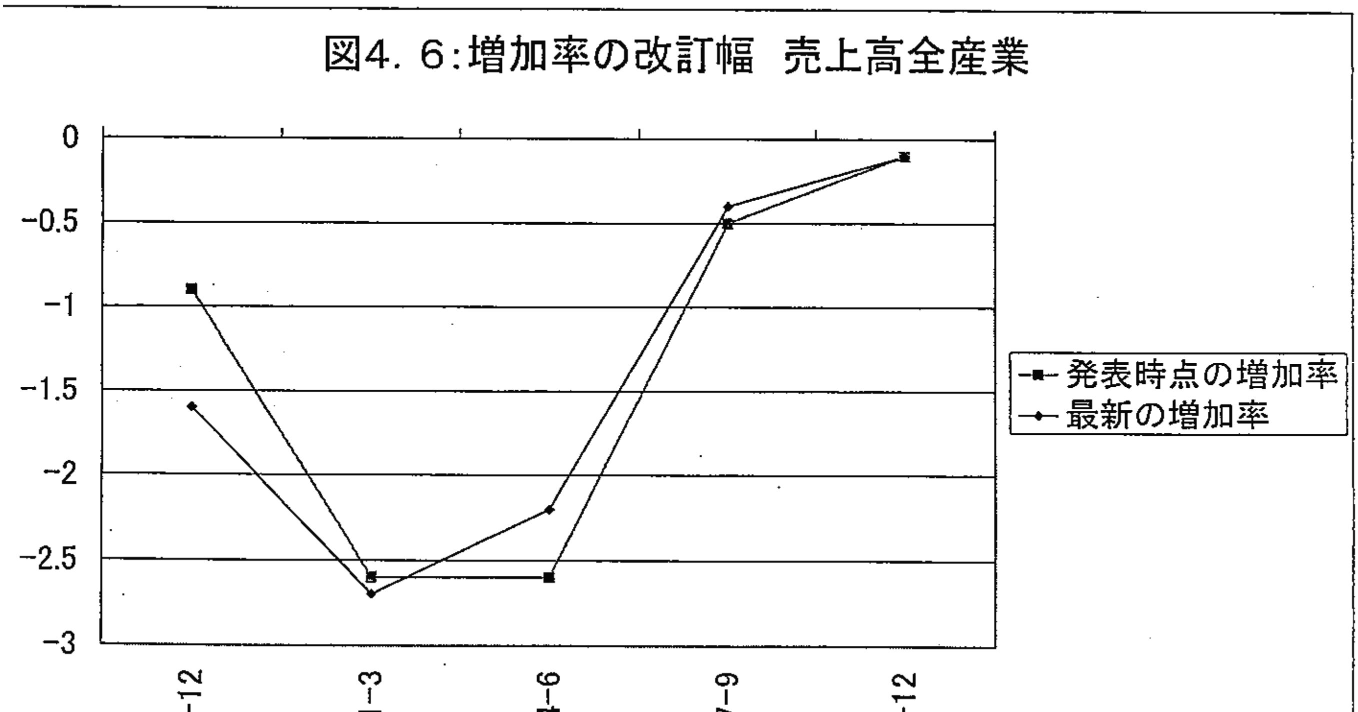


図4．6：増加率の改訂幅　売上高全産業
0
-0.5
-1
-1.5
-2
-2.5
-3
2001.10-12
2002.1-3
2002.4-6
2002.7-9
2002.10-12
発表時点の増加率
最新の増加率

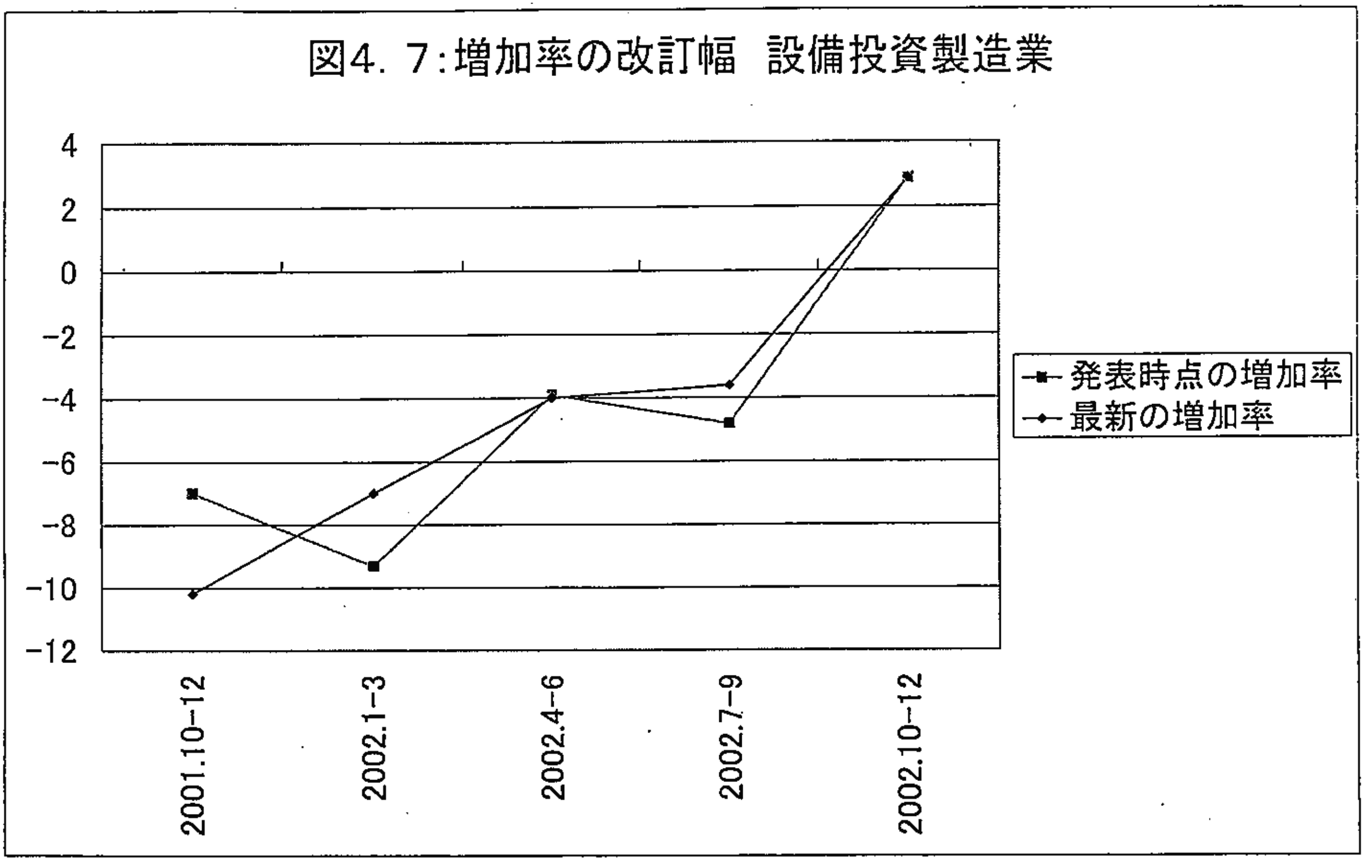


図4．7:増加率の改訂幅　設備投資製造業
4
2
0
-2
-4
-6
-8
-10
-12
2001.10-12
2002.1-3
2002.4-6
2002.7-9
2002.10-12
発表時点の増加率
最新の増加率

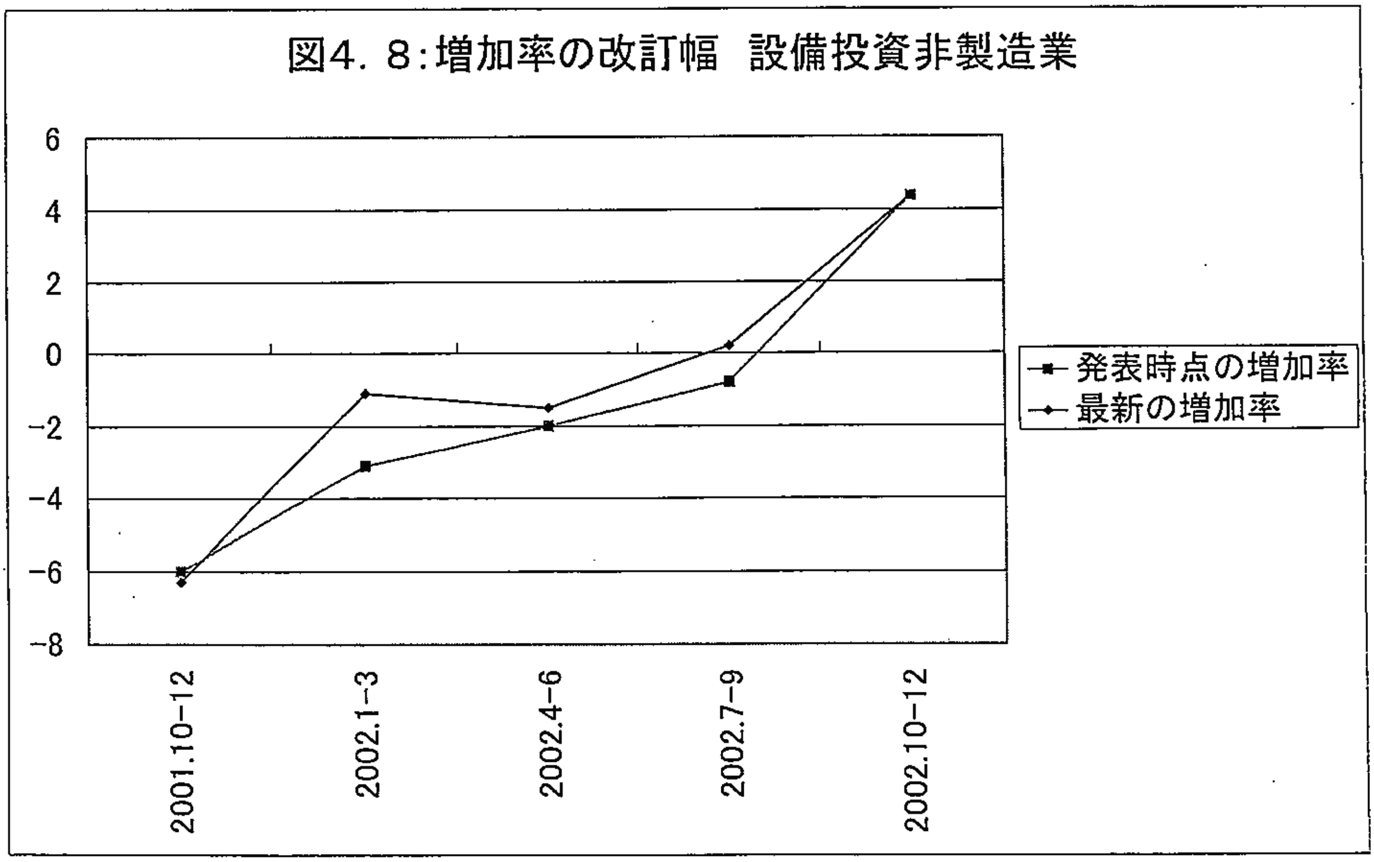


図4．8:増加率の改訂幅　設備投資非製造業
6
4
2
0
-2
-4
-6
-8
2001.10-12
2002.1-3
2002.4-6
2002.7-9
2002.10-12
発表時点の増加率
最新の増加率

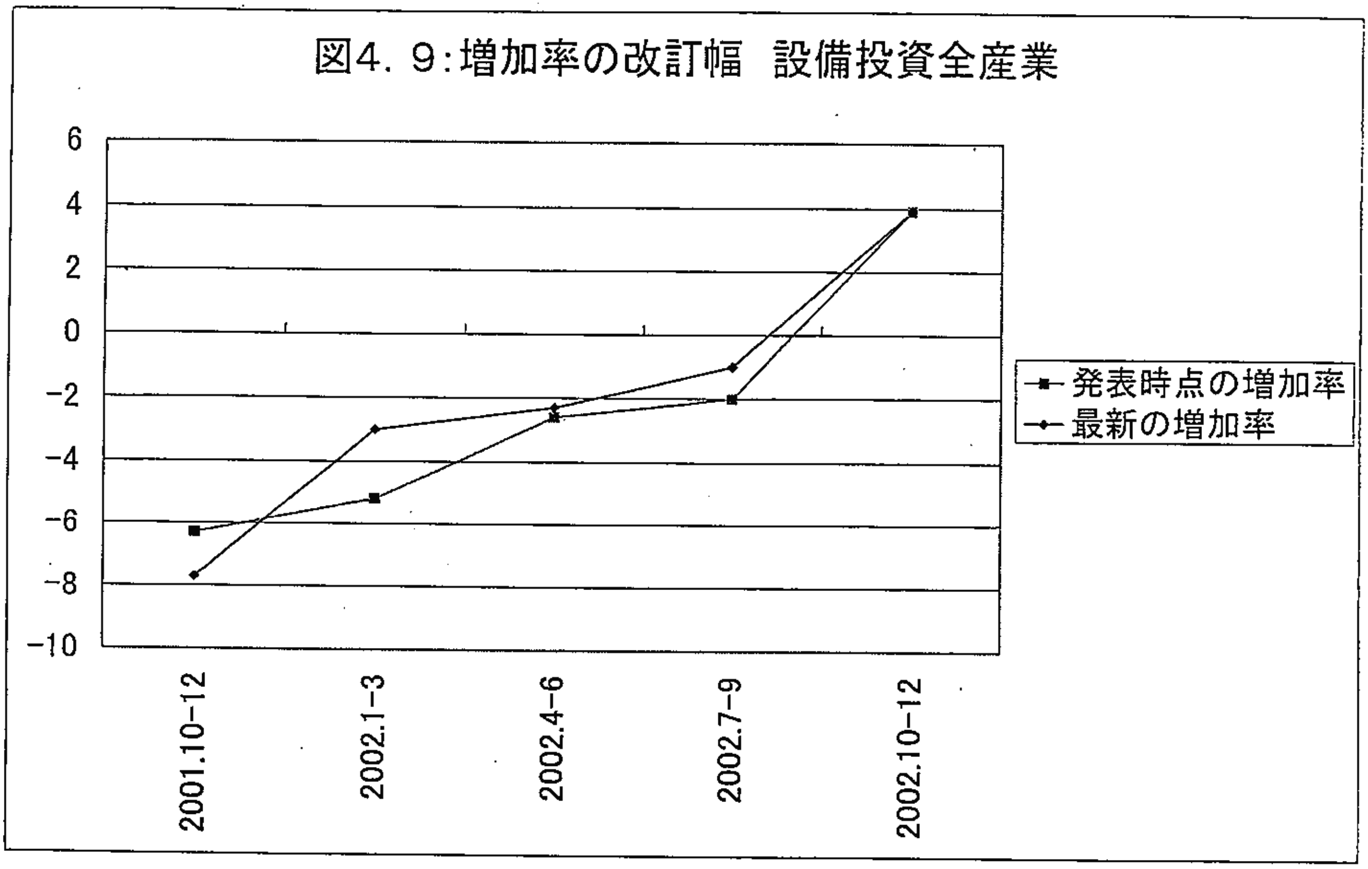


図4．9：増加率の改訂幅　設備投資全産業
6
4
2
0
-2
-4
-6
-8
-10
2001.10-12
2002.1-3
2002.4-6
2002.7-9
2002.10-12
発表時点の増加率
最新の増加率

表 A-1

経常利益製造業について

モデル選択に利用した期間	1985.4-6から2001.7-9	1985.4-6から2001.10-12	1985.4-6から2002.1-3	1985.4-6から2002.4-6	1985.4-6から2002.7-9
1位	(2 1 2)(2 1 1) 1194.30	(2 1 2)(0 1 1) 1215.04	(2 1 2)(0 1 2) 1236.88	(2 1 2)(0 1 1) 1256.02	(2 1 1)(0 1 1) 1276.55
2位	(2 1 2)(1 1 2) 1194.83	(2 1 2)(0 1 2) 1216.41	(1 1 0)(1 1 2) 1237.77	(2 1 1)(0 1 1) 1256.83	(2 1 2)(0 1 1) 1277.14
3位	(2 1 2)(0 1 2) 1194.99	(2 1 2)(2 1 0) 1219.09	(0 1 1)(1 1 2) 1238.53	(2 1 2)(2 1 1) 1257.83	(0 1 2)(0 1 1) 1277.60
4位	(2 1 0)(1 1 2) 1195.10	(2 1 2)(2 1 2) 1219.27	(2 1 1)(0 1 1) 1238.54	(0 1 2)(0 1 1) 1257.89	(2 1 2)(0 1 2) 1277.91
5位	(2 1 0)(2 1 1) 1195.34	(2 1 1)(0 1 1) 1219.45	(2 1 0)(1 1 2) 1238.59	(0 1 2)(1 1 2) 1258.41	(2 1 0)(0 1 1) 1278.13
最大値	1214.93	1233.39	1253	1278.16	1306.78
平均	1200.3	1223.06	1242.27	1262.65	1283.33
標準偏差	4.284	3.291	3.507	4.565	5.647

売上非製造業について

モデル選択に利用した期間	1985.4-6から2001.7-9	1985.4-6から2001.10-12	1985.4-6から2002.1-3	1985.4-6から2002.4-6	1985.4-6から2002.7-9
1位	(1 1 1)(2 1 2) 1493.44	(0 1 0)(0 1 0) 1517.09	(1 1 1)(2 1 2) 1545.70	(2 1 2)(0 1 0) 1570.71	(2 1 2)(0 1 0) 1596.00
2位	(0 1 0)(0 1 0) 1493.51	(1 1 1)(2 1 2) 1517.34	(0 1 0)(0 1 0) 1545.75	(2 1 2)(1 1 0) 1571.81	(1 1 1)(2 1 2) 1596.48
3位	(1 1 0)(0 1 0) 1495.22	(1 1 0)(0 1 0) 1518.81	(0 1 2)(0 1 0) 1545.89	(2 1 2)(0 1 1) 1571.93	(2 1 2)(0 1 1) 1596.50
4位	(0 1 1)(0 1 0) 1495.30	(0 1 1)(0 1 0) 1518.88	(2 1 0)(0 1 0) 1546.57	(0 1 2)(2 1 2) 1572.68	(0 1 2)(2 1 2) 1596.65
5位	(0 1 2)(0 1 0) 1495.35	(0 1 2)(0 1 0) 1518.89	(2 1 2)(0 1 1) 1546.98	(2 1 0)(2 1 2) 1572.72	(0 1 0)(0 1 0) 1596.89
最大値	1503.44	1526.96	1556.03	1584.07	1607.19
平均	1498.64	1522.22	1550.24	1577.23	1601.51
標準偏差	2.214	2.166	2.156	2.623	2.446

データを追加した場合の選択結果

表 A-2

AICの順位(経常利益製造業)

モデル選択に利用した期間	1985.4-6から2001.7-9	1985.4-6から2001.10-12	1985.4-6から2002.1-3	1985.4-6から2002.4-6	1985.4-6から2002.7-9
(2 1 1)(0 1 1)	6	5	4	2	1
(2 1 2)(0 1 2)	3	2	1	10	4
(2 1 0)(0 1 1)	7	6	15	7	5
(2 1 0)(1 1 2)	4	8	5	14	21
(0 1 2)(1 1 2)	15	10	6	5	15
(0 1 2)(0 1 1)	35	12	14	4	3
(1 1 0)(1 1 2)	24	7	2	12	24
(2 1 0)(2 1 1)	5	38	12	30	28
(2 1 2)(0 1 1)	43	1	81	1	2
(2 1 2)(2 1 1)	1	65	58	3	6
(0 1 1)(1 1 2)	47	13	3	24	46
(2 1 2)(2 1 2)	27	4	57	47	12
(2 1 2)(1 1 2)	2	54	46	28	38
(2 1 2)(2 1 0)	39	3	62	57	53

AICの順位(売上非製造業)

モデル選択に利用した期間	1985.4-6から2001.7-9	1985.4-6から2001.10-12	1985.4-6から2002.1-3	1985.4-6から2002.4-6	1985.4-6から2002.7-9
(1 1 1)(2 1 2)	1	2	1	7	2
(0 1 0)(0 1 0)	2	1	2	6	5
(0 1 2)(0 1 0)	5	5	3	8	8
(2 1 0)(2 1 2)	8	9	7	5	6
(0 1 2)(2 1 2)	9	10	9	4	4
(1 1 0)(0 1 0)	3	3	10	17	12
(2 1 0)(0 1 0)	11	8	4	10	16
(0 1 1)(0 1 0)	4	4	11	18	13
(2 1 2)(0 1 0)	24	24	23	1	1
(2 1 2)(0 1 1)	50	51	5	3	3
(2 1 2)(1 1 0)	67	68	56	2	75

データを追加した場合の選択結果　　注)81: fail to converge or negative AIC

表 A-3

経常利益製造業について

モデル選択に利用した期間	1985.4-6から2001.7-9	1985.7-9から2001.10-12	1985.10-12から2002.1-3	1986.1-3から2002.4-6	1986.4-6から2002.7-9
1位	(2 1 2)(2 1 1) 1194.30	(2 1 0)(0 1 1) 1199.87	(1 1 0)(1 1 2) 1200.98	(1 1 2)(0 1 1) 1200.80	(0 1 2)(0 1 1) 1202.60
2位	(2 1 2)(1 1 2) 1194.83	(2 1 1)(0 1 1) 1200.24	(2 1 1)(0 1 1) 1201.31	(0 1 2)(0 1 1) 1201.39	(2 1 1)(0 1 1) 1202.79
3位	(2 1 2)(0 1 2) 1194.99	(0 1 2)(0 1 1) 1200.30	(1 1 0)(0 1 1) 1201.33	(2 1 1)(0 1 1) 1201.56	(1 1 0)(0 1 1) 1203.10
4位	(2 1 0)(1 1 2) 1195.10	(1 1 0)(1 1 2) 1200.72	(0 1 2)(0 1 1) 1201.39	(1 1 0)(0 1 1) 1201.90	(2 1 0)(0 1 1) 1203.33
5位	(2 1 0)(2 1 1) 1195.34	(1 1 0)(0 1 1) 1200.82	(0 1 1)(1 1 2) 1201.63	(2 1 2)(1 1 2) 1202.11	(1 1 1)(0 1 1) 1204.34
最大値	1214.93	1214.72	1215.59	1221.95	1228.96
平均	1200.3	1204.17	1205.07	1206.72	1208.44
標準偏差	4.284	3.299	3.59	5.089	5.212

売上非製造業について

モデル選択に利用した期間	1985.4-6から2001.7-9	1985.7-9から2001.10-12	1985.10-12から2002.1-3	1986.1-3から2002.4-6	1986.4-6から2002.7-9
1位	(1 1 1)(2 1 2) 1493.44	(0 1 0)(0 1 0) 1490.61	(2 1 2)(0 1 0) 1495.08	(2 1 2)(0 1 0) 1496.81	(2 1 2)(0 1 0) 1499.44
2位	(0 1 0)(0 1 0) 1493.51	(1 1 1)(2 1 2) 1490.64	(1 1 1)(0 1 0) 1495.46	(2 1 2)(1 1 0) 1498.81	(0 1 0)(0 1 0) 1500.42
3位	(1 1 0)(0 1 0) 1495.22	(1 1 1)(0 1 0) 1491.23	(2 1 0)(0 1 0) 1495.72	(2 1 2)(0 1 1) 1498.81	(2 1 2)(1 1 0) 1501.22
4位	(0 1 1)(0 1 0) 1495.30	(2 1 0)(0 1 0) 1491.50	(0 1 2)(0 1 0) 1495.98	(0 1 0)(0 1 0) 1499.19	(2 1 2)(0 1 1) 1501.24
5位	(0 1 2)(0 1 0) 1495.35	(0 1 2)(0 1 0) 1491.65	(1 1 1)(2 1 2) 1496.08	(2 1 2)(2 1 1) 1499.85	(1 1 1)(2 1 2) 1501.69
最大値	1503.44	1499.83	1504.88	1506.72	1509.59
平均	1498.64	1495.17	1500.03	1502.85	1505.14
標準偏差	2.214	2.076	2.231	1.9	2.086

期間をずらした場合の選択結果

表 A-4

AICの順位(経常利益製造業)

モデル選択に利用した期間	1985.4-6から2001.7-9	1985.7-9から2001.10-12	1985.10-12から2002.1-3	1986.1-3から2002.4-6	1986.4-6から2002.7-9
(2 1 1)(0 1 1)	6	2	2	3	2
(2 1 0)(0 1 1)	7	1	9	8	4
(0 1 2)(0 1 1)	35	3	4	2	1
(2 1 2)(0 1 2)	3	8	14	7	21
(1 1 0)(1 1 2)	24	4	1	10	14
(1 1 0)(0 1 1)	45	5	3	4	3
(2 1 0)(1 1 2)	4	9	12	21	22
(1 1 2)(0 1 1)	21	19	34	1	7
(2 1 2)(1 1 2)	2	16	10	5	50
(1 1 1)(0 1 1)	36	15	16	20	5
(0 1 1)(1 1 2)	47	14	5	16	25
(2 1 0)(2 1 1)	5	34	33	53	47
(2 1 2)(2 1 1)	1	43	59	50	46

AICの順位(売上非製造業)

モデル選択に利用した期間	1985.4-6から2001.7-9	1985.7-9から2001.10-12	1985.10-12から2002.1-3	1986.1-3から2002.4-6	1986.4-6から2002.7-9
(0 1 0)(0 1 0)	2	1	6	4	2
(0 1 2)(0 1 0)	5	5	4	7	9
(2 1 0)(0 1 0)	11	4	3	6	8
(2 1 2)(0 1 0)	23	21	1	1	1
(1 1 0)(0 1 0)	3	9	22	16	11
(1 1 1)(0 1 0)	12	3	2	26	19
(0 1 1)(0 1 0)	4	10	23	17	12
(1 1 1)(2 1 2)	1	2	5	76	5
(2 1 2)(0 1 1)	48	58	54	3	4
(2 1 2)(1 1 0)	67	47	52	2	3
(2 1 2)(2 1 1)	80	74	56	5	36

期間をずらした場合の選択結果

[レポート]
法人企業統計における季節調整法の点検

国友直人（東京大学大学院経済学研究科教授）
高岡慎（東京大学経済学研究科在学中）

2004年3月23日

財務省が調査・作成している法人企業統計（季報）では以前から一次統計調査で得られた原系列とともに、原系列から簡単に計算できる前年同期比の時系列も同時に公表していた. 2002年以降はこれらの系列に加えてさらに、売上高、経常利益、設備投資の統計データに関してはそれぞれ製造業・非製造業・全産業という3系列について季節調整値系列を作成し、それらの系列の前期比伸び率を参考値として公表している. これは国民経済計算をはじめとして、内外において「法人企業統計」を利用している各種のニーズに答え、我が国の企業動向の基礎資料の提供についてより一層の便宜を図ろうとした為に実施したところである.

さて2002年より実施している法人企業統計における季節調整系列値の具体的作成の方法は、前節の内容にあたる財務総合政策研究所からの依頼により行われた国友・高岡・一場による調査レポート「法人企業統計と季節調整」(2002) にほぼ基づいている. そこでは主として実務的観点からの要請を受ける形で、米国センサス局で開発された季節調整法 X-12-ARIMA プログラムを法人企業統計への具体的利用法についての検討結果を提示した. その後一年が経過し、調査レポート「法人企業統計における季節調整法の点検」(国友・高岡・大和田 (2003)) において、国友・高岡・一場 (2002) で示された方針の点検と、利用した時系列モデルの妥当性が検証された. 国友・高岡・大和田 (2003) では売上非製造業と経常利益製造業の2系列について、時系列モデルを変更すべきとの指摘がなされ、法人季報では 2003.4-6 以降はそれに基づいて季節調整モデルの変更がなされている.

本レポートは国友・高岡・大和田 (2003) よりさらに一年が経過した時点での定期検証の結果をまとめたものである.

○最新のデータを用いた場合のモデルの変更の有無について

表 1 は 2002 年度末の検証時 (2003 年 3 月) のモデル選択の結果である. ここでは 1985.4-6 から 2002.7-9 までのデータを用い、階差、季節階差を共に 1 に固定した上で AIC 基準によるモデル選択を行っている.

		RegARIMA モデル	消費税効果
売上高	製造業	(211)(211)	なし
	非製造業	(212)(010)	あり
経常利益	製造業	(211)(011)	なし
	非製造業	(110)(012)	あり
設備投資	製造業	(212)(012)	なし
	非製造業	(212)(011)	なし

表 1: 1985.4-6 から 2002.7-9 のデータに基づくモデル選択結果

今回は前回調査時から一年が経過し、4 四半期期分のデータが新たに追加された. そこで 1985.4-6 から 2003.7-9 までのデータを用いて同様のモデル選択を行った. 消費税効果の有無に関しては、前回調査と同様の設定とした. 結果は表 2 の通りである.

		RegARIMA モデル	消費税効果
売上高	製造業	(211)(211)	なし
	非製造業	(212)(010)	あり
経常利益	製造業	(211)(011)	なし
	非製造業	(110)(012)	あり
設備投資	製造業	(212)(012)	なし
	非製造業	(212)(011)	なし

表 2: 1985.4-6 から 2003.7-9 のデータに基づくモデル選択結果

選択されたモデルは、6 系列のいずれについても前回と変わらず、表 1 と同じになった. これらのモデルによる季節調整系列、前期比伸び率、季

節成分の直近の変動を図1から図27に示した．いずれのグラフも1985.4-6から2003.7-9のデータに基づいてモデル選択および季節調整を行った結果の、1996.1-3以降の変化を示している．また比較のためにDecompによる季節調整結果を並べて表示している．X-12-ARIMAのモデルでは階差および季節階差をそれぞれ1に固定しているので、Decompのトレンド次数は2に固定し、循環成分を含めずに計算を行っている．2つの異なる季節調整法による結果は、全体としては大きな乖離は見られず、安定した調整が行われていると考えられる．

また6系列のそれぞれについて、良好なAIC値を与える上位5個のモデルを表3から表5に示した．

	製造業		非製造業	
順位	モデル	AIC	モデル	AIC
1	(2 1 1)(0 1 1)	1356.279	(1 1 0)(0 1 2)	1401.066
2	(2 1 2)(0 1 2)	1357.078	(1 1 0)(1 1 1)	1401.81
3	(2 1 1)(2 1 2)	1357.195	(0 1 1)(0 1 2)	1402.053
4	(2 1 2)(1 1 2)	1357.317	(2 1 0)(0 1 2)	1402.398
5	(2 1 1)(1 1 2)	1357.498	(1 1 1)(0 1 2)	1402.45

表 3: 経常利益のAIC上位モデル

	製造業		非製造業	
順位	モデル	AIC	モデル	AIC
1	(2 1 1)(2 1 1)	1571.754	(2 1 2)(0 1 0)	1696.947
2	(2 1 1)(2 1 2)	1572.003	(2 1 2)(0 1 1)	1697.338
3	(2 1 2)(2 1 0)	1572.797	(2 1 2)(0 1 2)	1699.204
4	(1 1 2)(2 1 2)	1573.019	(0 1 2)(2 1 2)	1700.021
5	(2 1 2)(2 1 1)	1573.365	(0 1 0)(0 1 0)	1700.485

表 4: 売上高のAIC上位モデル

	製造業		非製造業	
順位	モデル	AIC	モデル	AIC
1	(2 1 2)(0 1 2)	1278.043	(2 1 2)(0 1 1)	1361.813
2	(2 1 2)(2 1 0)	1279.574	(1 1 2)(0 1 1)	1362.092
3	(2 1 2)(2 1 1)	1279.816	(0 1 2)(0 1 1)	1362.569
4	(2 1 2)(1 1 2)	1279.956	(2 1 2)(0 1 2)	1362.826
5	(2 1 2)(1 1 1)	1280.798	(2 1 2)(2 1 0)	1363.124

表 5: 設備投資のAIC上位モデル

いずれの系列についても上位のモデルの形は比較的類似しており、AICに基づくモデルの選択も安定的であると思われる.

以上の結果からは、いずれの系列についても 2002.10-12 から 2003.7-9 までの観測値は、1985.4-6 から 2002.7-9 のデータに基づいて選択されたモデルが許容する範囲内に収まっており、一年前のモデルが依然として良く当てはまっていることが分かる. 従って今回の検証においては、さしあたりモデル変更の必要性は無く、季節調整は安定的に行われていると判断される.

参考文献

Akaike, H. (1973), "Information Theory and an Extension of the Likelihood Principle," in the *Second International Symposium on Information Theory*, eds. B.N. Petrov and F. Czaki, Budapest: Akademia Kiado, 267-287.

Findley, D.F., B.C. Monsell, W.R. Bell, M.C. Otto, B.C. Chen (1998), "New Capabilities and Methods of the X-12-ARIMA Seasonal Adjustment Program," *Journal of Business and Economic Statistics*, 16, 127-176 (with Discussion).

U.S. Bureau of Census (2000), "X-12-ARIMA Reference Manual Version 0.2.7," Statistical Research Division, （http://www.census.gov/srd/www/x12a よりダウンロードが可能）.

北川源四郎 (1993)「時系列プログラミング」岩波書店.

国友直人 (2001a)「解説 X-12-ARIMA2000（暫定版）」（近日中に改訂予定.）
（http://www.e.u-tokyo.ac.jp/cirje/research/dp/2001/2001cj47.pdf）.

国友直人 (2001b)「季節調整法 X-12-ARIMA(2000) の利用：法人企業統計の事例」, 経済学論集（東京大学経済学部）, ６７巻３号, １－２９.

国友直人・高岡慎・一場知之 (2002)「法人企業統計と季節調整」、財務省財務総合政策研究所.

国友直人・高岡慎・大和田孝 (2003)「法人企業統計における季節調整法の点検」、財務省財務総合政策研究所.

溝口敏行・刈屋武昭 (1983)「経済時系列分析入門」(日本経済新聞社).

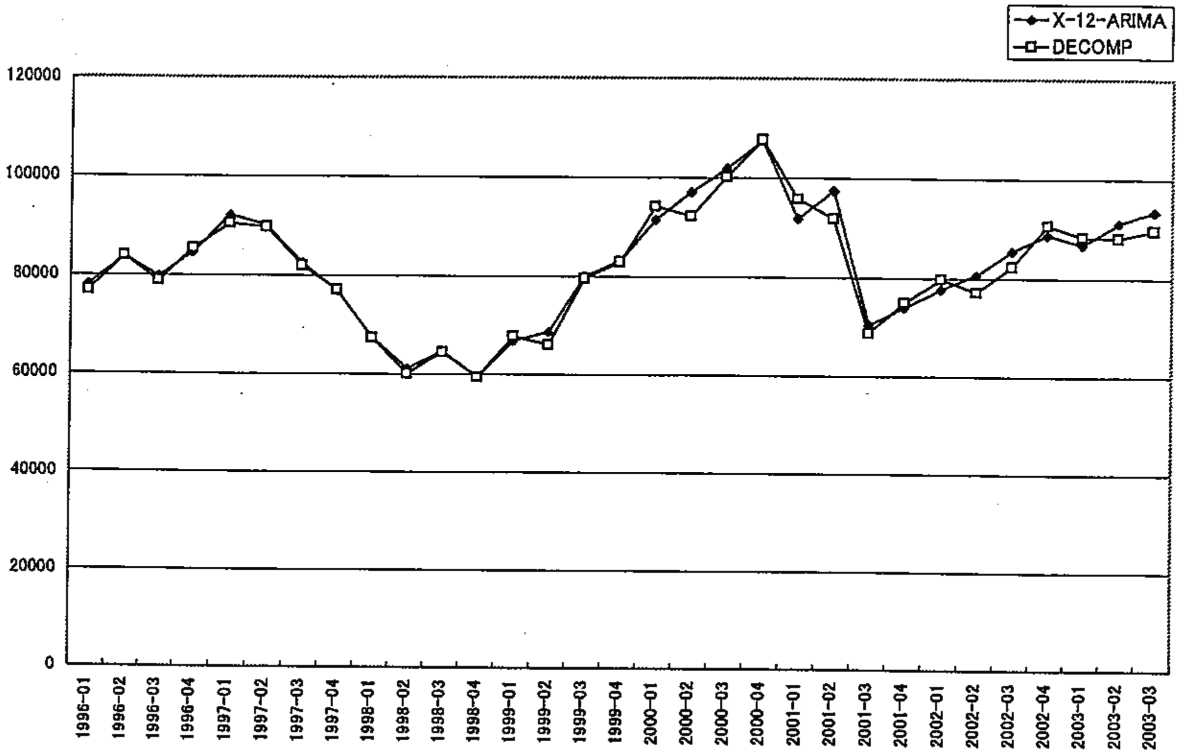


図 1: 季節調整済系列　経常利益全産業

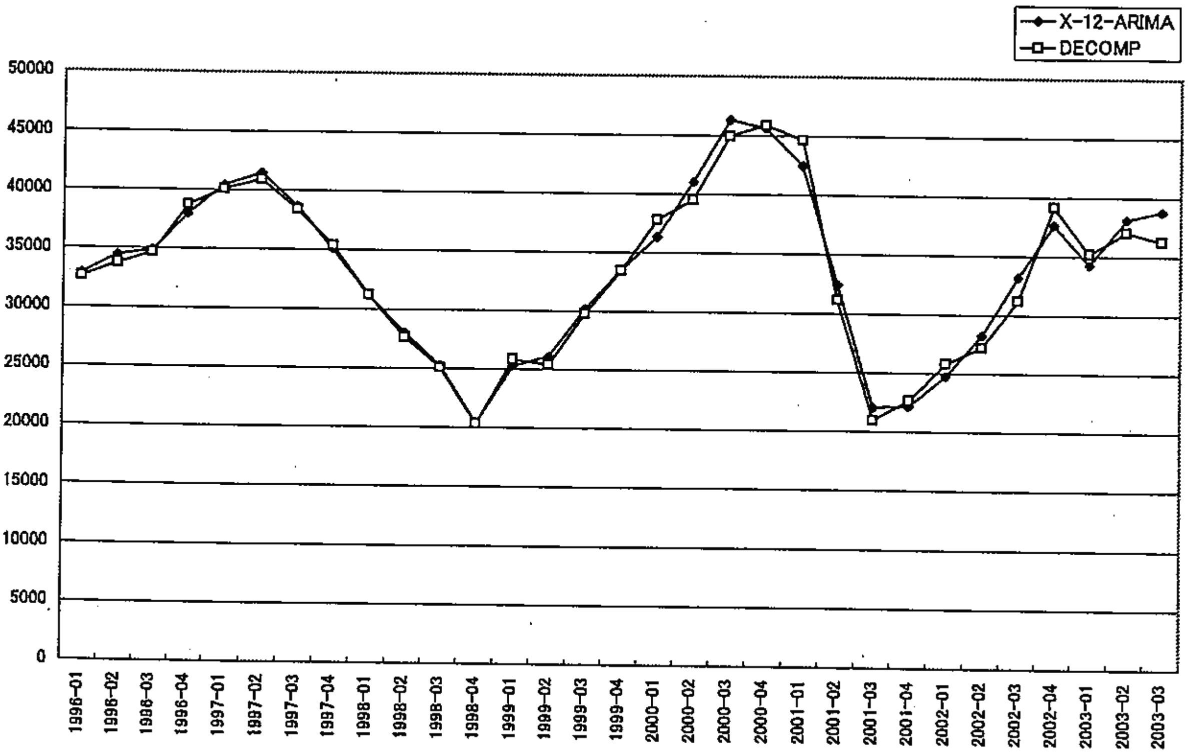


図 2: 季節調整済系列　経常利益製造業

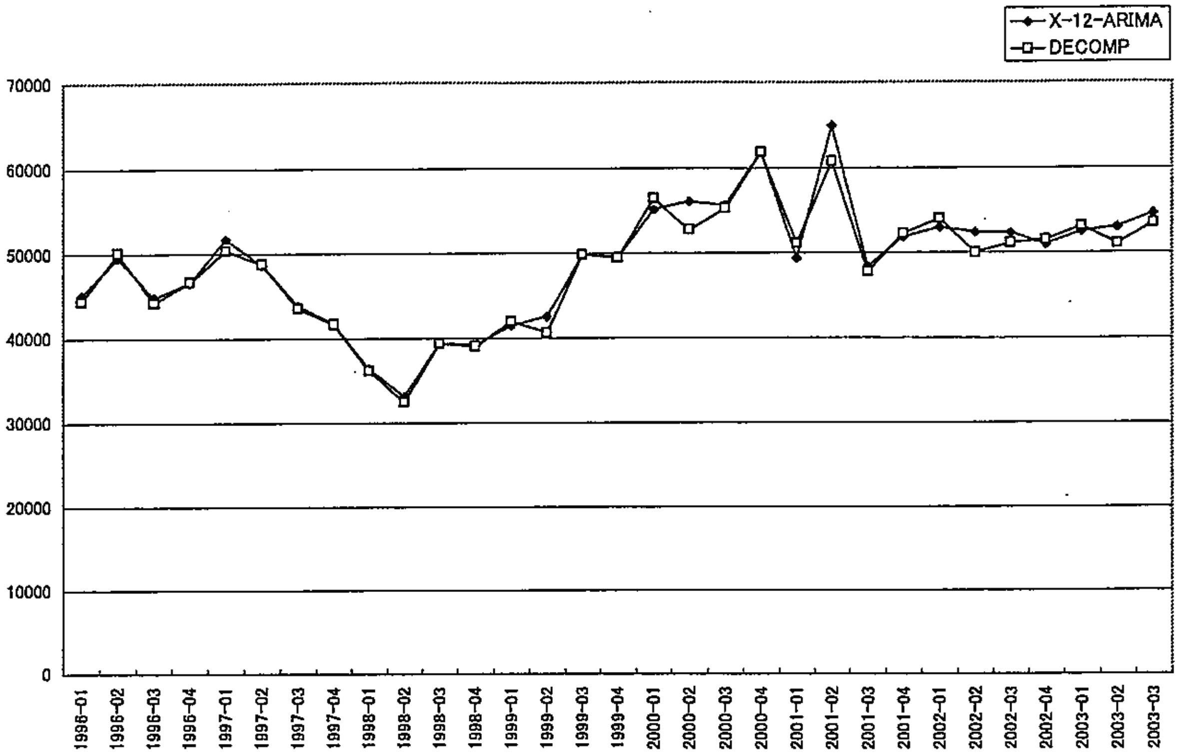


図 3: 季節調整済系列　経常利益非製造業

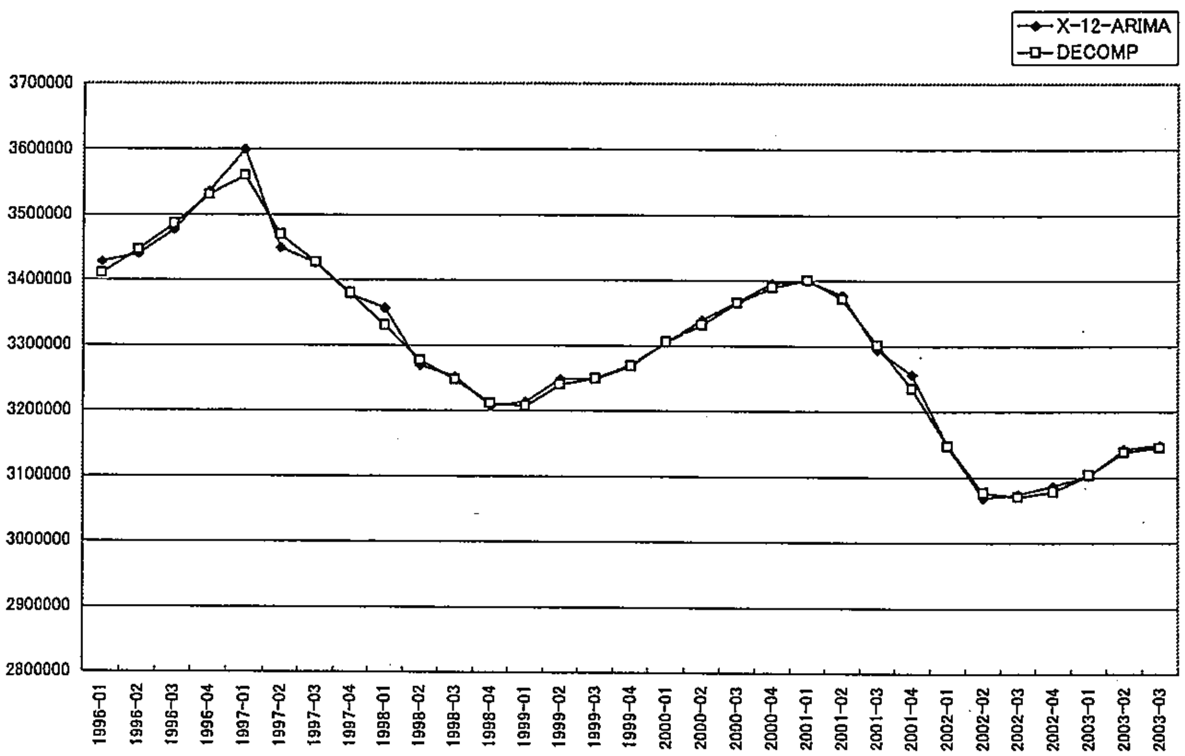


図 4: 季節調整済系列　売上高全産業

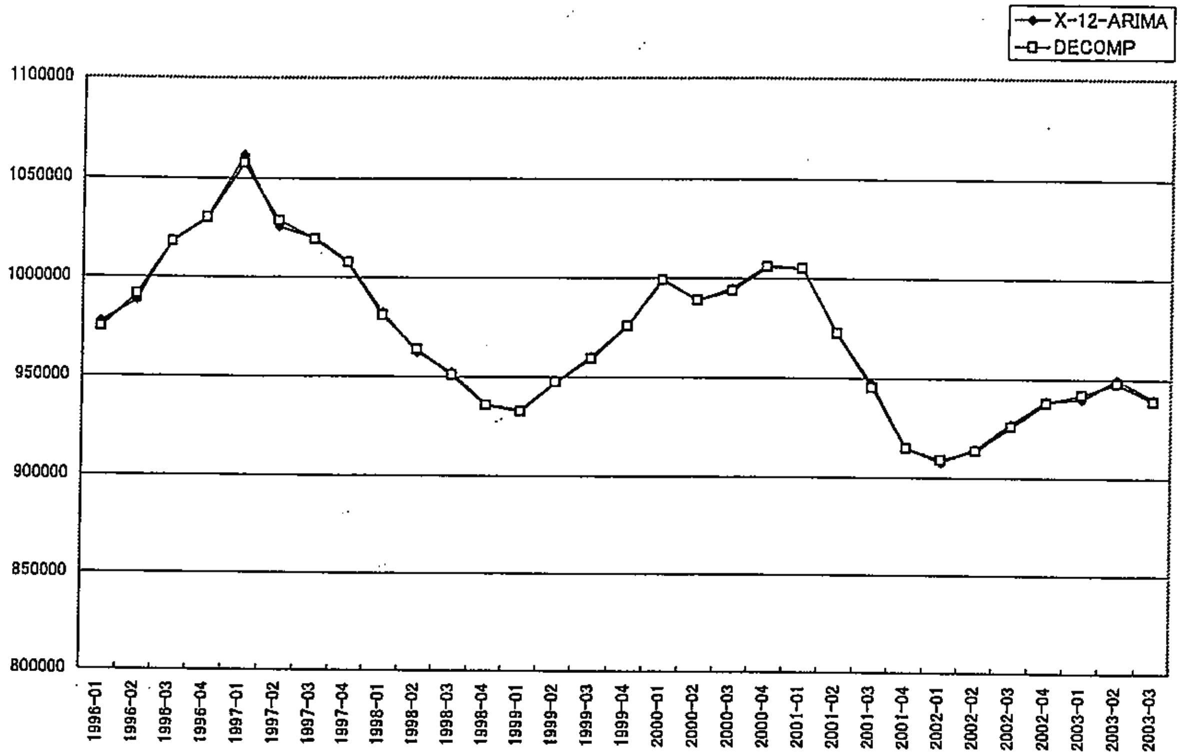


図 5: 季節調整済系列　売上高製造業

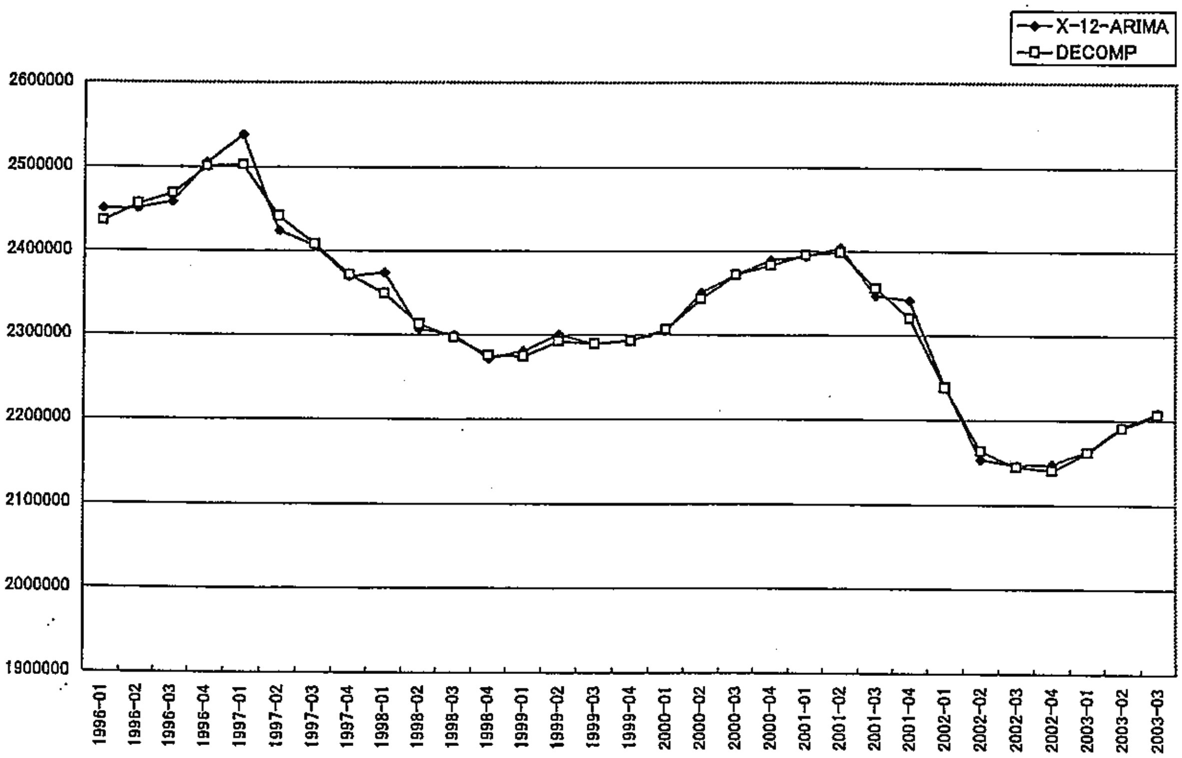


図 6: 季節調整済系列　売上高非製造業

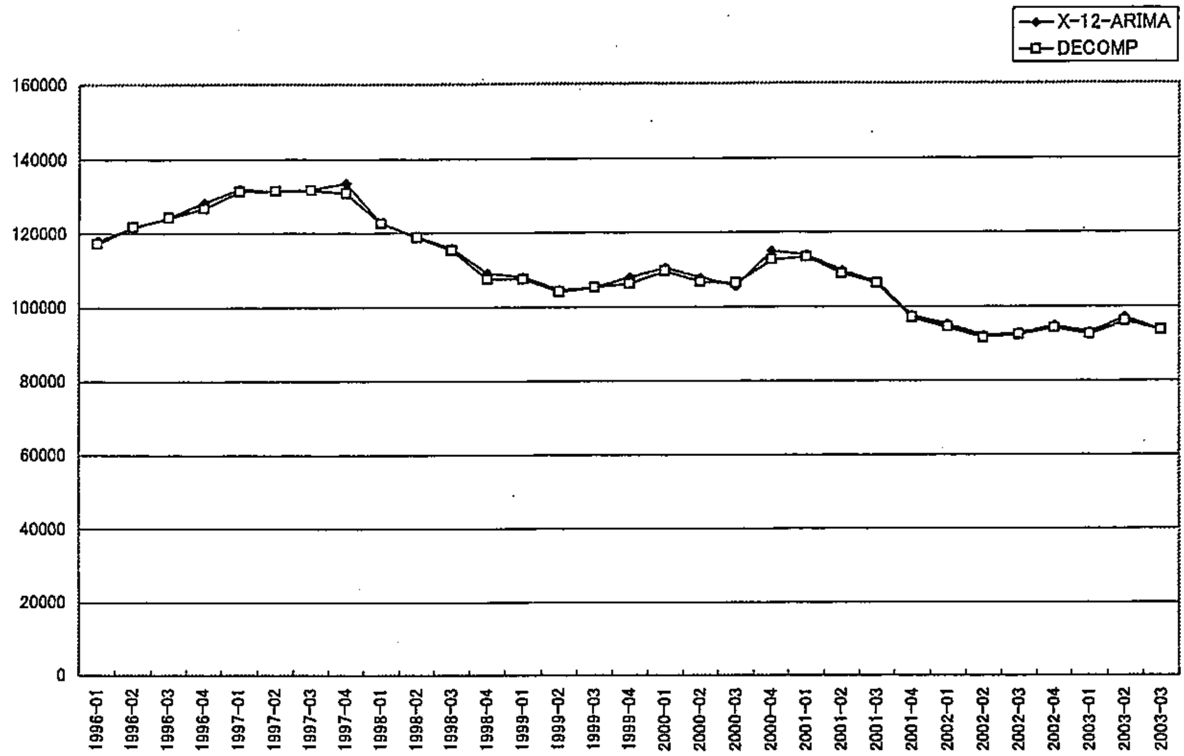


図 7: 季節調整済系列　設備投資全産業

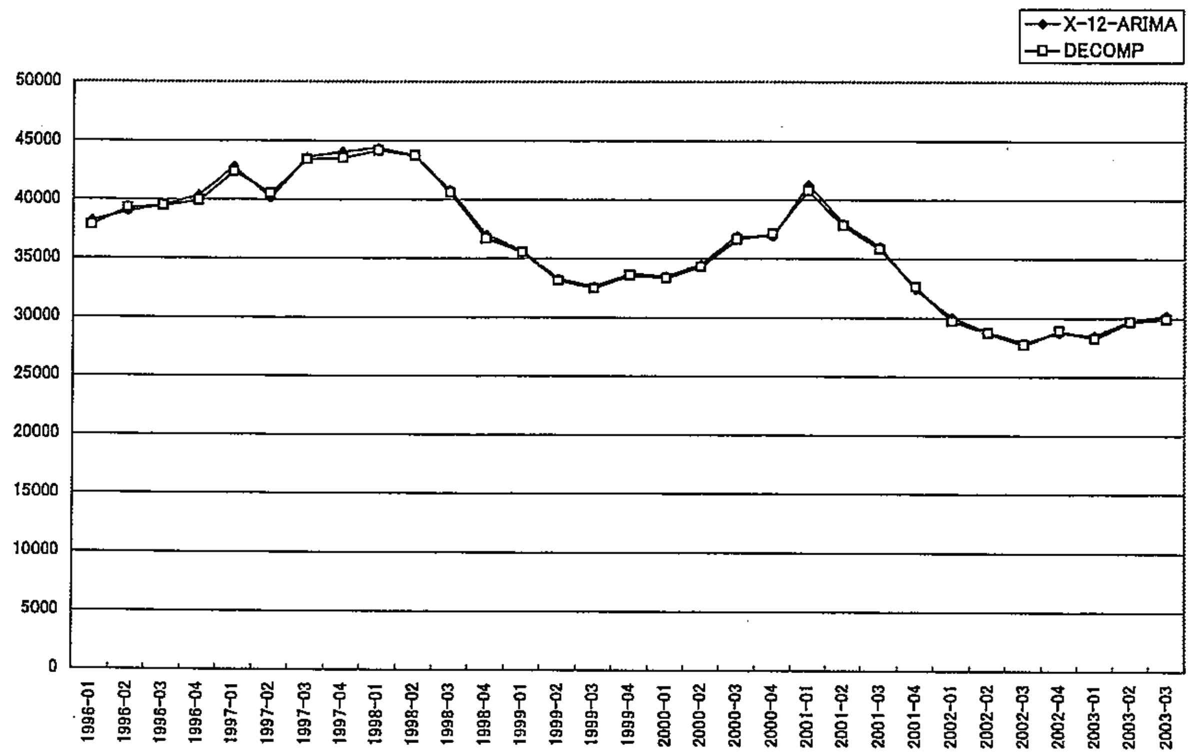


図 8: 季節調整済系列　設備投資製造業

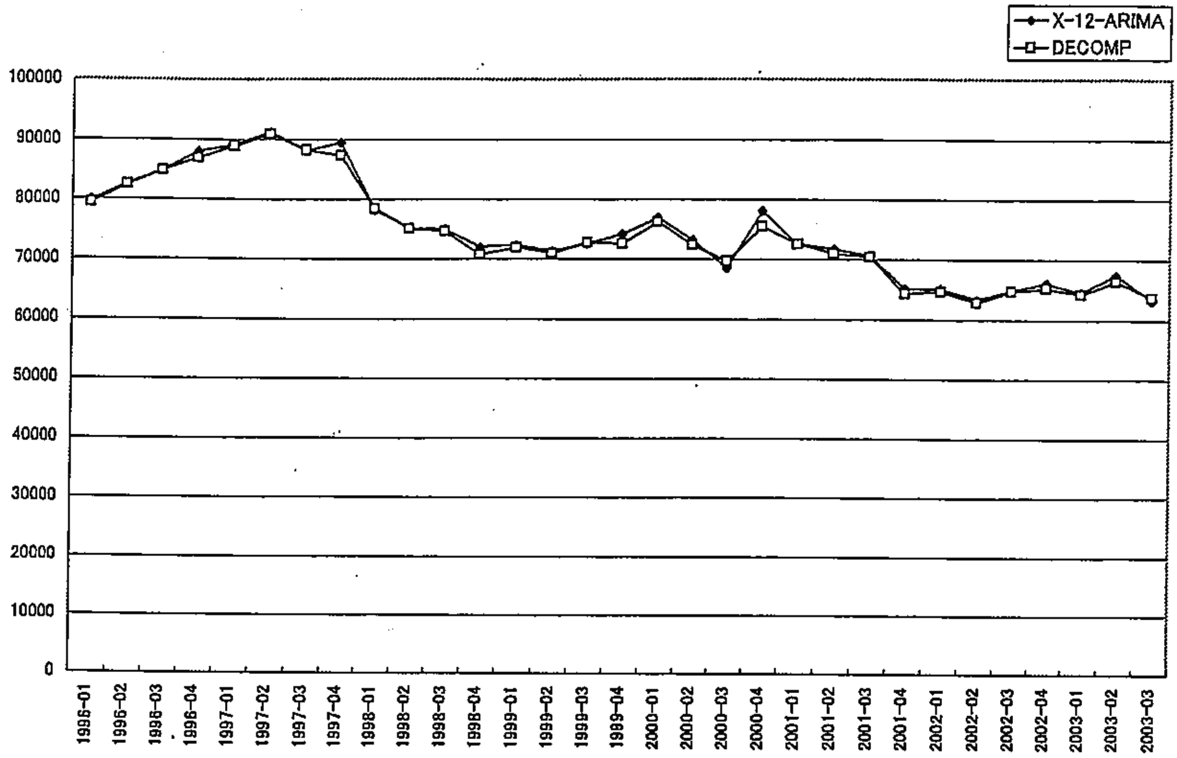


図 9: 季節調整済系列　設備投資非製造業

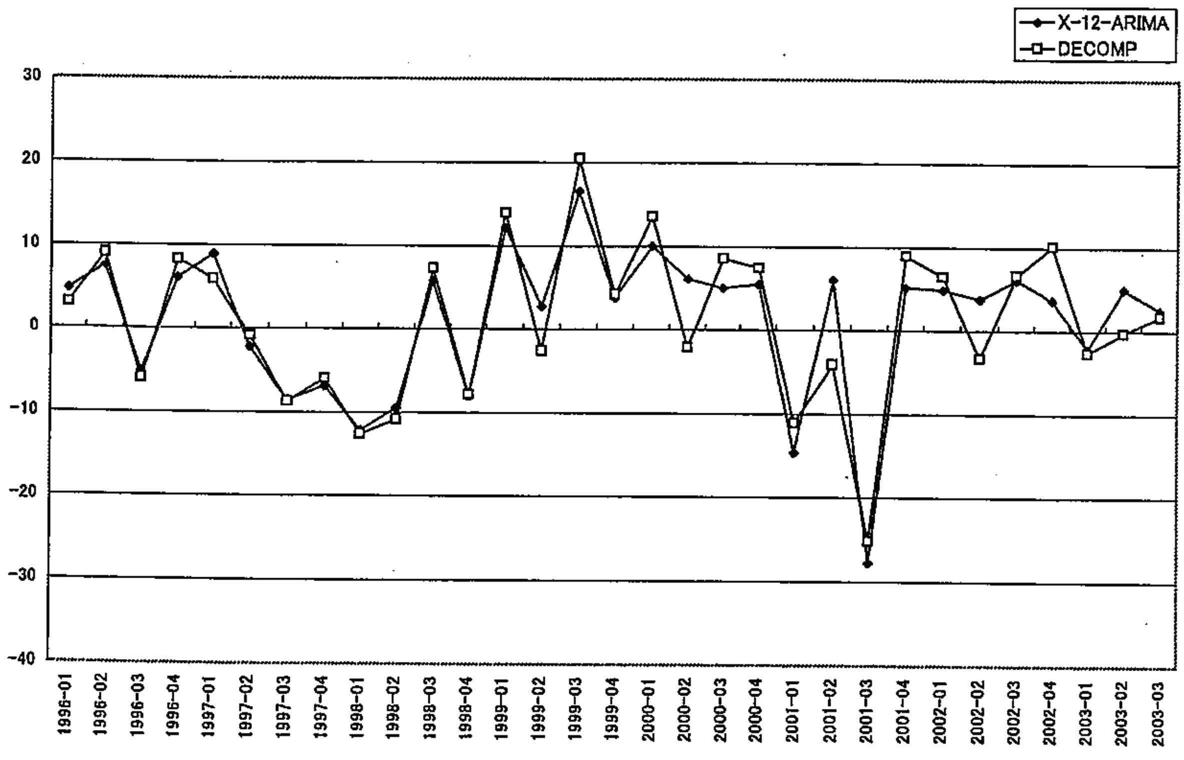


図 10: 前期比増加率　経常利益全産業

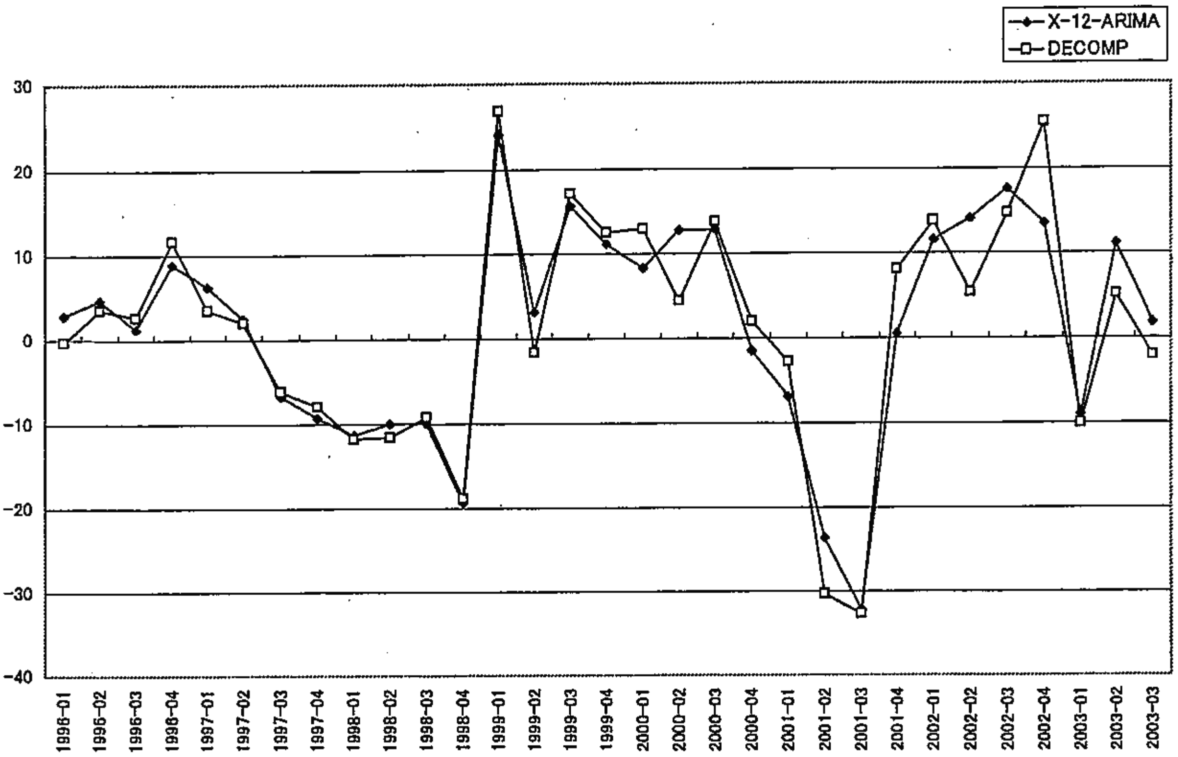


図 11: 前期比増加率　経常利益製造業

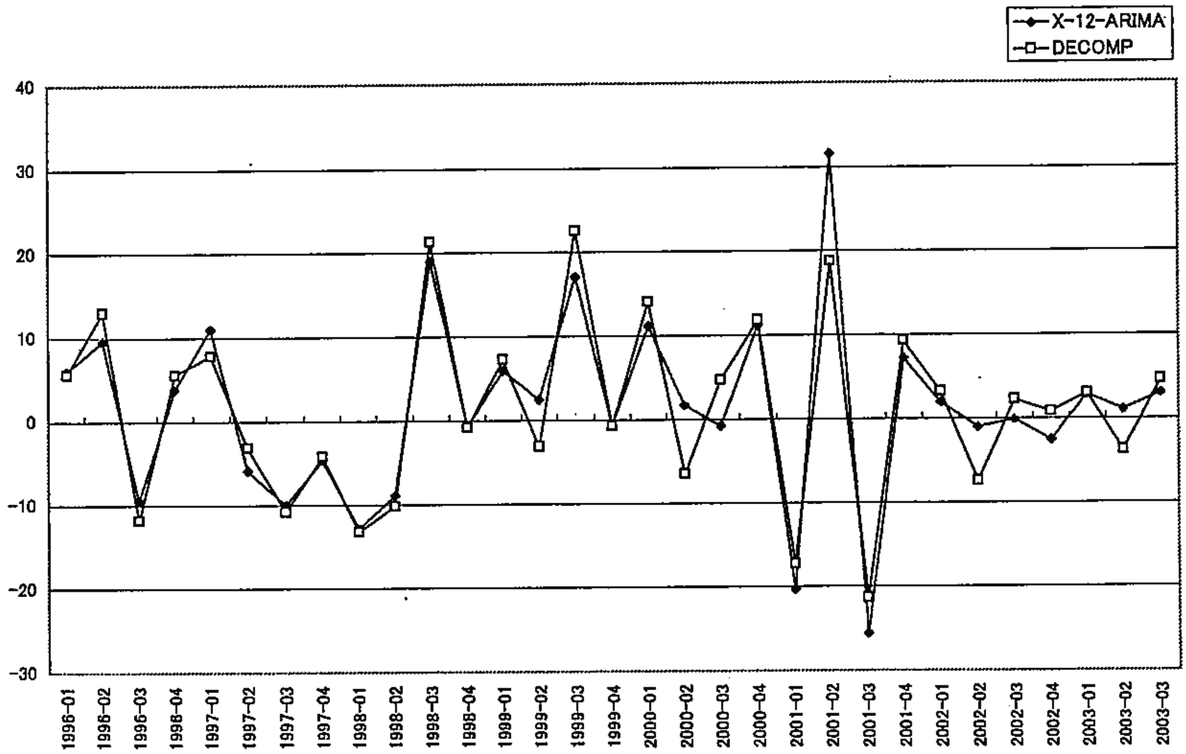


図 12: 前期比増加率　経常利益非製造業

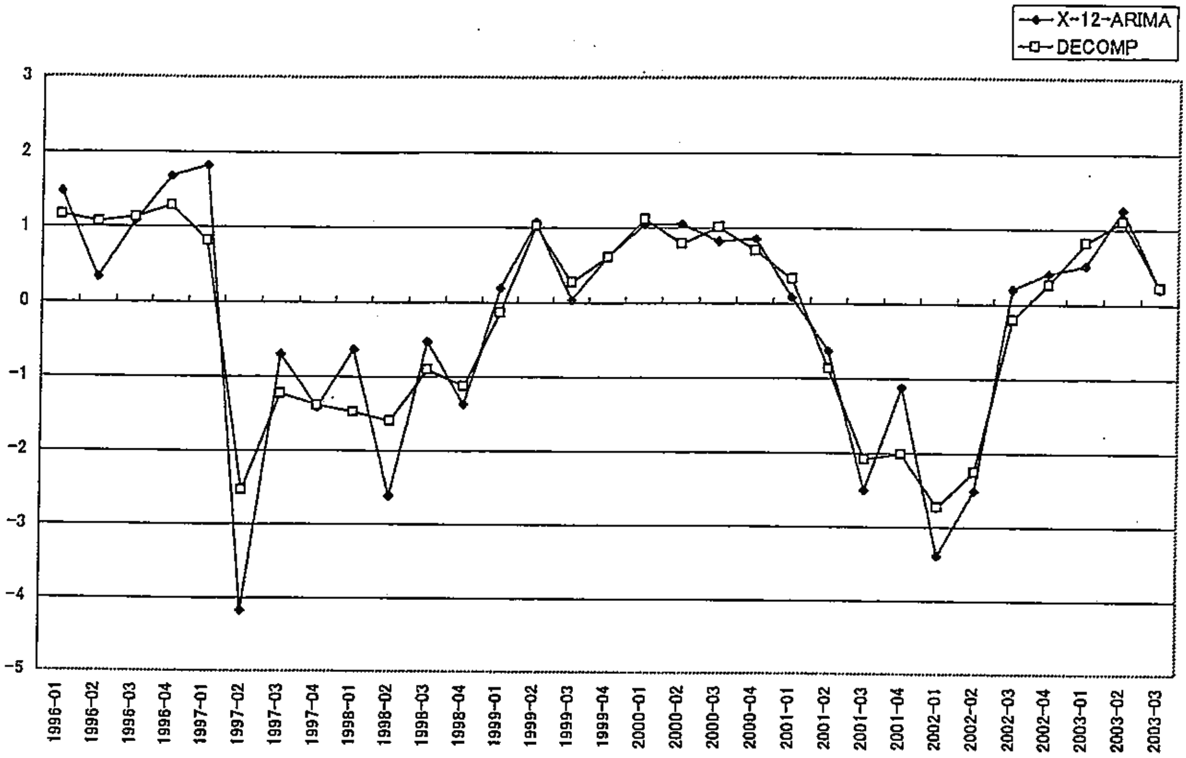


図 13: 前期比増加率　売上高全産業

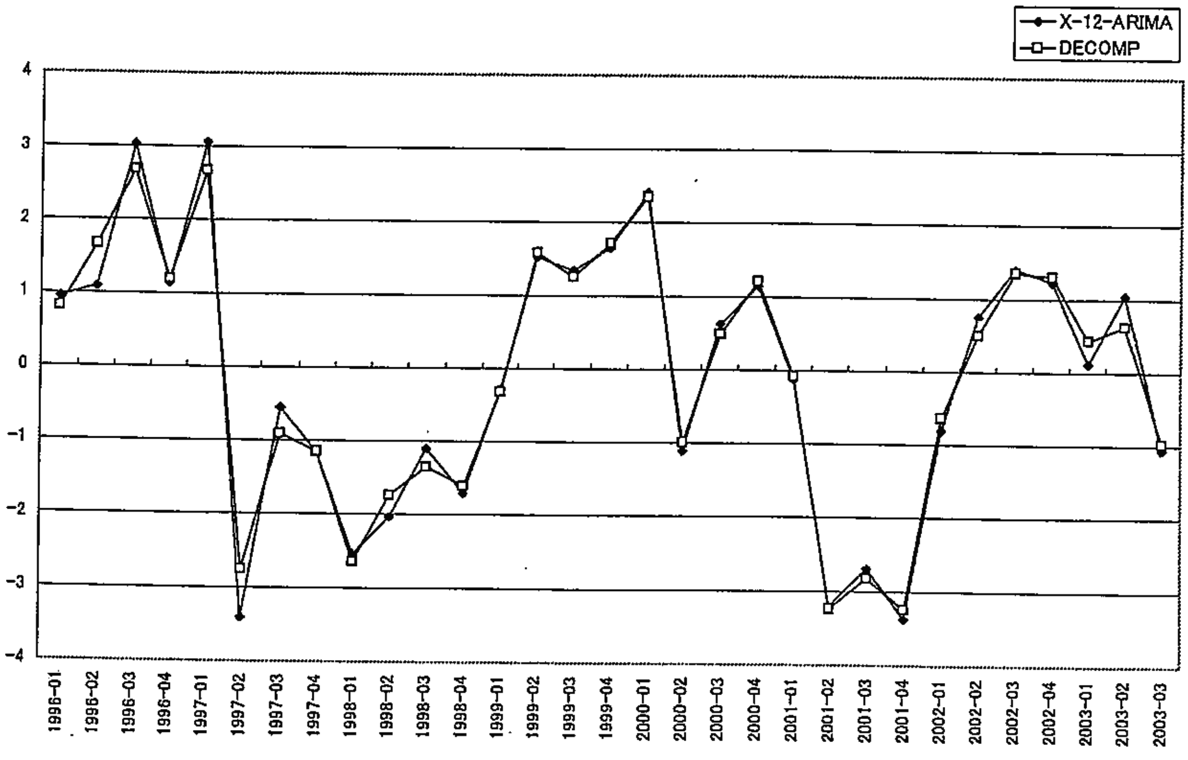


図 14: 前期比増加率　売上高製造業

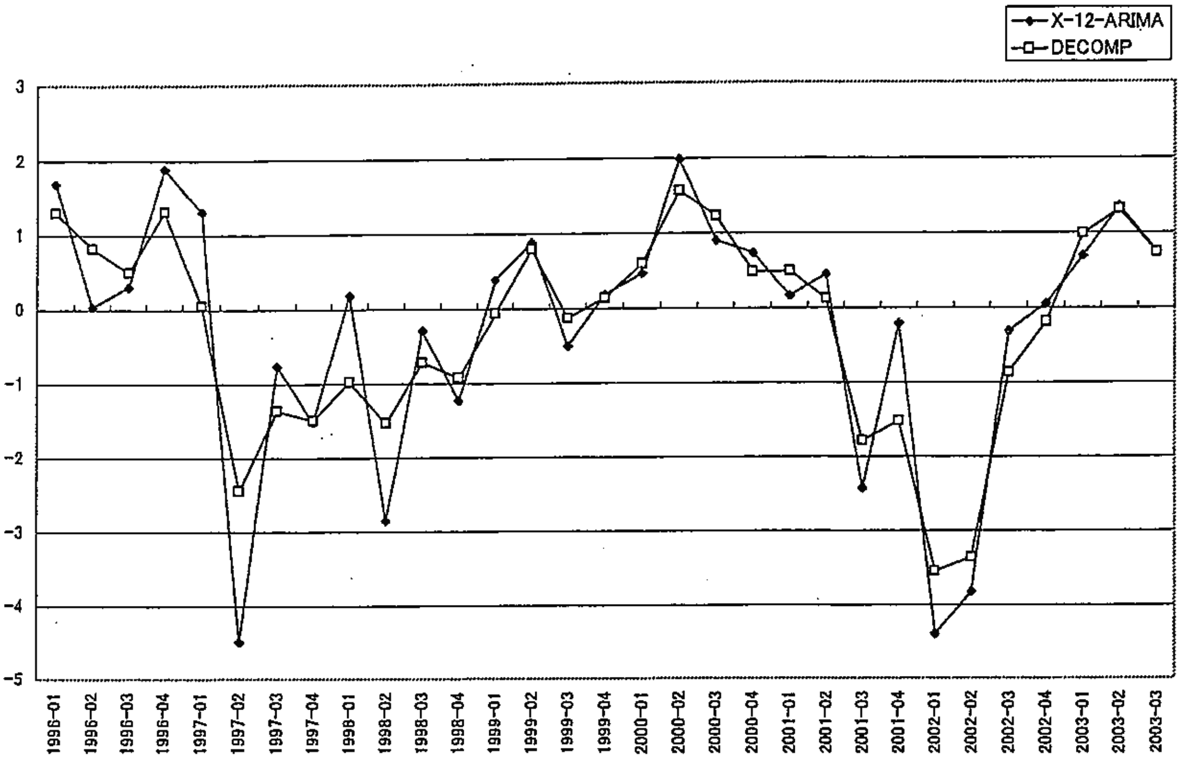


図 15: 前期比増加率　売上高非製造業

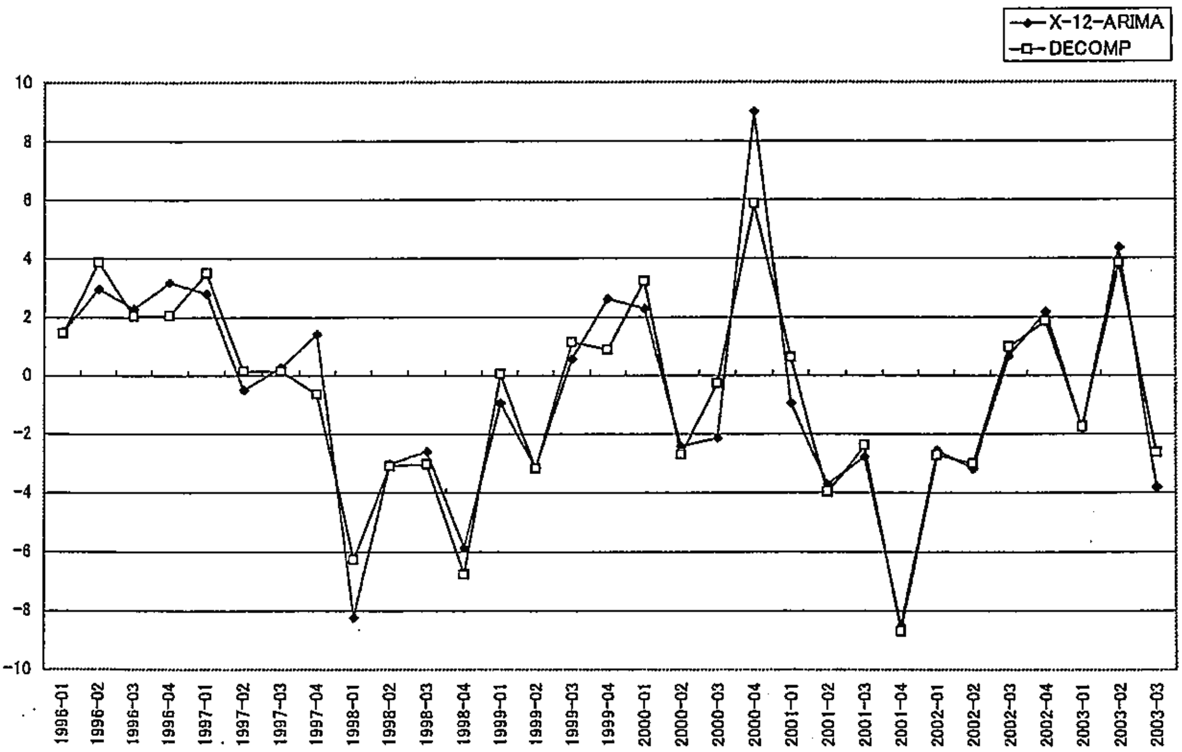


図 16: 前期比増加率　設備投資全産業

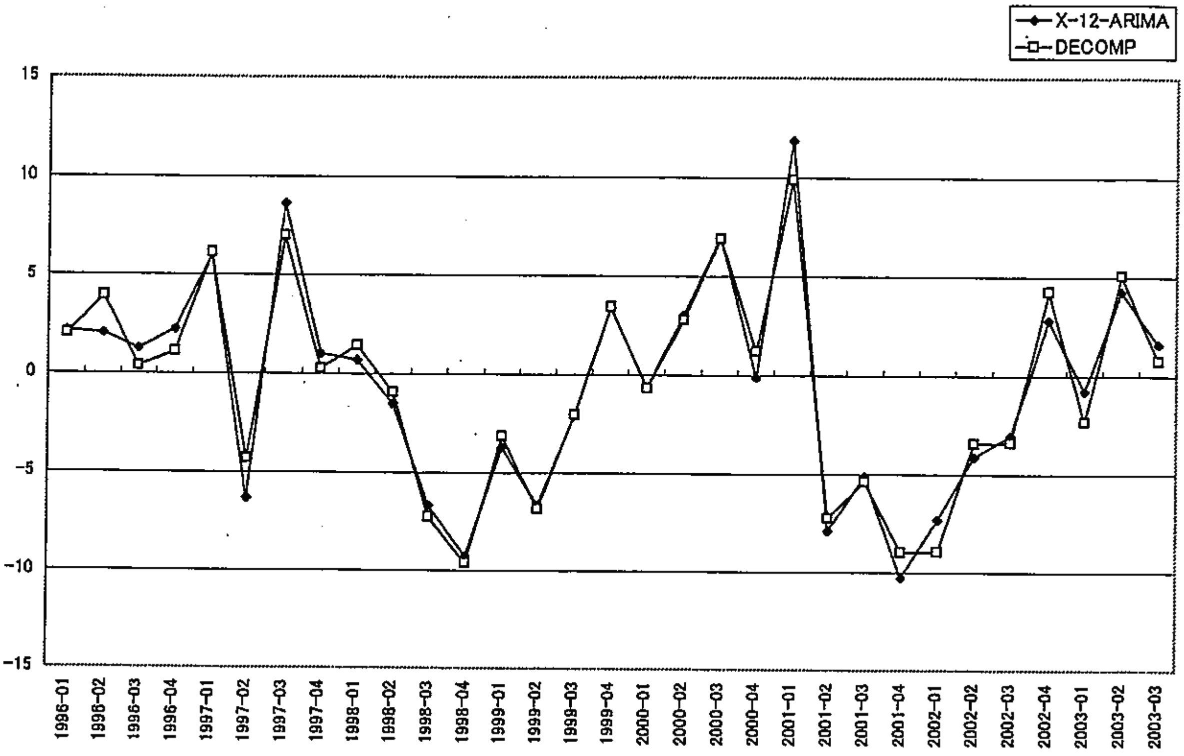


図 17: 前期比増加率　設備投資製造業

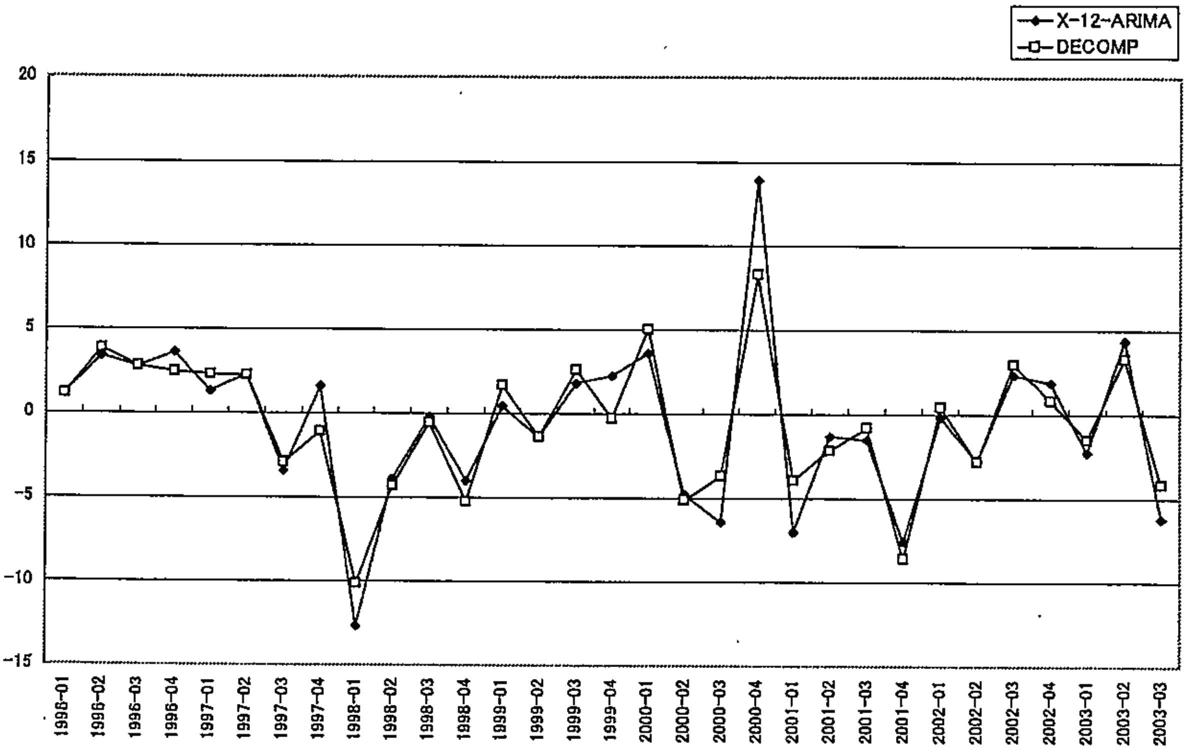


図 18: 前期比増加率　設備投資非製造業

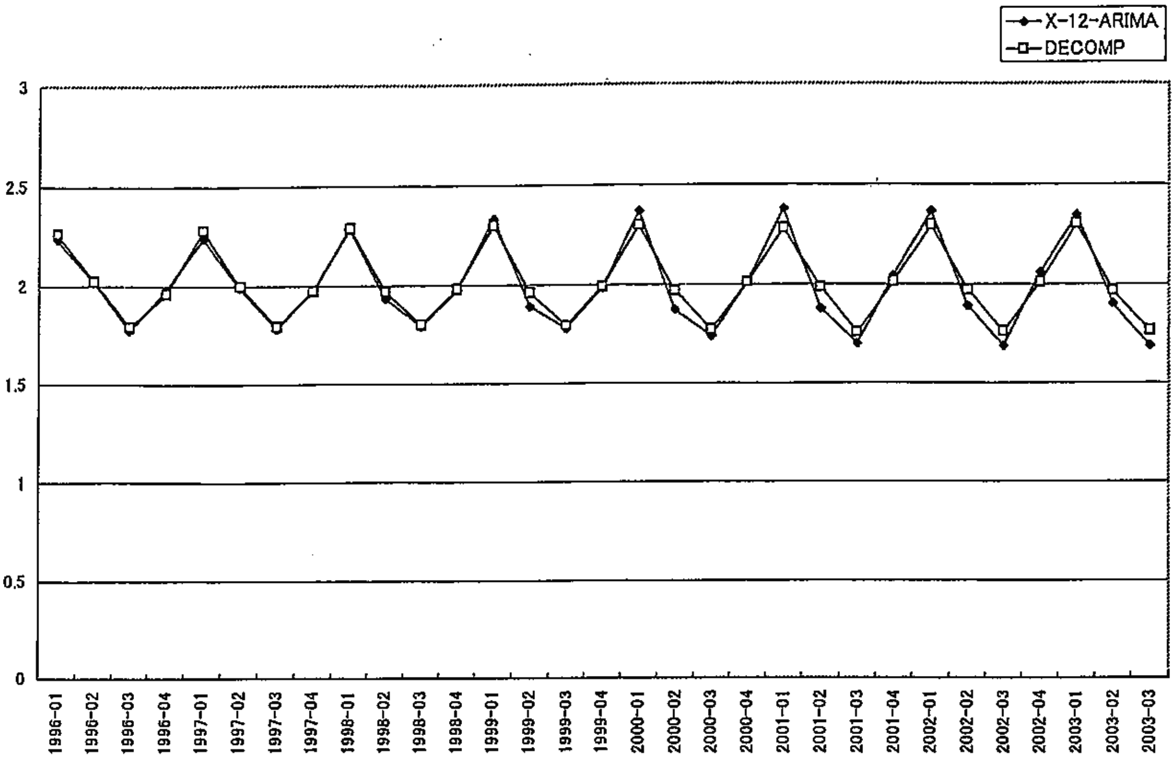


図 19: 季節成分　経常利益全産業

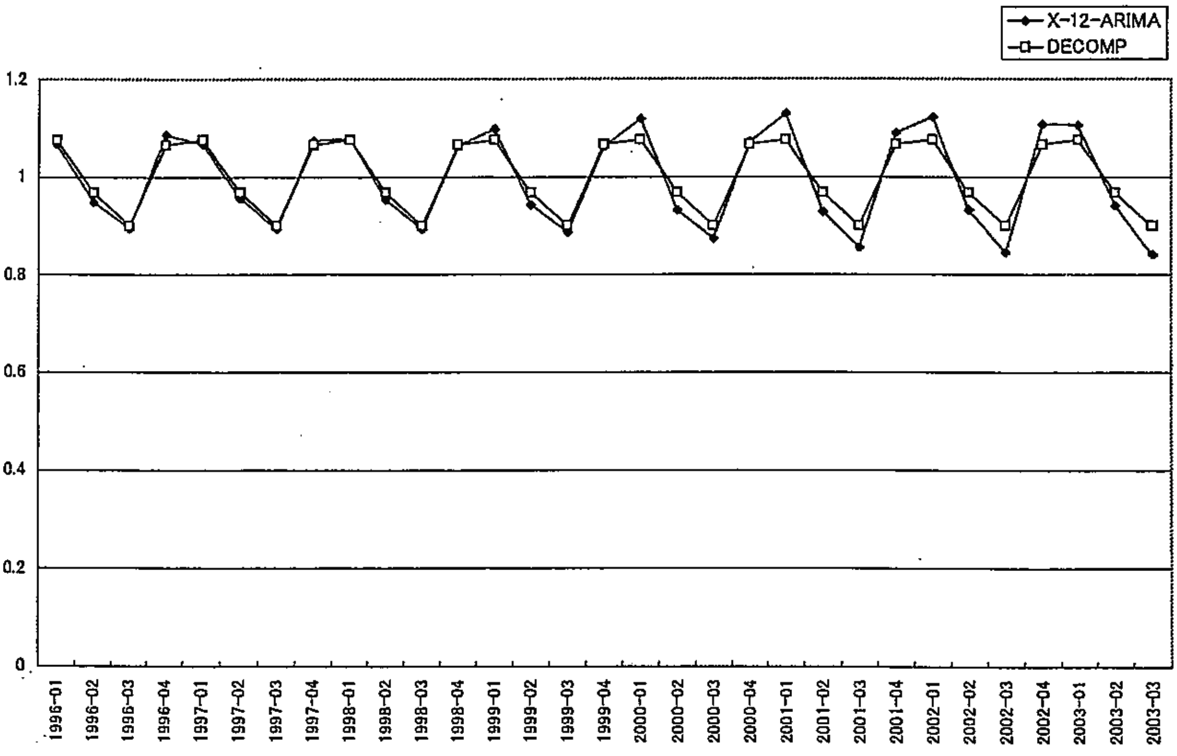


図 20: 季節成分　経常利益製造業

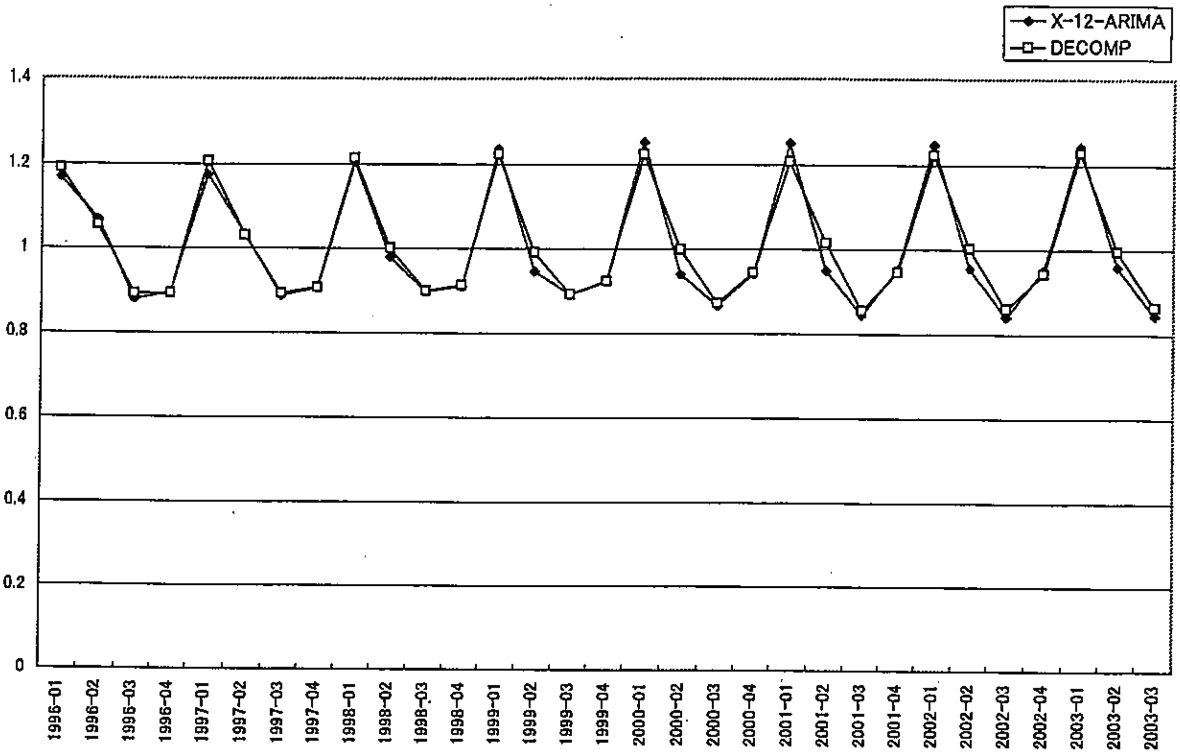


図 21: 季節成分　経常利益非製造業

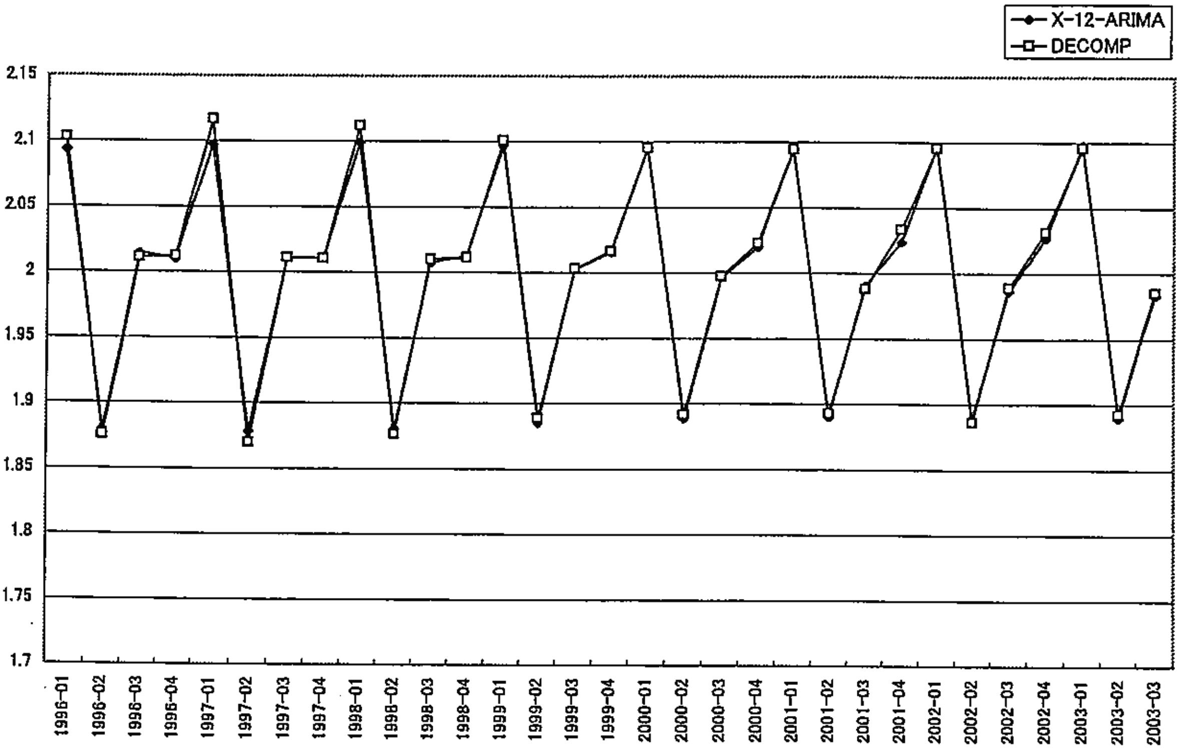


図 22: 季節成分　売上高全産業

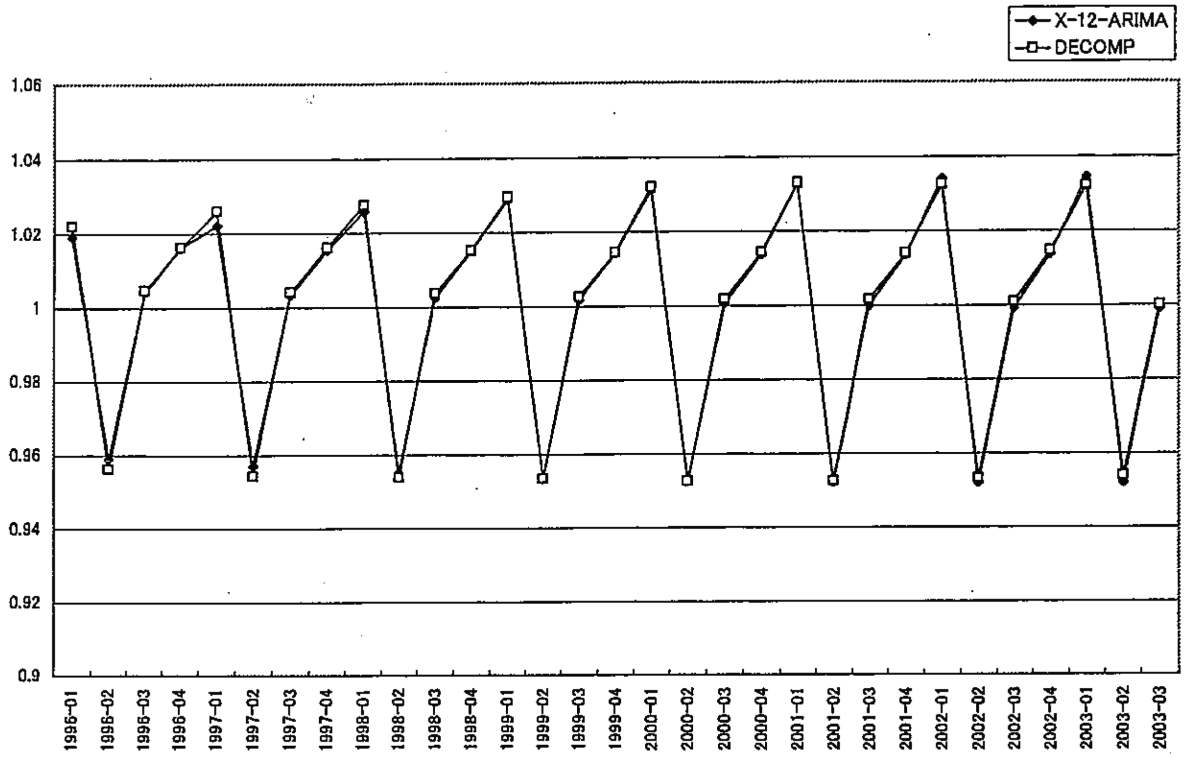


図 23: 季節成分　売上高製造業

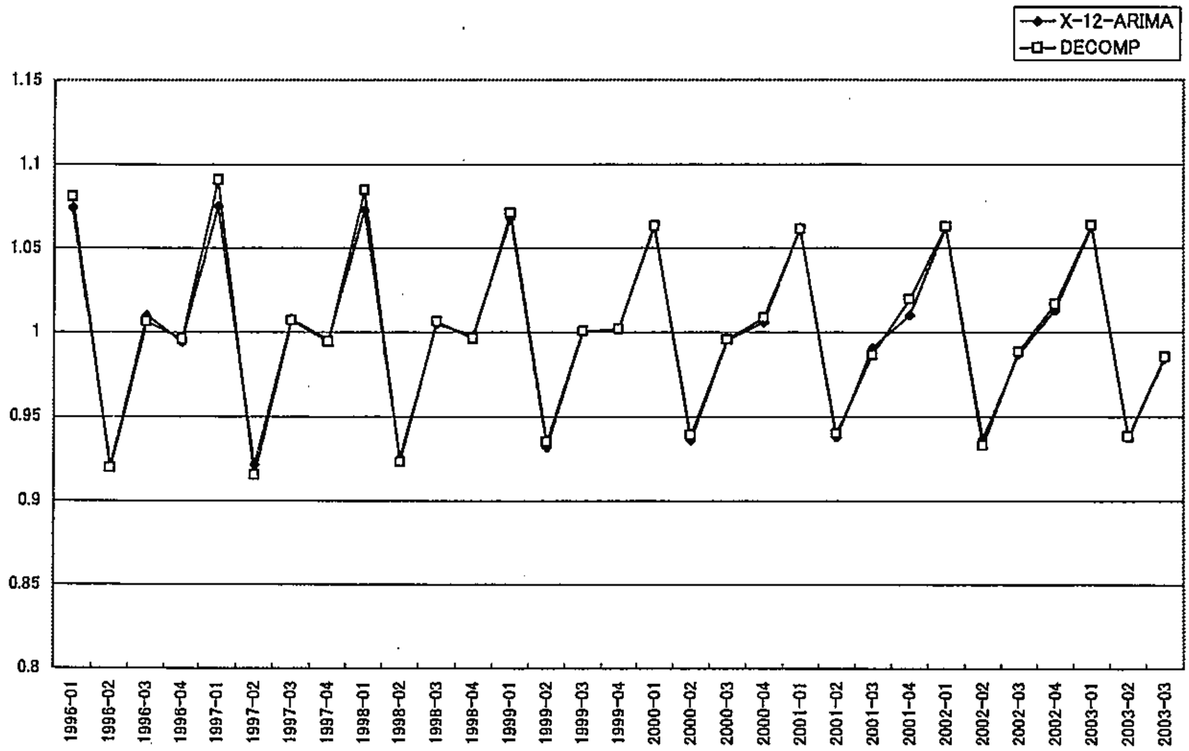


図 24: 季節成分　売上高非製造業

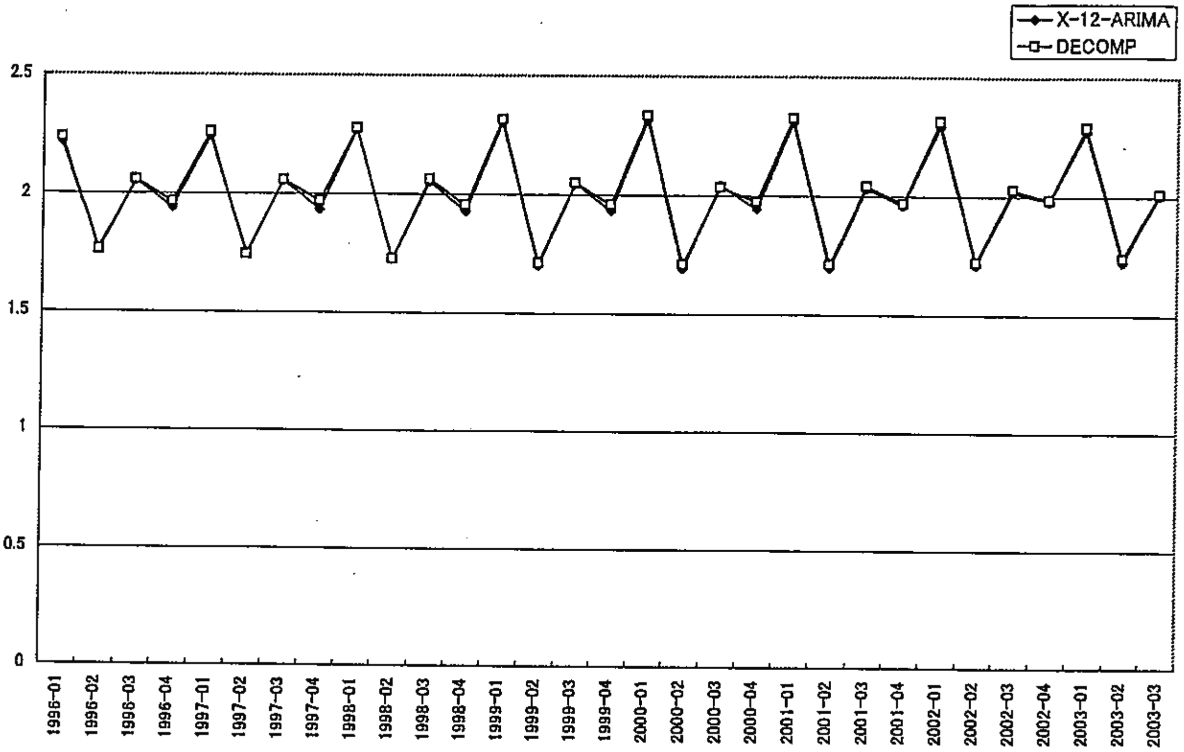


図 25: 季節成分　設備投資全産業

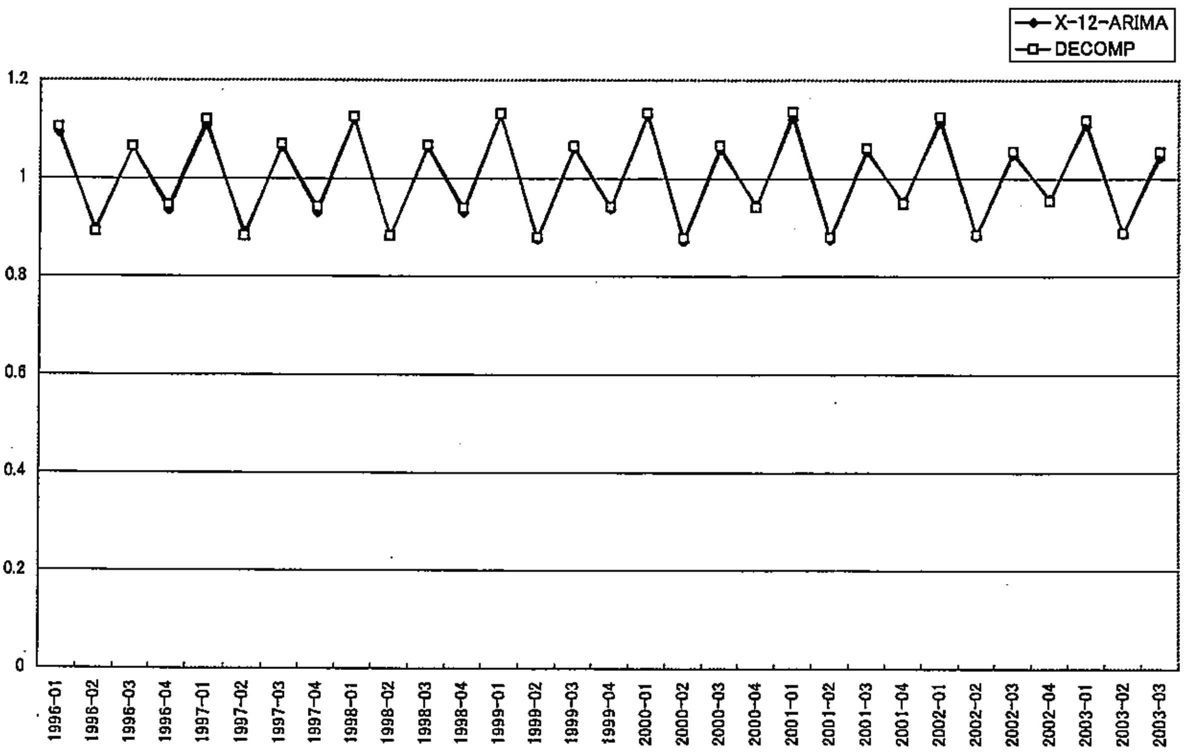


図 26: 季節成分　設備投資製造業

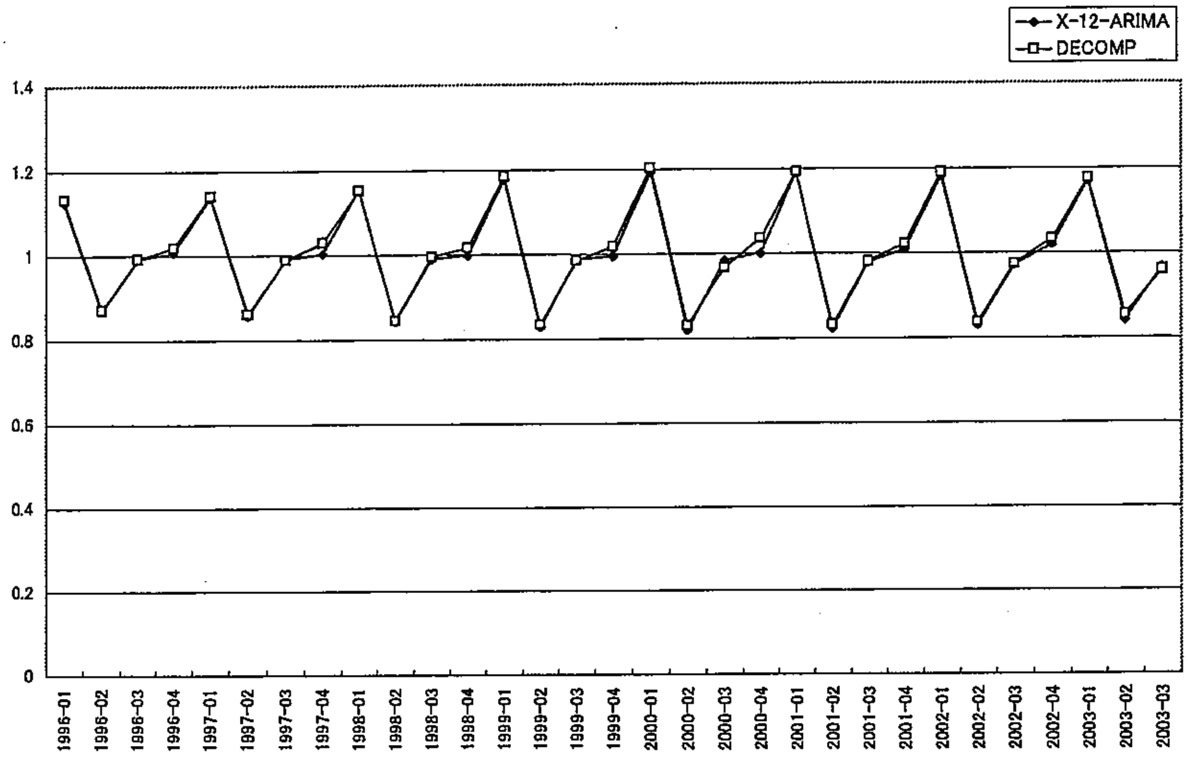


図 27: 季節成分　設備投資非製造業

[レポート]
法人企業統計における季節調整法の点検

国友直人（東京大学大学院経済学研究科教授）
高岡慎（東京大学先端科学技術研究センター特任助手）

2005年3月31日

財務省が調査・作成している法人企業統計（季報）では以前から一次統計調査で得られた原系列とともに、原系列から簡単に計算できる前年同期比の時系列も同時に公表していた. 2002年以降はこれらの系列に加えてさらに、売上高、経常利益、設備投資の統計データに関してはそれぞれ製造業・非製造業・全産業という3系列について季節調整値系列を作成し、それらの系列の前期比伸び率を参考値として公表している. これは国民経済計算をはじめとして、内外において「法人企業統計」を利用している各種のニーズに答え、我が国の企業動向の基礎資料の提供についてより一層の便宜を図ろうとした為に実施したところである.

2002年より実施している法人企業統計における季節調整系列値の具体的作成の方法は、前節の内容にあたる財務総合政策研究所からの依頼により行われた国友・高岡・一場による調査レポート「法人企業統計と季節調整」(2002) にほぼ基づいている. そこでは主として実務的観点からの要請を受ける形で、米国センサス局で開発された季節調整法 X-12-ARIMA プログラムを法人企業統計への具体的利用法についての検討結果を提示した. その後一年が経過し、調査レポート「法人企業統計における季節調整法の点検」(国友・高岡・大和田 (2003)) において、国友・高岡・一場 (2002) で示された方針の点検と、利用した時系列モデルの妥当性が検証された. 国友・高岡・大和田 (2003) では売上非製造業と経常利益製造業の2系列について、時系列モデルを変更すべきとの指摘がなされ、法人季報では 2003.4-6 以降はそれに基づいて季節調整モデルの変更がなされている. なお2004年3月に国友・高岡 (2004) での検証により、2003年4－6以降の系列についてはモデル変更の必要性が無いと判断され、現在に至っている.

本レポートはさらに一年が経過した2004年度末の時点での定期検証の

結果をまとめたものである.

○最新のデータを用いた場合のモデルの変更の有無について

表1は2003年度末の検証時(2004年3月)のモデル選択の結果である. ここでは1985.4-6から2003.7-9までのデータを用い、階差、季節階差を共に1に固定した上でAIC基準によるモデル選択を行っている.

表 1: 1985.4-6から2003.7-9のデータに基づくモデル選択結果

		RegARIMA モデル	消費税効果
売上高	製造業	(211)(211)	なし
	非製造業	(212)(010)	あり
経常利益	製造業	(211)(011)	なし
	非製造業	(110)(012)	あり
設備投資	製造業	(212)(012)	なし
	非製造業	(212)(011)	なし

今回は前回調査時から一年が経過し、4四半期期分のデータが新たに追加された. そこで1985.4-6から2004.7-9までのデータを用いて同様のモデル選択を行った. 消費税効果の有無に関しては、前回調査と同様の設定とした. 結果は表2の通りである.

結果によると、設備投資非製造業、売り上げ製造業、売り上げ非製造業について、AICの比較において最上位モデルに変化が見られた. また6系列のそれぞれについて、良好なAIC値を与える上位5個のモデルを表3から表5に示した.　　これによると、モデルの変更が見られた系列のうち設備投資製造業および売り上げ製造業ついては、いずれも前回選択されたモデルが2位に入っており、AICの違いも僅少である. 従ってデータの傾向としてはいずれの系列についても安定的ではあるが、直近のデータの影響でAIC順位における若干の変化が生じたと考えられる. また売り上げ非製造業で前年度採用されていたモデルは(2 1 2)(0 1 0)で、

表 2: 1985.4-6 から 2004.7-9 のデータに基づくモデル選択結果

		RegARIMA モデル	消費税効果
売上高	製造業	(211)(212)	なし
	非製造業	(111)(212)	あり
経常利益	製造業	(211)(011)	なし
	非製造業	(110)(012)	あり
設備投資	製造業	(212)(012)	なし
	非製造業	(112)(011)	なし

表 3: 経常利益の AIC 上位モデル

	製造業		非製造業	
順位	モデル	AIC	モデル	AIC
1	(2 1 1)(0 1 1)	2106.9834	(1 1 0)(0 1 2)	2157.4909
2	(2 1 2)(2 1 2)	2108.0146	(1 1 0)(1 1 1)	2158.3629
3	(2 1 2)(1 1 1)	2108.2142	(2 1 2)(1 1 2)	2158.7028
4	(2 1 2)(1 1 2)	2108.2179	(0 1 1)(0 1 2)	2158.7965
5	(2 1 1)(1 1 2)	2108.7209	(2 1 2)(0 1 1)	2158.8474

	製造業		非製造業	
順位	モデル	AIC	モデル	AIC
1	(2 1 1)(2 1 2)	2333.9735	(1 1 1)(2 1 2)	2467.8548
2	(2 1 1)(2 1 1)	2334.0530	(2 1 1)(2 1 2)	2469.2134
3	(2 1 2)(2 1 0)	2334.2973	(2 1 0)(2 1 2)	2470.8031
4	(1 1 2)(2 1 2)	2335.4157	(2 1 2)(2 1 2)	2471.0083
5	(2 1 2)(2 1 2)	2335.5155	(0 1 0)(0 1 0)	2471.0330

表 4: 売上高の AIC 上位モデル

	製造業		非製造業	
順位	モデル	AIC	モデル	AIC
1	(2 1 2)(0 1 2)	2021.2931	(1 1 2)(0 1 1)	2111.0003
2	(2 1 2)(2 1 0)	2022.4936	(2 1 2)(0 1 1)	2111.8148
3	(2 1 2)(2 1 1)	2022.8614	(0 1 2)(0 1 1)	2111.9891
4	(2 1 2)(1 1 2)	2023.0327	(2 1 2)(0 1 2)	2112.5589
5	(1 1 2)(2 1 0)	2023.9460	(1 1 2)(2 1 0)	2112.7267

表 5: 設備投資の AIC 上位モデル

今回のランクではAICが2472.2375で10位となっていた. 図28から図31は、1985.4-6から2004.7-9のデータについて、今回選択されたモデルを使用した場合と、昨年度のモデルを継続して使用した場合について比較を行ったものである. モデルの変更があった売り上げ非製造業および、全産業について*比較している. これを見る限りでは調整系列の水準についても前期比伸び率についてもモデルの違いによる結果の相違はほとんど見られなかった.

これらのモデルによる季節調整系列、前期比伸び率、季節成分の直近の変動を図1から図27に示した. いずれのグラフも1985.4-6から2004.7-9のデータに基づいてモデル選択および季節調整を行った結果の、1997.1-3以降の変化を示している. また比較のためにDecompによる季節調整結果を並べて表示している. X-12-ARIMAのモデルでは階差および季節階差をそれぞれ1に固定しているので、Decompのトレンド次数は2に固定し、循環成分を含めずに計算を行っている. 2つの異なる季節調整法による結果は、全体としては大きな乖離は見られず、安定した調整が行われていると考えられる.

しかしながら設備投資非製造業、売り上げ製造業、売り上げ非製造業に関して、1985.4-6から2004.7-9のデータに基づいて今回選択されたモデルは昨年度のモデルと異なっているため、次回公表時から表2で示されたモデルへの変更を検討すべきと思われる.

*全産業の季節調整済み系列は製造業と非製造業の季節調整済系列の合計で定義しているので、個々の調整に変化があった場合には全産業の調整に影響が及ぶ.

参考文献

Akaike, H. (1973), "Information Theory and an Extension of the Likelihood Principle," in the *Second International Symposium on Information Theory*, eds. B.N. Petrov and F. Czaki, Budapest: Akademia Kiado, 267-287.

Findley, D.F., B.C. Monsell, W.R. Bell, M.C. Otto, B.C. Chen (1998), "New Capabilities and Methods of the X-12-ARIMA Seasonal Adjustment Program," *Journal of Business and Economic Statistics*, 16, 127-176 (with Discussion).

U.S. Bureau of Census (2000), "X-12-ARIMA Reference Manual Version 0.2.7," Statistical Research Division, （http://www.census.gov/srd/www/x12a よりダウンロードが可能）.

北川源四郎 (1993)「時系列プログラミング」岩波書店.

国友直人 (2001a)「解説 X-12-ARIMA2000」
（http://www.e.u-tokyo.ac.jp/cirje/research/dp/2001/2001cj47.pdf）.

国友直人 (2001b)「季節調整法 X-12-ARIMA(2000) の利用：法人企業統計の事例」, 経済学論集（東京大学経済学部）, ６７巻３号, １－２９.

国友直人・高岡慎・一場知之 (2002)「法人企業統計と季節調整」、財務省財務総合政策研究所.

国友直人・高岡慎・大和田孝 (2003)「法人企業統計における季節調整法の点検」、財務省財務総合政策研究所.

国友直人・高岡慎 (2004)「法人企業統計における季節調整法の点検」、財務省財務総合政策研究所.

溝口敏行・刈屋武昭 (1983)「経済時系列分析入門」(日本経済新聞社).

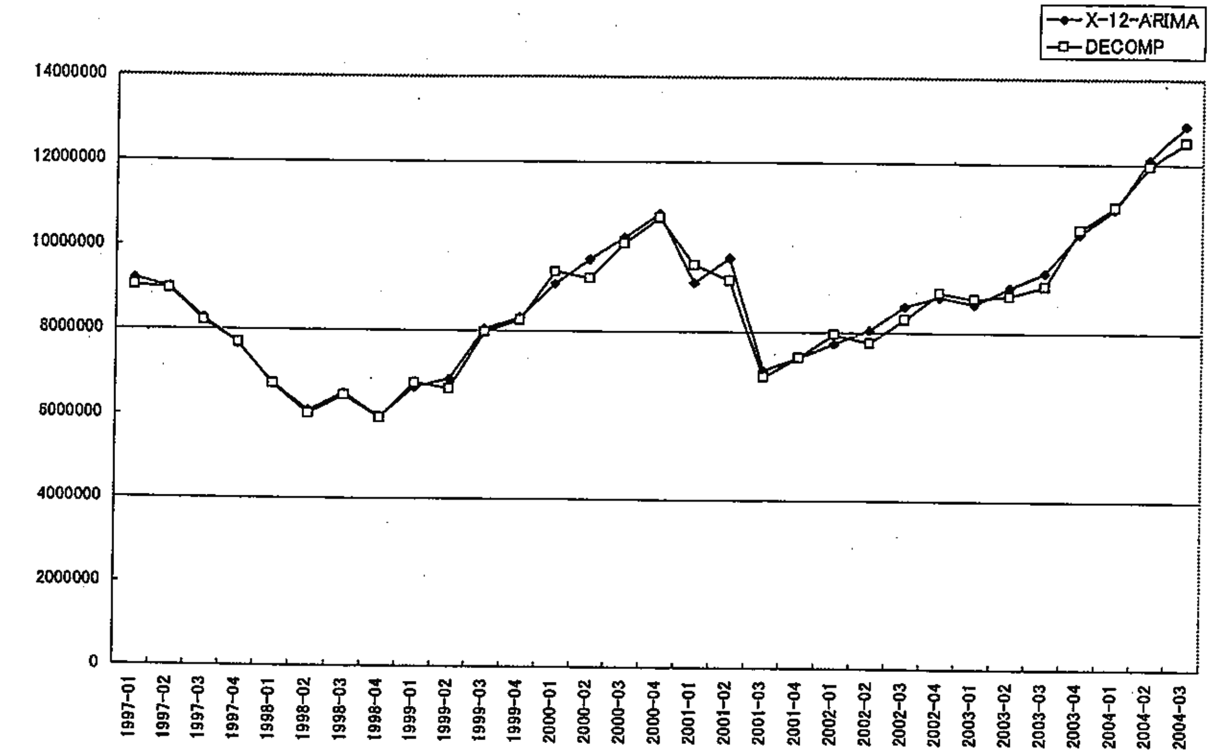


図 1: 季節調整済系列　経常利益全産業

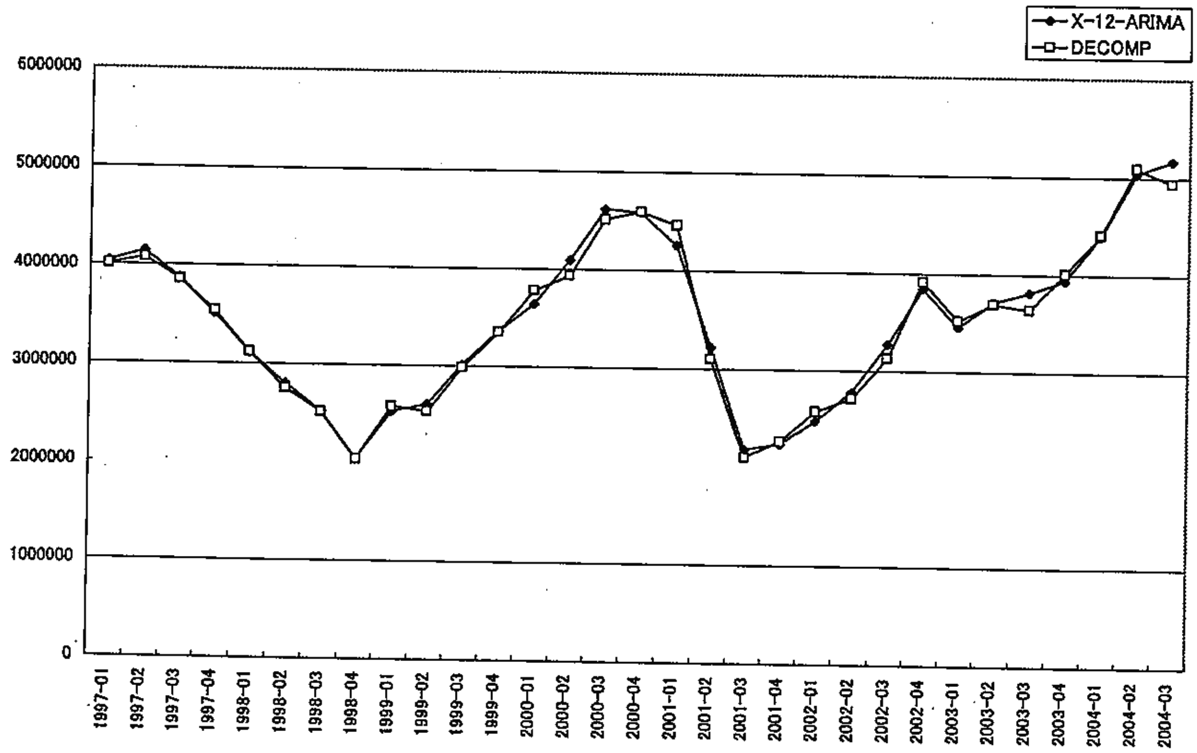


図 2: 季節調整済系列　経常利益製造業

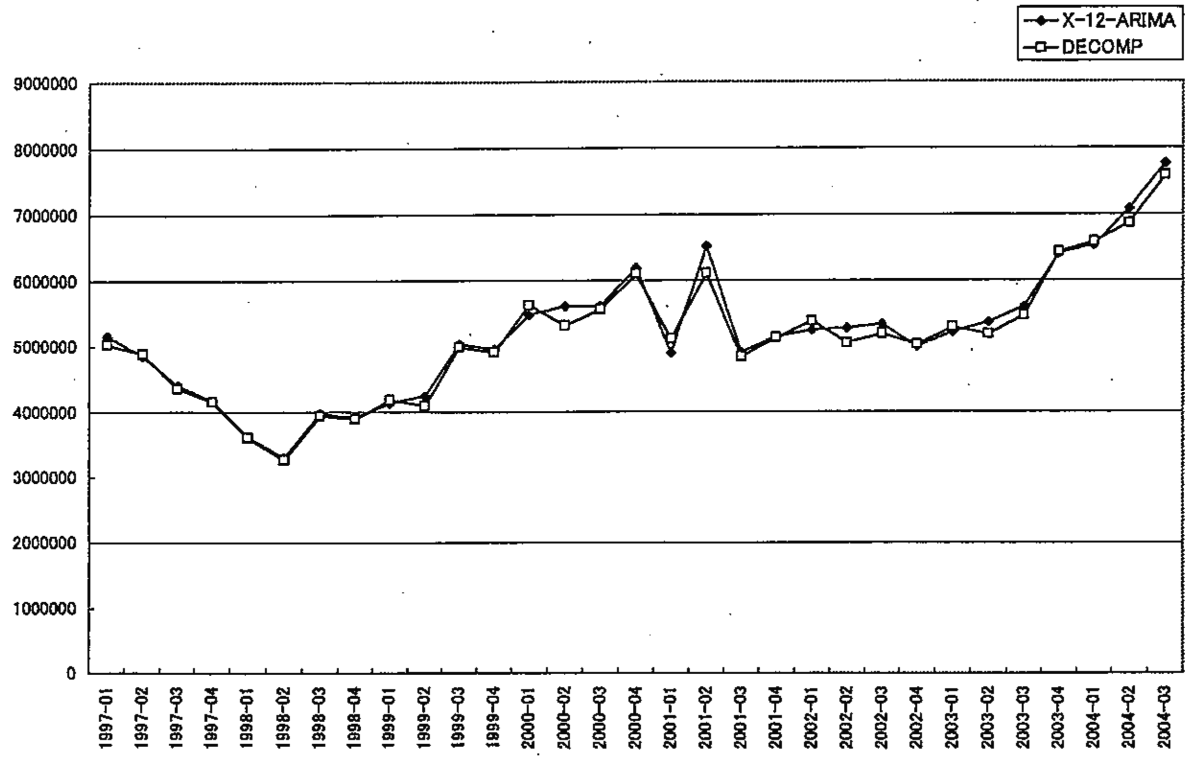


図 3: 季節調整済系列　経常利益非製造業

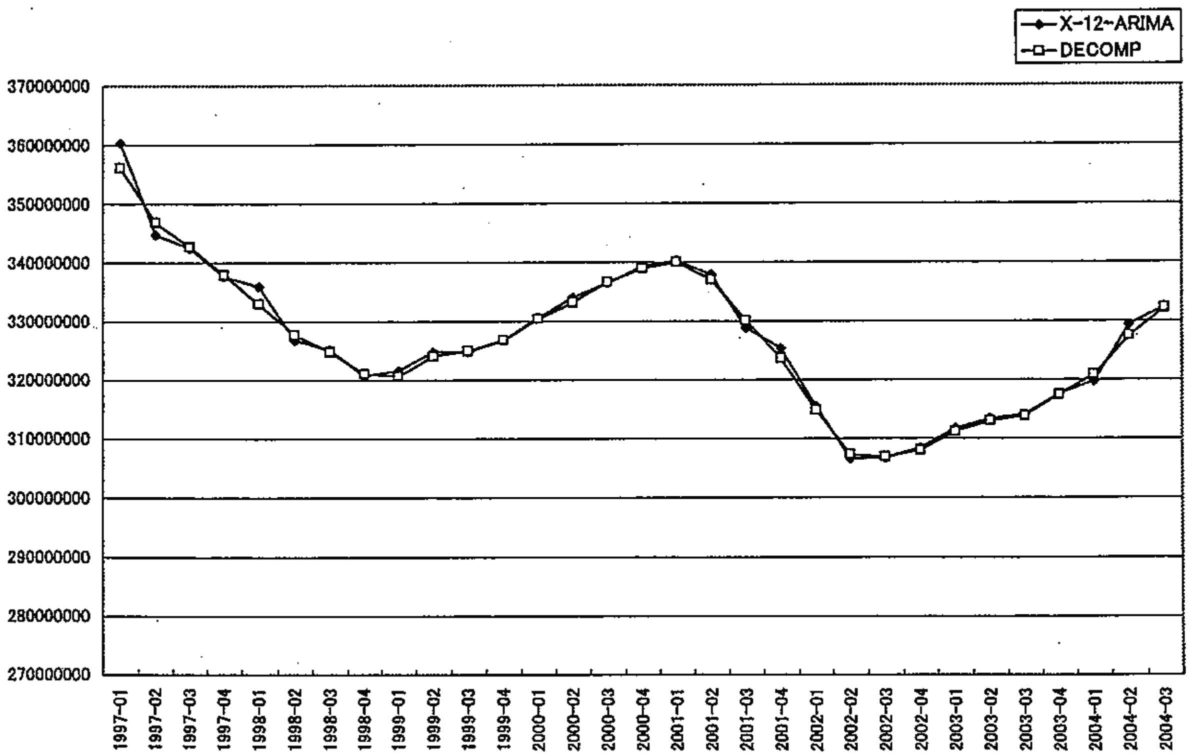


図 4: 季節調整済系列　売上高全産業

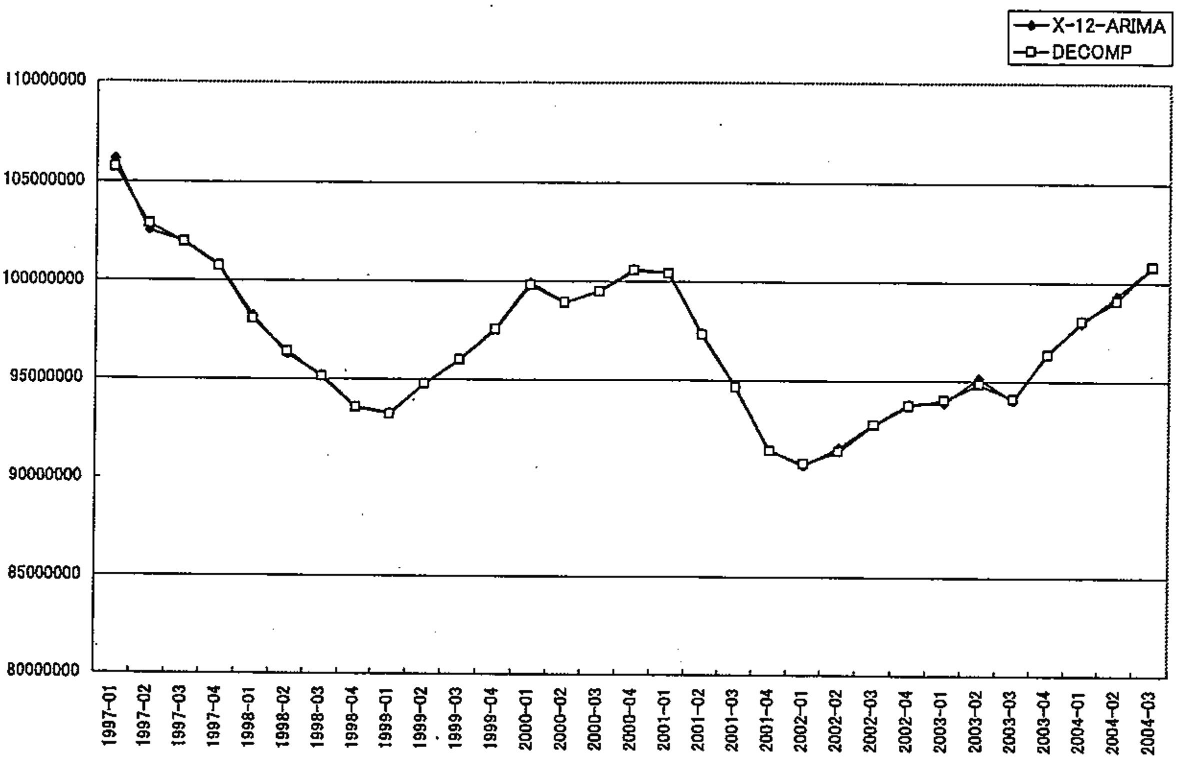


図 5: 季節調整済系列　売上高製造業

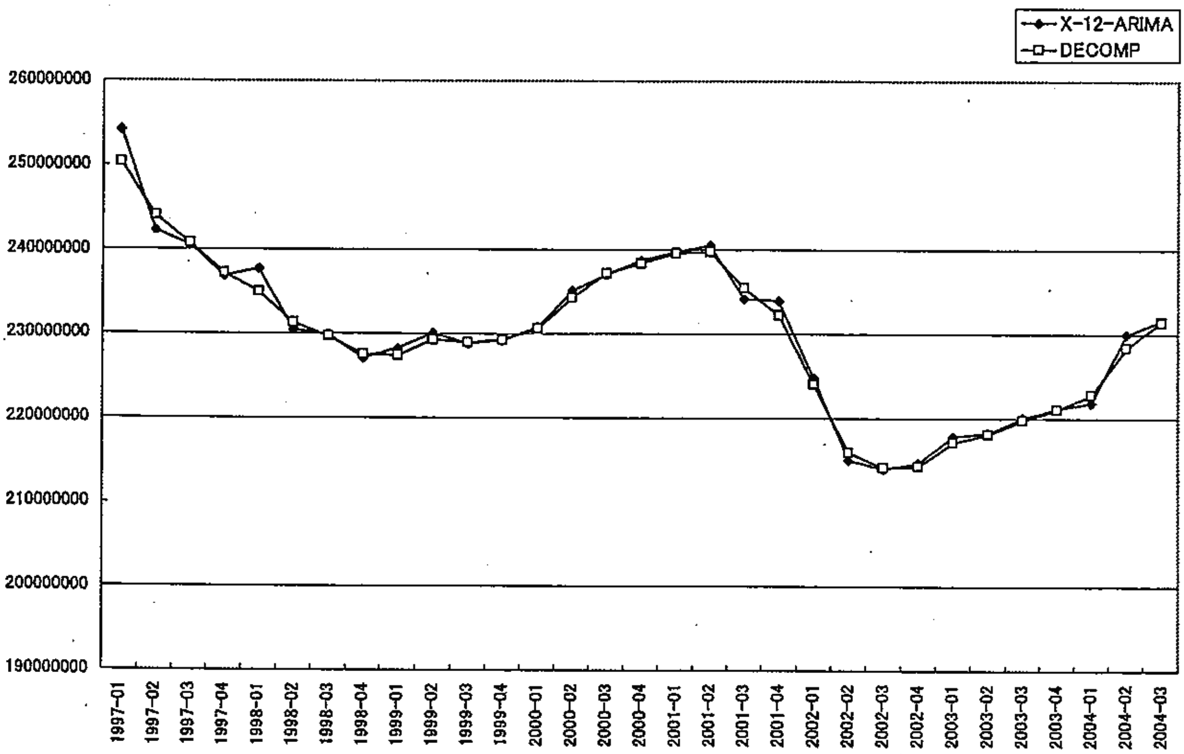


図 6: 季節調整済系列　売上高非製造業

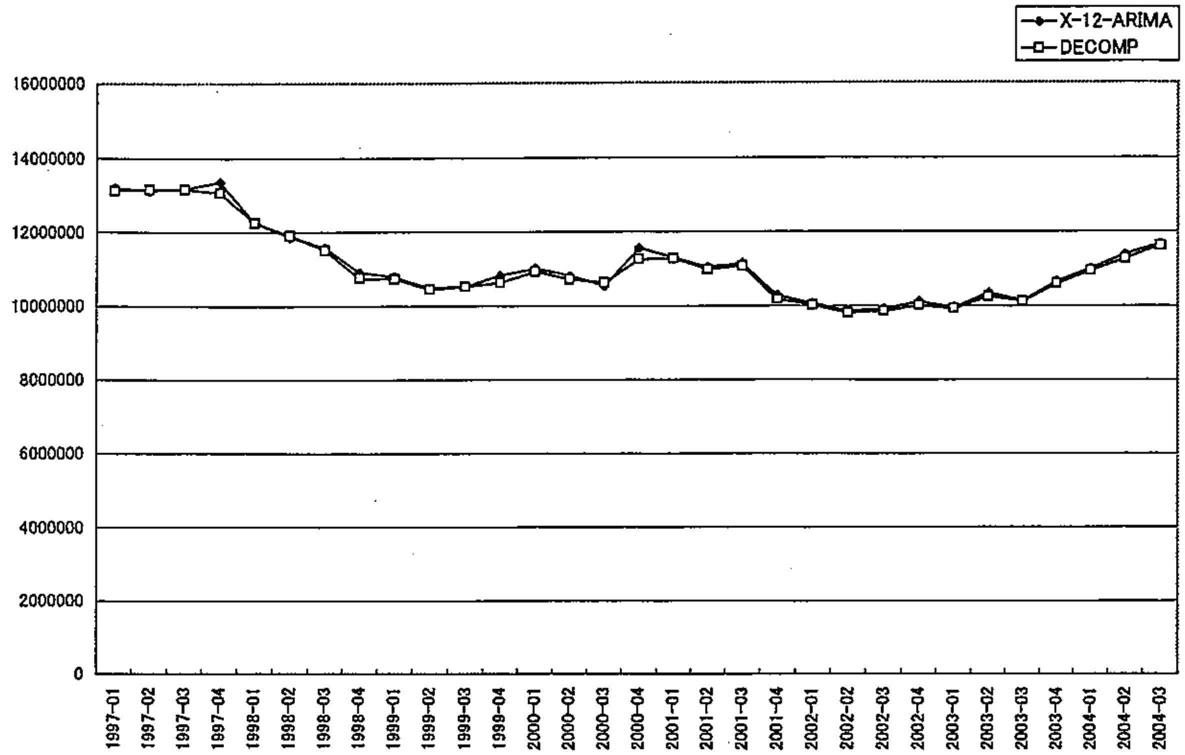


図 7: 季節調整済系列　設備投資全産業

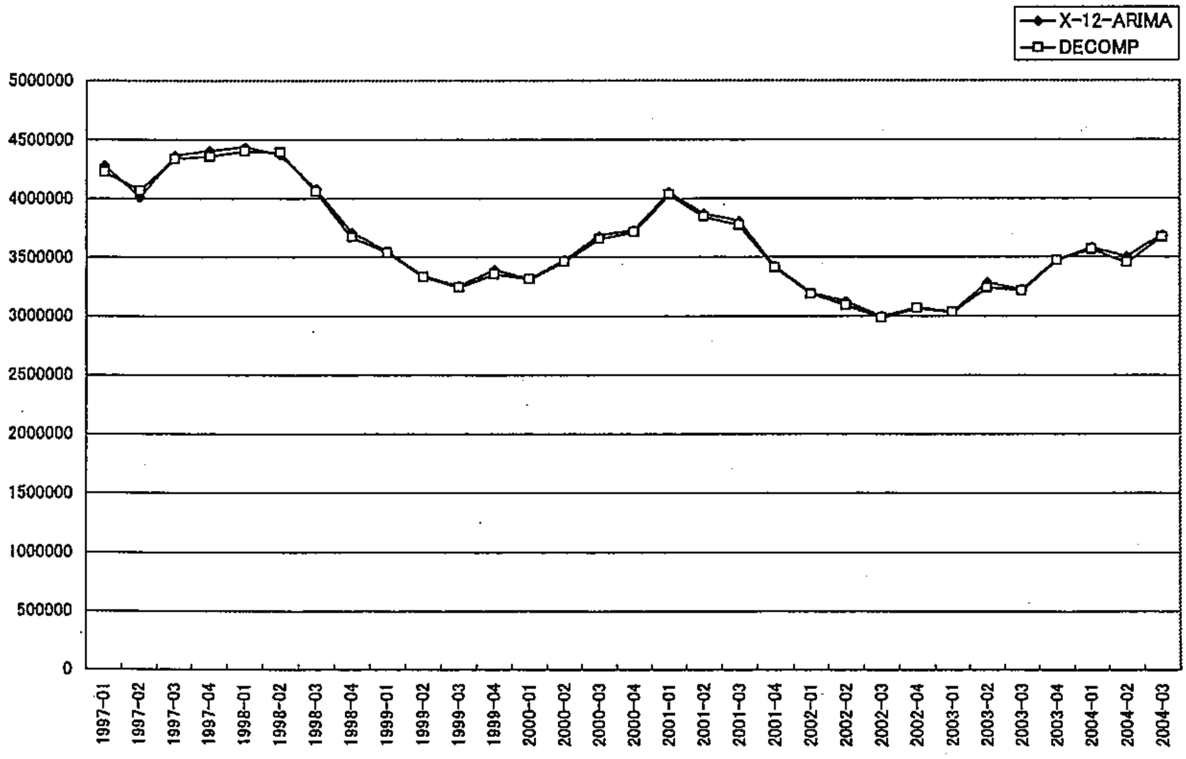


図 8: 季節調整済系列　設備投資製造業

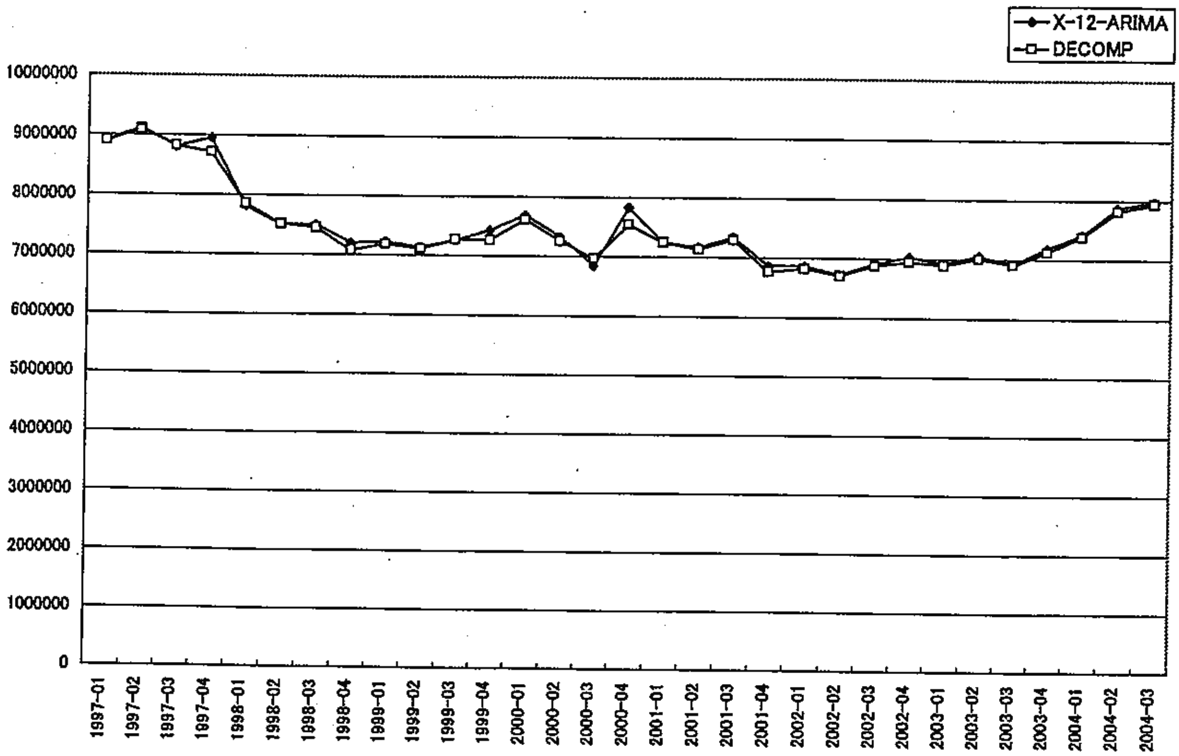


図 9: 季節調整済系列　設備投資非製造業

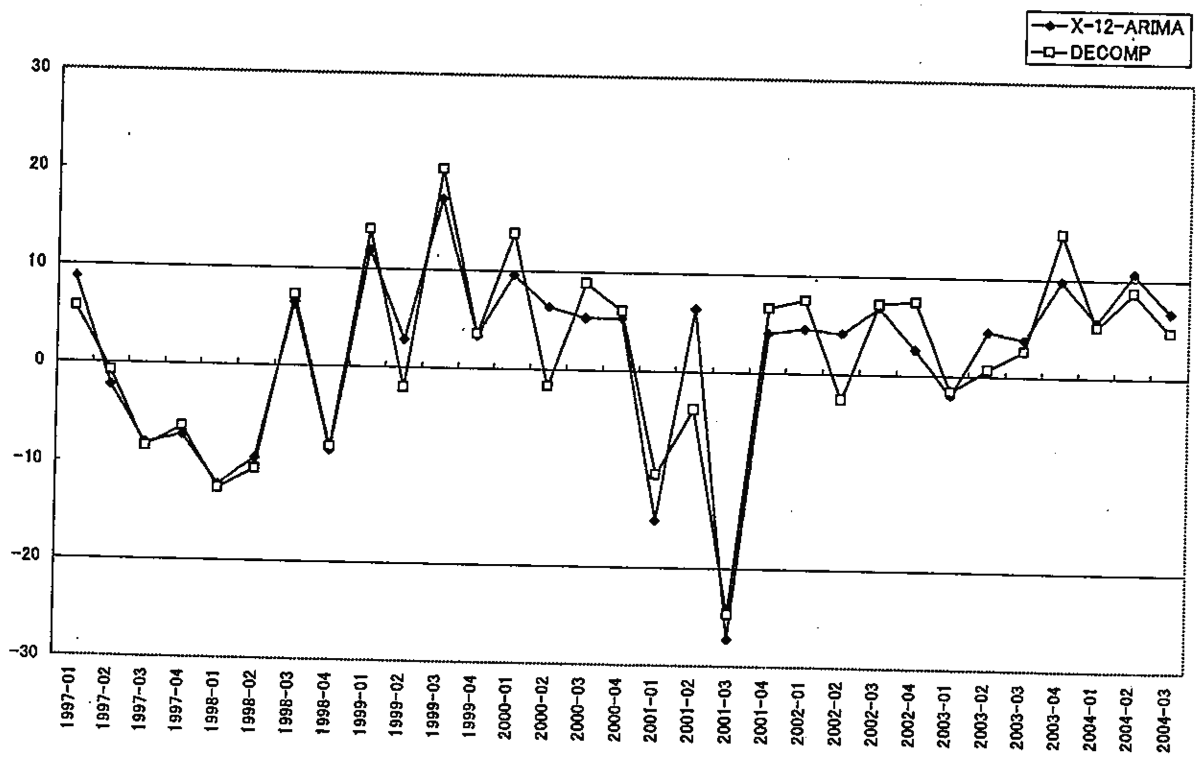


図 10: 前期比増加率　経常利益全産業

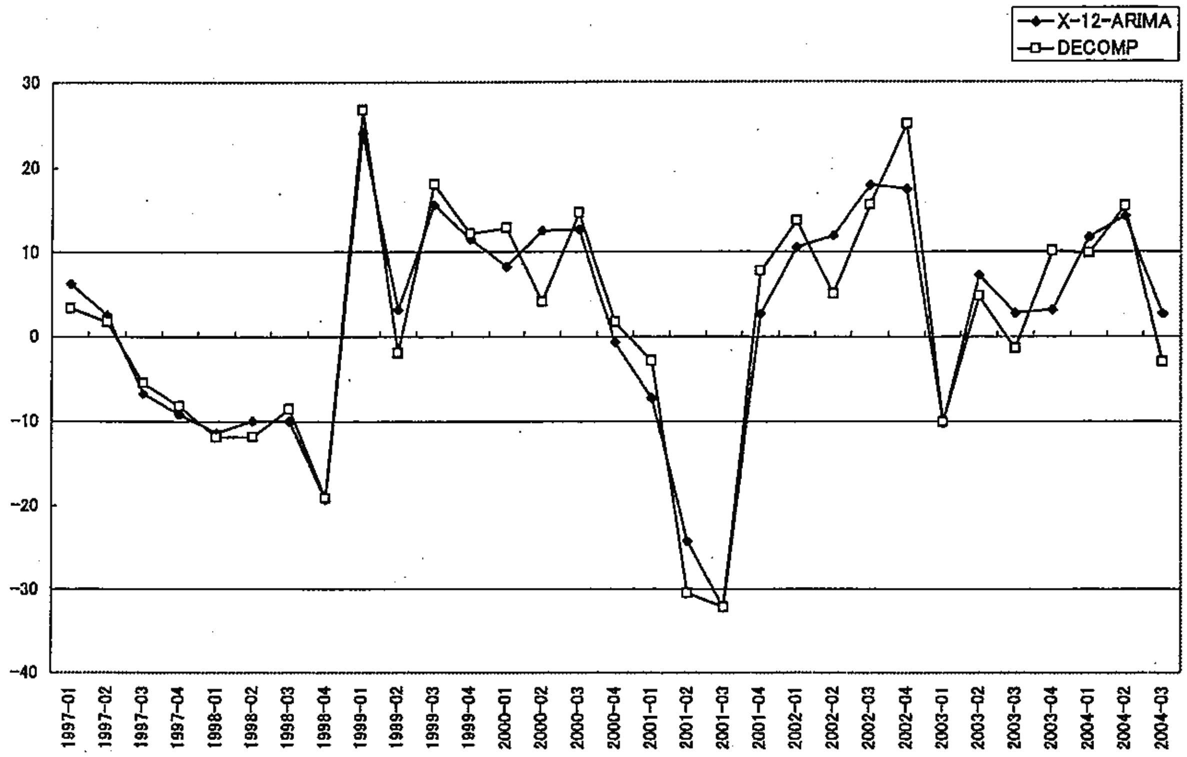


図 11: 前期比増加率　経常利益製造業

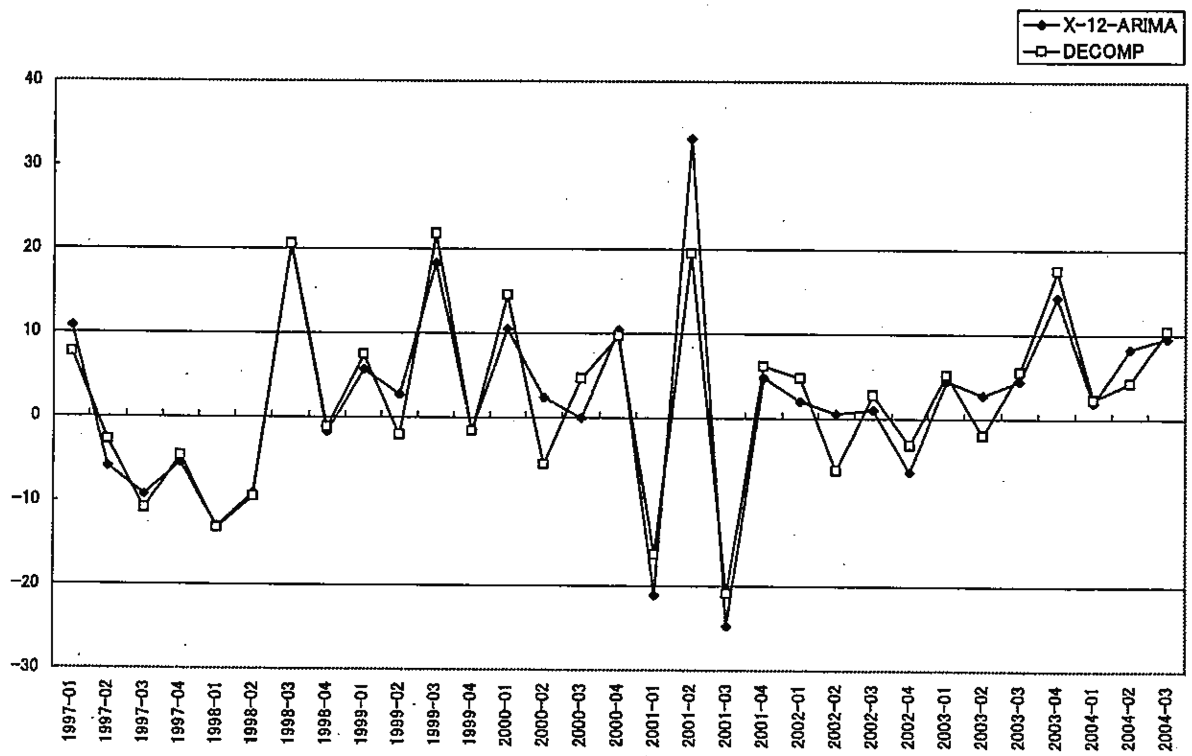


図 12: 前期比増加率　経常利益非製造業

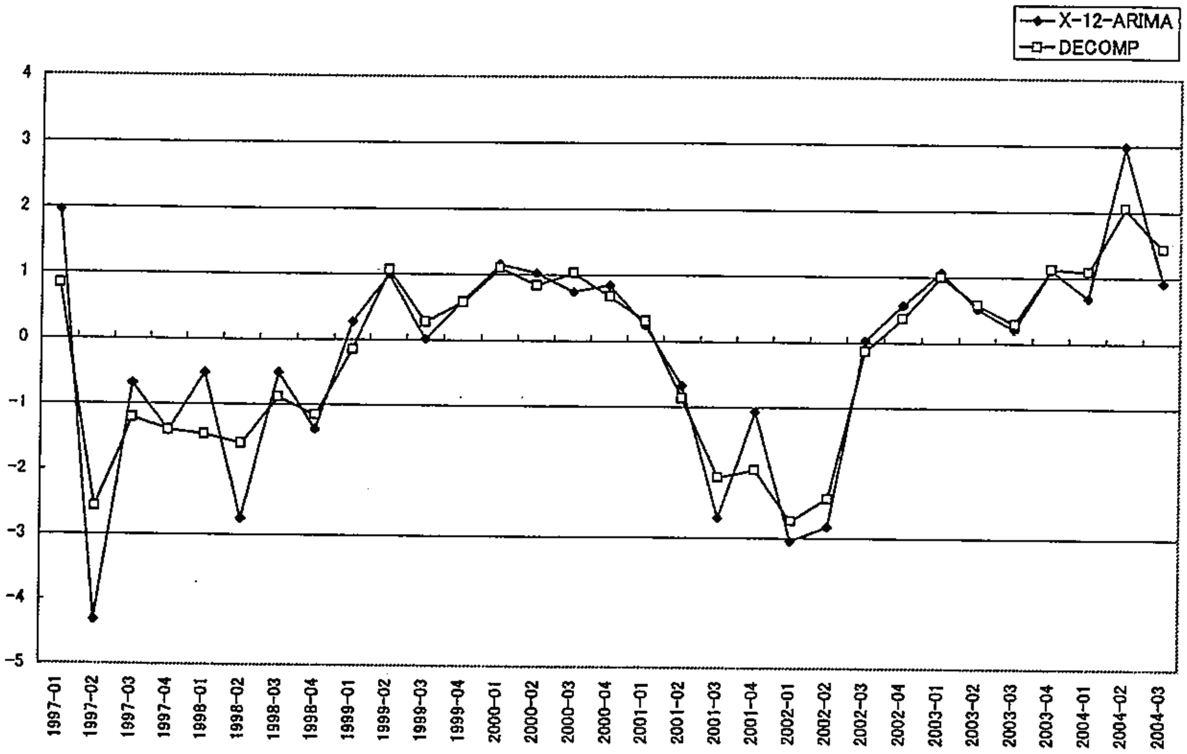


図 13: 前期比増加率　売上高全産業

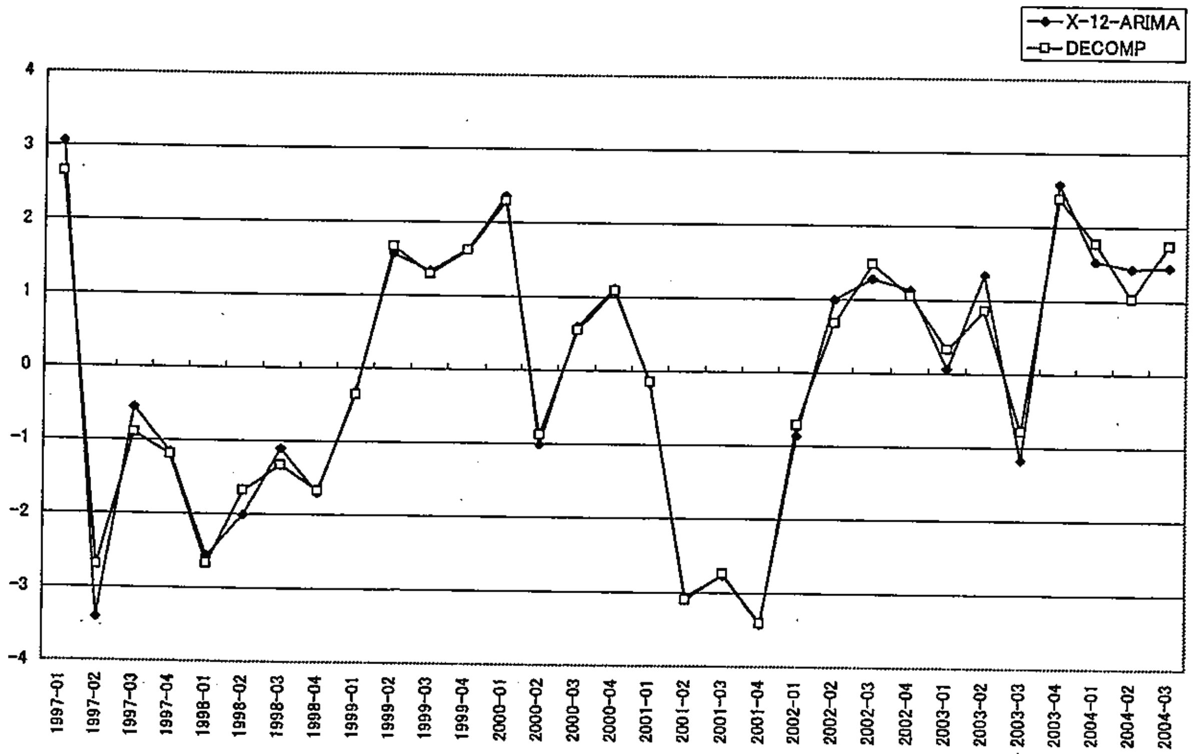


図 14: 前期比増加率　売上高製造業

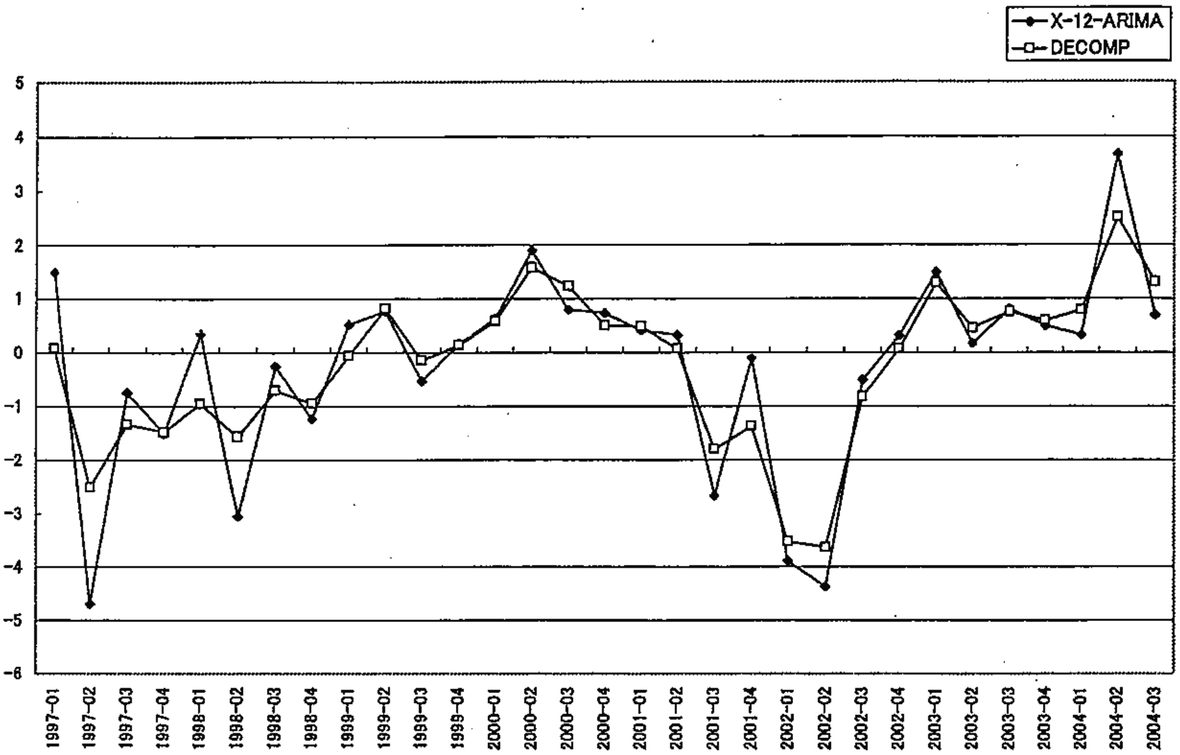


図 15: 前期比増加率　売上高非製造業

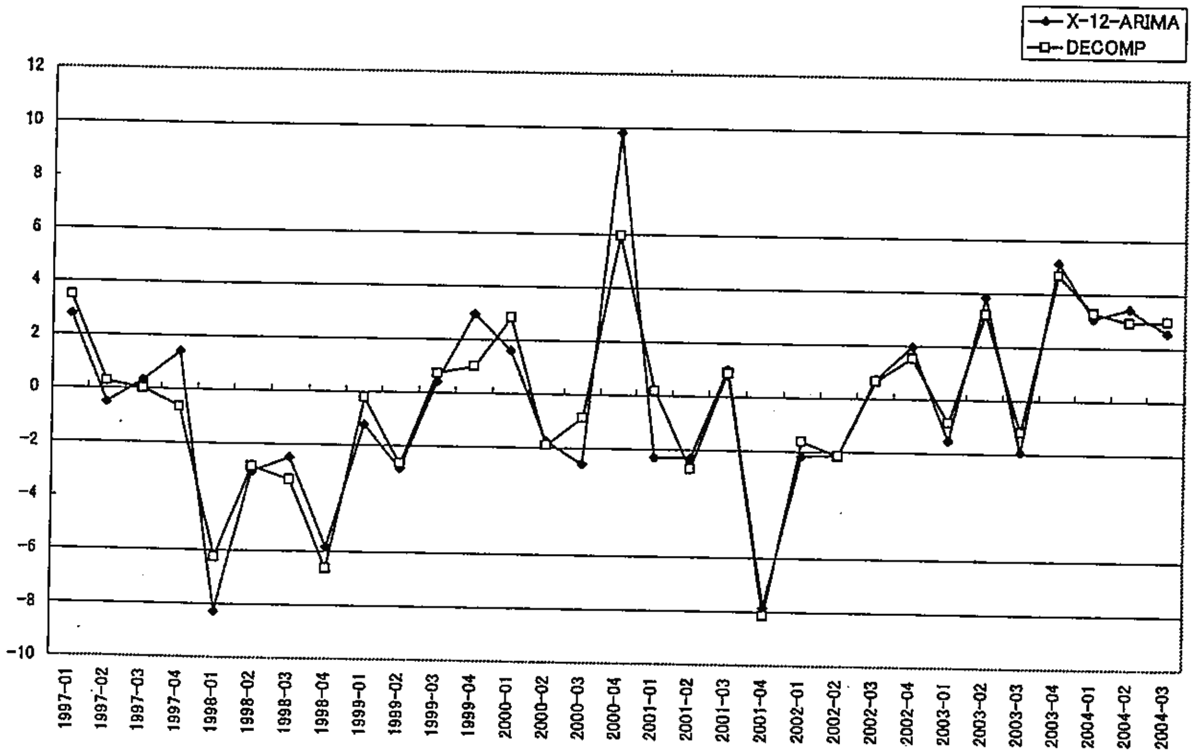


図 16: 前期比増加率　設備投資全産業

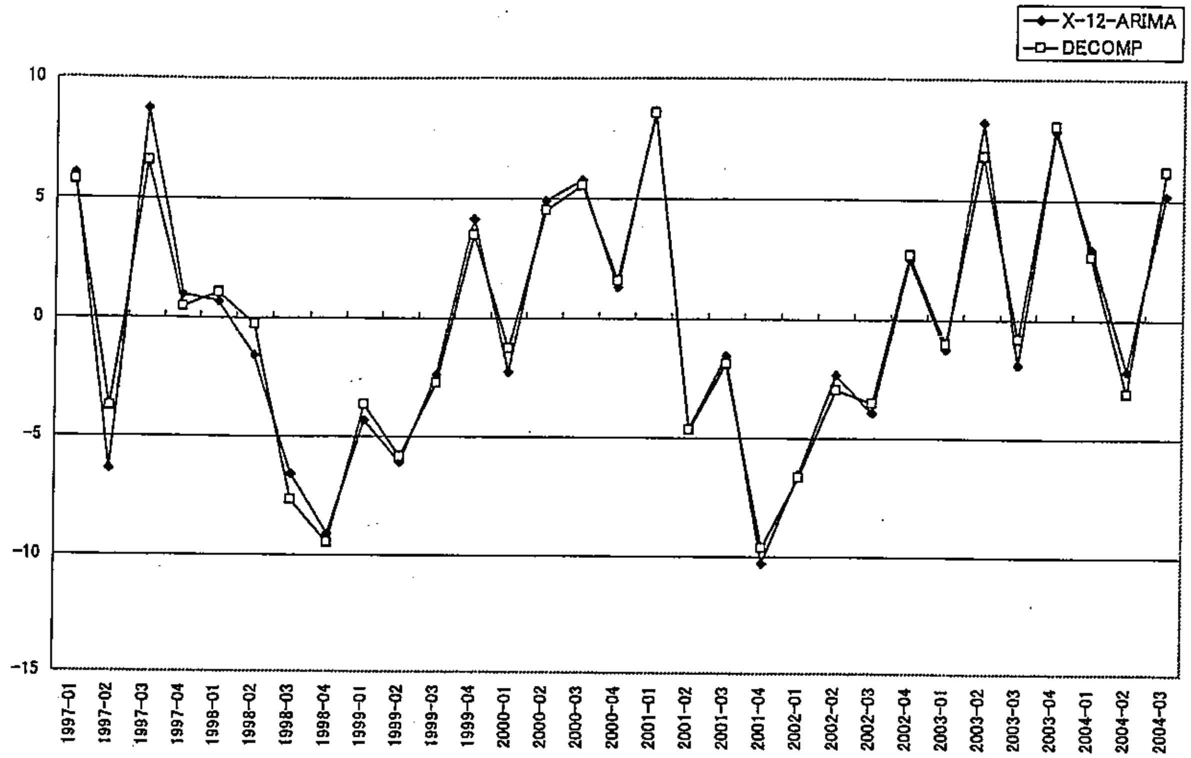


図 17: 前期比増加率　設備投資製造業

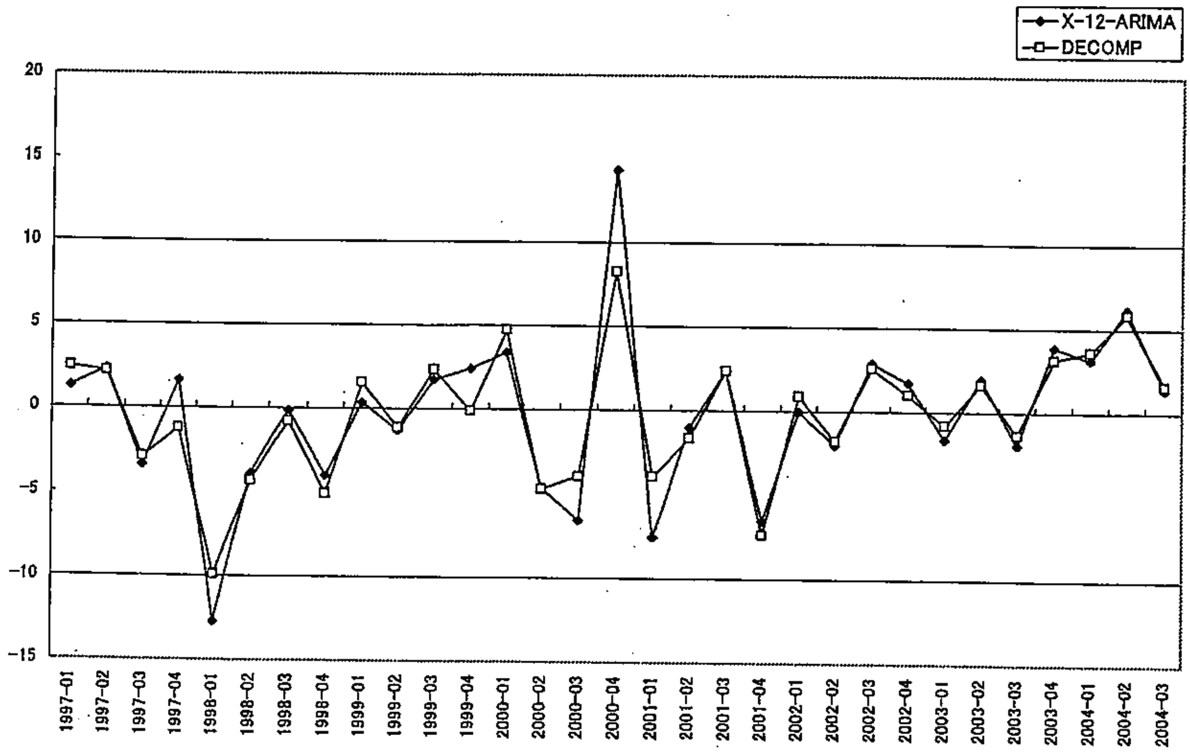


図 18: 前期比増加率　設備投資非製造業

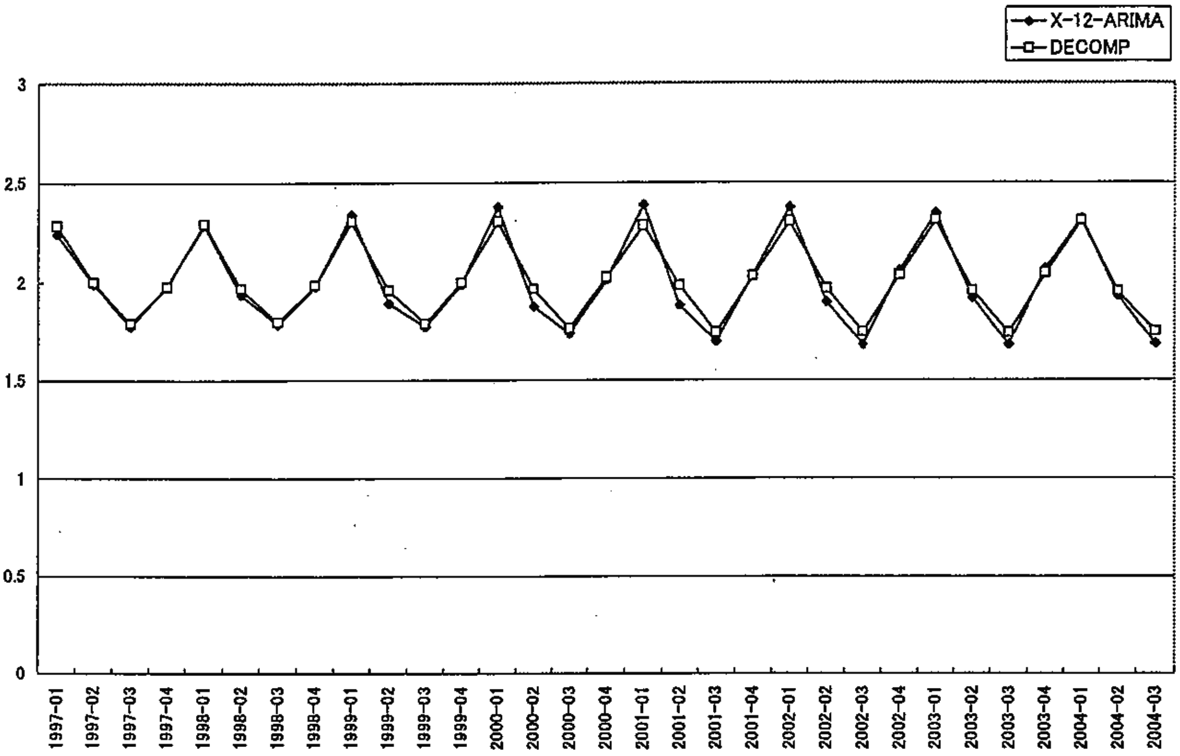


図 19: 季節成分　経常利益全産業

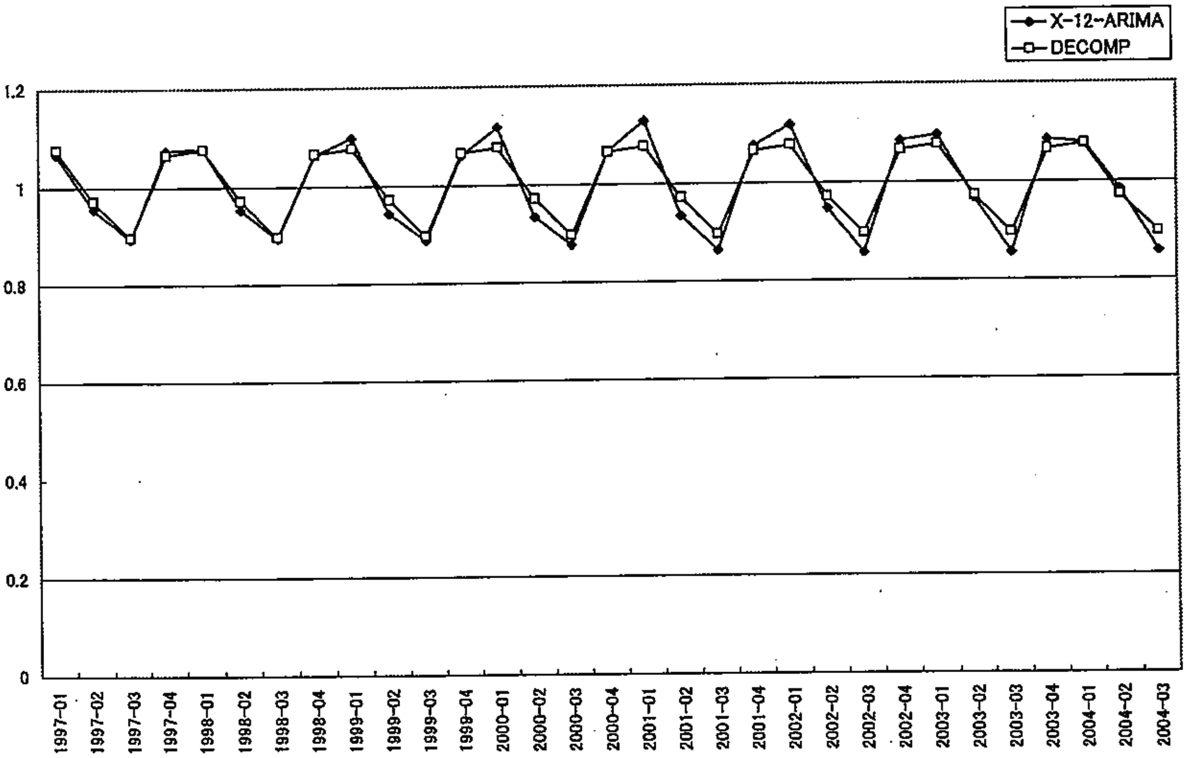


図 20: 季節成分　経常利益製造業

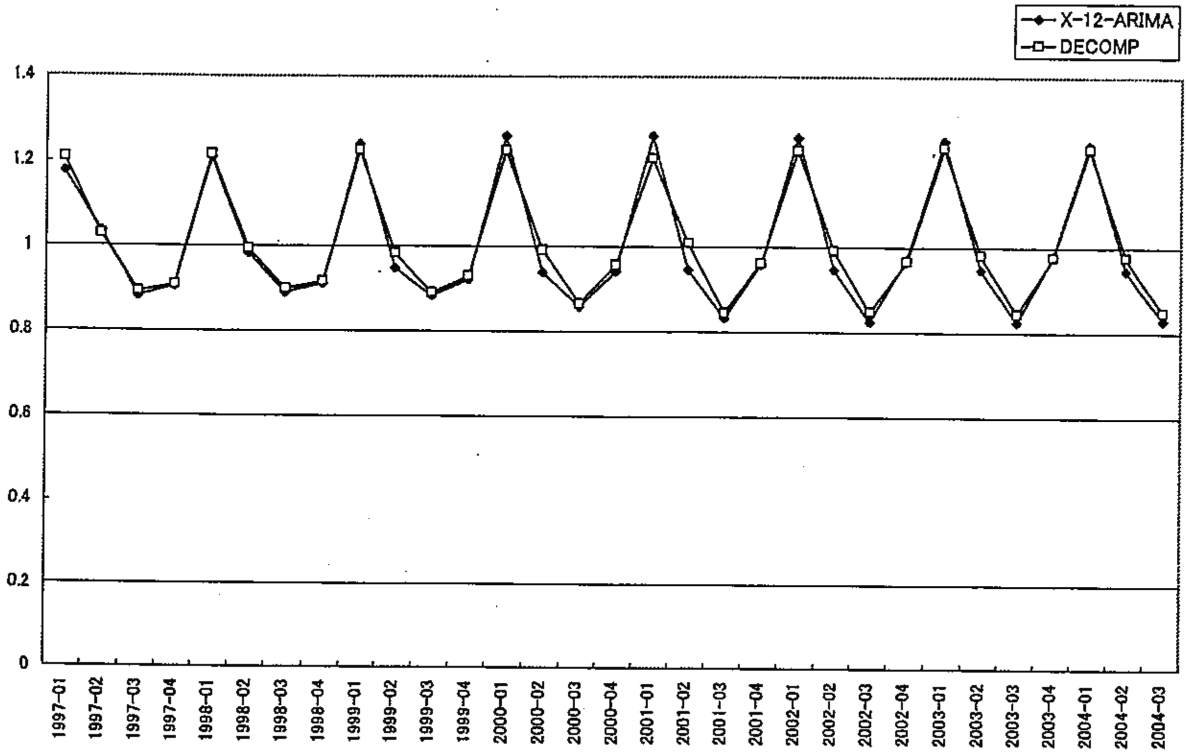


図 21: 季節成分　経常利益非製造業

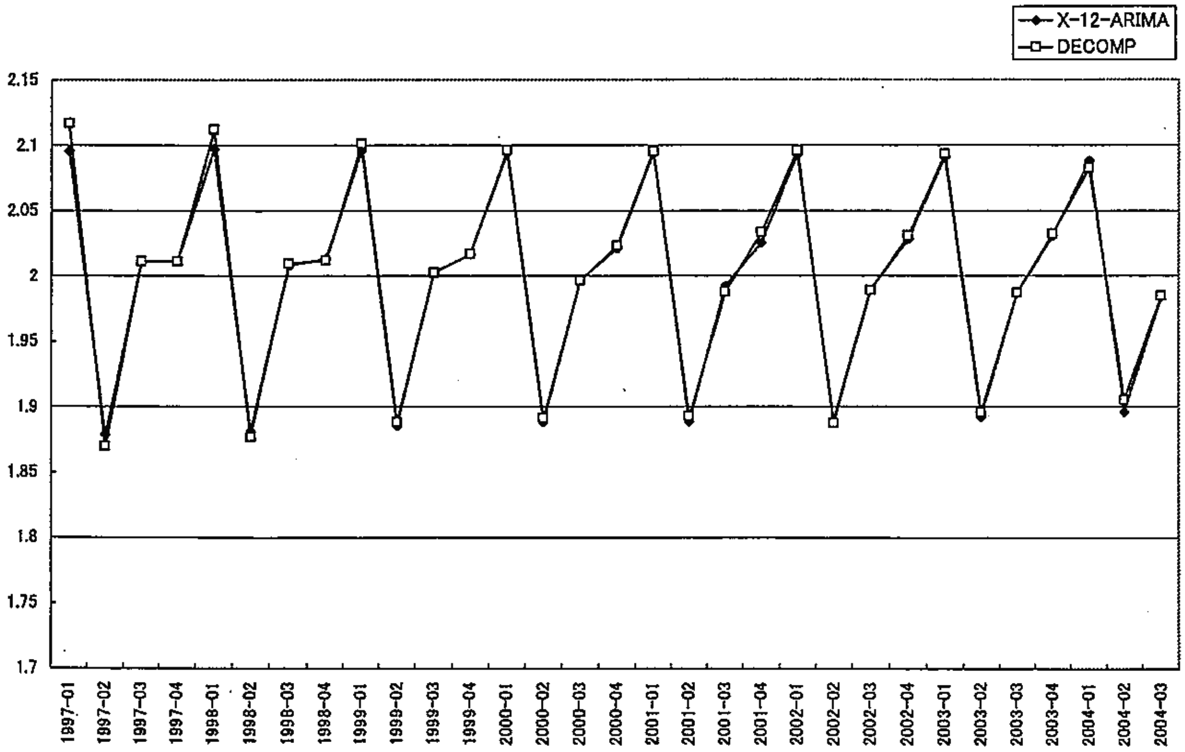


図 22: 季節成分　売上高全産業

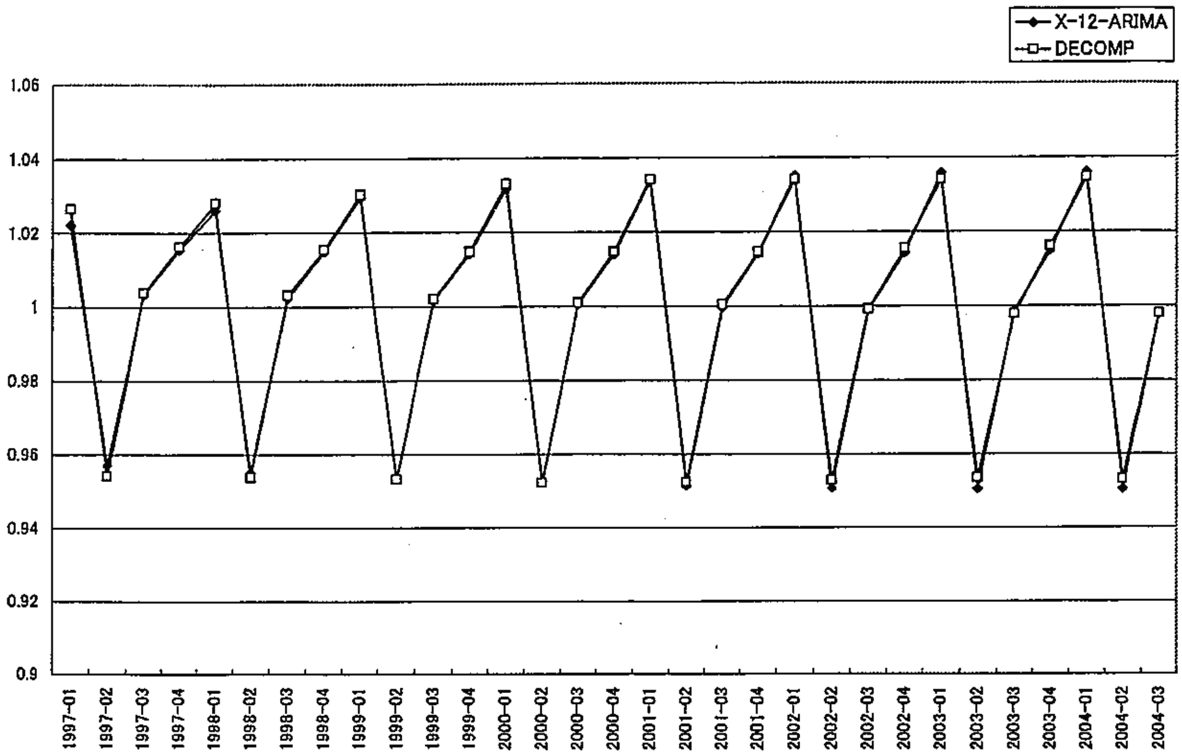


図 23: 季節成分　売上高製造業

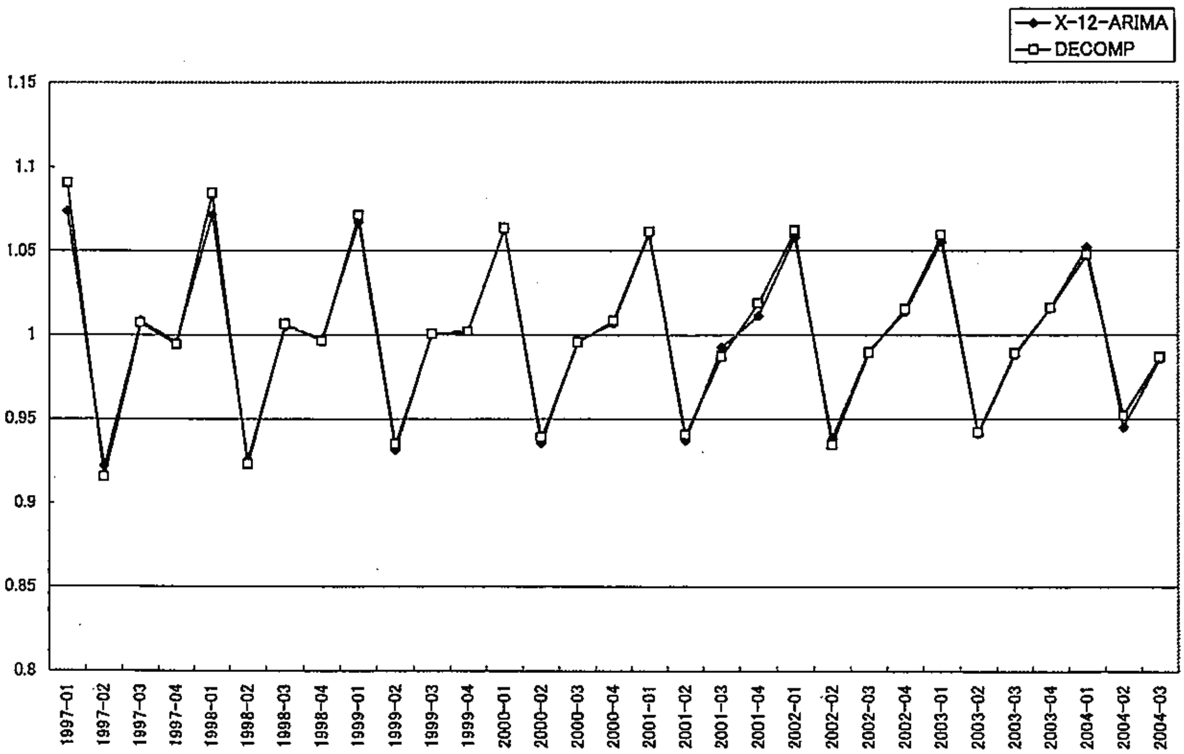


図 24: 季節成分　売上高非製造業

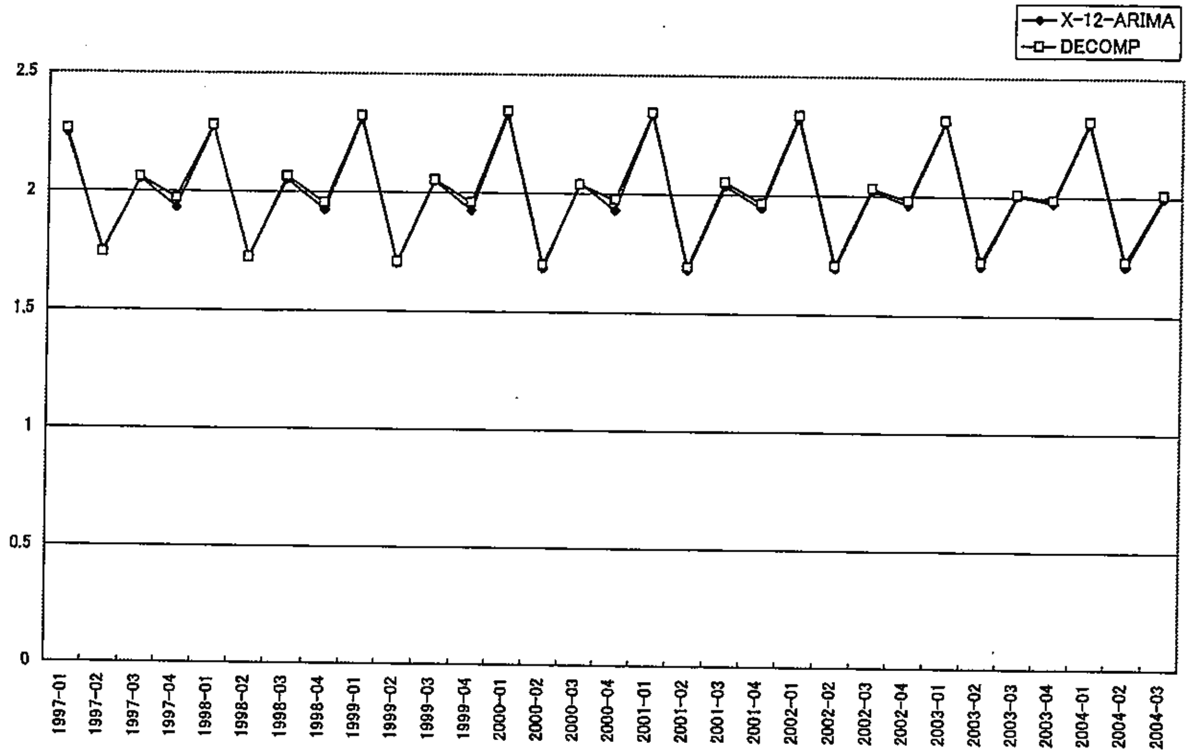


図 25: 季節成分　設備投資全産業

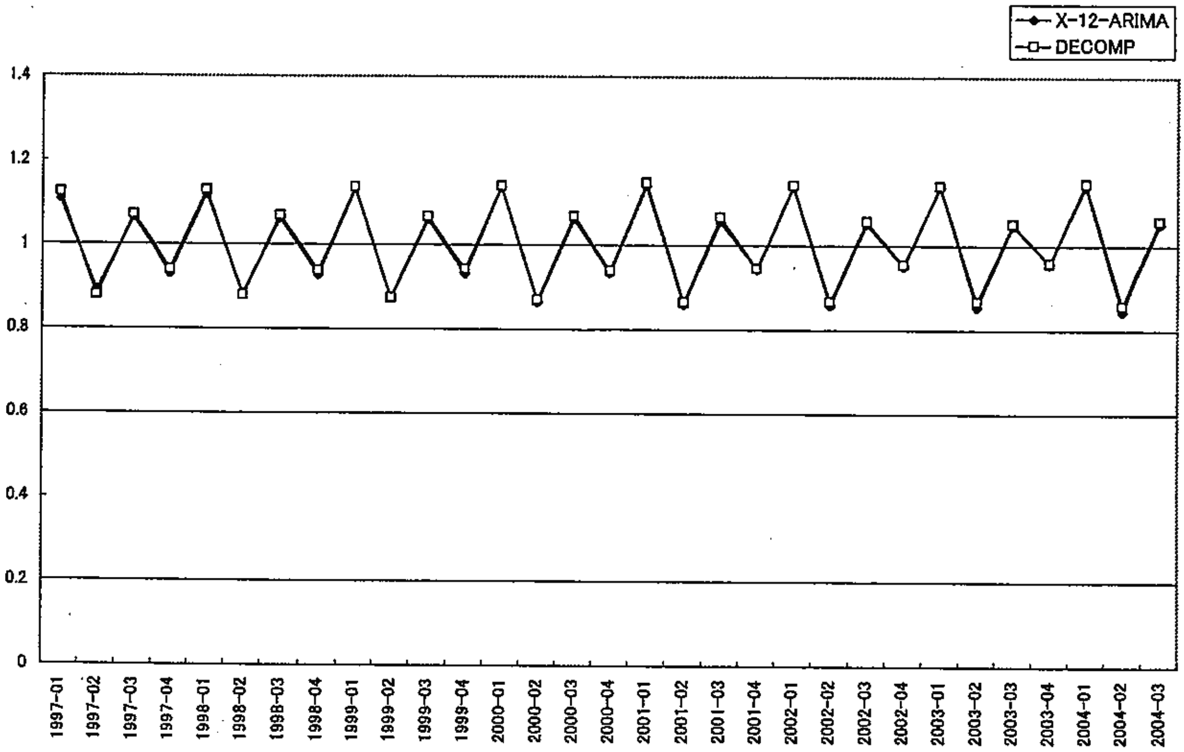


図 26: 季節成分　設備投資製造業

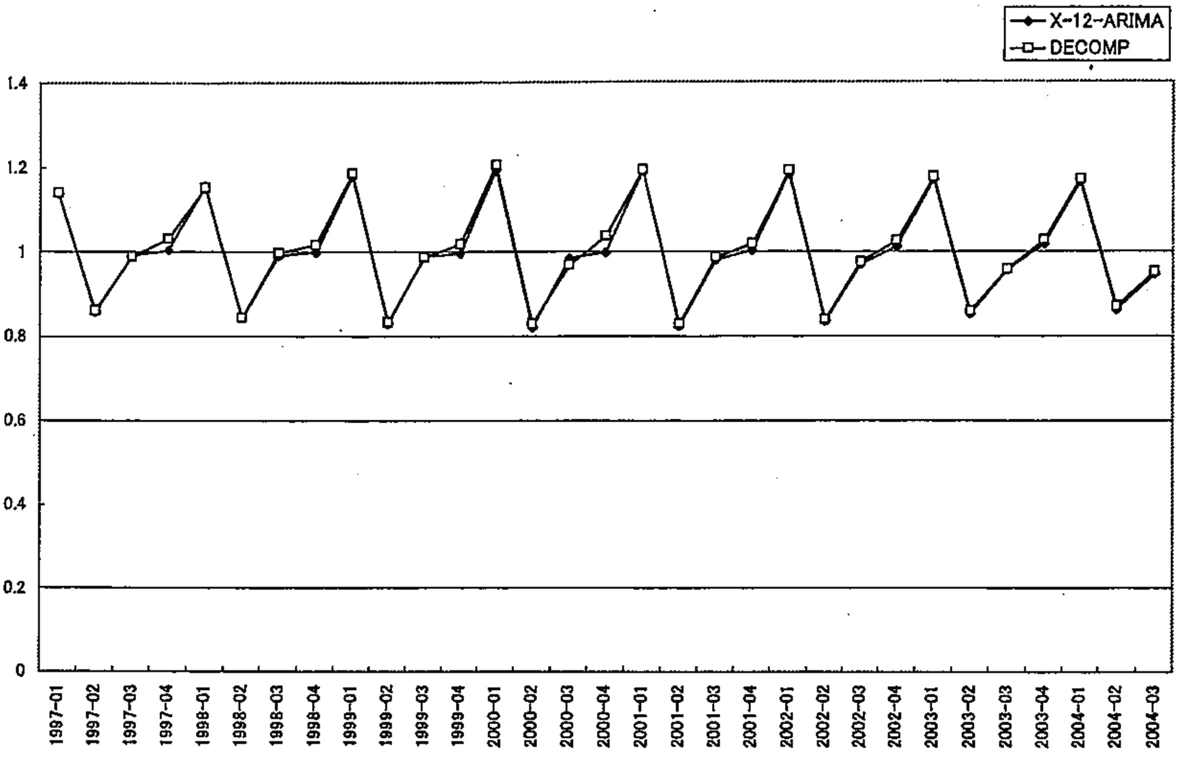


図 27: 季節成分　設備投資非製造業

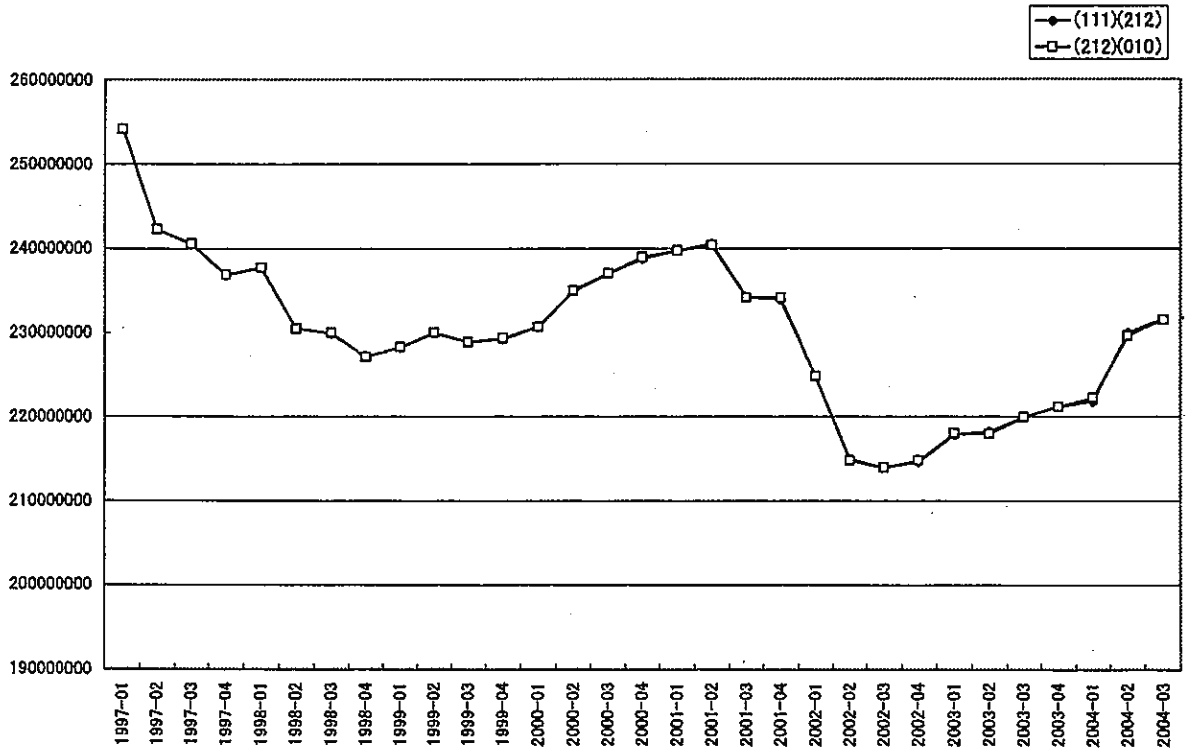


図 28: 異なる RegARIMA モデルによる季節調整済系列の比較：売り上げ非製造業

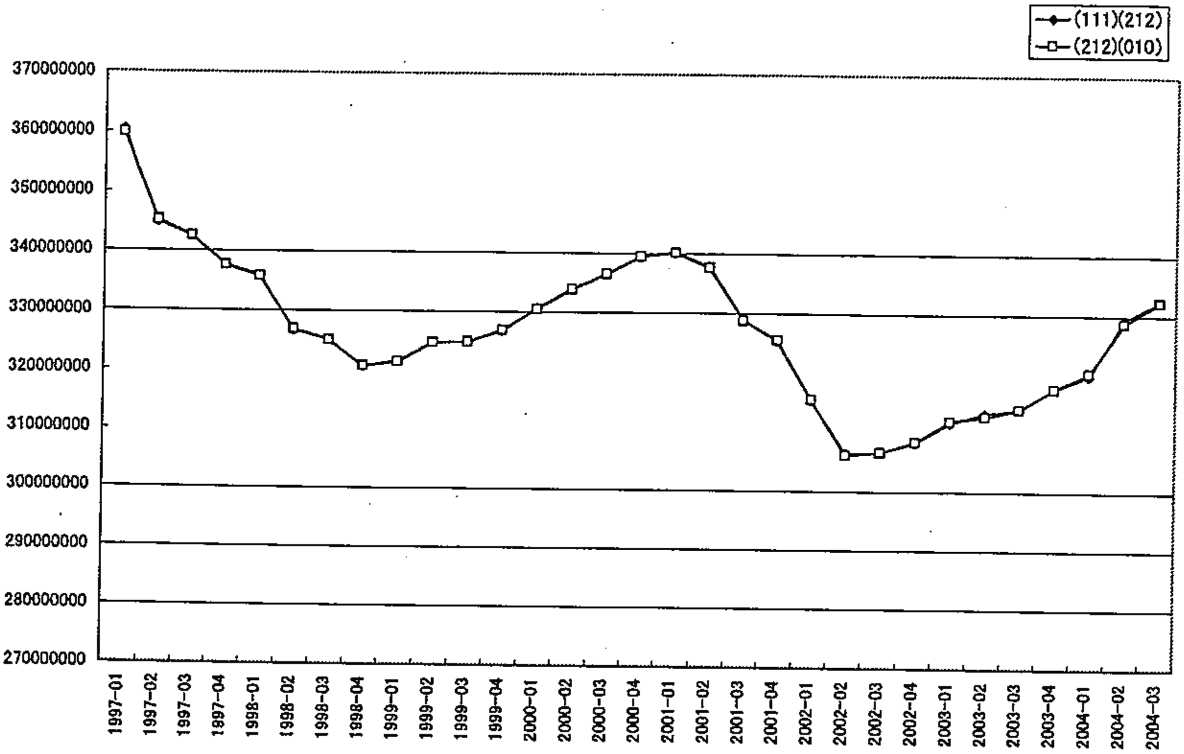


図 29: 異なる RegARIMA モデルによる季節調整済系列の比較：売り上げ全産業

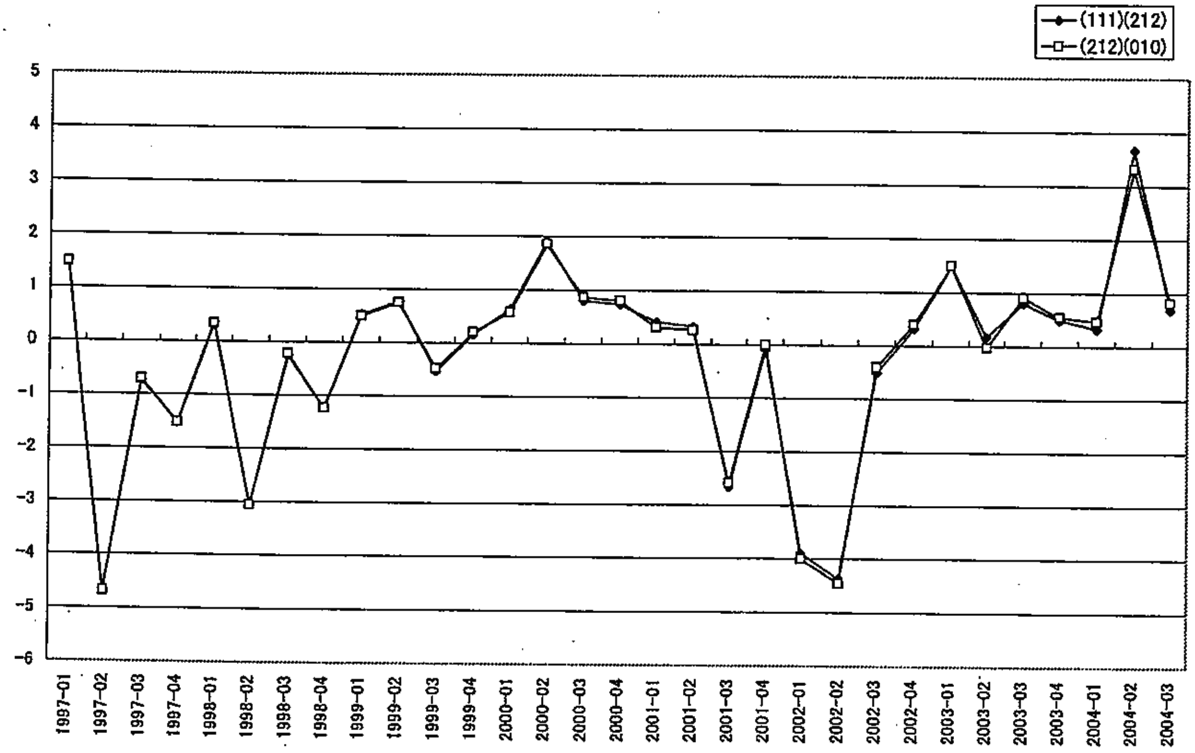


図 30: 異なる RegARIMA モデルによる前期比伸び率の比較：売り上げ非製造業

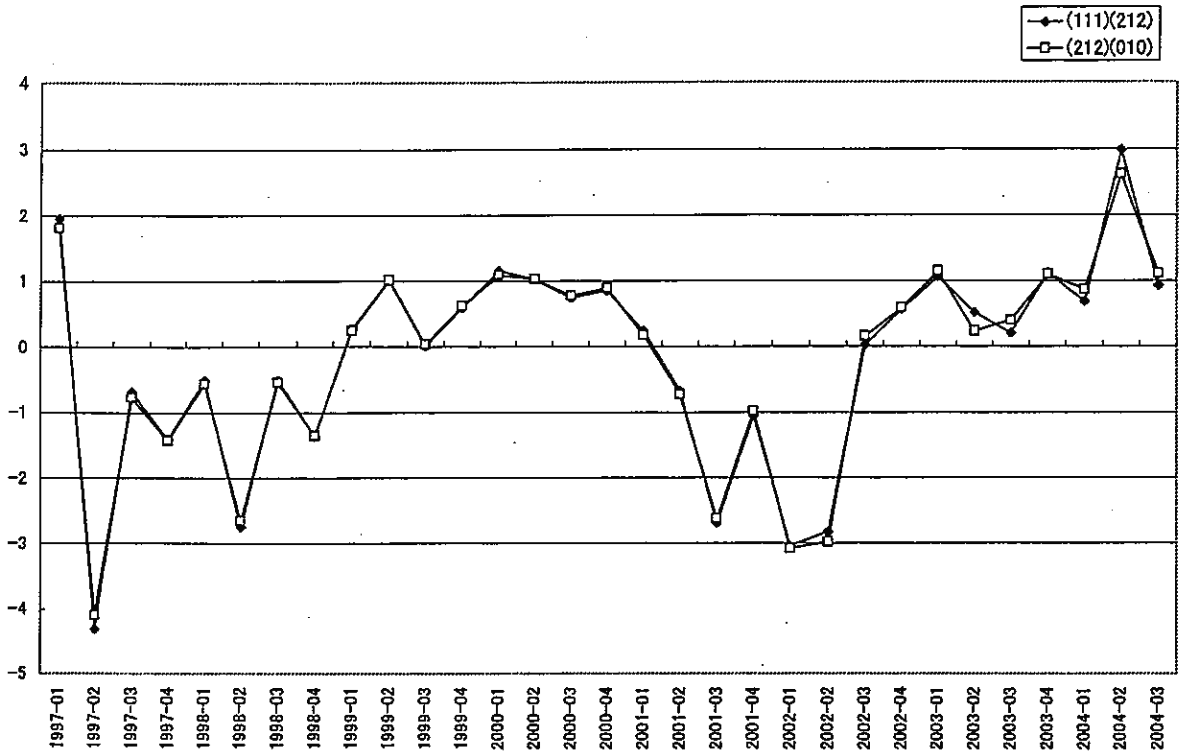


図 31: 異なる RegARIMA モデルによる前期比伸び率の比較：売り上げ全産業

貿易統計と季節調整

国友直人（東京大学大学院経済学研究科教授）
高岡慎（東京大学先端科学研究センター助手）
岡賢一（東京大大学院経済学研究科在学中）

2005年3月

1．はじめに

このレポートは2005年1月に財務省関税局からの協力依頼を受けて、国友・高岡・岡が共同で日本の貿易統計における季節調整のあり方について行った検討内容をまとめたものである。

これまで財務省では業務統計の一環として作成・公表している貿易統計（月次）の中でも特に重要な系列である輸出系列と輸入系列について原系列とともに季節調整値を公表している。これら輸出系列と輸入系列の季節調整値についてはこれまでは財務省の関税業務より得られる原データにもとづき、内閣府国民経済総合研究所の協力を得て季節調整値を作成、公表していたとのことである。近年になり統計業務の見直しの中で財務省関税局において季節調整値の作成作業を行うことになったが、財務省の業務としては季節調整を実際に行う経験が十分でないことから、前に法人企業統計の季節調整法について協力した経験のある国友に検討依頼があった。そこで、研究対象として季節調整法をかなり専門的に研究している高岡と経済学研究科統計コースに在籍している院生の岡と検討グループを作り、可能な範囲内で協力・検討することになった。検討グループを構成する3人はこれまでに貿易統計に関する分析経験が乏しいこともあり、幾つかの課題を十分に検討するには時間的制約が厳しかったが、実務的な要請が急務であることから、この間に検討した結果をここに報告する。

なお、季節調整値の系列を作成する具体的な方法については、財務省担当者との打ち合わせの中で、これまで行ってきた公表等の経緯を含めて財務省関税局としての実務的な観点からは米国センサス局で開発している季節調整プログラムX-12-ARIMA(2002)（X-12-ARIMA Version 0.2.9）の利用が望ましい、と云うことであった。この報告ではそうした要望を踏まえて、基本的には要望に沿った範囲内で季節調整X-12-ARIMAプログラムの利用の仕方や季節調整の更新・検討方法について望ましいと判断された手続きについて簡単に説明しておくこととした。また、この報告では今回の検討で利用した季節調整X-12-ARIMA(2002)プログラムについての一般的な注意点の説明は省略するが、季節調整法X-12-ARIMA(2002)の内容について詳しくはFindley et. al. (1998), 国友 (2001, 2004)、溝口・刈屋(1983)などの文献を参照されたい。また、本レポート作成者はしばらく前より実務的な観点から財務省財務総合政策研究所で公表している法人企業データの季節調整済系列の作成方法についても検討したことがある。統計データとしては法人企業データは貿易統計とはかなり異なるものの、季節調整の実務的運用の上ではかなり参考になると思われるので、そうした問題については財務省に提出した未公表レポートである国友・高岡・一場 (2002)、国友・高岡・大和田 (2003)、国友・高岡 (2004) を参照されたい。

輸出系列と輸入系列の季節調整の為に利用が適切と考えられる様々なRegARIMAモデルの候補を分析してみた。ここでの統計的解析にあたっては、まずこれまで用いていたスペック・ファイルを検討したが、内閣府の関係者が作成したRegARIMAモデルについては実際に輸出系列と輸入系列に適用して推定結果を分析してみると幾つかの点で検討すべき問題があるということになった。特に季節ARIMAモデルの特定化の基準、休日効果の扱い、異常値や変化点の扱いなどについて疑問が生じたので、これらの問題を検討した。

(i)SARIMA（季節ARIMA）モデル

ARIMA次数の選択については、階差(d)・季節階差(D)はいずれも$d = D = 1$に固定して時系列モデルの選択を行った。これは主として日本のマクロ経済データの時系列的変動がこの間かなり激しい事に対処する為である。その他のARIMAモデルにおけるAR, MA, SAR, SMAの次数はいずれも2以下に制限してAIC(赤池情報量基準、Akaike (1973))の最小化により最適なモデル選択を行ったのでその結果を表1と表2に示しておく。（ここで選択可能な季節ARIMAモデルの範囲は$3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$通りとしたことになる。）当初はもう少し広い範囲でモデル選択を試みたが、AIC最小化基準を用いると幾つかの系列について若干、次数が大きめに出るように判断されるケースがあった。そこでX-12-ARIMAによる季節調整ではかなりの将来期間に渡って予測系列を作成して推定した時系列に対して移動平均フィルターをかけることから、結果として計算される季節調整値に不安定な結果をもたらさないようにすることが望ましい、との実務的な配慮を加えてこの基準を採用した。このことはAIC基準について既に統計家の間で理論的に知られていることにある程度まで符合していると考えられよう。また、ヨーロッパで開発されている季節調整プログラムTRAMO-SEATSを用いた日本の輸出系列と輸入系列に関する統計的解析の結果（Maravall (2002)）でも同様の非定常SARIMAモデルが採用されていることは興味深い。

なお、今回の分析対象である輸出系列や輸入系列の場合には、10年間程度の月次データによりARIMAモデルの次数選択を行うと、回帰変数の設定に依存して微妙にAIC基準による順位が変化してしまうことが確認された。こうしたことは統計学的な議論からある程度予想することができるが（Kunitomo=Takaoka (2002)）、季節調整の実務的視点からはやっかいな問題となる。このことは適切なARIMAモデルの選定等について定期的な点検作業が不可欠となることを示唆している。

(ii) 曜日効果と休日効果

輸出系列や輸入系列など月次系列の場合には曜日効果や休日効果が顕著に観察されることが知られている。そこで、ダミー変数を用いてRegARIMAモデルにより曜日効果と休日効果を検証した。休日効果に関してはこれまで行われてきたスペック・ファイルにおいて利用されていた日本の祝祭日ダミー変数を用いて解析を行った。さらに、近年では貿易における中国や東南アジアの影響が高まっているとの指摘もなされているので、旧正月ダミーを新たに定義し、データの統計的解析を行った。分析結果としては輸入系列については曜日効果、日本の祝祭日、旧正月ダミーが有意に検出された。他方、輸出系列については曜日効果と日本の祝祭日変数は有意ではあったものの、旧正月ダミーは有意とならなかった。そこで参考資料として曜日効果と休日効果の分析に用いたダミー変数を表3と表4に与えておく。こうしたダミー変数が最終的な数値（前期比伸び率）に与える影響

に関する分析結果の一つを図7に与えておく。この図より、祝祭日の扱いの相違による最終的数値への効果はそれほど大きくないことがわかる。

(iii) 異常値と変化点

これまで貿易統計で利用していたRegARIMAモデルでは異常値・変化点についてはX-12-ARIMAに備わっている検定に基づく自動検出プログラムを利用していたようである。この異常値の検出方法については必ずしも十分に説得的な統計学的根拠が乏しいのではないかと判断した。またより重要な問題としては、実際に自動検出プログラムを利用すると、検出される異常値・変化点がデータや他のモデル構造に依存し、例えば利用するデータ期間とともに微妙に変化するようである。このことや検出された異常値の経済的な説明がしばしば明瞭でないこともあるので、自動検出プログラムによる機械的な異常値処理は望ましくないと判断した。もし、今後に異常値や変化点処理がどうしても必要と考える場合には、異常値や変化点の時点をダミー変数等で明示的に導入することが望ましいと考えられよう。

(iv) その他の設定

他の項目については原則としてX-12-ARIMA(2002) (X-12-ARIMA Version 0.2.9) プログラム上でのデフォルト選択を利用した。したがって、例えば予測期間は1年程度であるが、X-12-ARIMA(2000) マニュアルにしたがえば末端部分についても対称移動平均を利用していることになっている。また、X-12-ARIMA(2002)におけるX-11プログラム部分についてはデフォルト選択を用いた。

4．スペック・ファイルの構成案

ここで検討した結果、今回行った分析から当面の間採用すべきと考えた輸出系列と輸入系列についてのRegARIMAモデルとそのスペック・ファイルを表5と表6として報告しておく。表5では輸出系列について日本型祝祭日効果と曜日効果を調整したスペック案を示しておく。また、表6には輸入系列について二つのスペック案を示しておく。すなわち表6 (A) と表6 (B) として、日本型祝祭日効果、曜日効果、旧正月効果を調整したスペック案及び日本型祝祭日効果と曜日効果を調整したスペック案の二つを添付した。我々としては旧正月効果を含んだ調整が望ましいと判断しているが、これまでにこうした効果を実際に調整している官庁統計は聞いたことがないので、継続性も考慮して旧正月効果を含まない季節調整用のスペック・ファイルも添付した。

　なお、ここで説明したスペック・ファイルに基づき季節調整を行った結果をDECOMPにより得られた一種の最適な季節調整値とを比較し、それを図8と図9とした。DECOMPを利用するにあたっては「対数変換を実施、トレンド次数は2かつAR項は0、曜日調整を実施」と設定し、X-12-ARIMA季節調整値と比較したところ、実務的に支障が生じるような大きな乖離は見られなかったので、ここで提案するスペック・ファイルはある程度妥当なものと判断できよう。

5．季節調整値の更新法

X-12-ARIMAにより季節調整値を更新していくには無視できない幾つかの問題が存在する。X-12-ARIMA上で利用している統計的時系列モデルとしてのRegARIMAモデルでは新たにデータを付け加えると次数の最適な選択が変化する可能性が高く、この点は実務的には極めてやっかいになる。特に曜日効果や休日効

果などを回帰部分をも組み入れて推定する場合には、結果として季節調整値やしばしば利用される前期比伸び率の推定値が安定的に推移するか否かは事前には明らかでなく、経験の積み重ねも必要となる。そこで主として実務的な観点から、1年に1度程度のRegARIMAモデルの点検・再識別とそれに伴う履歴の更新を行う事が望ましいと考えられる。また、少なくともはじめの数年間は統計学や統計的時系列分析をある程度まで理解している者が点検・更新を行うことが望ましい。

次にRegARIMAモデルを一度固定したとしても、新たなデータが付け加わると、X-12-ARIMAプログラムが利用しているRegARIMAモデルに含まれる母数推定値の更新と移動平均の性質から、理論的には水準の過去の季節調整値も同時に（多くの場合には若干ではあるが）毎回変更されることに注意する必要がある。統計学的には過去に行った最適な推定値であっても、新たな情報が加われば変更することが自然である。ただし、与えられた情報を最大限に利用した計算結果よりどのように公表系列を修正するか否かは統計学的考察を超える関係者の様々な判断にも依存する。

ここでRegARIMAモデルを固定した時に利用可能なデータが増加した季節調整済み系列の変化を例示しておく。RegARIMAモデルとしては対数変換したデータに乗法モデルとして輸出データには(212)×(111)、輸入データには(112)×(110)、曜日調整と月の長さの調整(tdオプションによる)及び日本の祝日ダミー(内閣府作成)を用いた。(ここで利用したRegARIMAモデルはスペック案とはほんの少し異なっていることに注意しておく。）図10には1994年1月以降のデータより季節調整済系列を求め前年度比伸び率から2002年1月以降の系列を抜き出して、1994年1月-2004年3月、1994年1月-2004年6月、1994年1月-2004年9月、1994年1月-2004年12月のデータによる季節調整値を比較した結果を示しておいた。図10より輸出・輸入のいずれにおいても2003年1月から2004年1月の間など伸び率が変動するところで三ヶ月分のデータを加えただけでも季節調整値上で無視できない相違が生じることが分かる。

こうした分析結果を考慮すると、特にX-12-ARIMAが依拠するRegARIMAモデルは最近の輸出系列や輸入系列などのマクロ・データの激しい変化に十分に対応することができる保証はないので、1年に1度の点検に際してはDECOMP(統計数理研究所で開発)による最適季節調整値と比較することが望ましい。改訂したRegARIMAモデルとDECOMPにもとづく最新の季節調整値を旧RegARIMAモデルによる結果と比較することで両者の乖離幅が許容範囲にあるか否かを定期的に点検する事を推奨する。この際、RegARIMAモデルにおける階差次数（d及びD）と統計モデルの整合性の観点からは、DECOMPのパラメター選択において対数変換、トレンド次数2，AR次数0、曜日調整を実施すると指定することが適切であると判断した。

6．計算プログラム

米国センサス局により配布されているPC用の季節調整プログラムX-12-ARIMAはオペレーション・システム（DOS）上でバッチ形式により計算を実行する形式をとっている。この実行形式を用いてRegARIMAモデルの選択や季節調整値の更新などを毎回実行することは事務的に煩雑であり、非効率的な運営を強いられることになる。そこで高岡は法人企業データ用に季節調整システムを財務省用に開発したが、プログラムの一部はC言語で書いてあるが、エディターHIDEMARU

上の MACRO コマンドを利用しているので、ウインドウズ上のエクセルや DECOMP との親和性があり、業務運営上で役に立つはずである。

7. 説明案

[日本語]

(i)「貿易統計系列の季節調整方法」：貿易統計における季節調整では米国商務省センサス局で開発している X-12-ARIMA(Version 0.2.9) を用いて最終的な季節調整系列を作成している。なお、統計数理研究所で開発している DECOMP を利用した推定結果のモニタリングも行っている。

(ii)「RegARIMA モデルの選択」：X-12-ARIMA の中では ARIMA モデルにおける階差次数・季節階差次数はそれぞれ 1 に固定し、他の次数は 2 以下の範囲内で AIC（赤池情報量基準）の最小化により定めている。さらに、曜日効果、日本の祝祭日変数（輸出・輸入）、旧正月変数（輸入）はダミー変数を利用して RegARIMA モデルに取り入れている。

[英語]

(i) The final seasonally adjusted series are estimated by using the X-12-ARIMA program(Version 0.2.9) of the U.S. Census Bureau. We are monitoring the final values by using the DECOMP program of the Institute of Statistical Mathematics.

(ii) In the RegARIMA models the orders of differences and seasonal differences are fixed as 1. Other parameters in the ARIMA part are chosen by minimizing AIC values with the restriction that they are not greater than the 2nd order. The calender effects (trading day effects, holiday effects in Japan, luner holiday effects) are estimated by using the dummy variables in the RegARIMA modeling.

8. 参考文献

Akaike, H. (1973), “Information Theory and an Extension of the Likelihood Principle,” in the *Second International Symposium on Information Theory*, eds. B.N. Petrov and F. Czaki, Budapest: Akademia Kiado, 267-287.

Findley, D.F., B.C. Monsell, W.R. Bell, M.C. Otto, B.C. Chen (1998), “New Capabilities and Methods of the X-12-ARIMA Seasonal Adjustment Program,” *Journal of Business and Economic Statistics*, 16, 127-176 (with Discussion).

北川源四郎 (1993)「時系列プログラミング」岩波書店。

国友直人 (2001)「季節調整法 X-12-ARIMA(2000) の利用：法人企業統計の事例」, 経済学論集（東京大学経済学部）,67 巻 3 号, 1-29.

国友直人編 (2004)「解説 X-12-ARIMA(2002)」研究報告 CIRJE-R-1, 東京大学日本経済国際共同研究センター.

国友直人・高岡慎・一場知之 (2002)「法人企業統計と季節調整」, 非公表レポート（財務省・財務総合政策研究所）.

Kunitomo, N. and Takaoka, M. (2002), ”On RegARIMA Model, RegSSARMA Model and Seasonality,” Discussion Paper CIRJE-F-146, Graduate School of Economics, University of Tokyo（http://www.e.u-tokyo.ac.jp/cirje/research/dp/2002/）.

国友直人・高岡慎・大和田孝 (2003)「法人企業統計における季節調整法の点検」，非公表レポート（財務省・財務総合政策研究所）.

国友直人・高岡慎 (2004)「法人企業統計における季節調整法の点検」，非公表レポート（財務省・財務総合政策研究所）.

Maravall, A. (2002),"An Apllication of TRAMO-SEATS : Automatic Procedure and Sectoral Aggregation with The Japanese Foreign Trade Series," A Paper Presented at IMS(統計数理研究所).

溝口敏行・刈屋武昭 (1983)「経済時系列分析入門」(日本経済新聞社)。

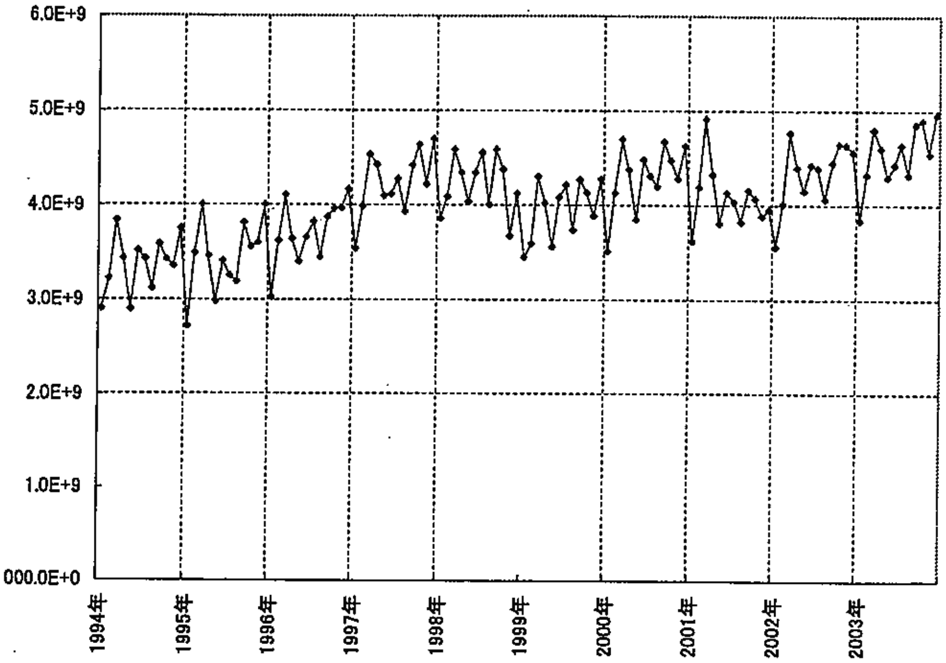


図１：原系列（輸出）

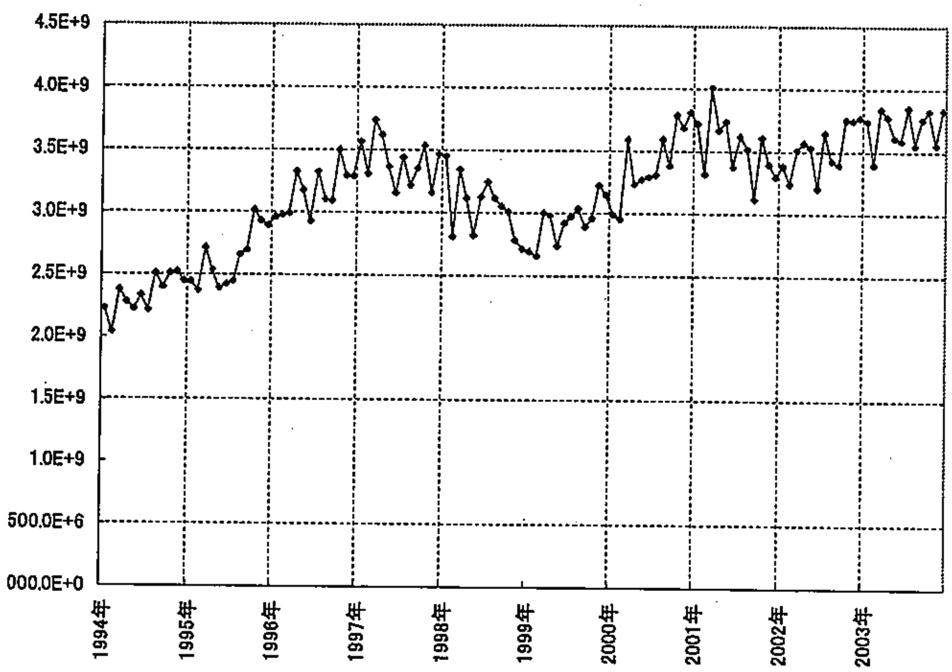


図２：原系列（輸入）

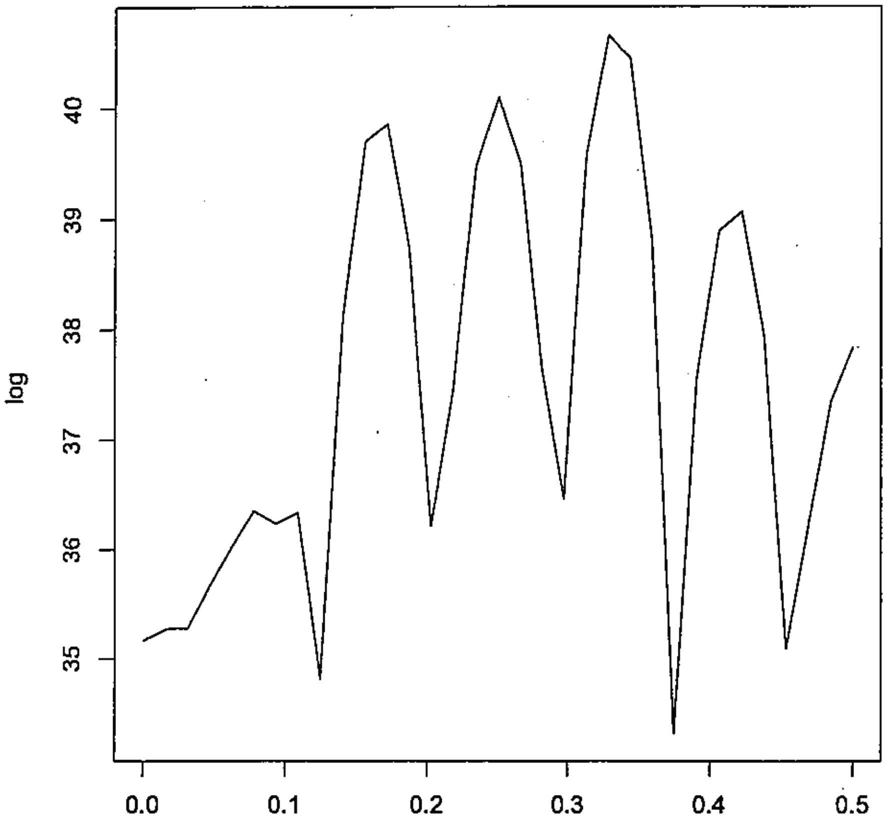


図５：トレンドを除去した輸出データのスペクトル

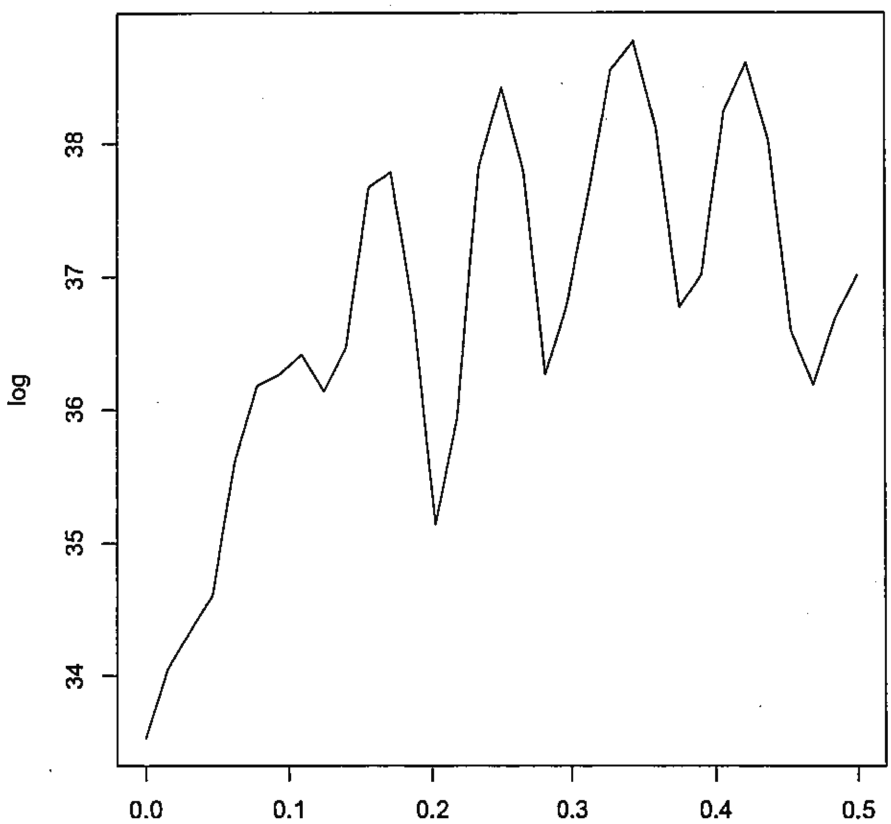


図６：トレンドを除去した輸入データのスペクトル

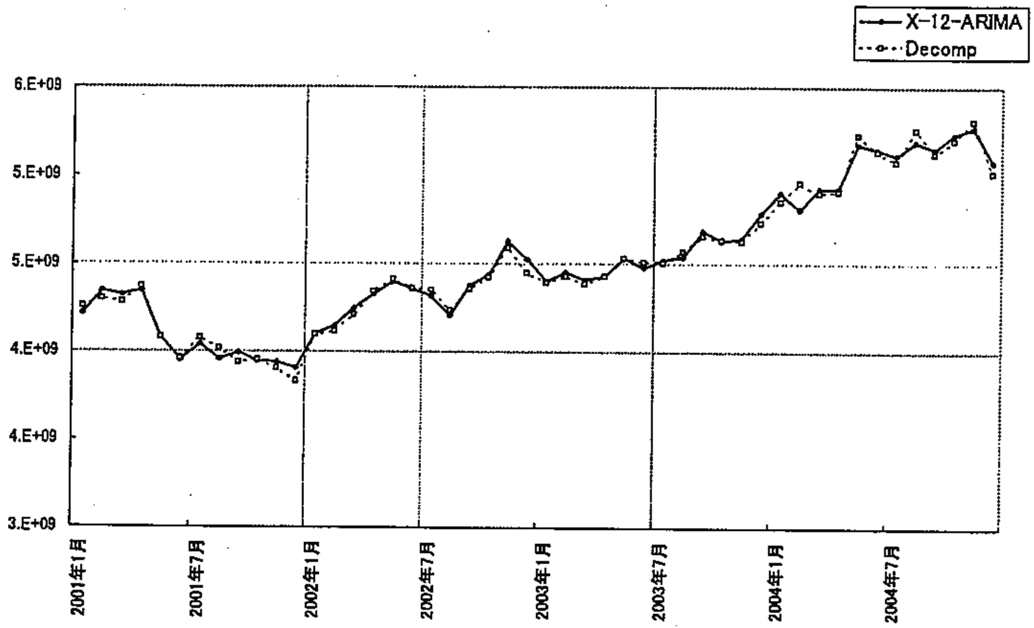


図 8-A：季節調整済み系列の比較（輸出）
AIC で選択されたモデルでの X-12 調整系列と Decomp 調整系列

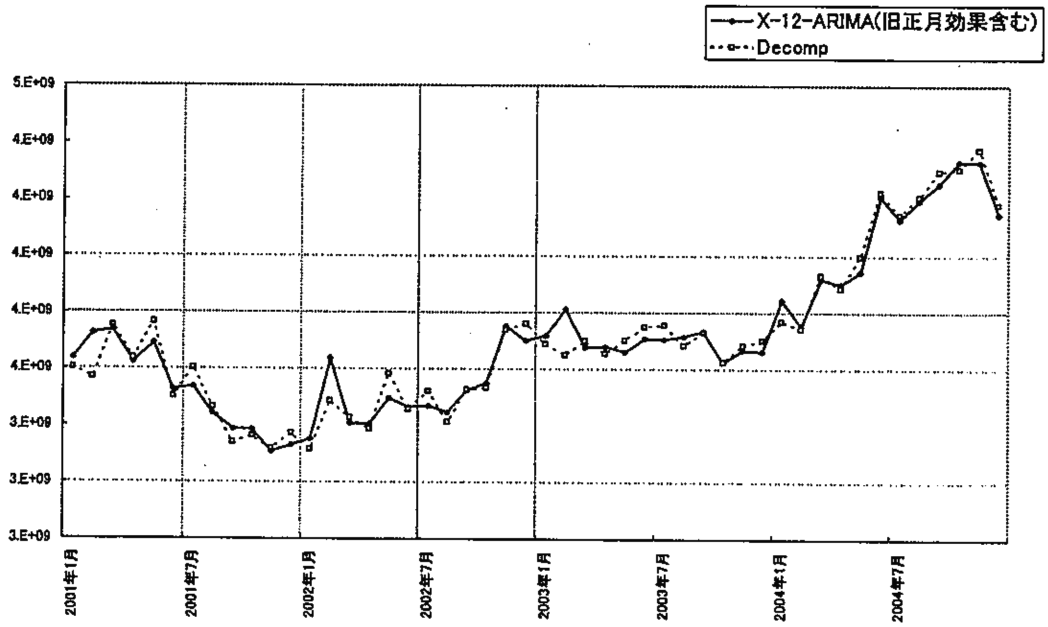


図 8-B：季節調整済み系列の比較（輸入）
AIC で選択されたモデルでの X-12 調整系列と Decomp 調整系列

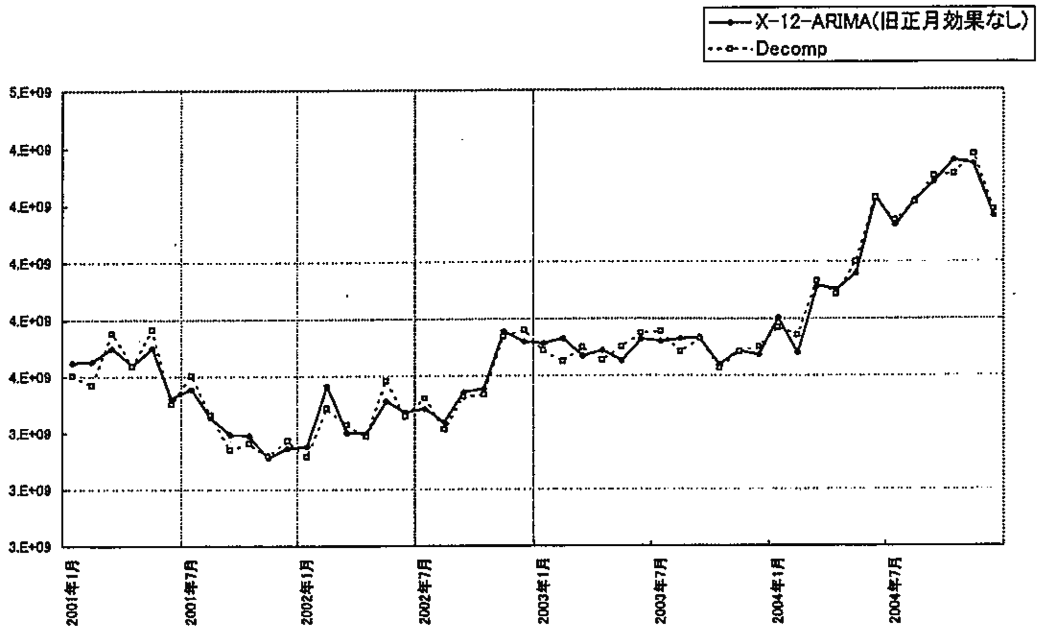


図 8 -C：季節調整済み系列の比較（輸入）
AIC で選択されたモデルでの X-12 調整系列と Decomp 調整系列

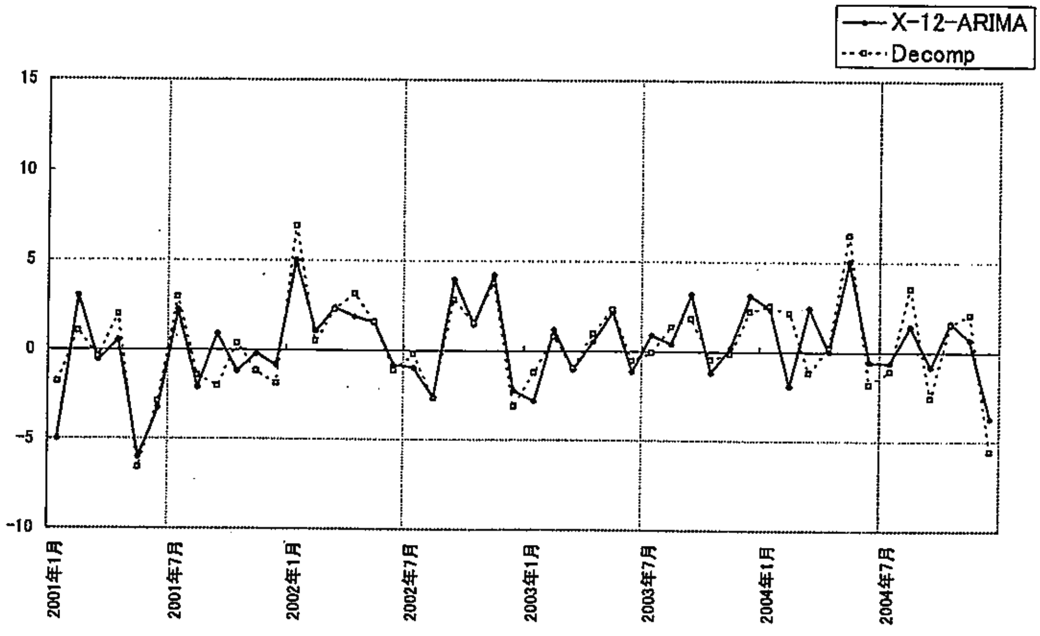


図 9 -A：前期比伸び率の比較（輸出）
AIC で選択されたモデルでの X-12 調整系列と Decomp 調整系列の
前期比伸び率の比較

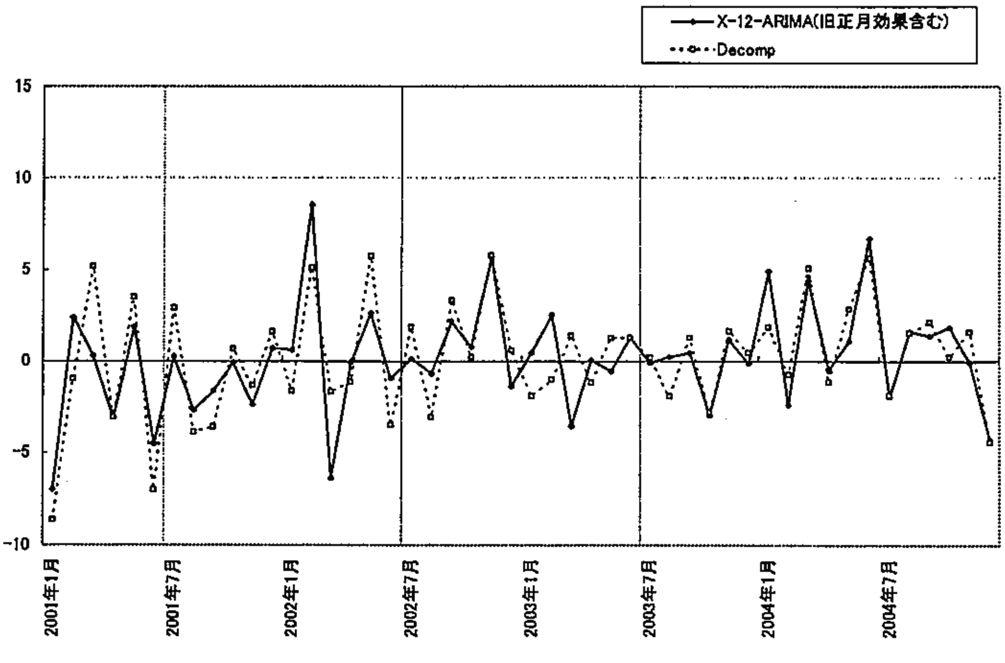


図 9 -B：前期比伸び率の比較（輸入）
AIC で選択されたモデルでの X-12 調整系列と Decomp 調整系列の
前期比伸び率の比較

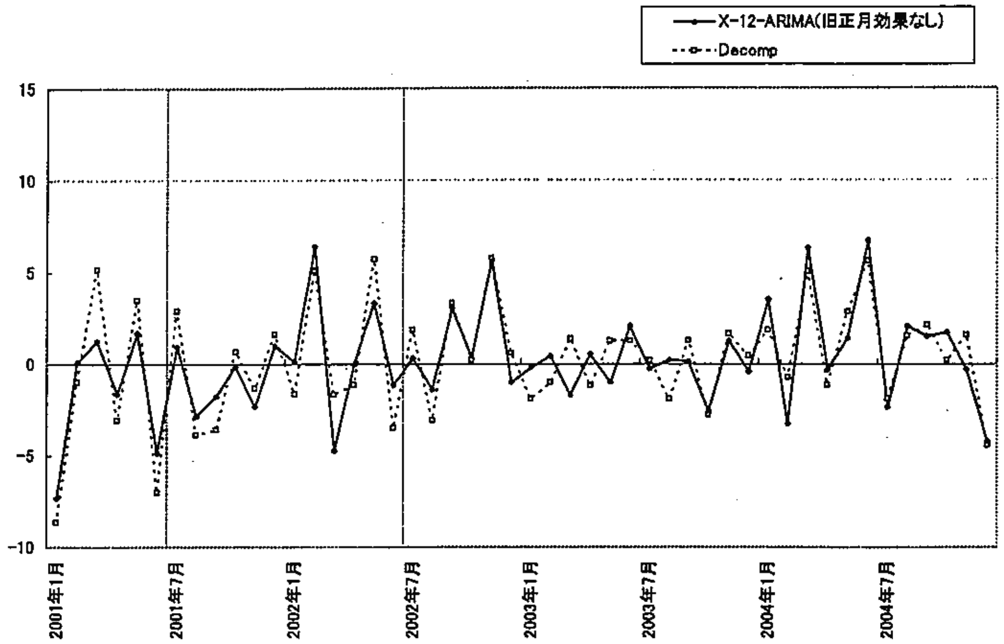


図 9-C：前期比伸び率の比較（輸入）
AIC で選択されたモデルでの X-12 調整系列と Decomp 調整系列の
前期比伸び率の比較

表1：輸出系列のモデル選択結果（祝日ダミー含む）

AIC 順位	モデル	AIC 値
1	(2 1 2)(0 1 1)	4799.473
2	(2 1 2)(0 1 2)	4800.561
3	(2 1 2)(1 1 2)	4802.371
4	(1 1 0)(0 1 1)	4804.035
5	(0 1 1)(0 1 1)	4804.103
6	(0 1 0)(0 1 1)	4804.395
7	(1 1 0)(1 1 1)	4805.201
8	(0 1 1)(1 1 1)	4805.292
9	(1 1 0)(0 1 2)	4805.454
10	(0 1 1)(0 1 2)	4805.532
11	(0 1 0)(1 1 1)	4805.628
12	(0 1 0)(0 1 2)	4805.863
13	(0 1 2)(0 1 1)	4806.007
14	(2 1 0)(0 1 1)	4806.035
15	(1 1 1)(0 1 1)	4806.035

表 2-A：輸入系列のモデル選択結果（祝日ダミーおよび旧正月ダミー含む）

AIC 順位	モデル	AIC 値
1	(1 1 0)(0 1 2)	4803.206
2	(2 1 2)(0 1 1)	4803.241
3	(1 1 0)(1 1 1)	4803.552
4	(0 1 0)(0 1 2)	4803.627
5	(0 1 1)(0 1 2)	4803.644
6	(1 1 0)(0 1 1)	4803.871
7	(2 1 2)(1 1 1)	4804.057
8	(0 1 1)(1 1 1)	4804.063
9	(2 1 0)(0 1 2)	4804.234
10	(0 1 0)(1 1 1)	4804.265
11	(1 1 1)(0 1 2)	4804.395
12	(2 1 0)(1 1 1)	4804.473
13	(2 1 0)(0 1 1)	4804.497
14	(0 1 2)(0 1 2)	4804.621
15	(1 1 1)(1 1 1)	4804.677

表2-B：輸入系列のモデル選択結果（祝日ダミー含む）

3

AIC 順位	モデル	AIC 値
1	(1 1 0)(0 1 1)	4808.418
2	(2 1 2)(0 1 1)	4808.499
3	(1 1 0)(0 1 2)	4808.74
4	(1 1 0)(1 1 2)	4809.078
5	(1 1 0)(1 1 1)	4809.093
6	(2 1 0)(0 1 1)	4809.244
7	(0 1 1)(0 1 2)	4809.36
8	(1 1 1)(0 1 1)	4809.365
9	(0 1 1)(0 1 1)	4809.532
10	(0 1 1)(1 1 2)	4809.714
11	(0 1 1)(1 1 1)	4809.826
12	(1 1 0)(2 1 1)	4809.864
13	(2 1 0)(0 1 2)	4809.878
14	(1 1 1)(0 1 2)	4809.907
15	(2 1 2)(1 1 1)	4810.053

表５：輸出スペック案（日本型祝日調整＋曜日効果調整）

```
series {
        period=12
        span=(1994.1,2004.12)
        modelspan=(1994.1,2004.12)
        file="Export.txt"
        name="Export"
        format="datevalue"
}
transform { function=log }
regression {
        variables=(td)
        user=(JHOLIDAY03 )
        start=1994.1
        file="userdummy1.txt"
}
arima { model=(2 1 2)(0 1 1) }
forecast { maxlead=48 }
check { print=all }
x11 { save=(d10  d11) }
```

"userdummy1.txt"は、内閣府で作成されていた祝日ダミーと同様のもので、以下の通りの内容のテキストファイルである。

```
-1.7
0.1
0.1
0.2
0.8
0
-0.6
0
0.3
0.1
0.3
0.2
0.3
-0.9
0.1
-0.8
0.8
0
-0.6
 .
 .
 .
```

表6-A：輸入系列スペック案(日本型祝日調整＋曜日効果調整＋旧正月効果調整)

```
series {
        period=12
        span=(1994.1,2004.12)
        modelspan=(1994.1,2004.12)
        file="import.txt"
        name="Import"
        format="datevalue"
        }
transform { function=log }
regression {
        variables=(td)
        user=(JHOLIDAY03 ChineseNewYear)
        start=1994.1
        file="userdummy2.txt"
}
arima { model=(1 1 0)(0 1 2) }
forecast { maxlead=48 }
check { print=all }
x11 { save=(d10  d11) }
```

"userdummy2.txt"は、内閣府で作成されていた日本の祝日ダミーと、中国・台湾において旧正月によって1月および2月に祝日となる日数を表すダミーを縦に並べたテキストファイルであり、内容は以下の通りである。

```
-1.7      0
 0.1      1
 0.1      0
 0.2      0
 0.8      0
   0      0
-0.6      0
   0      0
 0.3      0
 0.1      0
 0.3      0
 0.2      0
 0.3   0.25
-0.9   0.75
 0.1      0
-0.8      0
 0.8      0
   0      0
-0.6      0
.
.
.
```

表6-B：輸入系列スペック案(日本型祝日調整＋曜日効果調整)

```
series {
        period=12
        span=(1994.1,2004.12)
        modelspan=(1994.1,2004.12)
        file="Import.txt"
        name="Import"
        format="datevalue"
        }
transform { function=log }
regression {
        variables=(td)
        user=(JHOLIDAY03 )
        start=1994.1
        file="userdummy1.txt"
}
arima { model=(1 1 0)(0 1 1) }
forecast { maxlead=48 }
check { print=all }
x11 { save=(d10  d11) }
```

"userdummy1.txt"は、内閣府で作成されていた祝日ダミーと同様のもので、以下の通りの内容のテキストファイルである。

```
-1.7
0.1
0.1
0.2
0.8
0
-0.6
0
0.3
0.1
0.3
0.2
0.3
-0.9
0.1
-0.8
0.8
0
-0.6
 .
 .
 .
```

第III部: 関連資料

9. 資料「季節調整法の適用について (指針)」総務庁 (HP)。

10. 資料「法人企業統計の季節調整法」財務省財務総合政策研究所。

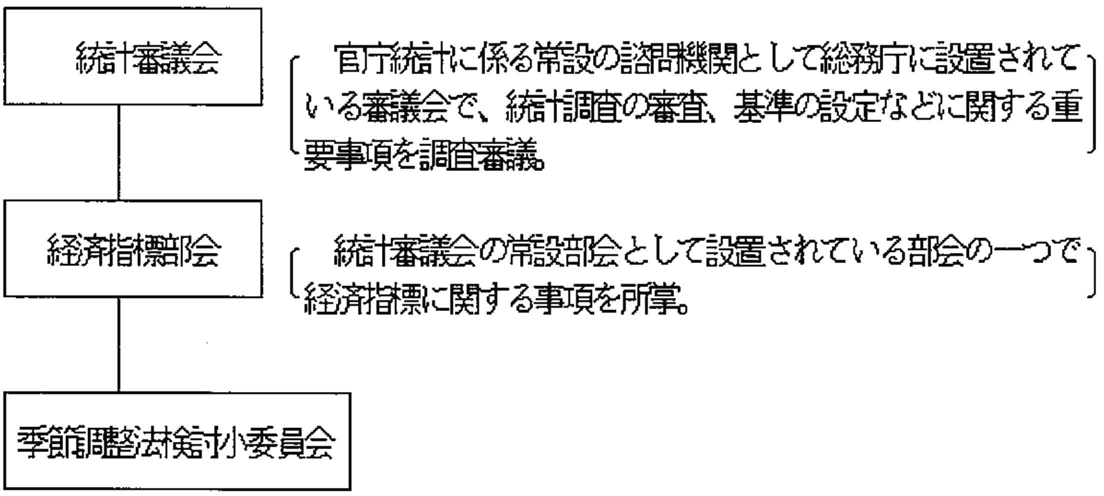
11. 解説「Web Decomp の紹介 (Ver 3)」佐藤整尚 (2006)、統計数理研究所。

「季節調整法の適用について（指針）」（平成９年６月20日統計審議会了承）について

１　経　緯

季節調整法は、経済指標の季節変動を調整するために広く利用されているものであり、現在、行政機関等で利用されている季節調整法は、昭和54年９月の統計審議会経済指標部会報告の趣旨を踏まえ、アメリカ合衆国商務省センサス局で開発された「センサス局法（X-11)」等となっている。

その後、平成７年９月に、センサス局法の新しいプログラムであるX-12-ARIMA(Beta バージョン）が開発され、平成８年６月に一般公開された。これはX-11等を改良したものとされているが、日本においても一部の研究者等から、同一時点で比較した場合に、曜日調整の影響によって各手法間で季節調整値に差異が出るとの報告が発表されるなど、看過しえない状況であった。このため、平成８年８月に経済指標部会の下部機関として「季節調整法検討小委員会（委員長：美添泰人青山学院大学教授)」を設置し、新しいプログラム（X-12-ARIMA ）の採用の可否について、既存の季節調整法等との比較を行うことにより、検討することとしたものである。



２　検討結果

季節調整法検討小委員会は、平成９年６月まで８回開催し、一般的な評価を受けている手法（X-11、X-12-ARIMA、MITI法及びDECOMP）の比較を行った結果、いずれの手法を用いてもある程度妥当な結論が導き出せることなどから、どの手法が最も適切であるかを特定するのではなく、(i) 引き続き、統計作成機関は、各々所掌する統計・指数系列毎に適用する季節調関して、X-12-ARIMA を含め、適切であると判断するに足る手法及びその手法において用いられる

曜日調整など個々の機能、選択基準等について検討を進めること、(ii) 統計利用者の利便に資するため、季節調整に係る情報の開示を推進すること等が必要である
との結論に達し、今後の「季節調整法の適用について（指針）」を提示したものである。

「季節調整法の適用について（指針）」は、季節調整法検討小委員会報告書の中の項目として取りまとめられ、経済指標部会決定を経て、平成９年６月 20 日に開催された統計審議会で了承されたものである。

3　「季節調整法の適用について（指針）」

一般に、季節調整法について理論的に評価することは難しいが、季節調整法検討小委員会において４種類の季節調整法（X-11、X-12-ARIMA、MITI 法、DECOMP）について検討を行ったところ統計作成機関が今後季節調整法を運用していく上で参考になると思われる結果が得られた。

また、統計利用者側の利用環境が変化し、様々な分析が可能な状況となっており、それに伴い統計情報に対する需要も増大している。これらの点にかんがみ、各種統計・指数系列に係る季節調整法の適用については、次のとおり推進するものとする。

・季節調整法を適用する場合は、センサス局法X-12-ARIMA など、手法の適切性について一般的な評価を受けている手法を継続的に使用する。統計作成機関は、適用する手法を選定した理由を明らかにする。

・季節調整法を適用する際の推計に使用するデータ期間、オプション等の選定に当たっては、それぞれの系列に対して統計作成機関において適切と考えられ、客観性が保たれる基準を採用し、継続的に使用する。

・データの追加又は期間の追加に伴って、オプション等の変更又は過去の季節調整値の変更を実施する頻度については、あらかじめ統計作成機関において基準を定め、利用者の利便性を考慮して、継続的にその基準を使用する。

・適用している季節調整法については、その名称、推計に使用しているデータの期間、オプション等の選択基準、選定したオプション等の季節調整に関する情報を報告書等に掲載する。

また、適用している季節調整法、オプション等の選択基準等の変更を行う場合は、変更の趣旨及び変更後の手法、基準等についても、報告書等に掲載する。

・統計作成機関は、季節調整法に関する情報について、別途定める様式に従い、統計基準部に提出することとする。

統計基準部は、統計作成機関から提出された各々の情報について、一覧性のある資料に取りまとめて、一般に開示する。

季節調整法の適用状況概要（府省等別）

（平成17年4月25日時点）

省庁名	季節調整法の種類	備考
内閣府	X-11 （機械受注統計調査、消費動向調査（全国、月次）、景気動向指数の採用系列の一部）	
	X-12-ARIMA （国民経済計算年報、四半期別GDP速報、四半期別民間企業資本ストック速報、景気動向指数の採用系列の一部）	
総務省	X-11	
財務省	X-11 （財務省景気予測調査）	
	X-12-ARIMA ファイナルバージョン（0.2.9） （法人企業統計調査、国際収支統計） X-12-ARIMA Release Version（0.2.10） （貿易統計）	
厚生労働省	X-12-ARIMA	
経済産業省	X-12-ARIMA	
国土交通省	X-11	
	EPA法（船員月間有効求人倍率）	
	X-12-ARIMA（その他）	
日本銀行	X-12-ARIMA	

注：季節調整を行っている統計・指数があるとの報告があった分のみを掲載している。
　　基本的に報告の内容をそのまま記載した。

季節調整法の適用状況（府省等別）

（平成17年4月25日時点）

府省等名	調査名	系列	季節調整法	選定理由	データ期間	オプション選択基準	オプション等の見直しの頻度	データ追加に伴う季節調整値の改訂頻度	備考
内閣府	機械受注統計調査		X-11	安定性を重視	S62.4～H17.3	特異項管理限界：下限2.0σ、上限3.0σ		年１回（毎年３月までのデータが揃った段階でデータを追加し、季節調整替えを行う）	平成17年４月実績よりX-12-ARIMA中のX-11に移行予定
	消費動向調査（全国、月次）	消費者態度指数(一般世帯、全国)	X-11	安定性を重視	S57第2四半期～H17第1四半期	標準使用		年１回（毎年第1四半期までのデータが揃った段階でデータを追加し、季節調整替えを行う）	
		消費者意識指標（消費者態度指数構成4項目）			S57第2四半期～H17第1四半期				
		消費者意識指標（資産価値の増え方）			H3第2四半期～H17第1四半期				
		消費者意識指標（レジャー時間）			H3第2四半期～H17第1四半期				
		地域別消費者態度指数(7項目)			S57第2四半期～H17第1四半期				
		サービス支出の増減(12項目)			H3第2四半期～H17第1四半期				
		旅行の実績・計画(8項目)			H3第2四半期～H17第1四半期				
	景気動向指数	投資環境指数（営業利益（製造業））	X-11	安定性を重視	S49第4四半期～H16第4四半期	標準使用		年１回（毎年12月又は第4四半期のデータが揃った段階でデータを追加し、季節調整替えを行う）	
		投資環境指数（総資本額（製造業））	X-12ARIMA	季節調整法としての成熟度及び操作性を重視	S49第4四半期～H16第4四半期	RegARIMAモデルの選択:AIC最小化基準等により選択（210)(112)、閏年調整（事前調整）、予測期間４期			
		大口電力使用量	X-12ARIMA	季節調整法としての成熟度及び操作性を重視	S50.1～H16.12	RegARIMAモデルの選択:AIC最小化基準等により選択（212)(012)、曜日調整（ユーザー変数タイプのホリデーファイルも使用）、閏年調整、予測期間60か月			
		営業利益（全産業）	X-12ARIMA	季節調整法としての成熟度及び操作性を重視	S49第4四半期～H16第4四半期	RegARIMAモデルの選択:AIC最小化基準等により選択（210)(011)、予測期間４期			
		実質法人企業設備投資（全産業）	X-12ARIMA	季節調整法としての成熟度及び操作性を重視	S49第4四半期～H16第4四半期	RegARIMAモデルの選択:AIC最小化基準等により選択（212)(110)、曜日調整、予測期間8期			
		法人税収入	X-11	安定性を重視	S50.1～H16.12	特異項管理限界：下限1.5σ、上限9.9σ			
	国民経済計算年報	国内総支出	X-12-ARIMA	季節調整法としての成熟度及び操作性を重視	S55第1四半期～H5第4四半期 H6第1四半期～H16第1四半期	次数1の81通りのARIMAモデル((0,1,0)(0,1,0)～(2,1,2)(2,1,2))からAIC最小化基準によりモデル選定		年１回（毎年確報値の公表に合わせて当該年度分のデータを追加し、季節調整替えを行う。）	
		国民所得・国民可処分所得の分配			S55第１四半期～H16第１四半期				
	四半期別GDP速報	GDP関連項目	X-12-ARIMA	季節調整法としての成熟度及び操作性を重視	S55第1四半期～H5第4四半期 H6第1四半期～最新四半期	次数1の81通りのARIMAモデル((0,1,0)(0,1,0)～(2,1,2)(2,1,2))からAIC最小化基準によりモデル選定		各四半期毎に最新データに基づき季節調整替えを行う。 モデル変更については年1回(毎年確報値の公表に合わせ、1年分のデータを追加して季節調整モデルの変更を行う)。	
		雇用者報酬			S55第1四半期～最新四半期				
	四半期別民間企業資本ストック速報		X-12-ARIMA	季節調整法としての成熟度及び操作性を重視	S55第1四半期～H5 第4四半期 H6第1四半期～最新四半期	標準使用		H6第1四半期以降を対象に年1回（毎年第1四半期までの確報値が揃った段階で、1年度分のデータを追加して季節調整替えを行う。）	
総務省	労働力調査		X-11	過去からの継続性と安定性を重視	S47.1～（毎年12月までのデータが揃った段階でデータ追加）	特異項管理限界：下限9.8σ、上限9.9σ		年１回（毎年12月までのデータが揃った段階で、データを追加して再計算を行う。それまでは、前年12月までのデータを使用し，暫定季節指数により季節調整値を計算している。また、再計算した季節調整値は，データの始期まで溯って公表している。）	
	家計調査	金額指数	X-11	過去からの継続性と安定性を重視	S50.1～（毎年12月までのデータが揃った段階でデータ追加）	特異項管理限界：下限2.0σ、上限3.0σ		年１回（毎年12月までのデータが揃った段階で，データを追加して再計算を行う。それまでは，前年12月までのデータを使用し，暫定季節指数により季節調整値を計算している。また，再計算した季節調整値は，データの始期まで溯って公表している。）	
		消費水準指数							
	消費者物価指数		X-11	過去からの継続性と安定性を重視	H8.1～（毎年12月までのデータが揃った段階でデータ追加）	特異項管理限界：下限2.0σ、上限3.0σ		年１回（毎年12月までのデータが揃った段階で，データを追加して再計算を行う。それまでは，前年12月までのデータを使用し，暫定季節指数により季節調整値を計算している。また，再計算した季節調整値は、データの始期まで遡って公表している。）	

府省等名	調査名	系列	季節調整法	選定理由	データ期間	オプション選択基準	オプション等の見直しの頻度	データ追加に伴う季節調整値の改訂頻度	備考
財務省	財務省景気予測調査		X-11	過去からの継続性を重視	S58.5～H14.5	標準使用		毎四半期調査（毎回、確定値として公表しており、暫定値は作成していない。また、遡及計算はデータ期間の最初まで行う）	
財務省	法人企業統計調査（四半期別調査）	項目・売上高、経常利益、設備投資 業種・全産業、製造業、非製造業	X-12-ARIMA (version 0.29)	季節調整の適切性及び、安定性の比較結果等より選定	S60.4～6月期以降	RegARIMAモデルの選択:AIC最小化基準等により選択 売上高 製造業　(211)(211)　消費税効果なし 非製造業　(111)(212)　消費税効果あり 経常利益 製造業　(212)(211)　消費税効果なし 非製造業　(110)(012)　消費税効果あり 設備投資 製造業　(212)(012)　消費税効果なし 非製造業　(212)(011)　消費税効果なし	年１回 毎年度第１四半期（４～６月期）調査公表時	年１回　毎四半期ごとに、新たなデータを追加してＲｅｇＡＲＩＭＡモデルによる推定を行い、当該調査期の季節調整済前期比増加率を公表する、なお、過去の増加率の改訂は、毎年度第１四半期（４～６月期）分の発表日に遡及して行う。	本統計調査においては、平成１３年１０～１２月期調査より季節調整前期比増加率を公表することとした。
財務省	貿易統計	輸出総額、輸入総額	X-12-ARIMA (Release Version 0.2.10)	季節調整の適切性及び、安定性の比較結果等より選定	最新120ヵ月分	RegARIMAモデルの選択:AIC最小化基準等により選択 輸出(212)(011) 輸入(110)(011)	年１回	毎月	
財務省	国際収支統計	輸出、輸入、輸送（受）、輸送（払）、旅行（受）、旅行（払）、その他サービス（受）、その他サービス（払）、雇用者報酬（受）、雇用者報酬（払）、直接投資収益（受）、直接投資収益（払）、証券投資収益（受）、証券投資収益（払）、その他投資収益（受）、その他投資収益	X-12-ARIMA ファイナルバージョン (0.2.9)	季節調整の適切性及び安定性の比較結果等から選定	H8.1～H13.12	ARIMAモデル選択：原系列の自己相関度合い・各モデルのAIC値等 曜日調整及び予測機能使用：季節調整の適切性及び安定性分析	年２回	年２回（前年12月分までのデータ（前年10～12月分は速報ベースのデータ）を用いて季節調整をかけ直し、全データの遡及計算を行う（3月頃）。さらに、前年12月分までの確報ベースのデータが揃った後、再度季節調整をかけ直し、全データの遡及計算を行う。（5月頃）。）	
厚生労働省	毎月勤労統計調査	各指数及び入・離職率　（月次及び四半期）	X-12-ARIMA (X-11 ﾃﾞﾌｫﾙﾄ)	X-12-ARIMAへの移行を進めるという旧労働省政策調査部の方針により季節調整法を変更したが，過去との継続性を重視しX-11デフォルトを用いることとした。	原則として，指数作成開始時点からH16年12月までであるが，指数作成開始時点がS27年1月である系列については，S30年1月からH16年12月までである（ただし，毎年12月までのデータが揃った段階でデータ追加）	継続性を重視し，旧X-11の標準型を使用している。また，季節調整のタイプは乗法型としている。	H12年１月分調査から，それまで用いていたX-11に替えてX-12-ARIMAを用いることとした。その後特段の見直しは行っていない。	年1回（毎年12月までのデータが揃った時点で行い，季節調整済指数（入・離職率については季節調整済の入・離職率）と季節要素を算出している（季調替え）。それ以降のデータについては，前述の季節要素を暫定季節要素として用いて算出している。また，季調替えに伴うデータ改定は，始期に遡り行っている。）	合成系列である実質賃金指数及び入・離職率については，これらを算出するのに用いる分母，分子の系列それぞれに季節調整を行い，その結果の比をとることにより行っている（消費者物価指数の季節調整と同一手法）。事業所規模30人以上の実質賃金指数については，S45年1月を推計に使用しているデータの始期としている。 四半期の季節調整値は，月次の季節調整値の四半期平均値である。
厚生労働省	労働経済動向調査	生産・売上、所定外労働時間、常用雇用労働者，臨時・季節労働者，パートタイム労働者，派遣労働者のそれぞれについて，増加事業所割合，減少事業所割合，判断D.I.の実績，実績見込み及び見込み（四半期）	X-12-ARIMA (X-11 ﾃﾞﾌｫﾙﾄ)	X-12-ARIMAへの移行を進めるという旧労働省政策調査部の方針により季節調整法を変更したが，過去との継続性を重視しX-11デフォルトを用いることとした。	原則として，H11年2月調査からH17年2月調査までである。（ただし，毎年2月調査のデータが揃った段階でデータ追加）。	継続性を重視し，旧X-11の標準型を使用している。また，季節調整のタイプは加法型としている。	H12年５月調査から，それまで用いていたX-11に替えてX-12-ARIMAを用いることとした。その後特段の見直しは行っていない。	年1回，第1四半期分の集計終了後，過去全期間のデータを季節調整するとともに，向こう1年分の予測季節要素を算出し，第2四半期から次の年の第1四半期までの４四半期分は，この予測季節要素をもって季節調整を行う。	合成系列である判断D.I.の実績，実績見込み及び見込みについては，これらを算出するのに用いる増加事業所割合・減少事業所割合の系列それぞれに季節調整を行い，その差をとることにより行っている。 また，H16年2月調査から産業分類を変更したことに伴い，ほとんどの系列においてデータの開始期間はH11年2月調査からとなっている。
厚生労働省	職業安定業務統計	求人数、求職者数、求人倍率、就職件数　（月次及び四半期）	X-12-ARIMA (X-11 パート)	過去からの継続性を重視	S38.1～H16.12（ただし，毎年12月までのデータが揃った段階でデータ追加）。	月別移動平均項目３×１、特異項管理限界下限1.6σ、上限2.6σ、季節調整タイプ乗法型	S58年に特異項管理限界を下限1.5σ，上限2.5σから現行のものに改めた以外に行っていない。	年1回（毎年12月までのデータが揃った時点で行い，季節調整値と季節要素を算出している（季調替え）。それ以降のデータについては，前述の季節要素を暫定季節要素として用いて算出している。また，季調替えに伴うデータ改定は，始期に遡り行っている。）	合成系列である求人倍率については，これらを算出するのに用いる分子（求人数），分母（求職者数）の系列それぞれに季節調整を行い，その結果の比をとることにより行っている。 四半期の季節調整値は，月次の季節調整値の四半期平均値である。ただし，求人倍率については，これを算出するのに用いる分母，分子の系列それぞれの四半期の季節調整値の比をとることによって，四半期の季節調整値としている。

府省等名	調査名	系列	季節調整法	選定理由	データ期間	オプション選択基準	オプション等の見直しの頻度	データ追加に伴う季節調整値の改訂頻度	備考
経済産業省	鉱工業指数	生産・出荷・在庫・在庫率指数、稼働率指数、製造工業生産予測指数	X-12-ARIMA (Final Version 0.2.10)	X-12-ARIMAで用いられる事前調整型の曜日・祝祭日調整の実施を考慮	前年から過去７年分	AIC値が小さく、かつ階数が比較的小さいモデルを選ぶという観点により、ARIMAモデル(0,1,1)(0,1,1)、閏年及び祝祭日を加味した２曜日調整、予測無しのモデルを選択した。	基準改定ごと(5年に1回)	年１回、前年分の季節指数及び季節調整済指数を再計算し、原データの年間補正と併せて改訂する。	在庫・在庫率指数は曜日調整を行わずX-11デフォルトを用いる。
	規模別製造工業生産指数	生産・出荷・在庫・在庫率指数				鉱工業指数（生産・出荷・在庫・在庫率指数）に準ずる。			在庫・在庫率指数は曜日調整を行わずX-11デフォルトを用いる。
	商業販売額指数		X-12-ARIMA (Final Version 0.2.10)	X-12-ARIMAで用いられる事前調整型の曜日・祝祭日調整の実施を考慮	前年から過去7年分	AIC値が小さく、かつ階数が比較的小さいモデルを選ぶという観点により、ARIMAモデル(0,1,1)(0,1,1)、閏年及び祝祭日を加味した２曜日調整、予測無しのモデルを選択した。	基準改定ごと(5年に一回)	年１回、前年分の季節指数及び季節調整済指数を再計算し、原データの年間補正と併せて改訂する。	H10年年間補正（H11年1月分速報）以降で実施
	第３次産業活動指数		X-12-ARIMA (Final Version 0.2.10)	X-12-ARIMAで用いられる事前調整型の曜日・祝祭日調整の実施を考慮	前年から過去7年分	AIC値が小さく、かつ階数が比較的小さいモデルを選ぶという観点により、ARIMAモデル(0,1,1)(0,1,1)、閏年及び祝祭日を加味した２曜日調整、予測無しのモデルを選択した。	基準改定ごと(5年に1回)	年１回、前年分の季節指数及び季節調整済指数を再計算し、原データの年間補正と併せて改訂する。	
国土交通省	建設労働需給調査		X-11	過去からの継続性を重視	S55.1～H16.12	標準使用		年一回（毎年１２月までのデータがそろった段階でデータを追加して季調替え、それまでは前年・前々年のデータを使用して暫定季節指数を作成し、暫定値を作成している。）	
	建設工事受注動態統計調査（大手５０社調査）		X-11	過去からの継続性を重視	S59.4～H16.12	標準使用		年一回（毎年１２月までのデータがそろった段階でデータを追加して季調替え、それまでは前年・前々年のデータを使用して暫定季節指数を作成し、暫定値を作成している。）	
	建築動態統計調査	建築物着工、住宅着工	X-11	過去からの継続性を重視	S40.1～H16.12	標準使用		年一回（毎年１２月までのデータがそろった段階でデータを追加して季調替え、それまでは前年・前々年のデータを使用して暫定季節指数を作成し、暫定値を作成している。）	
	輸送指数		X-12 ARIMA (X-11 パート)	過去からの継続性を重視	S45.1～H16.6	休日調整・閏年調整		年２回	他手法との比較中
	トラック輸送情報		X-12 ARIMA (X-11 パート)	過去からの継続性を重視	H1.1～H13.12	休日調整・閏年調整		年１回	他手法との比較中
	船員月間有効求人倍率		EPA法	過去からの継続性を重視	S55.2～データ入力年月	標準型を使用		毎月	他手法との比較中
日本銀行	銀行券発行高	銀行券発行高平残、銀行券発行高末残	X-12-ARIMA	安定性（MPD値およびMAPR値）およびパワースペクトル分析の比較結果等を考慮	S30.1～H16.12	原系列のACFやPACF、モデルのAIC値、推定パラメータの有意性、Ljung-BoxのQ統計量等をもとに総合的に判断	年１回	年１回（毎年12月分までのデータが揃った段階で季節調整をかけ直し、全データについて遡及計算を行う。なお、それまでの各月分<1～12月分>については、季節要素の予測値<前年12月分までのデータから算出>を用いて季節調整済値を計算し、公表する）。	
	マネーサプライ関連統計	M2+CD平残、準通貨平残	X-12-ARIMA	安定性（MPD値およびMAPR値）およびパワースペクトル分析の比較結果等を考慮	S42.1～H16.12	原系列のACFやPACF、モデルのAIC値、推定パラメータの有意性、Ljung-BoxのQ統計量等をもとに総合的に判断	年１回	年１回（毎年、Ｍ２＋ＣＤの12月速報分までのデータが揃った段階で季節調整をかけ直し、現行ベース計数（98年4月～）の全データについて遡及計算を行う。なお、それまでの各月分<1～12月分>については、季節要素の予測値<前年12月分までのデータから算出>を用いて季節調整済値を計算し、公表する）。	ＣＤ平残については、H16年3月以降、季節調整を取り止め。
		M2+CD末残、M1末残			S30.1～H16.12				
		M1平残、現金通貨平残、預金通貨平残			S38.1～H16.12				
		広義流動性平残			S55.1～H16.12				
		ﾏﾈﾀﾘｰﾍﾞｰｽ平残準備率調整後、ﾏﾈﾀﾘｰﾍﾞｰｽ平残準備率調整前	X-12-ARIMA	安定性（MPD値およびMAPR値）およびパワースペクトル分析の比較結果等を考慮	S45.1～H16.12	原系列のACFやPACF、モデルのAIC値、推定パラメータの有意性、Ljung-BoxのQ統計量等をもとに総合的に判断	年１回	年１回（毎年、12月分までのデータが揃った段階で季節調整をかけ直し、全データについて遡及計算を行う。なお、それまでの各月分<1～12月分>については、季節要素の予測値<前年12月分までのデータから算出>を用いて季節調整済値を計算し、公表する）。	
	実質輸出入	実質輸出、実質輸入、実質貿易収支	X-12-ARIMA	X-12-ARIMAで用いられる事前調整型の曜日・祝祭日調整の実施を考慮	S50.1～H17.2	原系列のACFやPACF、モデルのAIC値、推定パラメータの有意性、Ljung-BoxのQ統計量等をもとに総合的に判断	年１回	年１回（毎年、直近2月までのデータが揃った段階で季節調整をかけ直し、全データについて遡及改訂を行う。なお、先行き１年分<3月～翌年2月分>については、季節要素の予測値を用いて季節調整済値を計算）	
	販売統計合成指数	店舗調整前、店舗調整後	X-12-ARIMA	X-12-ARIMAで用いられる事前調整型の曜日・祝祭日調整の実施を考慮	H5.4～H17.3	原系列のACFやPACF、モデルのAIC値、推定パラメータの有意性、Ljung-BoxのQ統計量等をもとに総合的に判断	年１回	年１回（毎年３月までのデータがそろった段階でデータを追加して季節調整をかけ直し、全データについて遡及改訂を行う。）	

注１　季節調整を行っている統計・指数があるとの報告があった分のみを掲載している。また、基本的に報告の内容をそのまま記載した。

注２「オプション選択基準」欄において、記述事項以外のオプションは標準のものを用いている。

（参考）

四半期別法人企業統計調査の季節調整方法について

１．採用した季節調整法

（ｉ）法人企業統計の季節調整法

米国商務省センサス局で開発しているX-12-ARIMA（2002）（Version0.2.9）を用いて季節調整系列を作成しています。

（ii）RegARIMAモデルの選択

X-12-ARIMA中のRegARIMAモデルにおける階差次数・季節階差次数はそれぞれ１に固定し、他の次数は２以下の範囲内でAIC（赤池情報量基準）の最小化により定めています。

（iii）選択されたRegARIMAモデル

対象項目、業種ごとに右記のスペックを使用しています。

変化点・異常値分析の結果、売上高と経常利益の非製造業については、平成元年１・３月期、４・６月期および平成９年１・３月期を変化時点として消費税効果をモデルに取り入れています。また、曜日効果については取り入れていません。

データ利用期間は昭和６０年４-６月期以降、先行き予測期間は４期（１年分）です。

		RegARIMAモデル	消費税効果
売上高	製造業	(211)(211)	なし
	非製造業	(111)(212)	あり
経常利益	製造業	(212)(211)	なし
	非製造業	(110)(012)	あり
設備投資	製造業	(212)(012)	なし
	非製造業	(212)(011)	なし

２．季節調整を採用した対象項目

（ｉ）対象項目は売上高、経常利益、設備投資の３項目です。

（ii）業種については、全産業、製造業、非製造業の３系列とし、資本金規模はそれぞれ全規模のみとしています。

全産業については、製造業と非製造業の季節調整値の合計によっています。

３．季節調整済前期比増加率の公表方法

毎四半期ごとに、新たなデータを追加してRegARIMAモデルによる推定を行い、当該調査期の季節調整済前期比増加率を公表します。なお、過去の季節調整済前期比増加率の改訂は、毎年度第１四半期（４·６月期）分の発表時に遡及して行います。

（参考）

四半期別法人企業統計調査の季節調整方法について

1．採用した季節調整法

（i）法人企業統計の季節調整法

米国商務省センサス局で開発しているX-12-ARIMA（2002）（Version0.2.9）を用いて季節調整系列を作成しています。

（ii）RegARIMA モデルの選択

X-12-ARIMA 中のRegARIMA モデルにおける階差次数・季節階差次数はそれぞれ１に固定し、他の次数は２以下の範囲内でAIC（赤池情報量規準）の最小化により定めています。なお、平成１５年4-6月期にモデルの見直しをしています。

（iii）選択されたRegARIMA モデル

対象項目、業種ごとに右記のスペックを使用しています。

変化点・異常値分析の結果、売上高と経常利益の非製造業については、平成元年1-3月期、4-6月期および平成９年1-3月期を変化時点として消費税効果をモデルに取り入れています。また、曜日効果については取り入れていません。

データ利用期間は昭和６０年4-6月期以降、先行き予測期間は４期（１年分）です。

		RegARIMA モデル	消費税効果
売上高	製造業	(211)(211)	なし
	非製造業	(212)(010)	あり
経常利益	製造業	(211)(011)	なし
	非製造業	(110)(012)	あり
設備投資	製造業	(212)(012)	なし
	非製造業	(212)(011)	なし

2．季節調整を採用した対象項目

（i）対象項目は売上高、経常利益、設備投資の３項目です。

（ii）業種については、全産業、製造業、非製造業の３系列とし、資本金規模はそれぞれ全規模のみとしています。

全産業については、製造業と非製造業の季節調整値の合計によっています。

3．季節調整済前期比増加率の公表方法

毎四半期ごとに、新たなデータを追加してRegARIMA モデルによる推定を行い、当該調査期の季節調整済前期比増加率を公表します。また、過去の季節調整済前期比増加率の改訂を、毎回の季報発表時に遡及して行います。

四半期別法人企業統計調査の季節調整方法について

1．採用した季節調整法

（ｉ）法人企業統計の季節調整法

米国商務省センサス局で開発しているX-12-ARIMA（2002）（Version0.2.10）を用いて季節調整系列を作成しています。

（ⅱ）RegARIMAモデルの選択

X-12-ARIMA中のRegARIMAモデルにおける階差次数・季節階差次数はそれぞれ１に固定し、他の次数は２以下の範囲内でAIC（赤池情報量規準）の最小化により定めています。なお、平成１７年４-６月期にモデルの見直しをしています。

（ⅲ）選択されたRegARIMAモデル

対象項目、業種ごとに右記のスペックを使用しています。

変化点・異常値分析の結果、売上高と経常利益の非製造業については、平成元年１-３月期、４-６月期および平成９年１-３月期を変化時点として消費税効果をモデルに取り入れています。また、曜日効果については取り入れていません。

データ利用期間は昭和６０年４-６月期以降、先行き予測期間は４期（１年分）です。

		RegARIMAモデル	消費税効果
売上高	製造業	(211)(212)	なし
	非製造業	(111)(212)	あり
経常利益	製造業	(211)(011)	なし
	非製造業	(110)(012)	あり
設備投資	製造業	(212)(012)	なし
	非製造業	(112)(011)	なし

2．季節調整を採用した対象項目

（ｉ）対象項目は売上高、経常利益、設備投資の３項目です。

（ⅱ）業種については、全産業、製造業、非製造業の３系列とし、資本金規模はそれぞれ全規模のみとしています。

全産業については、製造業と非製造業の季節調整値の合計によっています。

3．季節調整済前期比増加率の公表方法

毎四半期ごとに、新たなデータを追加してRegARIMAモデルによる推定を行い、当該調査期の季節調整済前期比増加率を公表します。また、過去の季節調整済前期比増加率の改訂を、毎回の季報発表時に遡及して行います。

法人企業統計の季節調整法(参考)

1　X-12-ARIMA による季節調整

1.1　X-12-ARIMA について

法人企業統計の季節調整には米国商務省センサス局によって開発された季節調整プログラム X-12-ARIMA (Version0.2.9) が使用されている。X-12-ARIMA は、日本の官庁統計の季節調整でも広く利用されてきた X-11 法を発展させたプログラムであり、現在以下のサイトで最新版 (Version0.2.10) が公開されている。
http://www.census.gov/srd/www/x12a/

1.2　RegARIMA モデル

X-12-ARIMA では、RegARIMA モデルと呼ばれる独自の時系列モデルをデータに当てはめ、パラメーターの推定を行う。そして推定されたモデルによる予測値をデータの先に外挿することにより、データの端点においても左右対称な移動平均フィルターの適用を可能にし、過去の調整値の改定幅が比較的小さいという意味での安定的な季節調整を実現している。RegARIMA モデルとは時系列分析でよく用いられる季節 ARIMA モデルを拡張したもので、以下のように表される。

○ RegARIMA モデル

$$\phi_p(B)\Phi_P(B^s)(1-B)^d(1-B^s)^D[y_t-\sum_{j=1}^{r}\beta_j z_{jt}]=\theta_q(B)\Theta_Q(B^s)v_t$$

$\{y_t\}$:データ系列
$\{v_t\}$:独立に同一の正規分布に従う誤差項
$\{z_{jt}, j=1,\cdots,r\}$:回帰の説明変数 (レベルシフト、外れ値、曜日効果、休日効果等)
B :バックシフトオペレーター ($By_t=y_{t-1}$)
p,q,d,s,P,D,Q :非負の整数 ($s\geq 2$)、
$\{\phi_j\}$, $\{\Phi_j\}$ $\{\theta_j\}$, $\{\Theta_j\}$:SARMA 部分の未知パラメーター

$$\begin{aligned}\phi_p(B) &= 1-\phi_1 B-\cdots-\phi_p B^p ,\\ \Phi_P(B^s) &= 1-\Phi_1 B^s-\cdots-\Phi_P B^{sP} ,\\ \theta_q(B) &= 1-\theta_1 B-\cdots-\theta_q B^q ,\\ \Theta_Q(B^s) &= 1-\Theta_1 B^s-\cdots-\Theta_Q B^{sQ}\end{aligned}$$

上記のモデルは X-12-ARIMA では $(p,d,q)(P,D,Q)$ と略記される。階差やパラメーターの次数を表すこれら 6 つの数値と、回帰係数となるダミー変数をユーザーが指定することで、予測に用いるモ

デルが特定される。従って X-12-ARIMA による季節調整を行うには、調整しようとするデータに適合した $(p,d,q)(P,D,Q)$ 及びダミー変数を選択する必要がある。

1.3 モデル選択の方法

X-12-ARIMA では適切なモデルを選択するために **automdl** というコマンドが用意されている。**automdl** コマンドは例えば以下のような形式で記述される。

```
automdl{mode = both
        method = best
        file = "my.mdl"
        fcstlim = 25.0
        bcstlim = 25.0
        qlim = 15.0
        overdiff = 0.99
        identify = all
        outofsample = yes
        print = (none autochoice)
        savelog = automodel
        }
```

automdl コマンドは予め設定したモデルの候補の中から、`fcstlim`、`bcstlim`、`qlim`、`overdiff` で表される、データへの適合度を示す指標を満たすモデルを自動的に選び出す。

しかしながら **automdl** コマンドを用いた自動選択では、候補とした全てのモデルが却下されるというケースがしばしば起こるため、モデル候補の範囲を拡大したり、`fcstlim` 等の指標の境界値を緩めるなどの試行錯誤を行う必要が生じ、モデル選択作業が煩雑になることが多い。従ってここでは主に実務上の観点から、時系列分析においてより一般的なモデル選択基準である、情報量基準を利用し検討した。モデルは $d=1$ および $D=1$ とした上で、p,q,P,Q が 0 から 2 の範囲にあるモデルを検討の対象とした。よってモデルの候補は 81 通りである。

また回帰の説明変数については、1989 年 1-3・1989 年 4-6・1997 年 1-3・1997 年 4-6 の 4 時点での消費税の導入および増税による外れ値を表すダミー変数と曜日効果を考慮し、合理的な推定結果を得たものについてのみモデルに組み入れた。

2 季節調整の対象項目とスペックファイルの構成

2.1 対象項目

季節調整の対象としたのは、売上高、経常利益、設備投資である。それぞれ製造業と非製造業から構成されているので、全部で 6 系列について検討した。なお製造業と非製造業のそれぞれの季節調整値を合計した値を、全産業の季節調整値としている。先に合計された全産業系列に対してモデルをあてはめて季節調整系列を作成すると、異なる結果になる可能性がある点に注意が必要である。

2.2 具体的なスペックファイルの内容

以上のような点を踏まえた上で、例えば経常利益の製造業については、以下のようなスペックファイルを使用して季節調整を行った。

```
series{
   file='..\data\rieki_m.txt'
   start=1954.2
   precision=3
   span=(1985.2,)
   title='Rieki_m'
   modelspan=(1985.2,)
   period=4
   save=(
      sp0
         )
}
transform{
   function=log
}
regression{
   variables=(
#       ao1989.1
#       ao1989.2
      ao1997.1
      ao1997.2
         )
}
arima{
   model=(2 1 1)(2 1 1)
}
estimate{
   save=(lkstats )
   maxiter=200
}
check{
   print=(none +acf )
}
forecast{ }
x11{
   save=(
      d10  d11
         )
}
```

3

3　季節調整値の更新と前期比の公表方法

3.1　季節調整値の更新に関する問題

X-12-ARIMA により季節調整値を更新していく場合には、新たにデータが付け加えられることで、最適な RegARIMA モデルが変化する可能性があることに注意が必要である。法人企業統計に関しては、公表値の安定性と実務的な観点から、モデルの再検討および過去の履歴の更新は一年に一度程度の頻度で行うことが望ましいと思われる。

3.2　前期比増加率の公表方法

前期比伸び率の算出および公表の方法については、主に 3 通りの可能性について検討した。

(1) 過去のモデルを固定した上で毎期ごとに利用できる全てのデータを用いて季節調整値を計算し、伸び率を推定する方法

(2) 過去のモデルを固定した上で新たに得られたデータを付け加えて季節調整系列を作成し、その水準値から伸び率を推定して付け加えていく方法

(3) 過去のモデルを固定した上であらたに得られたデータを付け加えて季節調整系列を作成し、伸び率を推定して付け加えていく方法

これらの方法は、季節調整値自体を公表するかどうか、また毎期ごとに過去の値にまで遡って公表するかどうかといった、公表の方法と整合的になるように選択する必要がある。シミュレーションの結果からは、ある程度の差が生じることが分かった。

なお実際の公表においては方法 1 が取られ、季節調整値の水準自体は公表されず、毎期ごとに改訂される過去 5 期間に渡る前期比が公表されることとなった。

Web　Decomp　の紹介 ——　WWW上で行う季節調整システム

（Ver. 3）

統計数理研究所　佐藤整尚　（sato@ism.ac.jp）

1. はじめに

本稿で紹介する "Web Decomp" はWWW上に構築された統計解析システムである。ユーザーは季節調整モデルをはじめとした、様々な時系列モデルを用いてデータを解析することができる。中心となっている "Decomp" と呼ばれる手法は状態空間モデルを用いた季節調整法として有名であり、Kitagawa and Gersh (1984)によって提案されたものである。本システムでの計算はすべて、サーバーサイドで行われるため、ネットスケープ・ナビゲーターやインターネット・エクスプローラーなどのブラウザーさえあれば、ソフトウェアのインストールなど特別な設定が一切不要な点が特長である。これまでも、統計数理研究所ではTIMSAC シリーズなどの統計プログラム、ソフトウェアを開発してきたが、本システムは、それらのソフトウェアを気軽に利用してもらうことを主目的に作られている。そのため、本格的に大量のデータを処理するのには不向きである。これらの用途には従来のソフトウェアやWindows用に開発された "TIMSAC for Windows" を利用することをお勧めする。

WWWにアクセスできる読者は、まず以下のURLにアクセスし、本システムの雰囲気をつかむことをお勧めする。サンプルデータが用意されているので、何の準備もなしに試すことが可能である。

アドレス———＞　http://www.ism.ac.jp/~sato/

以下の節では、本システムの概要を説明する。ただし、扱える手法の種類やその仕様は常に改善されており、以下で書かれる内容が古くなってしまう可能性がある。最新の情報に関してはオンラインヘルプのページを参照することをお勧めする。

１９９８年２月より、新しいバージョンが利用可能になった。本稿では、このバージョンに基づい

て解説を行う。

2. Web Decomp のコンセプト

統計科学を研究するものにとって自己の研究成果をソフトウェアの形で公開する事は重要な社会的責務であると考えらる。しかしながら、近年の急速なコンピュータの発達と普及は目覚ましいものがあり、それについていくことすら大変になりつつある。だからといって、世の中の流れを全く無視して、独りよがりのソフトウェアを作ってもほとんど使われない、といった状況に陥ってしまう。また、ソフトウェア作りにそれほど時間や労力をかけていられないのも事実である。では、どのような解決策が考えられるであろうか、考えてみる。

<u>従来的方法：</u> まず、従来の統計ソフトウェアの公開方法として以下のようなものがあって、

A) プログラムのソースを公開する方法

B) 実行形式の形で公開する方法

<u>問題点：</u> これらの方法については以下のような問題点がある。

A) ユーザーのコンピュータ環境は多種多様であり、１つ１つにソフトを移植または対応させるのは困難である。

B) プログラムをソースの形で配布しても、インストールが大変である。

C) ソフトの配布が大変である。

D) 一度作って配布するとその後の修正は大変である。

E) 実務家にとってはできればGUIを使ったインターフェイスの方がわかりやすいがこれを実装するのはかなり面倒である。

これらの問題を改善する試みの例がここで紹介する Web Decomp である。

<u>*Web Decomp* の特徴：</u> Web Decomp は以下のような特徴を持っている。

A) 計算はすべてサーバー側で行われるため、プログラムの修正等、メンテナンスが容易である。（故に最新の成果をすぐ公開することも可能）

B) すべての動作はインターネット経由でおこなわれる。つまり、インターネットに接続されていればいつでもどこででも実行可能である。

C) ユーザーはWWWブラウザーを通じて操作するので、全く新しいインターフェイスにユーザーがとまどうことは少ない。

D) 基本的に OS やマシンに依存しない。ブラウザーが動作する環境さえあれば十分である。

3. Web Decomp の仕組み

Web Decomp の仕組みについて、その概略を図1に示した。これを見ても分かるように、クライアントーサーバーシステムとして構成されている。ここでの、クライアントマシンは個々のユーザーのマシンであり、直接のインターフェイスはWWWブラウザーになる。ユーザーはサーバーから送られたページの中で操作を行う。サーバーとのやり取りは、HTTPプロトコルを使いインターネットを介して行われる。

一方、サーバーではクライアントからデータ等を受け取り、指定された解析を実行し、結果を送信する。サーバーでの処理はいくつかの工程に分かれている。まず、はじめに HTTP サーバーによってクライアントのブラウザーからのリクエストを受け付ける。次に CGI(Common Gateway Interface) が実行され、リクエストの内容、及びデータの読み込みがなされる。この後の処理は S 言語で作られたシステムで行われる。S では結果のグラフの作成が主で、計算本体は Fortran プログラムを呼び出すことで行われる。必要な計算が終了すると、計算結果が図とともにクライアントのブラウザーへ送信される。なお、S は商用ソフトであるので、このサーバーシステム自身を移植する際にはライセンスが必要である。（クライアントからの利用については、ライセンスは不要である。）なお、サーバーで動くプログラムは常駐型ではなく、リクエストを受けるたびに起動し、実行される。（よって、各回の実行はまったく独立である。）

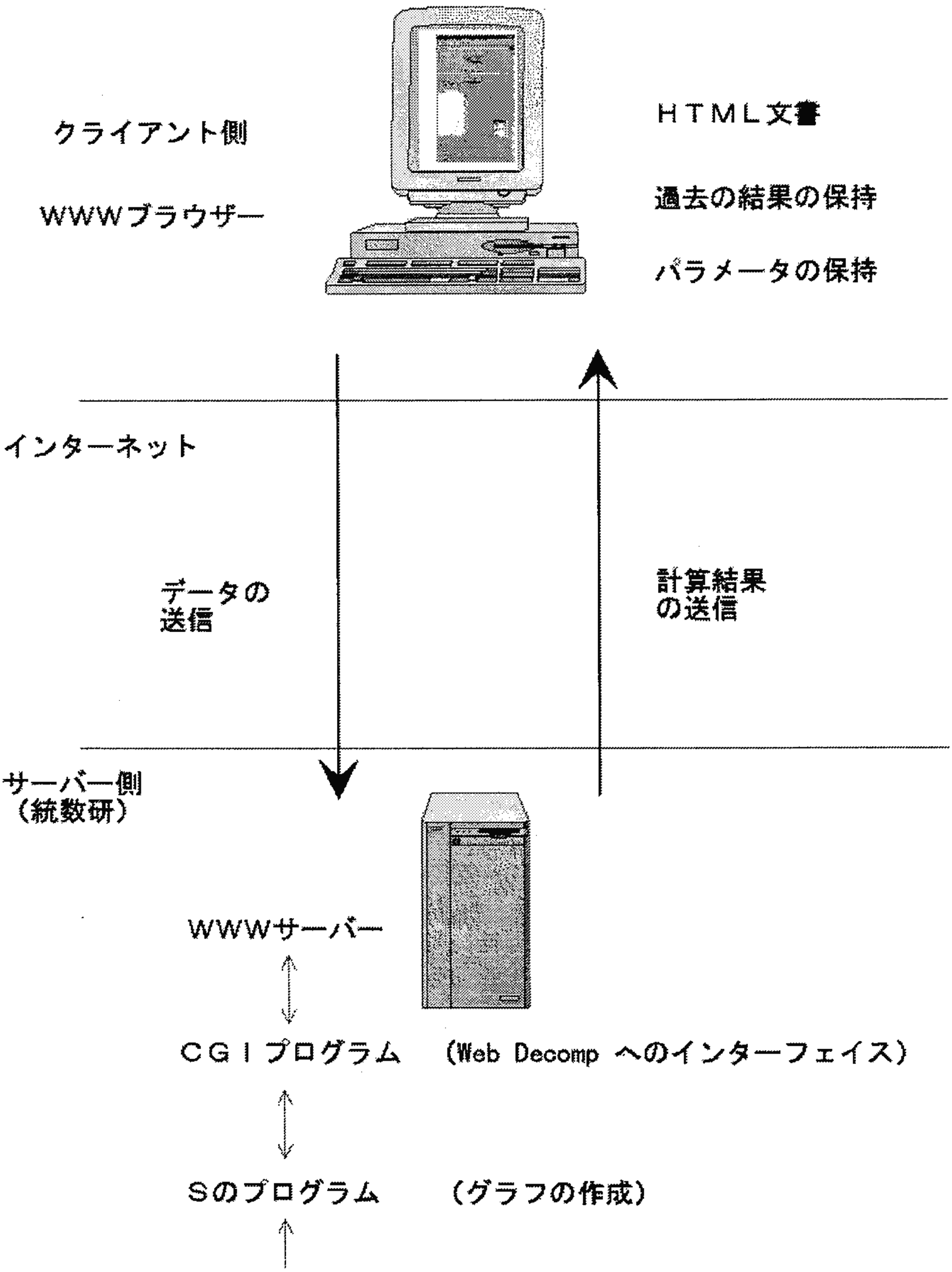
クライアントはサーバーから結果を受け取ると、ブラウザーを使って表示する。したがって、非力なマシンでも分析が可能になる。また、それまでの計算結果はブラウザー内にキャッシュとして貯えられるので、前の結果に戻る事も簡単である。

このように Web Decomp のようなシステムが実現されたのはインターネットの発展があったからである。しかしながら、このことが、特長であるのと同時に欠点にもなる。インターネットを介するので、ネットワーク経路の混雑度によっては大幅に時間がかかることがある。また、クライアントから送られるデータやサーバーからの結果には暗号化などは行われないので、機密データを解析するのは危険である。ネットワークの負荷も考えて、扱えるデータ数にも制限がある。（現在は約１０００位だが、今後変更する可能性がある)

今後、インターネットの普及とともに、この Web Decomp のようなサイトも増えてくると予想される。その際、できれば、あるサイトで計算した結果を別のサイトでも利用できる仕組みが確立されれば、さらに使いやすくなると思われる。そのためにはフォーム形式やデータフォーマットの共通化が必要である。

Ｖｅｒ．２では簡単な計算をクライアントに任すようにしたため、データの通信量が減っている。この実装にはＪａｖａＳｃｒｉｐｔが使われた。そのため、Ｖｅｒ．２を動かすには、ＮｅｔｓｃａｐｅのＶｅｒ．３以上、または、ＩｎｔｅｒｎｅｔＥｘｐｌｏｒｅｒのＶｅｒ．４が必要になる。

図1．Ｗｅｂ　Ｄｅｃｏｍｐ　仕組み



4. 解析手法の一覧

ここでとりあげた統計手法のほとんどは統計数理研究所において開発されたものである。そのため、ここでの詳しい説明は省略するが、適時参考文献を参照されたい。

- decomp ――― 状態空間モデルを使った季節調整法 [北川(1986)]
- plot ――― データの時系列プロット
- autocor ――― 自己相関係数をプロット [赤池・中川 (1972)]
- spectrum ――― 自己共分散から求めたスペクトラム [赤池・中川 (1972)]
- ARfit ――― ユール・ウォーカー法によるARモデルのあてはめ (AIC最小の次数を自動設定) [赤池・中川 (1972)]
- ARMAfit ――― 状態空間モデルに基づくARMAモデルのあてはめ (AR 及び MA の次数は手動設定) [北川(1993)]
- log ――― データの対数変換
- diff ――― データの１階差分
- diff4 ――― データの季節差分 (四半期データ用)
- diff12 ――― データの季節差分 (月次データ用)
- VARest ――― 分散変動型データの等分散化 [北川(1993)]

今後も他の手法が追加される予定である。

5. 解析の手順

表示されるウィンドウは、メインウィンドウ、コントロールウィンドウ、グラフウィンドウの３つである。(――> 図２)

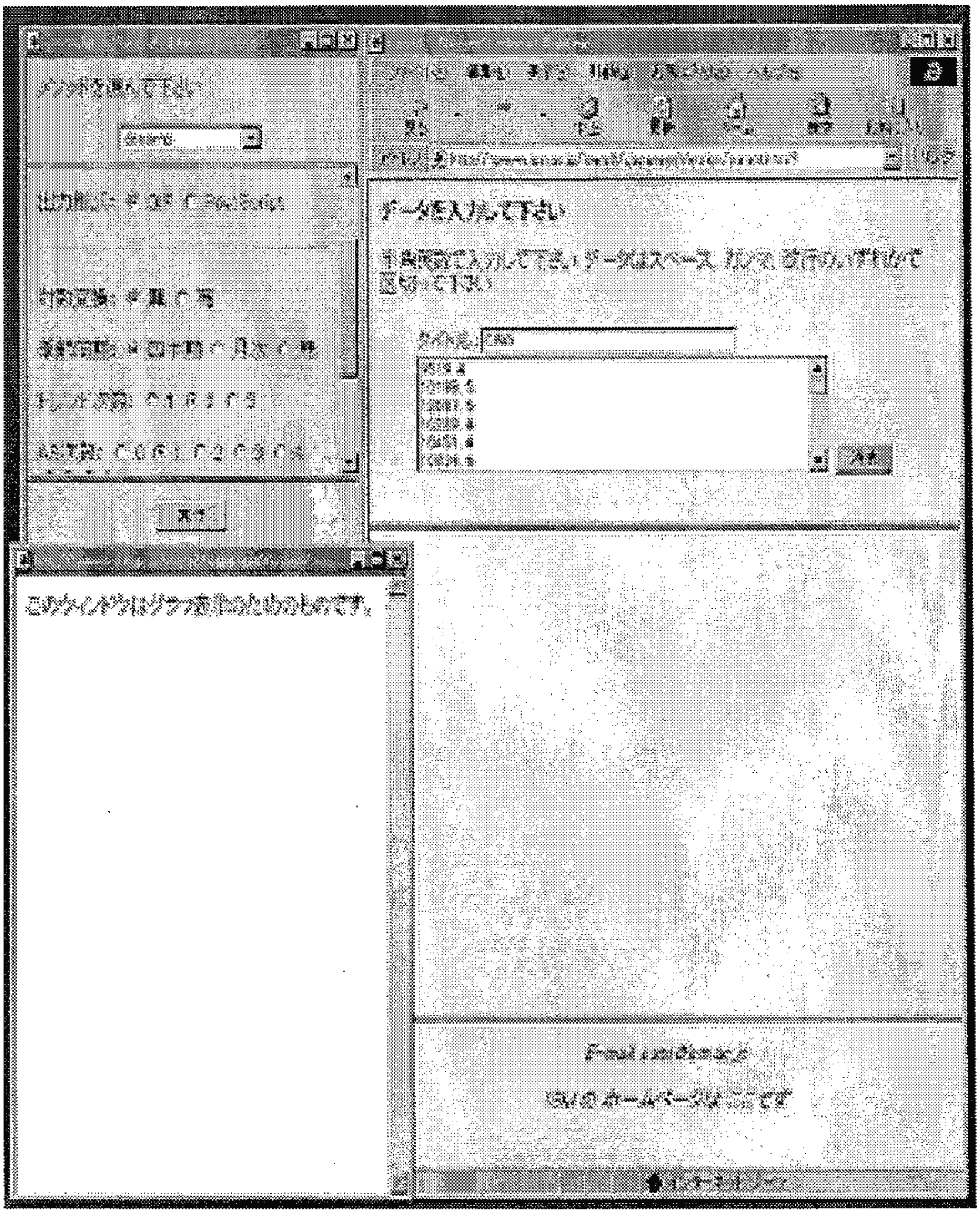


図２　WebDecomp 全体

A) データの入力　以下はメインウィンドウでの操作である。

- 今のところ１変量データのみ扱うことができる。手で入力する場合はデータ入力フィールドに数値のみを入力する。（全角のスペースを含めてはならない。）データとデータの区切りは空白またはカンマ、改行に限られている。データ数の多い場合はマウスによ

る Copy & Pasteの利用をお勧めする。あらかじめ、エクセル等でデータを表示させておき、マウスで 「範囲指定」 ー 「コピー」 ー ブラウサのデータフィールドで「ペースト」、をすれば完了である。 (——> 図3)

- 任意であるが、テキストフィールドにはデータ名を入力することができる。ただし、特殊文字を含むことはできない。(デフォルトでは "ORG" になっている。) (——> 図3)

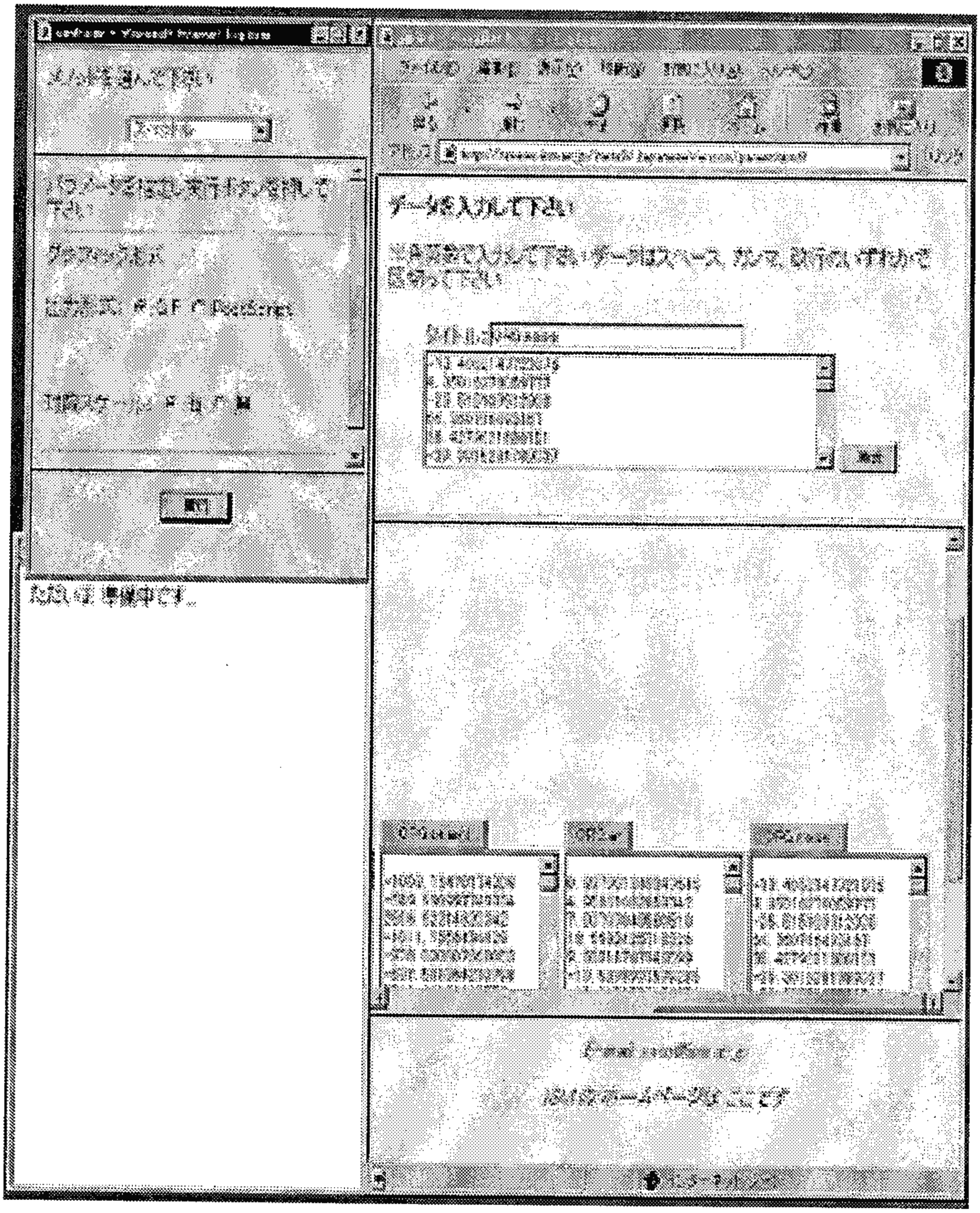


図３：メインウインドウ

B) 解析の実行　以下はコントロールウィンドウ内での操作である。

- 選んだデータに適用したい手法を "Select Method" の中から選ぶ。　(——>　図４)
- 必要であればパラメータの設定をする。（パラメータの設定の必要がない手法もある。(——>　図４)
- "Run" を押して実行する。（手法によっては数分時間がかかるものもある。）　(——>　図４)

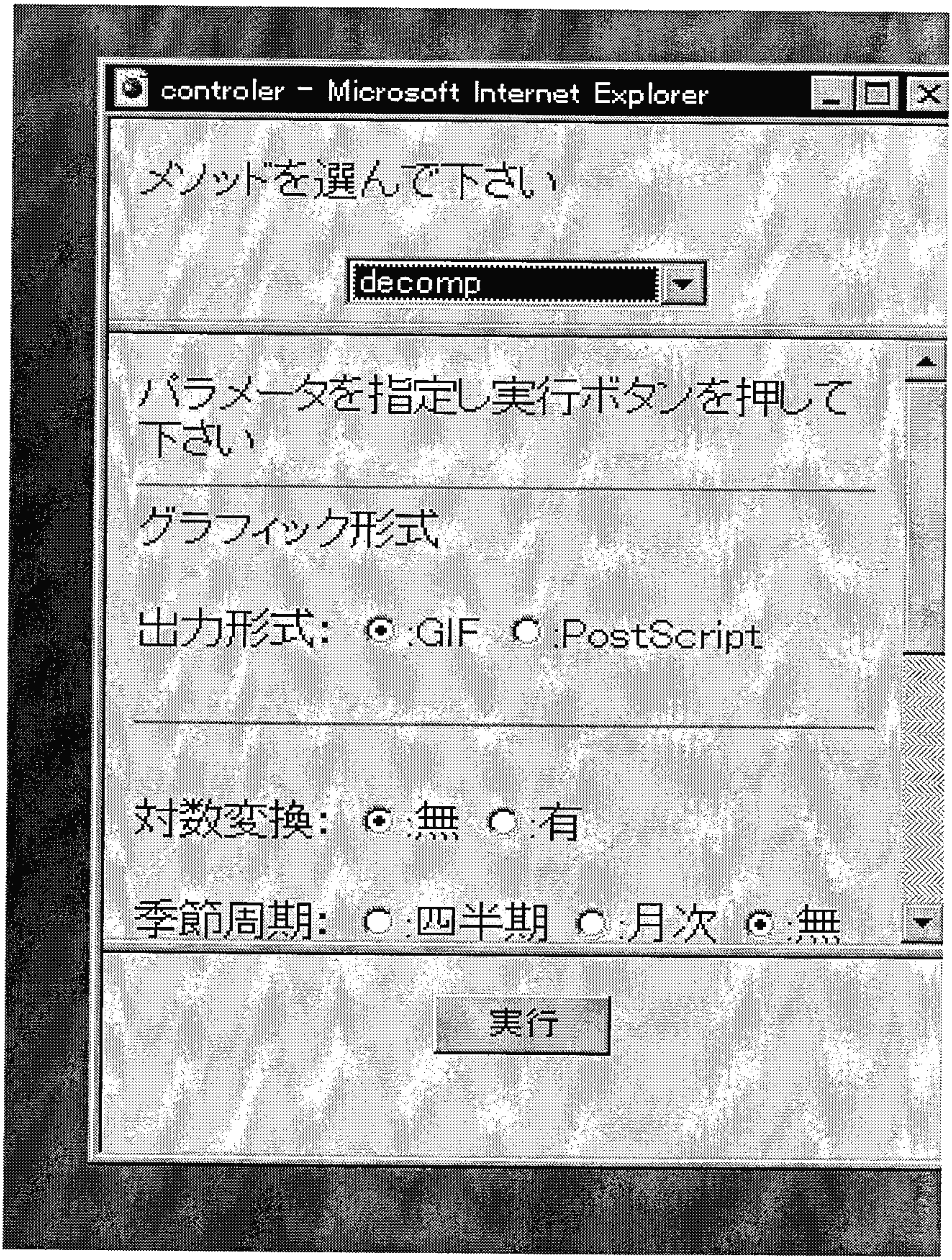


図４：コントロールウィンドウ

C) 結果の表示

- 正常に実行されると自動的に結果が表示される。
- 結果のグラフは（あれば）グラフウィンドウに、数値結果はメインウィンドウに表示される。またデータを加工した場合は、その結果がつぎの解析に利用できるようにデータフィールドに挿入される。（──> 図３）ここに表示されたデータはやはり、マウスを使った Copy & Paste により他のアプリケーションに持っていくことも可能である。
- 結果のデータを次の解析に使うには、そのデータのボタンを押す。そうすると上のデータフィールドにコピーされる。（──> 図３）

図５に一連の操作を例示しておいたので、参考にしてほしい。解析結果を使って、すぐ次の分析・診断が始められるため、データに適した解析をしているかどうかを簡単にチェックできる。

6. Decomp について

ここでの中心的手法であるDecompについてやや詳しく説明しておく。Decompは北川源四郎氏によって開発されたもので、以下の状態空間モデルにもとづいて、時系列をTrend成分、季節成分、AR成分、Noise成分に分解する手法である。（北川（1986））

$\Delta^d T(t) = e_1(t)$

$S(t) = -S(t-1) - \cdots -S(t-p) + e_2(t)$

$A(t) = a_1 A(t-1) + \cdots + a_q A(t-q) + e_3(t)$

$y(t) = T(t) + S(t) + A(t) + TD(t) + e_4(t)$

T：トレンド成分、　S：季節変動成分、　A：AR成分（短期循環変動）TD：曜日効果

y：観測値、　e_1, e_2, e_3, e_4：互いに独立な正規ノイズ

パラメータ：

- Log transform：データに対してあらかじめ log 変換を行うかどうか。（０または負のデータがあるとき、Yesをチェックするとエラーになる。）
- Seasonal frequency：季節性の周期。月次データの時は12、４半期データの時は４、季節性を仮定しないときは None を選ぶ。

- Trend Order: 上式において dに当たる値。大きいほどなめらかなトレンドが推定される。
- AR Order: AR成分の次数。0ならばAR成分を推定しない。
- Trading Day Effects: 曜日効果の調整を行うかどうか。Yes なら横にデータの開始時期を入力する。

<u>出力結果：</u>

- グラフ出力：　各成分の時系列プロットが表示される。スケールはすべて同じである。
- データ出力：　元のデータと各成分の値及び季節調整値がセットされる。これらは次の解析に利用できる。（log変換した場合でも季節調整値のみは逆変換した値になる。）
- パラメータ及び統計量：　ノイズの分散やAICの値が表示される。

  SIG2 ： e_4の分散

  TAU1: e_1の分散（SIG2にたいするの割合で表示）

  TAU2: e_2または（ARの次数が1以上のとき）e_3の分散　（SIG2にたいする割合）

  TAU3: e_2の分散　（SIG2にたいする割合）

7. 注意点

最後に幾つかの注意点を述べたい。

- Web Decomp を使うことにより、直接・間接を問わず損失や損害が生じても著者及び統計数理研究所はいかなる責任も負わない。
- バグのないように最善を尽くしているが、万が一、おかしい所があった場合は、著者までご連絡願いたい。
- このサイトへのリンクを張る場合は著者までご一報を願う。
- サービスの形態についてはこちらの事情により予告なく変更される可能性がある。
- このシステムの利用は、学術研究ならびにそれに準ずる非商用目的等に限定されている。

謝辞

統計数理研究所・北川源四郎教授には多方面にわたるご教示をいただきました。また、多数の方がテストに協力していただき、貴重なご意見を述べて下さいました。あわせて、感謝いたします。このシステムの開発にあたっては科学研究費補助金（基盤研究（A）（2）「時系列解析ソフトウエアの組織化の研究」　研究代表者　北川 源四郎 課題番号 08558021）の援助を受けています。

参考文献：

- 赤池弘次、中川東一郎（1972）「ダイナミックシステムの統計的解析と制御」サイエンス社
- Kitagawa, G., and Gersh, W. (1984), "A smoothness priors-state space modeling of time series with trend and seasonality", JASA, Vol.79, No.386, 378-389.
- 北川源四郎（1986）「時系列の分解 —— プログラム ＤＥＣＯＭＰ の紹介 —— 」統計数理 34巻2号 P255-271
- 北川源四郎（1993）「時系列解析プログラミング」岩波書店