

< 予稿集 >

経済統計・政府統計の数理的基礎と応用 2012<sup>1</sup>

会場：青森公立大学

2012年9月

<sup>1</sup>この予稿集は文部科学省・科学研究費プロジェクト「経済統計・政府統計の数理的基礎とその応用」(2011年度～2014年度)が開催する研究集会における講演内容をまとめたものである。

# 前書き

本報告書は、日本学術振興会・科学研究プロジェクト「経済統計・政府統計の数理的基礎とその応用」（2011年度－2014年度、研究代表者：山本 拓）が、2012年9月28日（金）、29日（土）に青森公立大国際交流ハウスで開催した2012年度の研究集会における講演内容をまとめたものである。2012年度の研究集会は国友直人・山本拓がオーガナイザーであるが、会場については佐藤整尚氏にご尽力いただいた。

本プロジェクトの目的は、経済統計・政府統計における主要な課題の、技術的および制度的問題を、統計学的な立場から理論的・学術的に検討し、具体的解決策を提言することである。

経済統計、とりわけ政府統計は、経済・社会の動向を理解し、政策を実施、評価するためには不可欠な情報であることは言うまでもない。最近は evidence-based policy ということもよく言われ、政府統計の重要性は一般に広く認識されつつあると思われる。しかし、経済統計・政府統計への信頼性は、近年必ずしも増しているとは言えない状況である。経済社会の急激な変化に伴い、政府統計の質の確保が困難になりつつある。マクロ経済統計の側面では、GDP 統計などに代表されるマクロ公表系列の質と信頼性の問題、信頼性の高い将来人口の推計の問題、地域による経済情勢のばらつきの把握などの問題を挙げることができる。またミクロ経済データにおいては、統計調査をとりまくプライバシー意識の高まりから、調査精度の確保が難しくなりつつあるという問題や、情報開示と秘密保持の両立という匿名化問題などを挙げることができる。

新しい統計学的知見の導入に関しては、日本の政府統計部局が分散化されているために、これまでは、個別の担当部局あるいはその時々担当者に個別に招かれた研究者によって知見や助言が提供されることが多かった。政府統計を巡る重要な論点について、担当部局をまたいでその知見が共有されることは少なかったと思われる。またそれらの話題が広く研究者間で議論されることも少なかった。そのような意味で、経済統計・政府統計の技術的・制度的問題点を、統計学的立場から総括的に検討していくという本研究プロジェクトは、一つの新しい方向性を示している。

本プロジェクトの研究集会は、プロジェクトのメンバーと実際に経済統計・政府統計に作成者または利用者として業務として携わっている方々との積極的な交流を目指している。したがって研究集会における研究報告は、メンバーと外部の方の報告が概ね半々になるように構成されている。昨年度の第1回目の研究集会の特徴は、外部の報告者として、実際に主要な政府統計を作成されている担当者を招き、作成上のポイントや課題を報告して頂いたことである。

今年度は第2回目の研究集会として、外部の報告者としては地方政府において統計に関わっている方に、そのあり方や課題などについて報告して頂いたことにその特徴がある。さらにマクロ経済統計の作成者および利用者としての立場からその問題点や改善の方向性やについての報告を頂いた。メンバーからは、季節調整法について、ミクロ統計や人口統計についての理論と実際について等の報告が行われた。このような機会が情報交換ならびにお互いの刺激となり、経済統計・政府統計の今後の改善の一助となることを期待する次第である。

2013年2月

**编者**

研究集会「経済統計・政府統計の数理的基礎と応用 2012」

日時：2012年9月28日(金)-29日(土)

場所：青森公立大学国際交流ハウス

オーガナイザー：山本拓・国友直人

開催趣旨と参加要領：

この研究集会は科学研究費プロジェクト(2011年度-2014年度)「経済統計・政府統計の数理的基礎と応用」(代表：山本拓)に基づき開催するもので、日本統計学会「計量経済・計量ファイナンス分科会」との共催事業です。

<プログラム>

2012年9月28日(金)

<挨拶：研究プロジェクトの計画>

13:00-13:05 山本拓 「研究プロジェクト 2011-2014 の概要」

<東北地域と経済統計>

13:05-13:45 井上健 「東北地方における水産統計の利用について」

13:40-14:25 小寺隆子 「青森県の景気ウオッチャー調査について」

<コーヒー・ブレイク>

<季節調整の理論と実際>

14:30-15:10 高岡慎 「安定性を考慮したモデル選択法—法人企業統計の事例—」

15:10-16:50 佐藤整尚・国友直人 「構造変化と季節調整」

<マクロ経済統計の理論と実際>

15:50-16:30 野木森稔 「生産アプローチに基づく四半期 GDP」

16:30-17:10 小巻泰之 「政府統計のリビジョンスタディ」

<懇親会>青森市内

2012年9月29日(土)

<ミクロ統計・人口統計の理論と実際>

10:10-10:50 久保川達也 「小地域推定とベンチマーク問題」

10:50-11:30 土屋隆裕 「景気関連調査のための Web 実験調査」

11:30-12:10 千木良弘朗・山本拓 「Lee-Carter 法と人口推計」

<挨拶>

12:10-12:30 「連絡事項と今後の計画」 計画参加者・全員

## 漁業生産量に関する統計の整備状況について～東北地方を例に

井上 健

福島大学経済経営学類

### 1. はじめに

漁業生産量に関する全国統計としては、農林水産省による『海面漁業生産統計調査』がある。一方、地域（主に都道府県）の水産行政部門において独自の統計が作成されていることも珍しくはない。海面漁業生産統計調査は水産行政の観点のみならず、学術研究の観点からも十分信頼のおけるものであるが、時間区分、地域区分については更に細かい統計が研究上有用である。そこで、各都道府県の統計を補完的に利用できれば望ましいのだが、調査・集計の方法が異なることから、そのような利用の仕方には一定の注意が必要であると考えられる。本稿では、東北地方を例に、漁業生産量に関する各県の統計の整備状況と国の統計に対する補完の可能性について検討した結果を報告する。

### 2. 漁業生産量に関する統計

#### 2.1. 海面漁業生産統計調査とその課題

本調査は稼働量調査、海面漁業漁獲統計調査、海面養殖業収穫統計調査の3つの調査からなる。海面養殖業の収穫量については海面漁業収穫統計調査、それ以外の海面漁業の漁獲量については海面漁業漁獲統計調査（稼働量調査の対象となる漁業は除く）の対象となる。稼働量調査はかつお・まぐろ類のみを対象とした調査となっている。かつお・まぐろ類の漁獲の大部分を占める大中型まき網漁業、遠洋・近海まぐろはえ縄漁業、遠洋・近海かつお一本釣漁業を営む漁業者は、漁獲成績報告書を農林水産大臣に提出することが義務付けられているため、これらを利用することによって、かつお・まぐろ類の漁獲量の大部分を把握することが可能となる。稼働量調査は、かつお・まぐろ類に関わる漁業の中で漁獲成績報告書の提出が義務付けられていない漁業（沿岸まぐろはえ縄、沿岸かつお一本釣、ひき縄釣及び大型定置網）を調査対象としている。

本調査の目的は「海面漁業の生産に関する実態を明らかにし、水産行政の基礎資料を整備すること」<sup>1</sup>であるとされている。漁業生産量の利用に際しては属人、属地のどちらの統計であるかを確認する必要があるが、本調査は1964年に属地統計から属人統計へ転換している。片岡(1986)はこの転換の理由を、「従来の統計における生産量の把握に重点をおいた方向が、他の指標との間にバランスを欠き、総合的・多面的利用に耐え得ないという欠陥が目立ち、新しい対応が必要となった」と述べている。また、それに対する具体的な対応については、「漁業を経営する場所・操業する場所および水揚する場所に整理し、属地漁獲量は水揚統計として、流通統計調査の分野に位置づけられた」と整理している。片岡(1986)は彼が関東農政局水産統計課に属していた時に書かれたものであり、水産行政の転換について信頼性のある見解であると考えて良いだろう。現在でも本調査は、「人」の生産活動に焦点を当て、「漁業を経営する場所」を基準とした統計

<sup>1</sup> 海面漁業生産統計調査規則 第一条の二

調査として実施されていると位置付けて良いだろう。一方、「水揚する場所」を基準とした統計調査としては『産地水産物流通調査』が実施されている。

海面漁業生産統計調査の中で稼働量調査では、かつお・まぐろ類の漁獲があった海面漁業経営体を直接の調査対象としている。これに対して、海面漁業漁獲統計調査及び海面養殖業収穫統計調査では、原則、水揚機関を調査対象としており、水揚機関で把握できない場合に限り、漁業経営体を調査対象としている。水揚機関とは、漁業協同組合、産地水産物市場など、漁業経営体からの生産物をとりまとめる役割を果たす機関を指している。調査方法から判断する限り、完全な全数調査とは言い切れないが、漁業生産量に関する網羅性は非常に高いとみなすのが一般的であり、日本における漁業生産量の基準となる統計に位置づけられている。一方、現状よりも細分化された統計が作成されるようになれば更に利便性が増すことは言うまでもない。具体的には、年次集計（現状は年次統計のみ）及び地区別集計（現状は全国、都道府県、市町村）についての細分化が主なものとなるが、そのような細分化によって便益が得られる利用者は必ずしも多いとは言えず、統計作成の費用を考えると困難であるかもしれない。

2011年より海面漁業生産統計調査の2007、2008年の結果については、オーダーメイド集計による統計作成サービスが開始されており（2012年9月時点）、細分化された集計結果を利用したい者については、このサービスを利用することが1つの有力な手段となる。ただし、本サービスは開始されて間もない状況であり、利用実績に関する情報が十分に得られていない<sup>2</sup>。

細分化された区分における漁業生産量の情報を得る手段としては、各都道府県が独自に作成している統計を利用するという方法もある。ただし、利用の際にはいくつかの注意が必要となる。主なものとしては、

- ① 都道府県統計が必ずしも漁業生産量を網羅的に把握しているとは限らないこと
- ② 都道府県統計は一般的に属地統計として集計されていること

などが挙げられる。また、漁業種類や魚種分類の方法が海面漁業統計調査とは異なる場合も珍しいことではなく、そのため、補完的に利用できる範囲が狭くなることもしばしば生じる（表1）。

漁業生産量統計の細分化の中で地区別集計については、漁業地区単位の集計が研究上、有用となることが多い。漁業地区と言った場合、伝統的な漁村から続いている地域区分を指しているとも考えられるが、現在では、漁業センサスによる区分を利用するのが一般的である。漁業センサスによる漁業地区の定義は以下のようにになっている。

漁業地区とは、市区町村の区域内において、共通の漁業条件及び共同漁業権を中心とした地先漁業の利用等に係る社会経済活動の共通性に基づいて漁業が行われる地区をいう。

「共同漁業権を中心とした地先漁業の利用」という点から漁業地区が主に沿岸漁業に関連した地域区分となっていることが分かる。伝統的には、居住地区の目の前の海を共同で利用してきた集落、すなわち漁村あるいは漁業集落に関連する地区概念となっている<sup>3</sup>。表2は東北6県の海面漁業に関連する市町村数及び漁業地区数を示したものである。東北全体では漁業地区数の1市町村当たりの平均はおよそ2.8であるが、宮城県、岩手県の2県について3を大きく上回っている。三陸地方の複雑に入り組んだ海岸線が、狭い範囲に複数の異なる漁業集落を形成してきたことが関係している。図1には漁業地区の例として石巻市内の様子を示す（漁業地区数22）。

<sup>2</sup> 海面漁業生産統計調査に関する2011年末までの利用実績は確認できていない。

<sup>3</sup> 漁業地区と漁村は必ずしも1対1対応ではなく、複数の漁村から1つの漁業地区が形成されている場合も多い。

表 1 漁業種類分類の比較(海面養殖を除く海面漁業)

漁業区分	宮城県統計	農林水産統計
底びき網	遠洋底びき網/沖合底びき網 小型機船底びき網 その他の底びき網	遠洋底びき網/沖合底びき網 小型底びき網
まき網	かつおまぐろまき網 いわしさばまき網 その他のまき網	大中型まき網・遠洋かつおまぐろ 大中型まき網・近海かつおまぐろ 大中型まき網・その他
刺網	大目流刺網/その他の刺網	さけ・ます流し網/かじき等流し網 その他の刺網
敷網	さんま棒受網 その他の敷網	さんま棒受網
定置網	大型定置網/小型定置網	大型定置網/小型定置網
はえ縄	遠洋まぐろはえ縄/近海まぐろはえ縄 たらはえ縄 その他のはえ縄	遠洋まぐろはえ縄/近海まぐろはえ縄 沿岸まぐろはえ縄 その他のはえ縄
一本釣	遠洋かつおまぐろ一本釣 近海かつおまぐろ一本釣	遠洋かつお一本釣
いか釣	いか釣	沿岸いか釣
その他	いわし・いかなご抄網/突ん棒 その他の海面漁業	船びき網/その他の網漁業 小型捕鯨/潜水器漁業/採貝・採藻 その他の漁業

宮城県統計:水産物水揚統計

農林水産統計:海面漁業生産統計

表 2 東北 6 県の漁業地区数(漁業経営体が存在しない地区を除く)

都道府県	沿岸市町村数	漁業地区数
青森県(太平洋)	10	24
青森県(日本海)	13	33
岩手県	12	40
宮城県	16	57
秋田県	8	21
山形県	3	8
福島県	10	20
計	72	203

第 12 次漁業センサス結果を元に作成

図1 漁業地区の例(宮城県石巻市)



## 2.2. 東北6県の独自統計と補完可能性

### [青森県]

青森県農林水産部では「青森県海面漁業に関する調査」を実施しており、その結果を年報として公開している<sup>4</sup>。調査員による訪問調査であり、調査対象は海面漁業協同組合、魚市場、その他の団体等となっている。毎月実施され、それぞれの団体が作成した台帳等から資料を収集する形で魚種別漁業種類別漁獲量・漁獲金額を調査している。調査の仕方に多少の差はあるものの、調査の範囲は海面漁業生産統計調査に近いと言える。ただし、作成される統計は属地統計となっている。公表されている統計では、地区についての集計の最小単位は市町村である。

<sup>4</sup> 青森県農林水産部(2012)

## [岩手県]

岩手県農林水産部では毎年「岩手県水産業の指標」を作成、公表しているが、漁業生産については農林水産省の統計(海面漁業生産統計調査の結果)を利用している。地方の水産施策に合わせた独自の統計調査は実施していないと見ることもできる。ただし、岩手県水産技術センター(試験研究機関)では市況日報を元にしたデータ集計システムをウェブ公開している<sup>5</sup>。このシステムは県内の主要産地水産物市場(13市場)における取扱高を元にした様々な集計が可能となっている。性質から属地統計となるとともに、主要市場以外で取引された漁獲については把握できない。市町村単位とは異なる集計単位による統計が作成可能であることや、日・週・月等の細かい時間単位での集計が可能となる点で利便性は高い。一方で、漁業地区単位の情報を得るには十分とは言えない。

## [宮城県]

宮城県農林水産部では毎年、「水産物水揚統計」を作成し、公表している。県内の全産地水産物市場(10市場)における取扱高をとりまとめたものである。岩手県水産技術センターによる集計システムと同様に属地統計と考えられる。市場外取引の割合が大きい魚種(漁業種類)を除けば、属地統計としての信頼度は高いと考えられるが、漁業地区単位の情報を得ることはできない。一部、月単位の集計結果も公表されているが、基本的には年次集計の統計となっている。

## [秋田県]

秋田県の水産行政部門に該当するのは水産漁港課になるが、特に県内の漁業生産に関する統計調査は実施していない。秋田県水産振興センターでは、県内の主要漁港における魚種別漁獲量を旬別にまとめたものを公表している。公開されている情報では主要漁港単位となっているが、実質的には岩手県と同様に主要産地水産物市場単位の取りまとめであると扱うことができる。毎月の上半期、下半期それぞれについて水揚量の結果を集計したものを公表している。

## [山形県]

庄内総合支庁水産課では毎年、漁業協同組合が作成した資料を集計して統計を作成している。属地統計であるが、漁業センサスの漁業地区に対応した漁業生産量も公開している。また、月単位の生産量も公開するなど非常に細かい区分での統計が利用可能である。

## [福島県]

福島県農林水産部では毎年、「海面漁業漁獲高統計」を作成、公表している。この統計は県内の漁業協同組合(業種別組合も含む)の支所単位における水揚量を属地集計して作成されたものである。隣接する数か所の漁業地区で1つの支所を形成していることもあるため、漁業地区単位の統計よりは少し粗い地区単位となっているが、漁業地区統計を近似する統計としては有用なものである。

表3は以上の結果を整理したものである。まず、地区区分については、青森県以外は国の統計よりも小さな区分による集計結果が利用可能ということになるが、漁業地区単位までの細かい区分となっているのは山形県のみである。表4は表2に各県の漁業生産統計における最も細かい地区の区分の情報を付加したも

<sup>5</sup> 岩手県水産情報配信システム(<http://www.suigi.pref.iwate.jp/shikyoo>)

表 3 東北 6 県関連の漁業生産統計

行政区分	最小地区単位	最小時間区分	調査対象	属人・属地
国	市町村	年	水揚機関	属人
青森県	市町村	月	水揚機関	属地
岩手県	産地水産物市場	日	主要産地水産物市場	属地
宮城県	産地水産物市場	月	全産地水産物市場	属地
秋田県	産地水産物市場	半月	主要産地水産物市場	属地
山形県	漁業地区	月	水揚機関	属地
福島県	漁業協同組合	月	水揚機関	属地

各県の公開情報を元に作成

表 4 漁業地区数と統計における最も細かい区分数の比較

都道府県	沿岸市町村数	漁業地区数	統計における区分数
青森県(太平洋)	10	24	10
青森県(日本海)	13	33	13
岩手県	12	40	13
宮城県	16	57	11
秋田県	8	21	15
山形県	3	8	8
福島県	10	20	14

のである。既に確認したように山形県については漁業地区単位での統計が利用可能であるが、漁業地区数が 8 と少ないことも無関係ではないと考えられる。一方、岩手県や宮城県では漁業地区数が、多いため山形同様の統計の作成が容易でないことは想像に難くない。山形県ほどではないが、秋田県や福島県についても比較的漁業地区数が少ないことから、統計における区分が漁業地区数に近いものとなっていることが確認できる。

一方、時間区分については、いずれの県においても、国の統計よりも細かい単位(主には月単位)の統計が利用可能となっている。月単位の生産量の情報は各漁業の漁期に注目した分析、市場価格に関する分析などを行う際には有用である。

地区区分あるいは時間区分において、各県で提供されている漁業生産量に関する情報が国の統計を補完できる要素が存在することは確認できたが、実際の利用については注意が必要である。まず、生産量についての網羅性を確認しなければならない。国による統計である海面漁業生産統計調査については、水揚機関調査を原則としつつ、漁業経営体調査も実施しており、基本的に国内の漁業生産量を網羅していると扱って良いだろう<sup>6</sup>。調査対象のみから判断した場合、水揚機関を対象としている、青森県、山形県、福島県は国と同様の網羅性を有していると思われる。一方、産地水産物市場を調査対象としている岩手県、宮城県、秋田県においては、それらの市場で県内の取引のどの程度を網羅しているかが重要となる。

<sup>6</sup> 市場外取引の存在など完全に網羅しているとは言い切れない要素があるのは事実だが、深刻な捕捉漏れにつながっているという報告は確認できていない。

特に、岩手県、宮城県では漁業地区数が多いのに対して、「主要産地水産物市場」となっていることに注意が必要であろう。具体的には詳細な調査を行わなければ結論を出すことはできない。次に属人と属地の違いにも注意を向ける必要がある。表3にあるように、東北6県全てについて属地統計となっているため、例えば、月単位の属人生産量の正確な値は分からない。ただし、地区単位で閉じた漁業種類あるいは魚種の場合には、属人と属地の違いはほとんど生じないため、状況によっては県統計を近似的に属人統計として利用することも可能であろう。

### 3. 事例紹介

本節では青森県、山形県を例として、海面漁業生産統計と県の漁業生産量に関する統計の比較を行った結果を紹介する<sup>7</sup>。前節で見たように、東北6県の全てについて作成されているのは属地統計である。そのため、海面漁業生産統計調査と同程度の網羅性を有していたとしても、結果は異なりうる。従って、網羅性の評価は正確に実行することは困難であるが、県境を越えた水揚げをすることが少ない漁業種類あるいは魚種に注目しながら確認していくことにする。

#### 3.1. 青森県

既に述べたように、水揚機関を対象とした調査を実施していることから、国の統計と同程度の網羅性は期待できる。表5は「青森県海面漁業に関する調査」の結果(青森県統計)を海面漁業統計調査の結果(農林水産統計)と対応可能な漁業種類区分について比較したものである。県境を越えた水揚げが少ない漁業種類

表5 青森県の海面漁業・漁業種類別生産量(2009年、単位:t)

漁業種類	青森県統計	農林水産統計
遠洋底びき網	828	秘匿
沖合底びき網	23102	22255
<b>小型底びき網</b>	<b>4352</b>	<b>4408</b>
まき網	54276	秘匿
刺網	2908	3249+秘匿
敷網	426	秘匿
<b>定置網</b>	<b>13756</b>	<b>13273</b>
はえ縄	1668	4603
一本釣漁業	1271	0
いか釣	69369	60378
<b>採貝・採藻</b>	<b>3650</b>	<b>2934</b>
その他	4787	6396
合計	180394	152907

青森県統計:青森県海面漁業に関する調査

農林水産統計:海面漁業漁獲統計調査

<sup>7</sup> 簡単化のため、海面漁業漁獲統計調査の対象の漁業種類に限定することにする。

として、小型底びき網漁業、定置網漁業、採貝・採藻を選定することにする。県境を越えた水揚げが少ないことを前提にできるのであれば、青森県統計の捕捉漏れが少なければ少ない程、農林水産統計の水準に近づくと考えられる。まず、小型底びき網漁業については、ほぼ同水準にあると言える。両者の差は、補足漏れあるいは全くないとは言えない県境を越えた水揚げに起因すると考えられるが、それ以上の詳細は不明である。次に、定置網漁業については、ほぼ同水準であるとみることができるものの、青森県統計の方が上回るという結果となっている。単純に考えると、県外で定置網漁業を営んでいる船が青森県内の港に水揚げするような事例の存在が想定されるが、一般的には考えにくい。現時点では、どのような理由によるものなのかは解明できていない。最後に、採貝・採藻漁業については、定置網漁業と同様に青森県統計が上回るという結果になっている。採貝・採藻漁業は小さな船で陸から非常に近い海域で行う漁業であり、県境を越えた水揚げは定置網以上に考えにくい。1つ考えられるとすれば、岩手県の県境付近の採貝・採藻漁業を営む漁業者による青森県内への水揚げである。それでも、700t を超える差を生み出すとは考えにくい。その理由を解明しない限り、青森県統計の網羅性を判断することは難しいが、少なくとも青森県統計の方が大きく下回るとは言えない。以上、3つの漁業種類について、統計のみでは不明な点が残ったものの、青森県統計が著しく補足漏れが大きいという事実は確認できない。調査対象の範囲が広いことと併せれば、農林水産統計と同等の網羅性があると考えて良いだろう。もちろん、属人と属地の差についての完全な解明ができていない以上、属地統計をそのまま属人統計として利用することには注意が必要ではあるが、小型底びき網、定置網については、近似的な利用としては許容されるかもしれない。一方、採貝・採藻については、無視できるほどの差ではないので、詳細な情報を入手した上で、属地統計の部分を慎重に確定していく必要がある。それ以外の漁業については、補完的な利用は難しい。

### 3.2. 山形県

山形県の統計は漁協を中心とした水揚機関を調査対象としているため、網羅性は高いと予想される。また、県境を越えた水揚げは、いか釣など限られた漁業のみであり、比較的県内で閉じた状態であることが分かっている<sup>8</sup>。そこで、山形県については魚種別生産量で比較を行うことにする。表6は山形県庄内総合支庁水産課作成の漁業生産統計(山形県統計)を海面漁業統計調査の結果(農林水産統計)と比較したものである。まず、魚類については、まぐろの乖離が目につく。これは県内にある水産高校における実習船の生産量が農林水産統計には含まれているためである。それ以外の魚類については、ほぼ同水準で、やや山形県統計の方が小さい水準であることが確認できる。次に、魚類以外の水産動物については、するめいかの乖離が大きい。するめいか釣漁業については、県境を越えて相互に水揚げすることが確認できており、属人と属地の違いが顕著に表れる魚種である。その他の水産動物については、魚類と同様、ほぼ同水準にある。以上から、山形県で作成されている、漁業生産量に関する統計は網羅性が高く、多くの魚種については、属地統計をそのまま属人統計の近似として利用しても大きな問題はないと考えられる。

<sup>8</sup> 正確な数値を伴ったものではないが、2012年8月に実施したヒヤリング(山形県庄内総合支庁水産課及び山形県漁業協同組合)から、判断している。

表 6 山形県の海面漁業・漁種別生産量(2010年、単位:t)

魚種	山形県統計	農林水産統計	魚種	山形県統計	農林水産統計
まぐろ類	10	89	えび類	243	238
さめ	36	41	かに類	529	559
さけ	225	245	あわび類	9	10
ます	61	67	さざえ	90	93
いわし	0	0	その他の貝類	328	342
あじ	96	100	<b>するめいか</b>	<b>2522</b>	<b>1993</b>
ぶり・いなだ	210	219	その他のいか類	42	42
ひらめ	73	75	その他の水産動物	149	144
まがれい	203	208	水産動物計	3927	3438
たら	394	399			
すけとうだら	155	156			
ほっけ	261	269			
はたはた	410	407			
にぎす	5	5			
たい類	405	418			
さわら	91	95			
その他魚類	469	481			
魚類計	3105	3274			

山形県統計：山形県の統計

農林水産統計：海面漁業漁獲統計調査

#### 4. おわりに

東北6県を見る限りは、いずれの県についても海面漁業の生産量に関する独自の統計(または統計の元になる情報源)の存在が確認できた。それらは農林水産省が作成している海面漁業生産統計調査と比べると時間区分あるいは地域区分において細分化された情報を提供してくれる。ただし、6県全てについて属地統計であるため、属人統計である海面漁業生産統計調査を補完する目的で利用することについては注意が必要である。また、統計としての網羅性が必ずしも保障されていない点も補完的利用を制限する要因となっている。山形県の場合など、それらの問題がそれほど深刻ではなく、十分に補完的な役割が期待できる例も見られたが、一般化できるものでもない。むしろ、国の統計と各都道府県の間で調査方法や集計方法が異なることによって、補完的な役割を担うことが難しい状況が発生している。統計制度の問題や国と地方の役割の違いなどを考えると、ある程度現状を止むを得ないとも思えるが、可能な改善策を今後検討していきたい。

#### [参考文献]

青森県農林水産部(2009)『平成21年 青森県海面漁業に関する調査結果書(属地調査年報)』。

岩手県農林水産部(2009)『平成21年度版 岩手県水産業の指標』.

片岡 優(1986)「海面漁業漁獲統計調査について」水産海洋研究会報 第 50 巻第 1 号.

宮城県農林水産部(2010)『水産物水揚統計 平成 21 年(要約)』.

山形県(2011)『平成 22 年度 山形県の水産』.

福島県農林水産部水産課(2012)『平成 23 年版福島県海面漁業漁獲高統計』.

# 漁業生産量に関する統計の整備状況について

東北地方を例に

井上 健  
福島大学経済経営学類

## 農林水産統計～海面漁業生産統計調査

- ・漁業生産量に関する全国統計(指定統計)
- ・属人統計(1964年に転換)
- ・3調査体制

調査名	調査対象
稼働量調査	かつお・まぐろ類
海面漁業漁獲統計調査	海面漁業(除かつお・まぐろ類)
海面養殖業収穫統計調査	海面養殖業

目的  
海面漁業の生産に関する実態を明らかにし、水産行政の基礎資料を整備すること

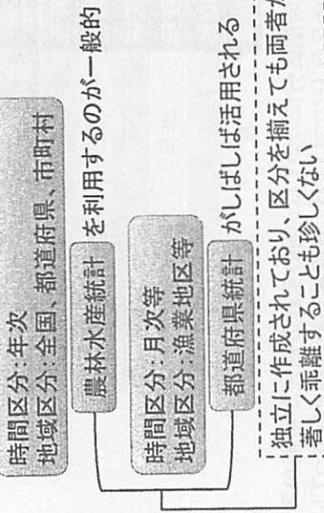
3

## 水揚機関の例(福島県いわき市)

機関名	産地魚市場
いわき市漁協(6支所)	5支所に併設
江名漁協	なし(H19廃止)
中之作漁協	併設
小名浜漁協	いわき市中央卸売市場
小名浜機船底曳網漁協	いわき市中央卸売市場
県旋網漁協	いわき市中央卸売市場

6

## 報告の概要



主な理由は属人統計と属地統計の違いと認識されている

1

## 属人統計と属地統計(気仙沼市・2009年)

水揚機関	居住		属地
	市内	市外	
市内	①	④	⑤
気仙沼市魚市場	②	⑤	
その他	③		
市外			
属人	47,258t		①+②+③
「海面漁業生産統計」の漁獲量	30,340t		①+④
「気仙沼市魚市場」水揚高			

[公表されている統計]

- ②、⑤がほぼ無視できる
  - あるいは
  - ②+⑤が把握可能
- 属地統計が入り可能

4

## 漁業研究の立場から見た評価(海面漁業生産統計)

- ① 基本的には全ての漁業生産を網羅している(スライド5)
- ② 月次統計の提供があると望ましい  
原則年1回の調査であり、困難
- ③ 漁業地区統計の提供があると望ましい  
調査事項から判断する限り可能  
→一般的な需要はそれほど大きいとは言えないため作成費用を考慮すると現実的ではない?
- ③)についてはオーダーメイド集計サービスの利用で解消されるかもしれない(未確認)

7

漁業生産に関する属人統計と属地統計は、そもそも異なる目的で作成されているという考え方が有力でありその意味では「ずれて当たり前」

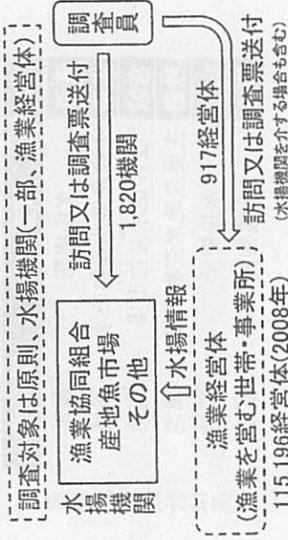
< 研究利用の観点からの関心事 >

- ・ 月次あるいは漁業地区の属人統計が存在しないため属地統計を近似的に利用したい。
- ・ 属人と属地の違いがほとんど生じないと思われる漁業種類(魚種)の統計についても、時に乖離が観測されるのはなぜか。

以下では、農林水産統計と都道府県統計(東北限定)の比較を通じて、上記事項について具体的に紹介する

2

## 調査体系(2011年海面漁業漁獲統計調査の場合)



※2011年海面漁業生産統計調査「利用者」のために「」より作成

5

## 漁業地区について

水産特区適用、石巻1社のみ宮城県知事「全国モデル」に  
村井嘉浩宮城県知事は3日の定例会見で、年内にも国に申請する「水産業復興特区」の適用対象を、石巻市桃浦地区のカギ養殖業者15人が8月30日付で設立した合同会社のみとする方針を明らかにした。

< 中略 >

村井知事は「県漁協とけんか別れする気はない。県漁協に加え、桃浦地区周辺の浜にも説明する機会を設けたい」とも強調。引き続き説得に努める考えを示した。

2012年09月04日河北新報社報道内容より

8

都道府県統計(東北地方)

県	統計またはデータ提供システム
青森	青森県海面漁業に関する調査結果書
岩手	岩手県水産情報配信システム*
宮城	水産物水揚げ統計
秋田	漁況旬報
山形	山形県の水産
福島	福島県海面漁業漁獲高統計

\*岩手県の水産試験機関が提供している、Web上のデータ検索システム

9

県統計で補完する場合の課題[1]

県	調査対象	属人・属地
青森	水揚げ機関	属地
岩手	主要産地水産物市場	属地
宮城	全産地水産物市場	属地
秋田	主要産地水産物市場	属地
山形	水揚げ機関	属地
福島	水揚げ機関	属地

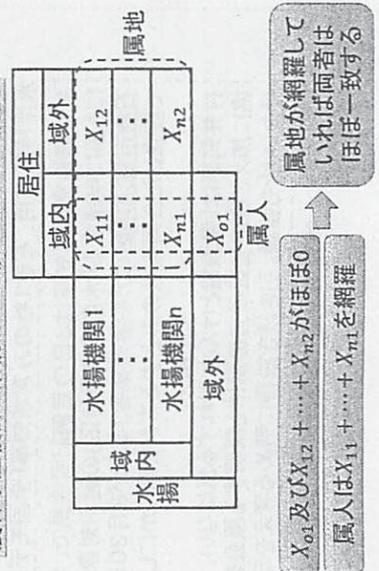
漁業生産の網羅性については確認が必要

単純に代替はできない

農林水産統計は属人

12

農林水産統計と県統計の比較についての前提



15

集計における最小区分

県	最小時間区分	最小地区単位
青森	月	市町村
岩手	日	産地水産物市場
宮城	月	産地水産物市場
秋田	半月	産地水産物市場
山形	月	漁業地区
福島	月	漁業協同組合

・時間区分については、国の統計の補完が可能か？  
 ・地区区分については、青森県以外は国と異なっている

10

県統計で補完する場合の課題[2]

宮城県統計	農林水産統計
遠洋底びき網	遠洋底びき網
沖合底びき網	沖合底びき網
小型機船底びき網	小型底びき網
その他の底びき網	さんま棒受網
さんま棒受網	さんま棒受網
その他の敷網	さんま棒受網
遠洋かつおまぐろ一本釣	遠洋かつお一本釣
近海かつおまぐろ一本釣	近海かつお一本釣

※魚種別分類でも対応が困難な場合が見られる

13

事例1(山形県の水産)

- ① 県内の漁業協同組合は1つのみ(山形県漁協)
  - ② 県内の漁業経営体は全て山形県漁協の組合員
  - ③ 県内の漁業経営体の漁獲量は山形県漁協が全て把握している
  - ④ 「山形県の水産」の漁業生産統計は、山形県漁協から毎月送られてくる資料をもとに作成されている
- ②及び③: 山形県漁協での聞き取り調査より  
 ④: 山形県庄内総合支庁水産課での聞き取り調査より

基本的には網羅していると判断できる

16

地区区分の評価

県	沿岸市町村数	漁業地区数	県統計の区分数
青森	23	57	23
岩手	12	40	13
宮城	16	57	11
秋田	8	21	15
山形	3	8	8
福島	10	20	14

少なからぬ補完が期待できる

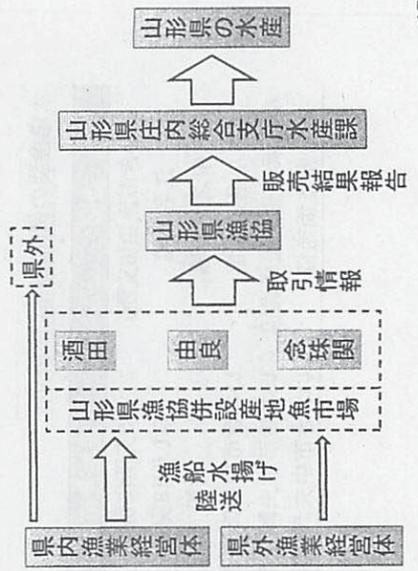
11

農林水産統計と県統計の比較例

[前提]

- ・海面漁業の中で属人と属地の差がほぼ生じないと考えられる漁業種類・魚種を中心に比較する
- ・属人統計(海面漁業生産統計)は基本的に網羅していると考え

14



17

漁種別漁獲量・水産動物(2010年、単位:t)

漁種	山形県統計	属人統計
えび類	243	238
かに類	529	559
あわび類	9	10
さざえ	90	93
その他の貝類	328	342
するめいか	2522	1993
その他のいか類	42	42
その他の水産動物	149	144

※2008年、2009年についても同様の結果となった

18

[するめいか]

「小型するめいか釣り漁業」による漁獲物で、県外船→県内、県内船→県外、いずれの水揚げも存在する

[するめいか以外]

基本的には「県内の漁業経営体による県内の港への水揚げ」のみと考えられる

→ 属人と属地がほぼ一致していることから、山形県統計の網羅性が高いと考えられる

海面漁業の魚種についても、属人と属地がほぼ一致

ほぼ全ての魚種(漁業種類で)月次統計・漁業地区統計を近似的に利用可能

19

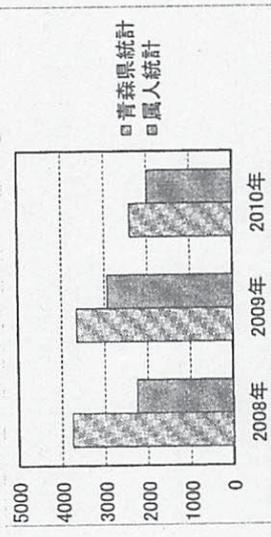
漁業種類別漁獲量(2009年、単位:t)

漁業種類	青森県統計	属人統計
小型底びき網	4,352	4,408
定置網	13,756	13,273
はえ縄	1,668	4,603
一本釣り漁業	1,271	0
採貝・採藻	3,650	2,934
その他	155,697	127,689

一般的には県境を越えた水揚げがそれほど大きくないと考えられる漁業種類

21

漁業種類別漁獲量(採貝・採藻漁業、単位:t)



青森県統計の方が上回っている  
→ 属人統計に捕捉漏れがないならば、県外からの水揚げが存在することになる

24

事例2(青森県海面漁業に関する調査)

「調査の要領」からの抜粋

3. 調査範囲

本県内に水揚げされたすべての海面魚介類(運搬魚介類を除く。)

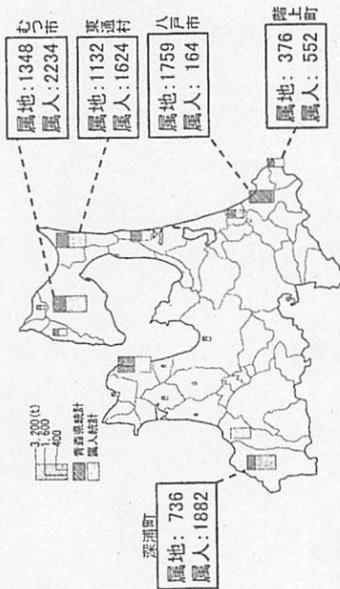
4. 調査方法

調査員が担当区域内の海面漁業協同組合、魚市場、その他の団体等を毎月巡回し、これらの団体等において作成した台帳等から資料を収集する方法

基本的には網羅していると判断できる

20

青森県市町村別小型定置網漁業漁獲量(2008年)



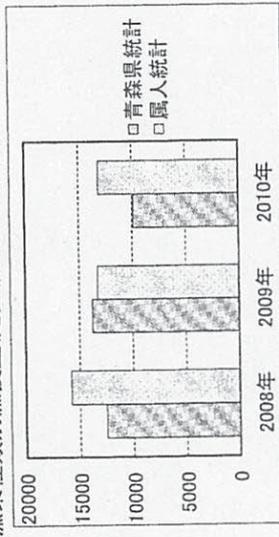
23

最後に

- ある程度補完が可能な県(魚種・漁業種類にもよる)も存在するが、具体的には個別の検証が必要
- 少なくとも各県の網羅性が確認できれば、属人と属地の違いのみに注意すれば良いので、全都道府県について確認することが必要
- 都道府県統計、農林水産統計それぞれで、域内外別集計結果が公表されれば、現状よりも利便性は向上する
- 魚種、漁業種類の分類については、地域性と汎用性を両立させるような指針があると望ましい

26

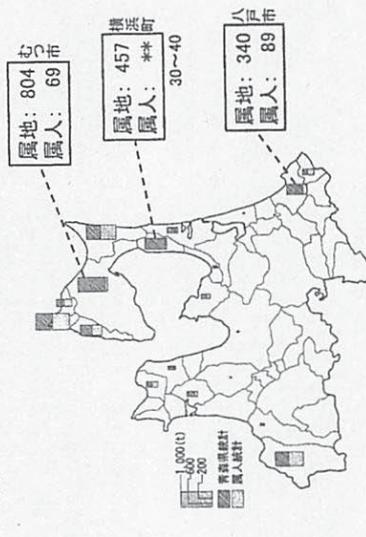
漁業種類別漁獲量(定置網漁業、単位:t)



青森県統計の方が大きな捕捉漏れがあるとは言えないが、無視できない程度の乖離がある

22

青森県市町村別採貝・採藻漁業漁獲量(2008年)



25

# 青森県景気ウォッチャー調査の概要

---

平成24年9月28日

青森県 企画政策部 統計分析課  
小寺 隆子

---

## < 調査の概要 >

### □ 調査目的

統計データには表れにくい、県民の生活実感により近い景気動向、いわゆる「街角景気」に関するきめ細かな情報を素早く収集し、県内の景気をよりの確に把握することを目的とする調査で、3か月ごと(1月、4月、7月、10月)に実施し、翌月初旬に公表。

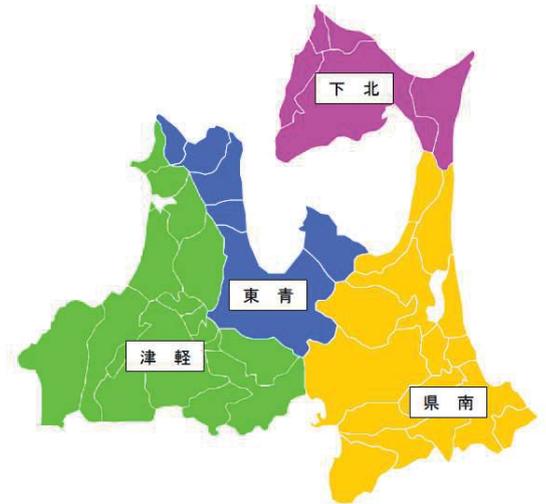
### □ 青森県景気ウォッチャー調査の特長

- 現場で働く第一線の人を調査 → 街角の実感に近いデータの把握
- データの公表が早い → 県内景気の3ヵ月毎の情報を素早く把握
- 調査対象の7割が家計関連 → 生活実感に近いデータの把握
- 景気の判断理由も調査 → きめ細かい「生の声」を把握

## < 調査の概要 >

### □ 調査対象

県内を東青・津軽・県南・下北の4地区に分け、家計関連・企業関連・雇用関連の分野で、地域における経済活動の動向を敏感に観察できる業種（コンビニエンスストア店長や小売店員、タクシー乗務員、ホテル支配人、スナック経営者等）に従事している100名の方々に「景気ウォッチャー」を委嘱

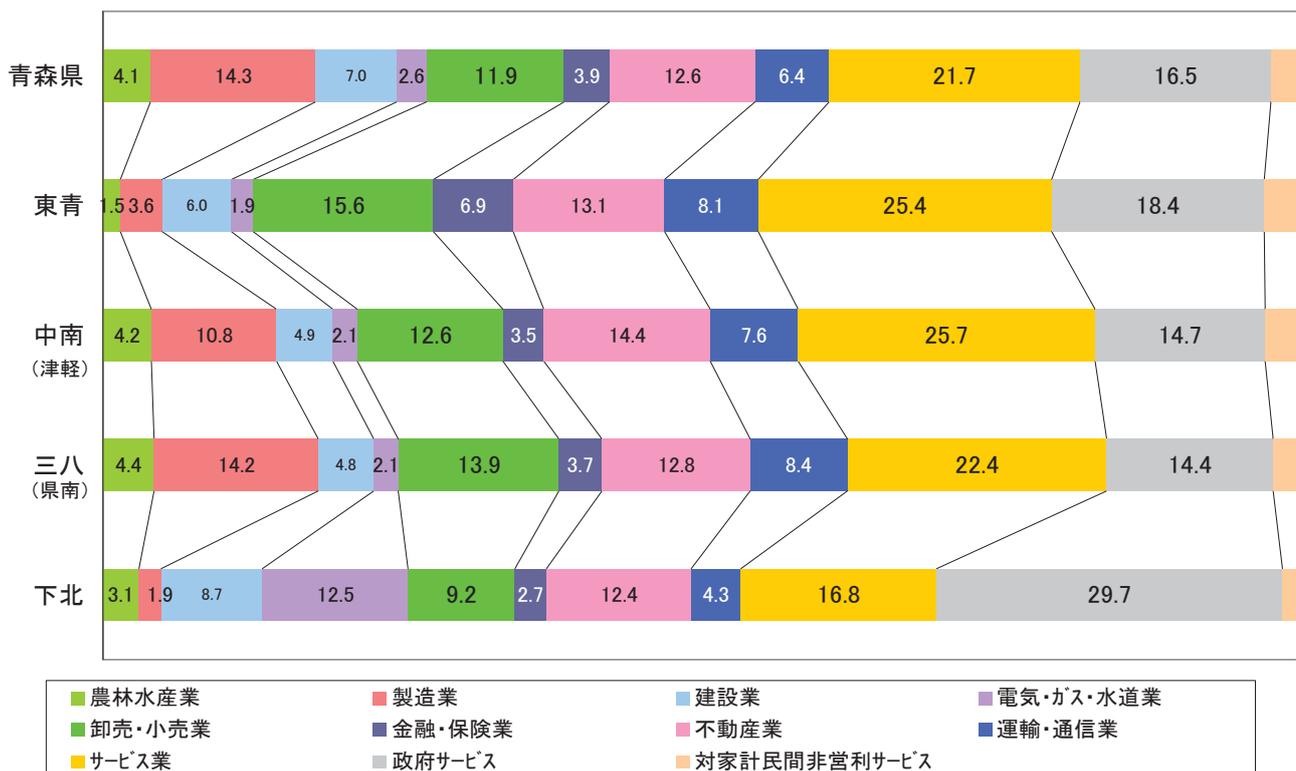


地域別・分野別の客体数

地区	対象地域	調査客体数			
		合計	家計	企業	雇用
東青	青森市とその周辺部	30	23	4	3
津軽	弘前市、黒石市、五所川原市とその周辺部	30	22	6	2
県南	八戸市、十和田市、三沢市とその周辺部	30	21	7	2
下北	むつ市とその周辺部	10	9	1	0
計		100	75	18	7

2

## < 参考：青森県内の地域別産業構造 >



## 分野別分類表

家計関連	小 売	コンビニ、百貨店、スーパー、乗用車販売、衣料専門店、家電量販店、一般小売店、商店街、卸売業
	飲 食	一般飲食店、レストラン、スナック
	サービス	観光型ホテル・旅館、都市型ホテル、観光名所等、旅行代理店、タクシー、美容院、パチンコ、競輪場、ガソリンスタンド
	住 宅	設計事務所、住宅建設販売
企業関連	食料品製造、飲料品製造、紙・パルプ製造、電気機械製造、建設、経営コンサルタント、広告・デザイン	
雇用関連	人材派遣、新聞社求人広告、求人情報誌	

## 業種別分類表

観光関連 (客体数 22)	観光型ホテル・旅館、都市型ホテル、観光名所等、旅行代理店、タクシー、食料品製造、飲料品製造
企業活動関連 (客体数 19)	紙・パルプ製造、電機機械製造、建設、経営コンサルタント、広告・デザイン、人材派遣、新聞社求人広告、求人情報誌
県民生活関連 (客体数 59)	コンビニ、百貨店、スーパー、乗用車販売、衣料専門店、家電量販店、一般小売店、商店街、卸売業、一般飲食店、レストラン、スナック、美容院、パチンコ、競輪場、ガソリンスタンド、設計事務所、住宅建設販売

4

### □ 調査事項

・ウォッチャーの日々の仕事や消費者の動向を通じて得られる現場の景況感  
具体的には

3ヶ月前と比べた景気の現状に対する判断(方向性)とその理由  
3ヵ月後の景気の先行きに対する判断(方向性)とその理由  
景気の現状判断(参考)

・判断した理由について、自由に回答していただくことにより、景気の実感に対する生の声を把握

### □ 景気動向指数(DI)の算出方法

5段階の判断にそれぞれ以下の点数を与え、これらに各判断の構成比(%)を乗じて、DIを算出

評価	良くなっている	やや良くなっている	変わらない	やや悪くなっている	悪くなっている
点数	1	0.75	0.5	0.25	0

回答者全員が(景気は)「変わらない」と回答した場合、DIは $0.5 \times 100(\%) = 50$ となるため、50を上回るか下回るかが景気の方角をあらわす目安となる。

5

## 青森県景気ウォッチャー調査 調査票

【質問1】現在の景気についての質問です。あなたの日々の仕事やお客さまの様子からみて、今の景気は良いと思いますか、悪いと思いますか。次の5つの中から回答してください。

①良い      ②やや良い      ③どちらとも言えない      ④やや悪い      ⑤悪い

---

【質問2】景気が上向きか下向きか、どちらの方向に向かっているかの質問です。あなたの日々の仕事やお客さまの様子からみて、今の景気は、3カ月前と比べて良くなっていると思いますか、悪くなっていると思いますか。次の5つの中から回答してください。

①良くなっている      ②やや良くなっている      ③変わらない      ④やや悪くなっている      ⑤悪くなっている

---

【質問3】質問2でそのように回答した理由を教えてください。（自由回答）

---

【質問4】将来の景気についての質問です。あなたの日々の仕事やお客さまの様子からみて、今後3カ月先の景気は、今より良くなると思いますか、悪くなると思いますか。次の5つの中から回答してください。

①良くなる      ②やや良くなる      ③変わらない      ④やや悪くなる      ⑤悪くなる

---

【質問5】質問4でそのように回答した理由を教えてください。（自由回答）

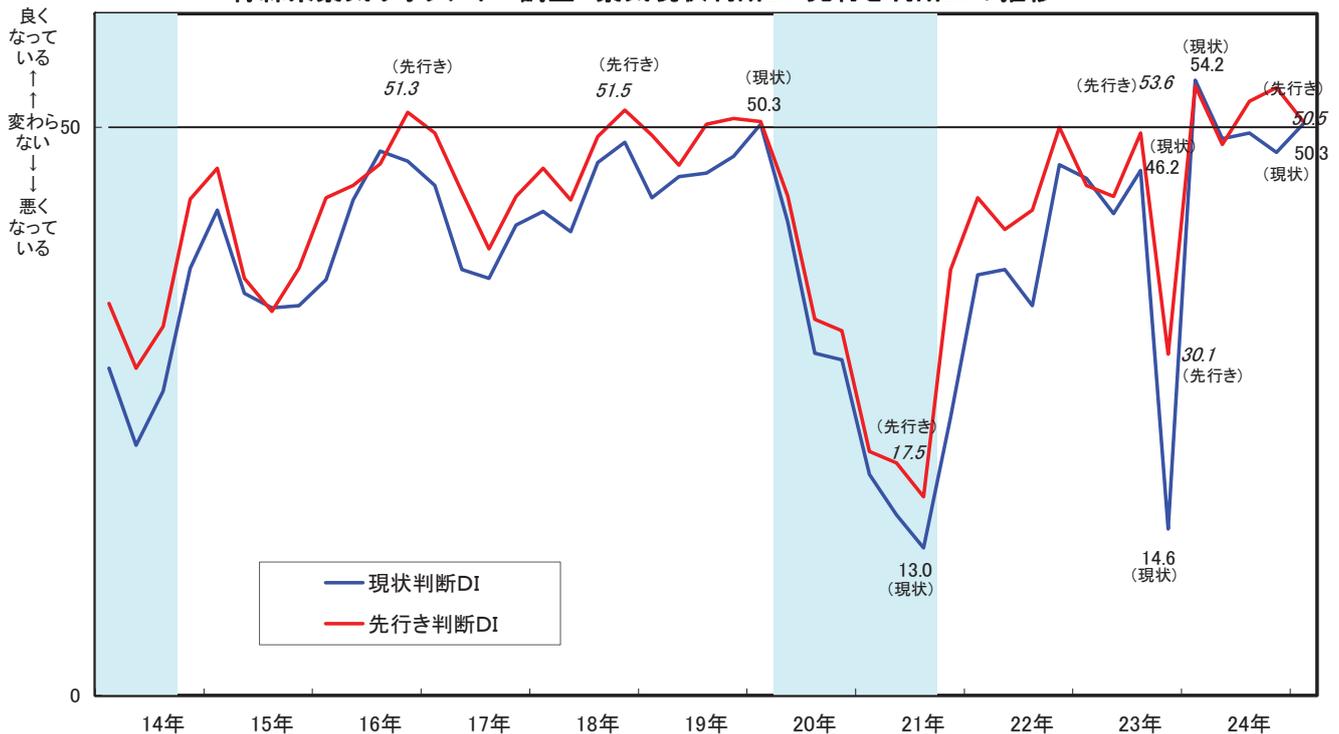
---

【その他】質問に対する回答以外で、あなたの身の回りの経済に関して、何か特徴的な動きがみられますか。また、本調査に関して何かご意見がありますか。自由にご回答ください。

6

### < 調査結果 >

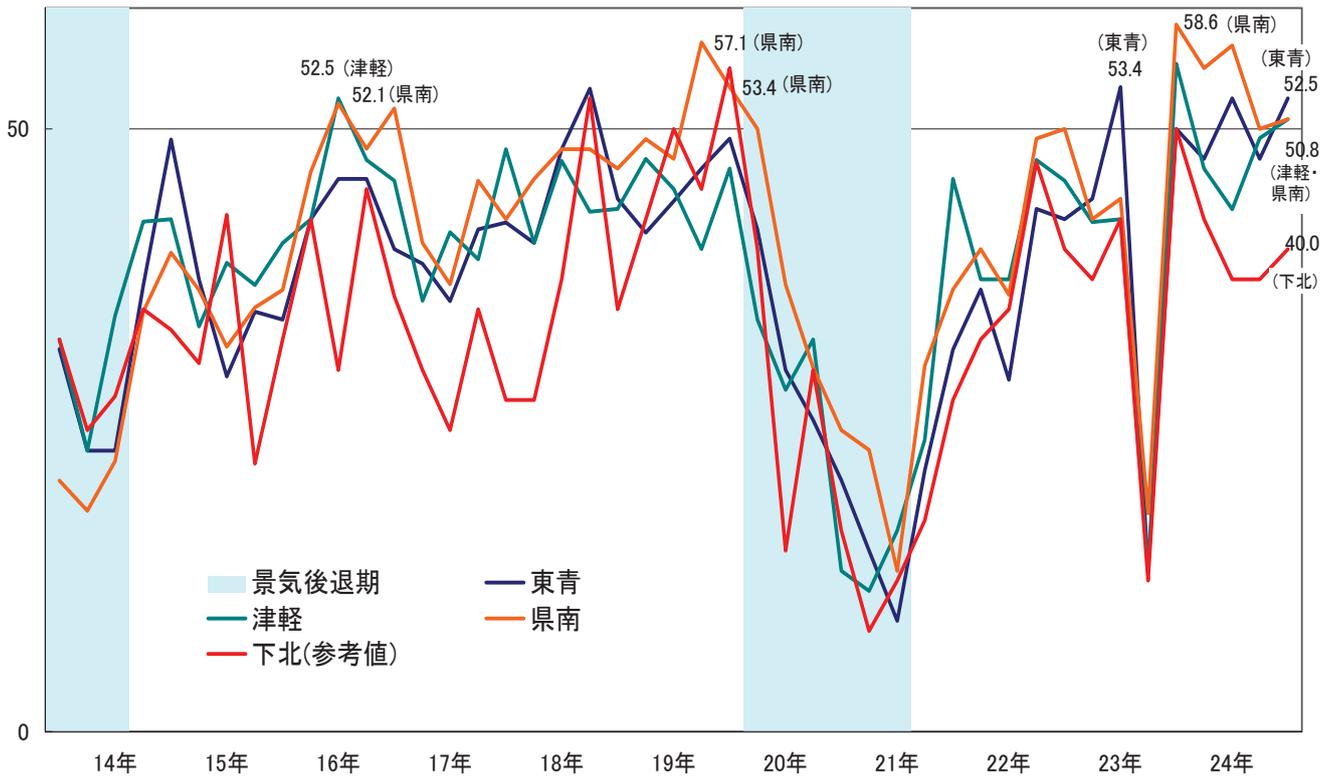
青森県景気ウォッチャー調査 景気現状判断DI・先行き判断DIの推移



資料) 県統計分析課「青森県景気ウォッチャー調査」 ※ シャドー部分は本県景気の後退局面

7

### 地域別現状判断DIの推移



### ● 3か月前と比べた景気の現状判断理由

- 春の観光シーズンから売上が上がってきている。特に6月はJR東日本の大人の休日倶楽部会員の利用が昨年よりも多かった。(観光型ホテル、旅館・津軽)
- 6月中は旅行者が数多くみられ、ホテルなどのスタッフ派遣会社の延人数が多くなった。(経営コンサルタント・津軽)
- 復興予算の浸透や、風評被害が徐々に薄らいでいるのでは。(設計事務所・県南)
- 徐々にではあるが、観光客が増えてきている。(都市型ホテル・下北)
- 競争が激しくなっており、売上アップの要因が少ない。(スーパー・東青)
- 長い景気低迷で、企業の体力が限界に近づいている企業が多い状態です。(設計事務所・津軽)
- 燃料費上昇に一服感が出てきた一方で、消費者の節約志向は相変わらず強い。(食料品製造・県南)
- △消費税アップ等の問題で、人々がお金を使わなくなっていますし、日々、車の流れ、観光客などの流れも悪く、経済効果が上がっていないと思います。(タクシー・東青)
- △誘致企業のリストラや地元中小企業の相次ぐ倒産で職を失う人が増えるため。(乗用車販売・県南)
- ×昨年よりも売上が落ちている。(コンビニ・下北)

記号の意味: ○やや良くなっている、□変わらない、△やや悪くなっている、×悪くなっている

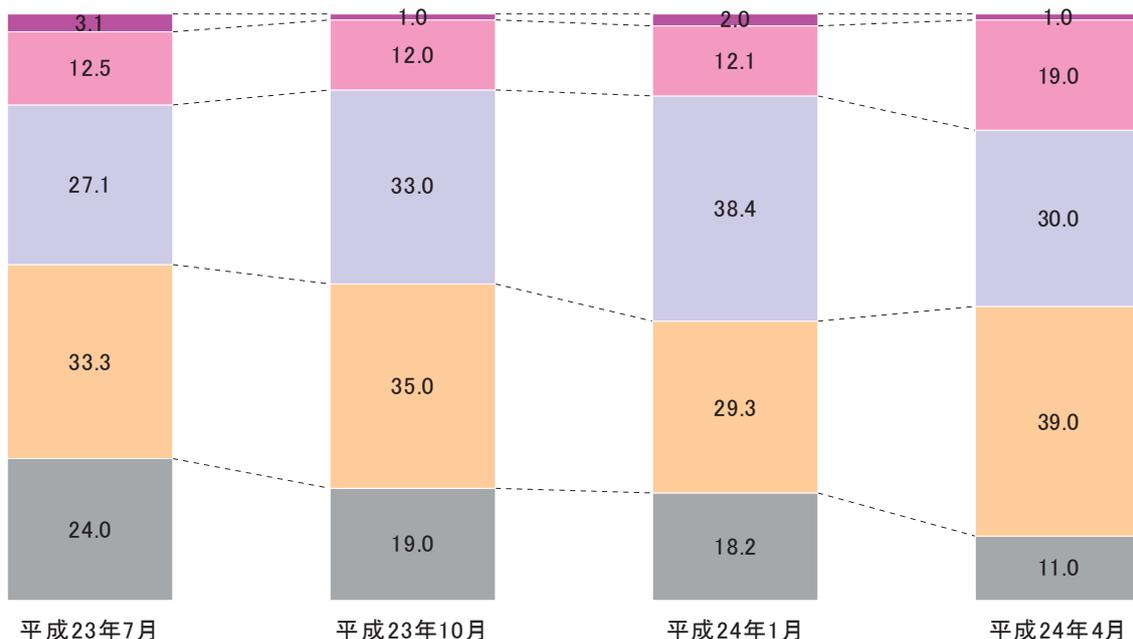
● 3か月後の景気の先行き判断理由

- ねぶた祭があるので、青森へ観光する人が増える。（観光名所等・東青）
- 祭を中心として、物、人の動きが活発になる。（旅行代理店・津軽）
- スタッフ派遣会社の8月までの予約が見通し以上にあるため。（経営コンサルタント・津軽）
- 建設関連を中心に市場にお金が廻りだした。（設計事務所・県南）
- 震災関連で今後も需要が多くなる。予算、補助金などの増加が見込まれる。（経営コンサルタント・県南）
- ガソリンの価格も下落してきているので、これから夏の観光シーズンや帰省客の増加が期待できる。（ガソリンスタンド・下北）
- 体力が限界に近づいている企業が増えつつあり、当地域では良い話題がない。（設計事務所・津軽）
- 3ヶ月先でも使えるお金は変わらないと思われる。（コンビニ・県南）
- △震災の影響は、とりあえず底を打ったとみる向きも多いが、ヨーロッパの信用不安、国内の政治状況を考えると、明るい材料が見あたらない。（新聞社求人広告・東青）
- △可処分所得の低下、増税政策による圧迫感。（コンビニ・津軽）
- △エコカー補助金が予算切れになると、市場の冷え込みが懸念される。（乗用車販売・県南）
- △夏本番に入り、地域のお祭で一時期活気は出ると考えるが、先々を考えた場合、消費税増税が少しずつおもしろとして財布のひもを締めてくる要因になるのではと考える。消費よりは将来の為の貯蓄への気持ちが高まってくるのでは。（百貨店・県南）

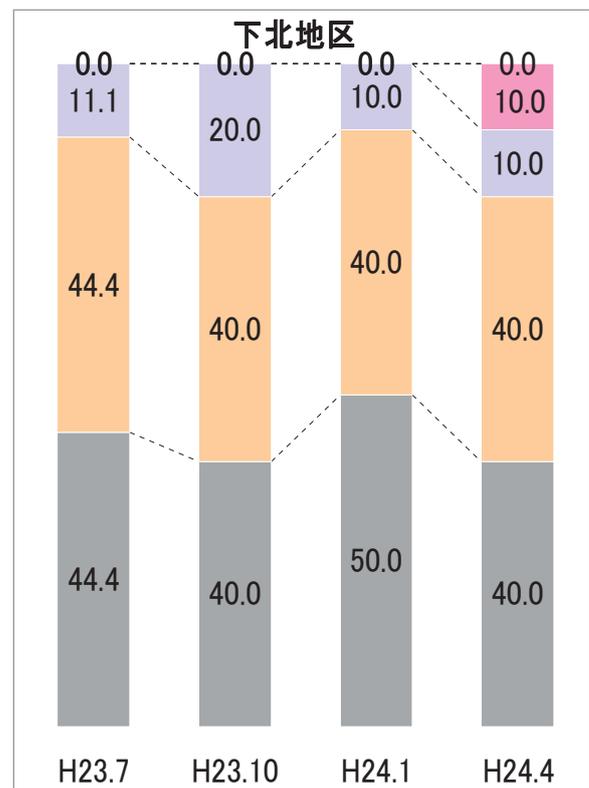
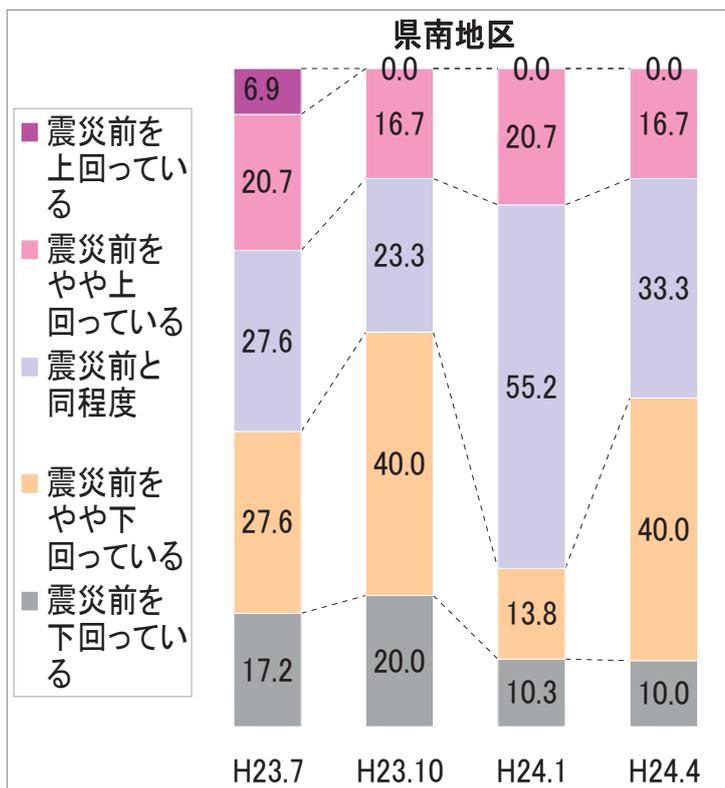
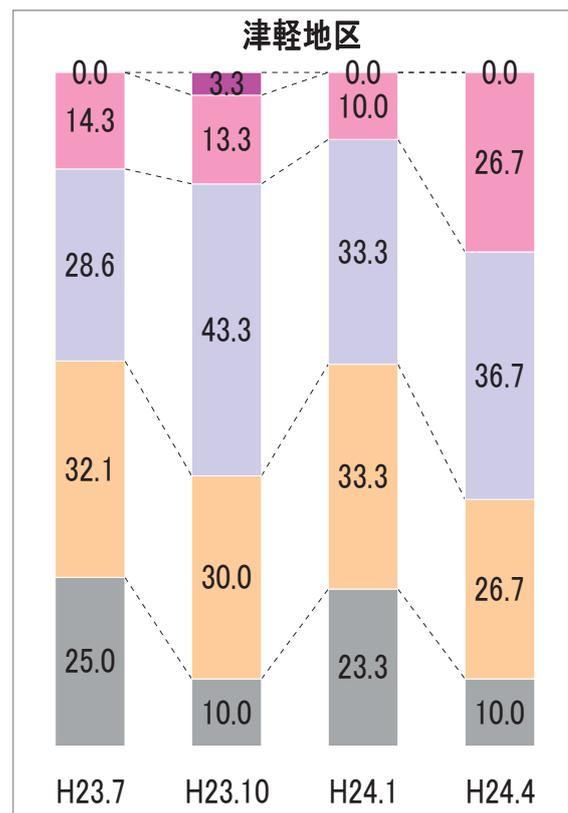
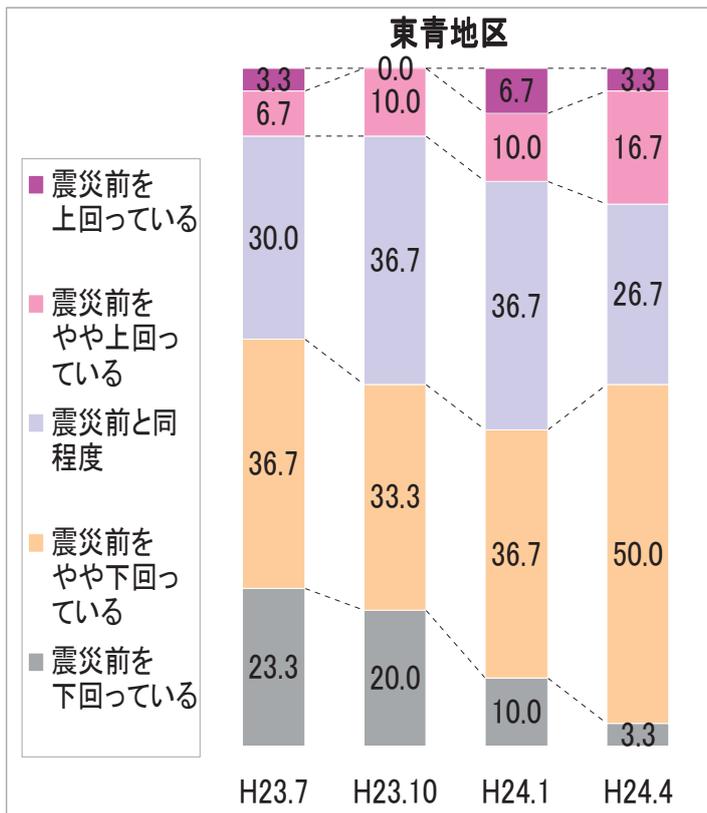
記号の意味：○やや良くなっている、□変わらない、△やや悪くなっている、×悪くなっている

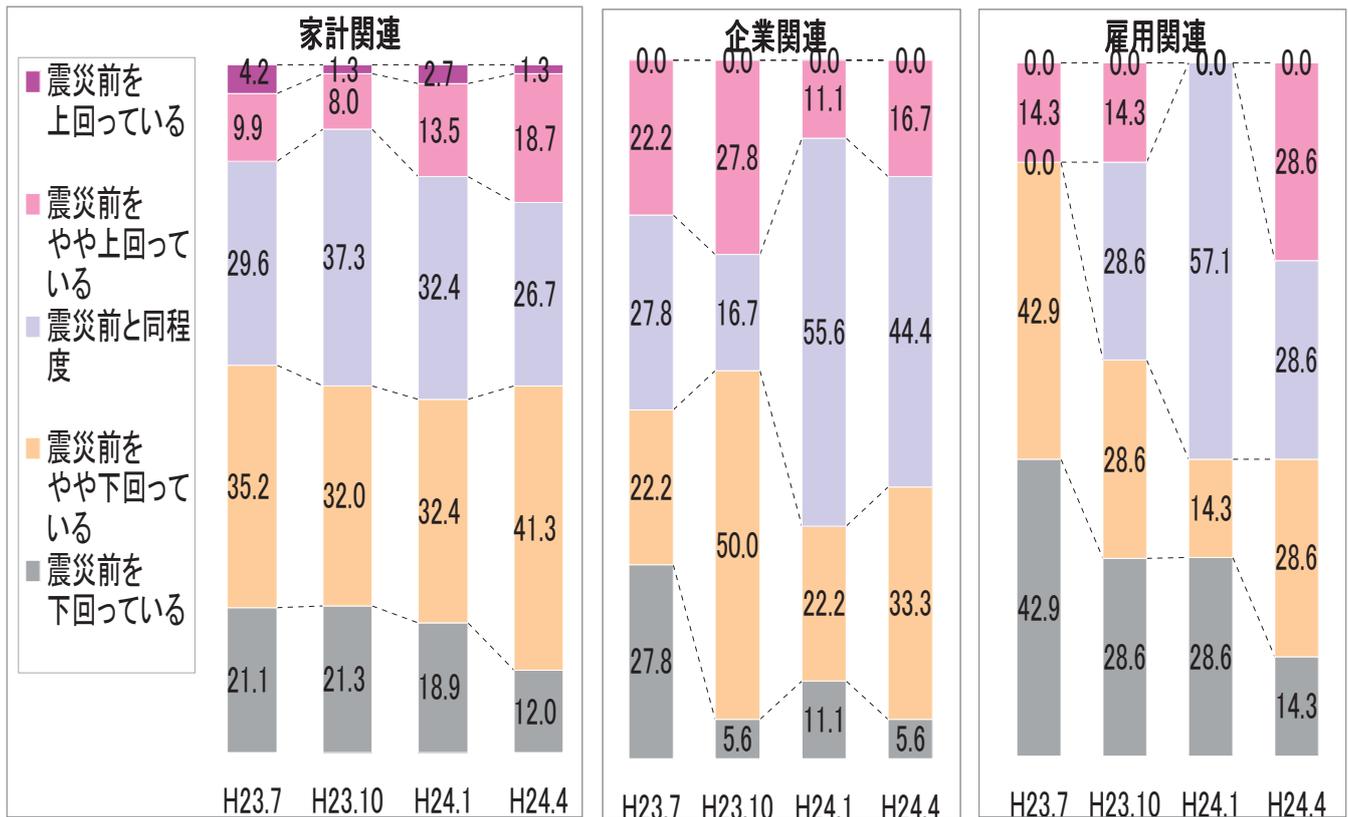
< 東日本大震災からの景気の回復程度に関する調査結果 >

東日本大震災からの景気の回復程度(県全体) (%)



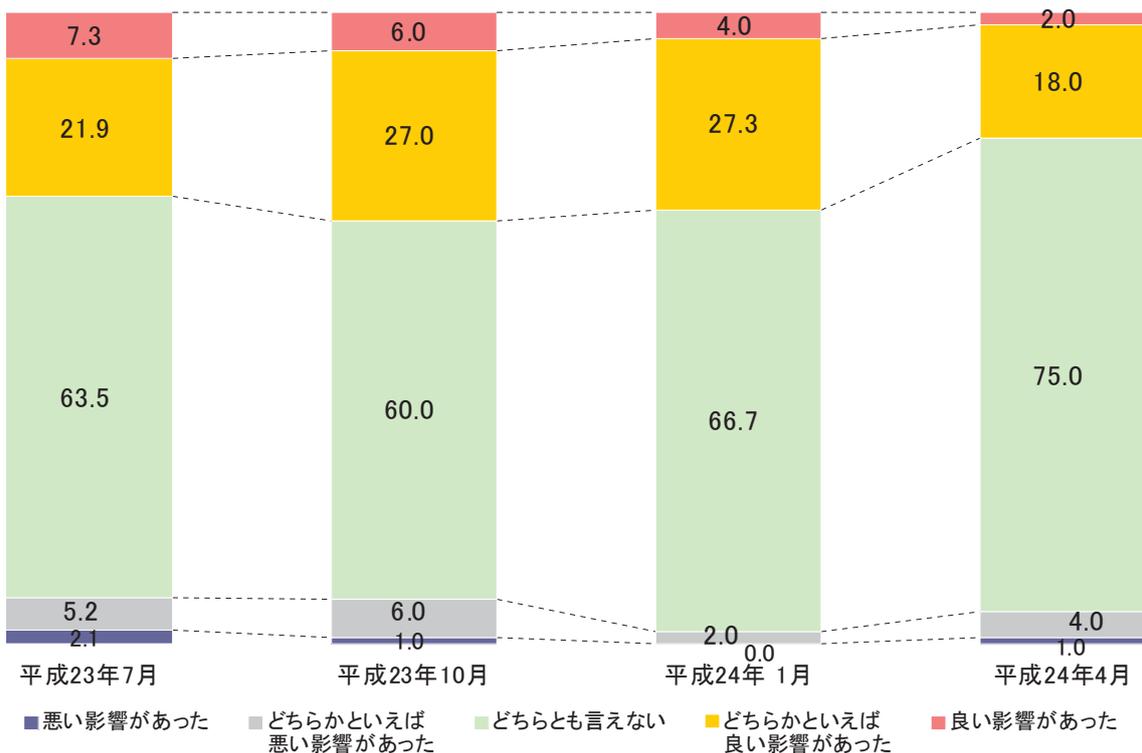
■ 震災前を下回っている    ■ 震災前をやや下回っている    ■ 震災前と同程度    ■ 震災前をやや上回っている    ■ 震災前を上回っている



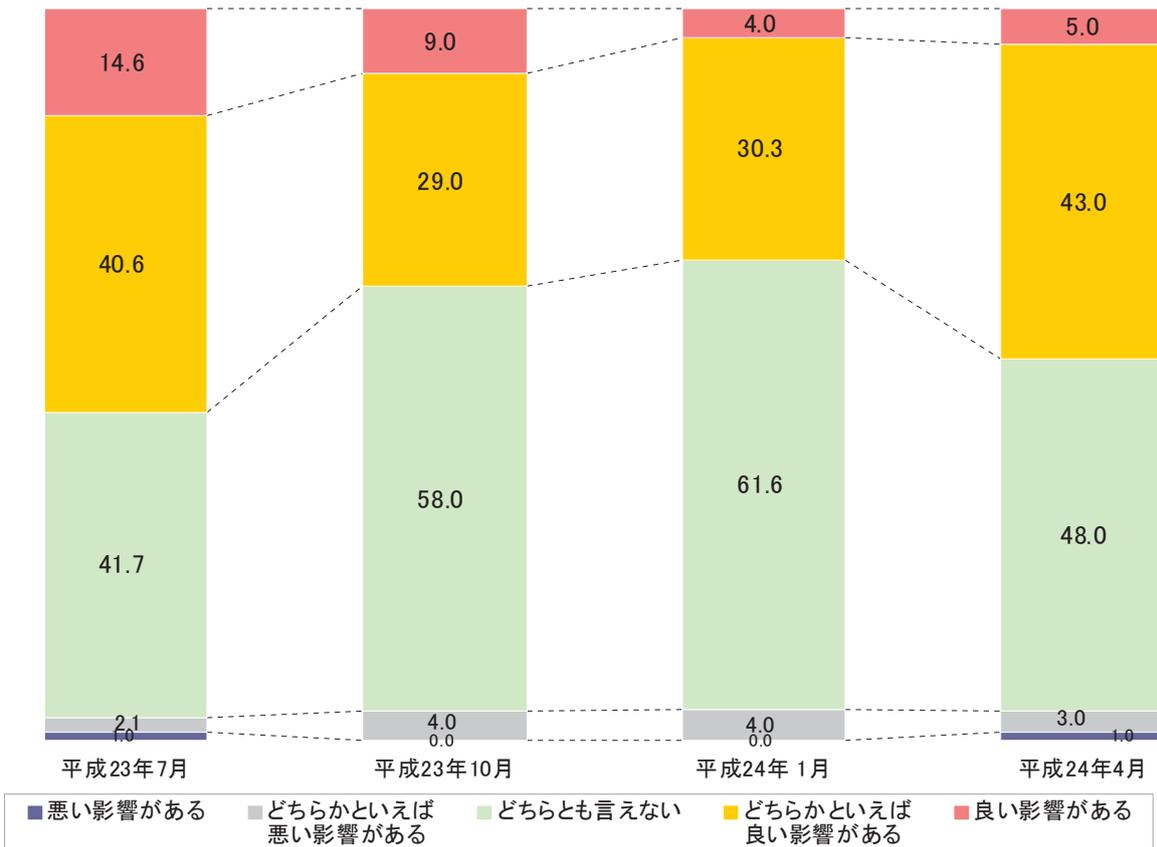


### < 東北新幹線全線開業による景気への影響に関する調査結果 >

新幹線全線開業がここ3カ月の景気に与えた影響(県全体)



新幹線全線開業が今後3カ月先の景気に与える影響(県全体)

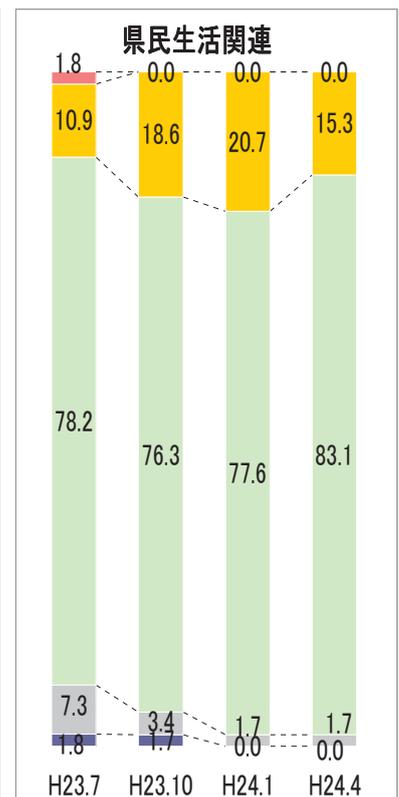
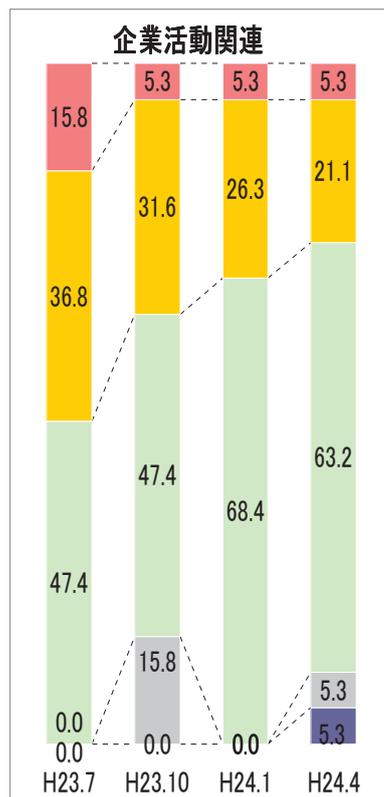
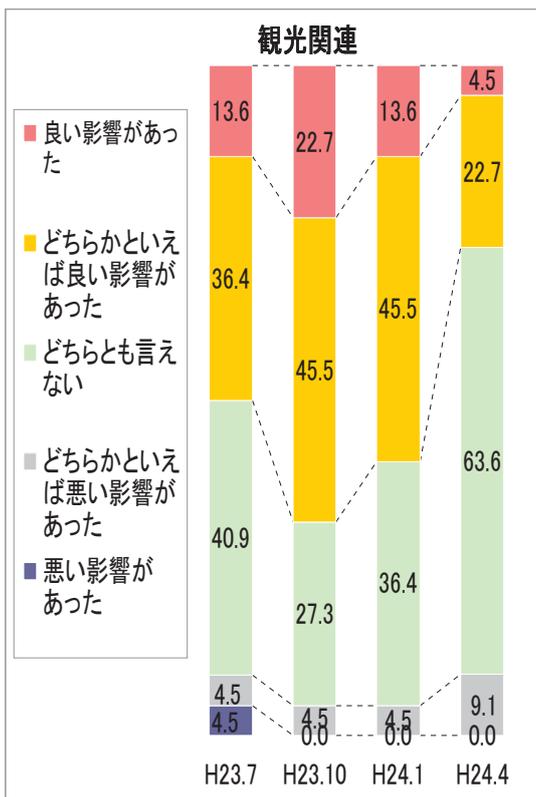
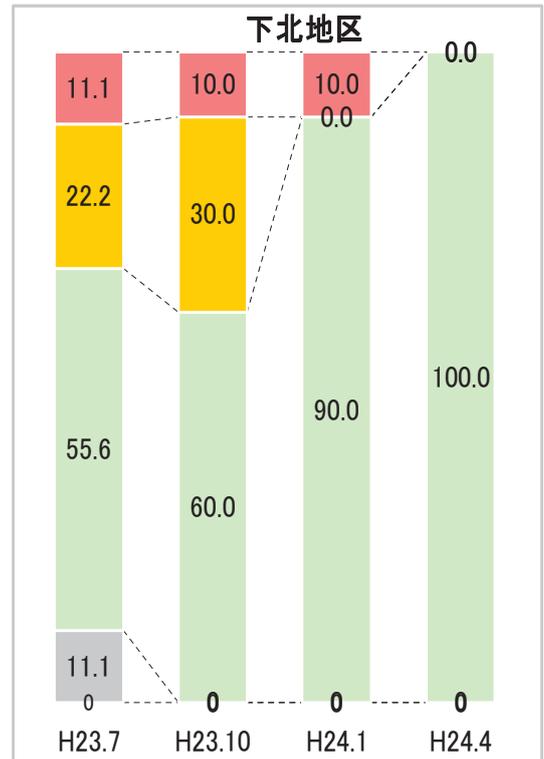
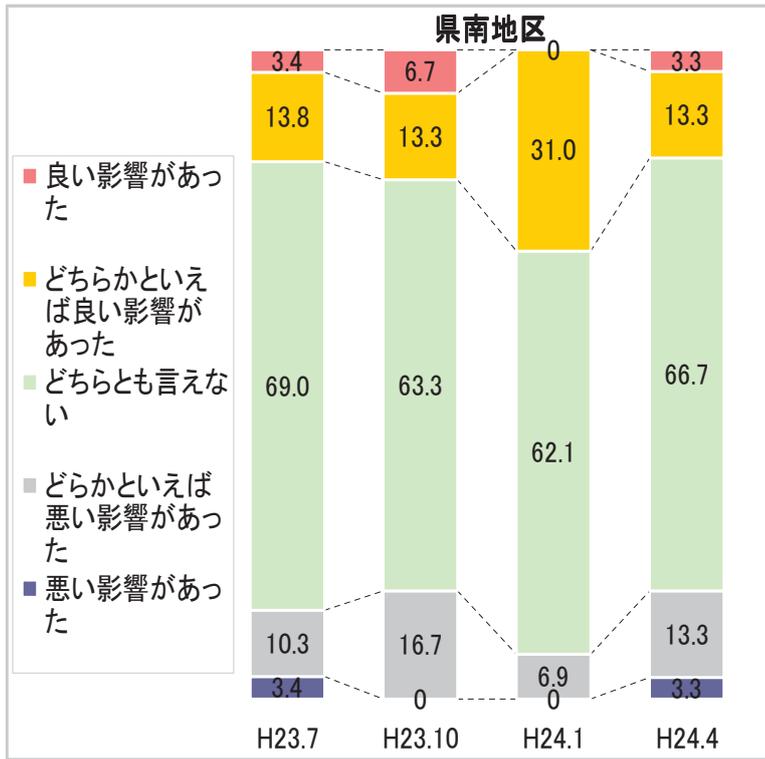


東青地区

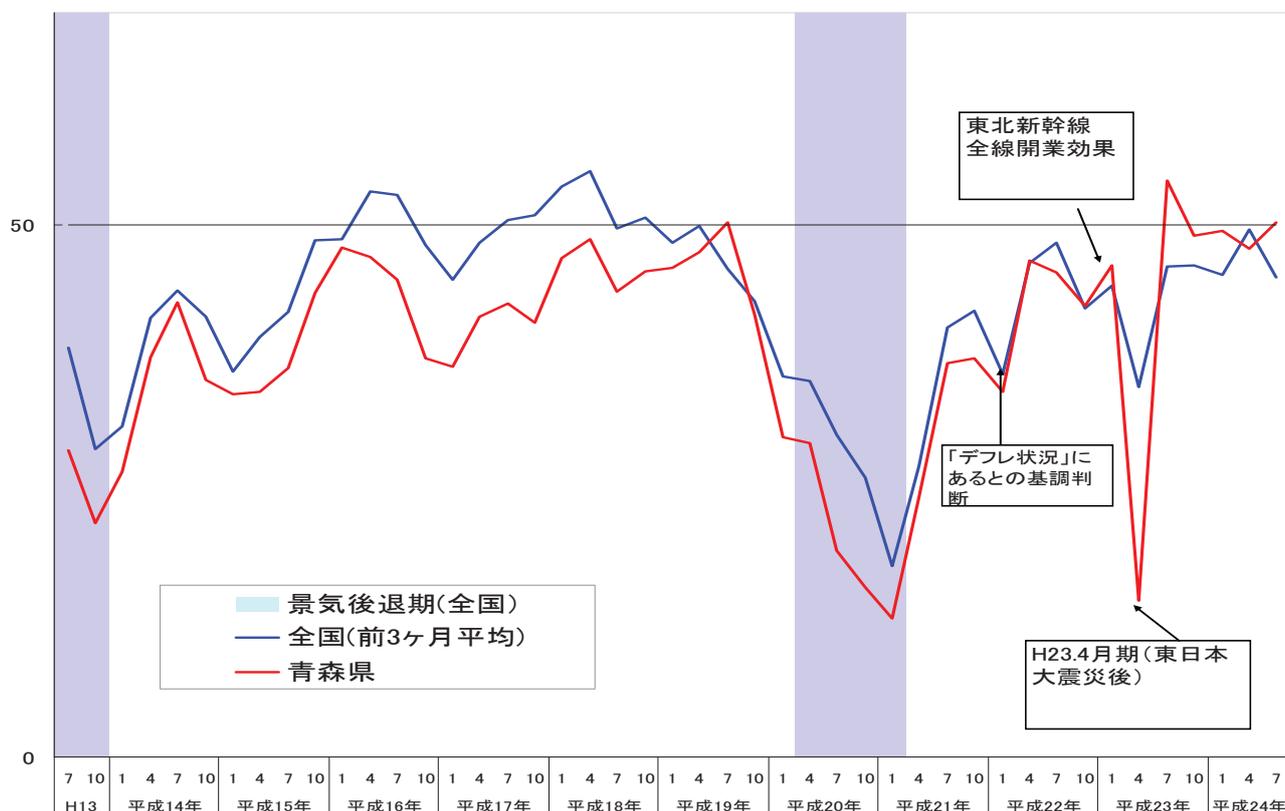
津軽地区

- 良い影響があった
- どちらかといえば良い影響があった
- どちらとも言えない
- どちらかといえば悪い影響があった
- 悪い影響があった





## < 内閣府景気ウォッチャー調査と青森県景気ウォッチャー調査 現状判断DIの推移 >



20

## 「青森県景気ウォッチャー調査」からわかること

- 青森県経済に大きな影響を与えると考えられる事項に関し、緊急的調査が可能
  - ・新幹線開業による景気への影響
  - ・東日本大震災からの景気の回復程度
- 地域による景気動向の違い
- 経済指標ではわからない青森県の現状
  - ・生活実感に基づく県内景気の把握
    - 企業の視点に近い経済指標の動向を補完
  - ・サービス業や観光動向など、データの少ない分野の動向把握
    - 大型小売店以外の店舗等の消費動向
    - 旅行業、観光関係の動向
  - ・判断理由の記載
    - 直近の地域経済の動向に関する要因を把握

# 安定性を考慮したモデル選択法について

## —法人企業統計の事例—

高岡 慎\*

2012年9月

### 概要

多くの官庁統計で利用されている季節調整プログラム X-12-ARIMA では、新規データを追加した再計算に伴う過去の季節調整値の改訂幅が小さいという意味で「安定的」な季調値を算出するために、定期的な内部モデルの選択作業が必要となる。

しかしながら、近年では不安定な経済情勢を反映した不規則なデータの変動のために、定期的なモデル替えが安定性の点で必ずしも良好に機能せず、モデル替え自体が原因となって過去の公表値に無視できないほどの大幅な改訂が生じるケースが生じている。

財務省によって公表されている法人企業統計調査では、こうした問題に対応するため、平成 23 年 10-12 月期調査（平成 24 年 3 月 1 日公表）から安定性に関する条件を加味した新しいモデル選択法を採用している。本稿では、この新しいモデル選択法について説明するとともに、いくつかのシミュレーション結果について示す。

## 1 はじめに

法人企業統計四半期別調査では、季節調整値を算出する際に米国商務省センサス局開発の X-12-ARIMA を利用している。X-12-ARIMA の使用にあたっては、時系列予測のための内部モデルである RegARIMA モデルを、データの特性に合わせて適切に選択する必要がある。一般に内部モデルの設定が適切であれば、モデルによる短期予測の精度が向上し、安定した季節調整値が算出される。ここで季節調整値の安定性とは、新規データを追加した上で再計算を行っても、過去の季節調整値が大きく改訂されないことを指すものとする。

---

\*琉球大学法文学部

法人企業統計では、モデルの次数を一定の範囲に制約した 81 通りの候補の中から、AIC を最小にするという意味で統計的に最適なモデルを選択するモデル替え作業を、年 1 回程度の頻度で行うことにより、モデルの適切性を確保する方針を採用してきた。しかしながら、近年ではリーマン・ショックなどの不安定な経済情勢を反映した不規則なデータの変動のために、定期的なモデル替えが必ずしも良好に機能せず、モデル替え自体が原因となって過去の公表値に無視できないほどの大幅な改訂が生じるケースが目立っている。

最新のデータを利用して過去に遡及して推定される季節調整値は新しい情報によって更新された推定値であるので、過去の季節調整値はそもそも逐次的に改訂されるべきものであって、改訂が生じること自体を特に問題とする必要はないと考える立場もあり得る。しかし法人企業統計に関しては、法人企業統計研究会での議論において、社会的影響の大きい官庁統計としての性格上、一般にあまり大きな改訂をもたらすモデル変更は望ましくないという意見が出されたため、これを受けて安定性の確保に配慮したモデル選択法が検討され、2011 年 10-12 月期から採用されることとなった。

本稿では、この新しいモデル選択法について説明するとともに、追加的に行ったいくつかのシミュレーション結果について示す。また、法人企業統計では 2008 年から 2009 年にかけてリーマン・ショックに起因するデータの大きなレベルシフトが発生しているが、これをダミー変数により処理する方法についても合わせて検討した。

以下、第 2 節では新しいモデル選択方式の説明と試算結果を、第 3 節では異常値への対応方針を、第 4 節では新方式と異常値処理の両方を適用したモデル選択結果を示し、第 5 節で新しいモデルについてまとめた。また、第 6 節では旧方式と新方式の比較結果を示し、第 7 節に結論を述べた。

## 2 新しいモデル選択方式

### 2.1 季節調整値の安定性の指標とモデル替え

まず  $t$  期までのデータが得られた場合の  $s$  期 ( $s \leq t$ ) における季節調整値を  $A_{s|t}$  と表記し、この季節調整系列に基づく前期比成長率を

$$R_{s|t} = \frac{A_{s|t} - A_{s-1|t}}{A_{s-1|t}} \times 100 \quad (s \leq t) \quad (1)$$

と表すとする。一般に、 $R_{s|t}, R_{s|t+1}, R_{s|t+2}, \dots$  の変化の程度が小さいほど公表済み季節調整値の改訂幅が小さく、季節調整の安定性が高いと考えられる。

モデル替えが行われる場合には、直近の公表に使用したモデル（以下「現行モデル」と表記）と新たに選択されるモデルとの間で、さらに大きな乖離が発生する可能性がある。

現行モデルによる季節調整値および前期比成長率をそれぞれ  $A_{s|t}^c$  および  $R_{s|t}^c$  とする。さらに、 $K$  個のモデル候補があるときに、その中の一つを用いた季節調整値および前期比成長率をそれぞれ  $A_{s|t}^{(k)}$  および  $R_{s|t}^{(k)}$  ( $k = 1, \dots, K$ ) とする。

いま  $t$  を直近として、 $\{R_{t|t}^c, R_{t-1|t}^c, R_{t-2|t}^c, \dots\}$  が直近の前期比成長率として公表された後に、 $K$  個の候補の中から  $t+1$  期以降の公表に用いるモデルの選択を行う状況を考える。ただし、選択の時点では  $t+1$  期における原数値はまだ利用可能ではないとする。

以上の設定の下で、モデル替えによる現行モデルからの改訂の程度を評価するために、指標  $SR_m^{(k)}$  (Standard Revision) を

$$SR_m^{(k)} = \frac{1}{m} \sum_{j=0}^{m-1} \left| R_{t-j|t}^c - R_{t-j|t}^{(k)} \right| \quad (1 \leq k \leq K) \quad (2)$$

と定義する<sup>1</sup>。  $SR_m^{(k)}$  は、モデル替えによって過去  $m$  期間の前期比増加率が 1 期あたり平均何パーセントポイント改訂されるかを表している。  $SR_m^{(k)}$  を最小にするモデルは明らかに現行モデルであり、  $SR_m^{(k)}$  が小さいモデルほど過去の公表値からの改定幅が小さいことを表す。

## 2.2 安定性を考慮したモデル選択

前節で定義した指標を利用し、与えられた境界値  $a$  ( $0 \leq a$ ) に対して

$$\hat{k} = \arg \min_k AIC^{(k)} \quad \text{subject to } SR_m^{(k)} \leq a$$

として、モデル  $\hat{k}$  を最適モデルとする。ここで  $AIC^{(k)}$  はモデル  $k$  の  $AIC$  を表すものとする。これを手順の形で書き下すと、

(1)  $K$  個の候補モデルの全てについて、 $AIC$  と  $SR$  を計算する。

(2) 与えられた境界値  $a$  ( $0 \leq a$ ) より  $SR$  が小さいモデルのみを候補として限定する。

<sup>1</sup>これは 2 つのデータ系列の間のある種の数学的距離を定義したものであるが、一般には様々な定義の仕方がある。例えば

$$SR_m^{(k)} = \left\{ \frac{1}{m} \sum_{j=0}^{m-1} \left| R_{t-j|t}^c - R_{t-j|t}^{(k)} \right|^w \right\}^{\frac{1}{w}} \quad (1 \leq w)$$

のような形式も考えられるが、ここでは直感的に理解しやすい  $w = 1$  のケースを採用した。

(3) 限定された候補の中から AIC を最小化するモデルを選択する。

となる。

この方法では、 $a = 0$  の場合には必ず現行モデルが選択され、 $a = \infty$  の場合には現在のモデル選択法と同一の結果が得られる。従って、 $SR$  を利用してモデル候補を限定する方式は、従来のモデル選択法を特殊ケースとして包含する、より一般的な方法になっている<sup>2</sup>。

## 2.3 試算結果

現行モデルの AIC を  $AIC^c$ 、モデル  $k$  の AIC を  $AIC^{(k)}$  として、モデル  $k$  による現行モデルからの改善幅を

$$D^{(k)} = AIC^{(k)} - AIC^c$$

と定義する。

直近を 2011 年 7-9 月期とし、 $K = 81$  とした場合の  $D^{(k)}$  と  $SR^{(k)}$  の関係を図 2-1 に示した。なお、現在の四半期別調査では直近を含めて過去 5 期の成長率を公表していることから、以下では  $m = 5$  とした。

図 2-1 では、現行モデルは  $D = 0$  の線上に位置しており、これより下側にプロットされるモデルでは現行モデルよりも AIC が改善される。全体としては、左下に位置するモデルほど良いモデルとなる。前節で示した手順に従うと、 $SR \leq a$  の範囲で最も  $D$  が小さいモデルが最適モデルとして採用される。

様々な  $a$  に対して選択される最適モデルを表 2-1 から表 2-6 に示した。例えば、売上高の製造業（表 2-1）では、 $a = 1.0$  とした場合には、モデル候補は 81 通りから 67 通りに絞られ、その中から最適モデルとして (212)(210) が選ばれることになる。

---

<sup>2</sup> $t$  期において、現行モデルによる成長率  $\{R_{t|t}^c, R_{t-1|t}^c, R_{t-2|t}^c, \dots\}$  が公表値として発表された後、 $t+1$  期における原数値が内部的に利用できるようになった時点で、 $t+1$  期以降で採用するモデルを選択するケースも考えられる。この場合は改定幅の指標として

$$\widetilde{SR}_m^{(k)} = \frac{1}{m} \sum_{j=0}^{m-1} \left| R_{t-j|t}^c - R_{t-j|t+1}^{(k)} \right|$$

を用いることができる。このような”連鎖方式”を利用すれば過去の公表値の改定幅をより確実にコントロールすることができる。ただし、現行の選択方式を含んだ方式にはならない。この方式の試算結果を第 6 節に示している。

様々な  $a$  に対して選択される最適モデルを表 2-1 から表 2-6 に示した。例えば、売上高の製造業（表 2-1）では、 $a = 1.0$  とした場合には、モデル候補は 81 通りから 67 通りに絞られ、その中から最適モデルとして (212)(210) が選ばれることになる。

このような方法により、過去の公表値からの改訂幅を実務上要求される適当な範囲に収めながら、統計的に当てはまりの良いモデルを選択することができる。例として  $a = 1.0$  の場合の前期比増加率を従来の方法と比較した結果を表 2-7 に示した。ここで「現行モデル」は直近 (2011/7-9) の公表値、「最適」は新しい選択方式で選択した結果をそれぞれ表す。なお、「最適 ( $a = \infty$ )」は候補を限定せずに 81 通りのモデルから選択した結果を表している。表 2-7 において、「現行モデル」と「最適 ( $a = \infty$ ) モデル」の間の数値の乖離が、モデル替えによる過去公表値の改訂幅となっている。改訂幅は系列によって異なるが、特に製造業経常利益の項目を見ると、2010 年 1-3 月期では現行モデルで  $-4.71\%$  であった増加率が、モデル替えによって  $-8.17\%$  になるという大幅な改訂が生じている。この系列について  $a = 1.0$  とした制約の下でのモデル選択を行うと、より現行モデルに近い結果を与えるモデルが選択される。

なお、表 2-7 によると、 $a = 1$  とした場合には、製造業経常利益のケースについてのみモデル候補の制限が機能し、最適 ( $a = \infty$ ) モデルよりも現行モデルにより近い結果を与えるモデルが選択されていることが分かる。

### 3 異常値への対応

#### 3.1 ダミー変数の導入

近年の日本経済の特徴として、マクロ経済時系列の激しい変動が挙げられる。特に 2008 年から 2009 年にかけて起きた、いわゆるリーマン・ショックの影響は、各種のマクロ統計や官庁統計においても明瞭に観察することができる。

まず法人企業統計で季節調整値を算出している各系列の原系列を図 3-1 に示しておく。図からは、2008 年 10-12 月期前後から 1 年程度の間非常に大きな落ち込みを見せている系列がいくつか存在することが分かる。また、大きな落ち込みの後に急激な V 字回復が生じている系列も存在する。

このような局所的な大きなレベルの変化を含んだデータに X-12-ARIMA を適用する際には、RegARIMA モデルの中に変化を適切に表現する回帰変数を導入する必要がある。回帰変数による調整を行わない場合、ARIMA モデルの推定が適切に行われず、モデル

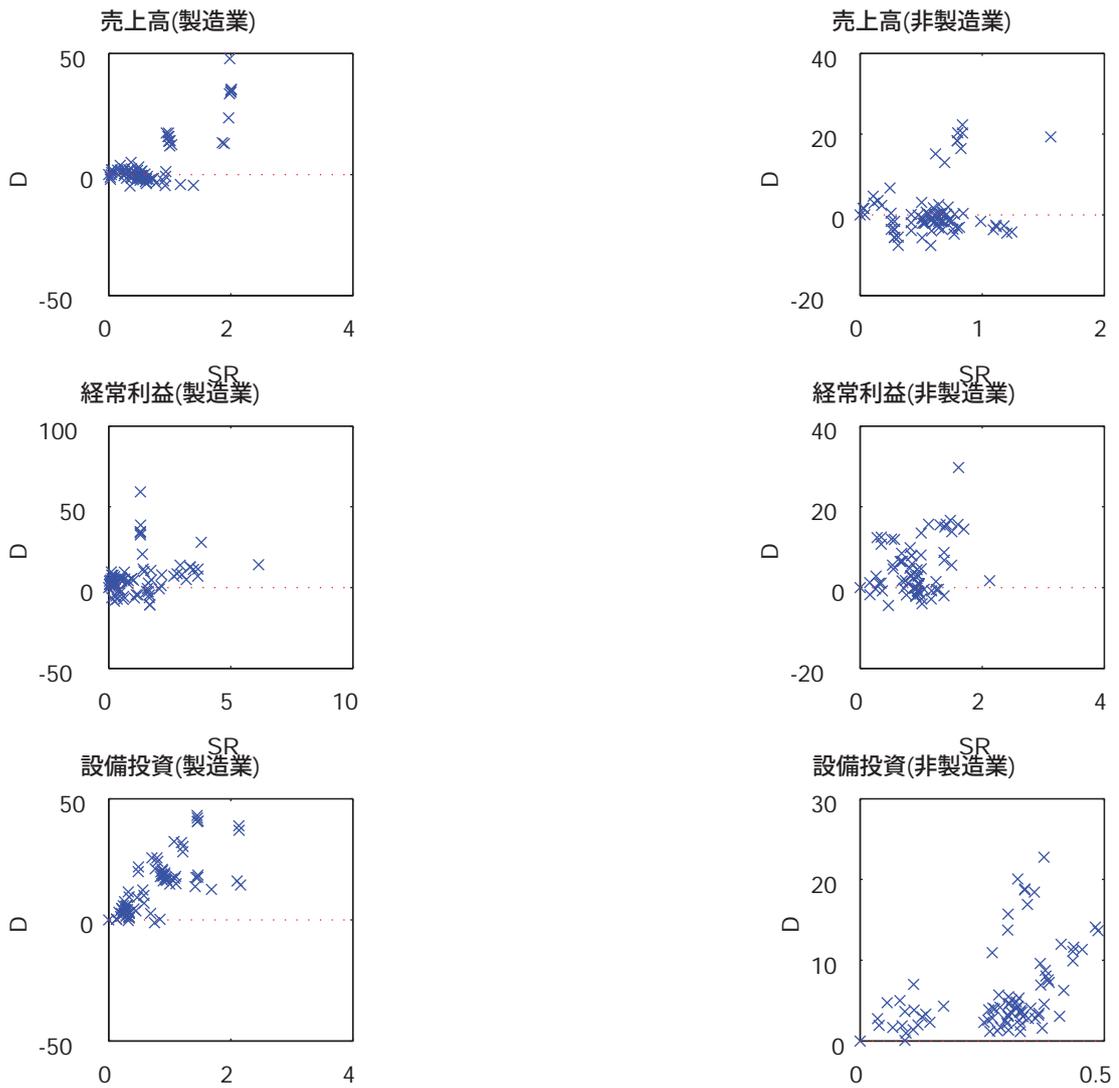


図 2-1: AIC の改善幅 D と SR の関係

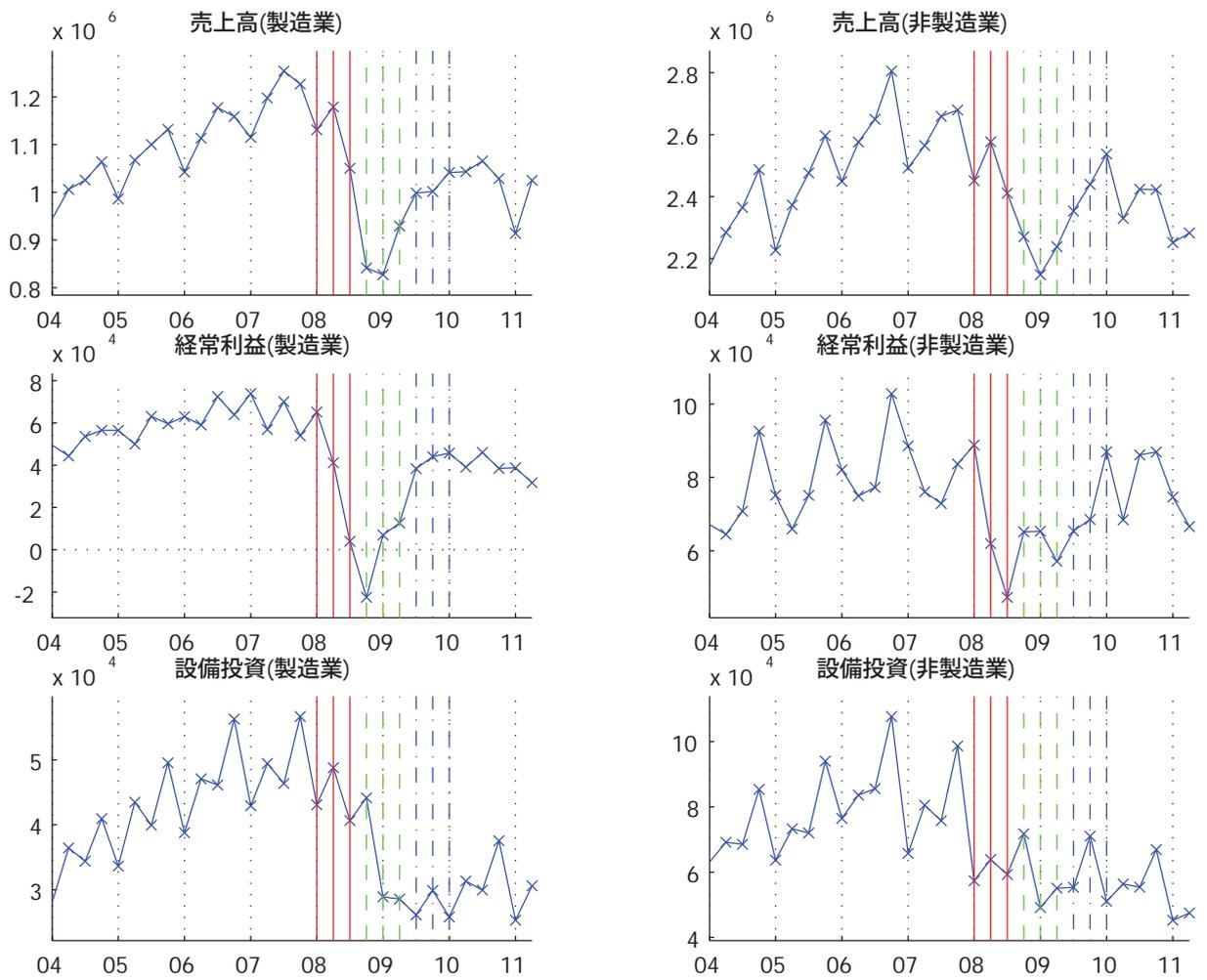


図 3-1: 原系列と変化点の候補

(注) 縦の点線上の値が 4-6 月期を表す。実線、破線、鎖線がそれぞれ  $t_0, t_1, t_2$  の候補を表す。

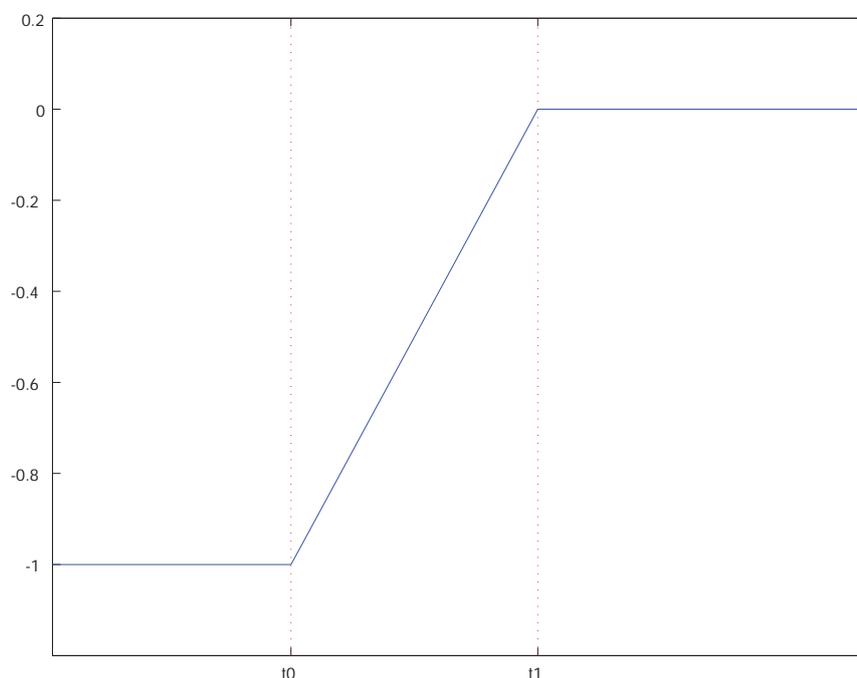


図 3-2:  $rp_{[t_0, t_1]}(t)$  の例

による短期予測に偏りが生じる可能性がある。一般に、予測の偏りは最終的な季節調整値の安定性を低下させる。

図 3-1 に見られるような時系列上で発生した大きな変化は、様々な統計モデルで表現できる。経済学では変化点の統計モデルとして、1 時点におけるマクロショックをダミー変数などでモデル化する方法が一般的であるが、法人企業統計の各系列では複数の期間にわたって大きな変化が継続しているため、統計モデルとしては 1 時点の変化点ではなく、少なくとも 2 時点のモデル化が必要であると思われる。そのため、ここでは X-12-ARIMA に組み込まれているダミー変数のひとつである Ramp 変数の利用を検討した。Ramp 変数は

$$rp_{[t_0, t_1]}(t) = \begin{cases} -1 & t \leq t_0 \\ \frac{t-t_0}{t_1-t_0} - 1 & t_0 < t < t_1 \\ 0 & t \geq t_1 \end{cases} \quad (3)$$

により定義されるダミー変数で、時点  $t_0$  でシフトが発生し、時点  $t_1$  でシフトが終了するという状況を表現している。Ramp 変数の例を図 3-2 に示した。

さらに、このようなダミー変数を複数用いることにより、より複雑な変化が表現でき

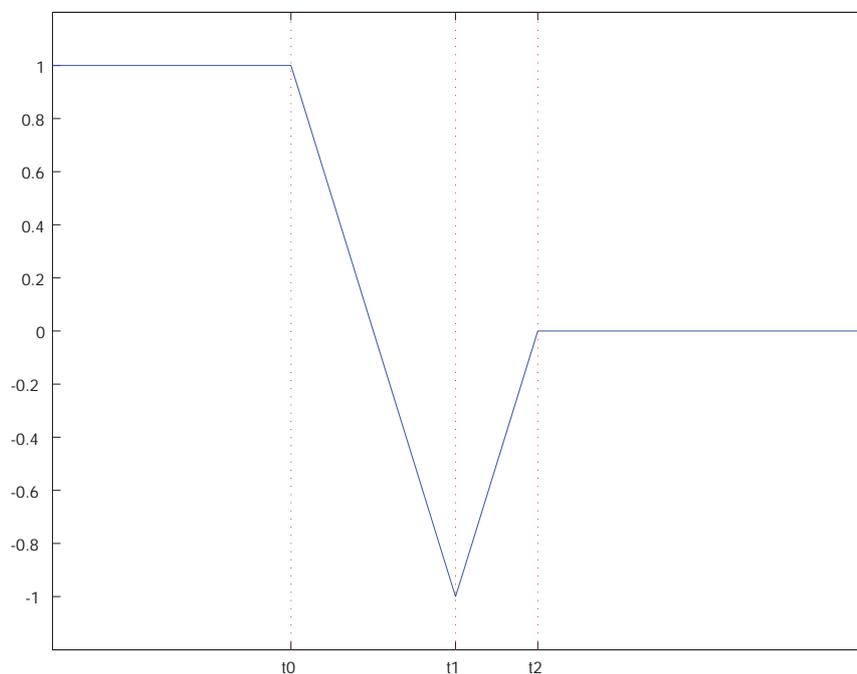


図 3-3:  $rp_{[t_0, t_1, t_2]}(t)$  の例

る。例えば  $t_0, t_1, t_2$  の 3 時点においてレベルが変化する場合には、レベルシフトを表す次のようなダミー変数  $rp_{[t_0, t_1, t_2]}(t)$

$$rp_{[t_0, t_1, t_2]}(t) = \alpha_1 rp_{[t_0, t_1]}(t) + \alpha_2 rp_{[t_1, t_2]}(t)$$

を考えることができる。 $\alpha_1 = -2, \alpha_2 = 1$  とした場合の  $rp_{[t_0, t_1, t_2]}(t)$  の例を図 3-3 に示した。このような変数を利用することで、ショックによる急激な落ち込みと、回復局面の両方を表現することができる。

### 3.2 法人企業統計への適用

法人企業統計におけるリーマン・ショックの影響については、時系列プロットから判断して、下降と回復の 2 局面を考慮すればほぼ十分であると考えられるため、以下では変化点のモデルとして

- (1) 変化点なし
- (2)  $rp_{[t_0, t_1]}$  (下降局面のみ)

(3)  $rp[t_0, t_1, t_2]$  (下降局面と回復局面)

の3種類を検討する。

Ramp 変数の適用するためには変化点を確定する必要があり、その変化点を正確に推定することが重要な問題となる。ここでは原系列の図より視覚的に読み取れる変化点の前後にいくつかの候補となる時点を設定し、統計量 AIC で比較して AIC が最小となる Reg-ARIMA モデルを選択する方針を採用した。具体的には

- $t_0$  の候補時点：2008.4-6 2008.7-9 2008.10-12
- $t_1$  の候補時点：2009.1-3 2009.4-6 2009.7-9
- $t_2$  の候補時点：2009.10-12 2010.1-3 2010.4-6

とした。図 3-1 には、これらの候補点が縦線で示されている。以上の設定の下でダミー変数の組み合わせは、ダミーを入れないケースも含めて合計で 37 通りとなる。また、ARIMA モデルの候補は 81 通りの中から選択するので、モデルの候補の総数は 1 系列につき  $81 \times 37 = 2997$  通りである。これらの全ての組み合わせについて総当りで推定を行い、現行モデルからの AIC の改善幅が最も大きいモデルを採用する。

## 4 2011 年 10-12 月期公表に使用するモデルの選択

### 4.1 試算結果

まず第 3 節で導入した Ramp 変数に、第 2 節で導入したモデル制限法を組み合わせで選択した結果を表 4-1 から表 4-6 に示した。これらの表では、 $a$  を 0.0 から  $\infty$  に変化させた各ケースで選択される最適モデルを表示している。 $a = 0.0$  ならば必ず現行モデルが選択され、 $a = \infty$  ならば従来の方式によるモデル選択結果が与えられることに注意されたい。また、 $a = 0.0, 1.0, 2.0, 3.0, \infty$  での各最適モデルによる前期比増加率の比較結果を表 4-7 に示した。

### 4.2 指標 $a$ の選択

指標  $a$  は、モデル替えによって発生する過去の前期比増加率の改訂幅の 1 期あたり平均値の上限を表しているが、 $a$  としてどの値を採用すべきかについては統計的基準があ

るわけではないため、 $a$  の数値の決定では官庁統計として季節調整の安定性をどの程度確保すべきかという実務的判断がベースとなる。 $a$  を小さく取ると、過去公表値の改訂が小さくなるという意味で季節調整の安定性が向上するが、考慮するモデルの候補数が減少することにより、AIC 最小化の観点からの統計的最適性が犠牲になるというトレード・オフの関係があるため、 $a$  の決定には実際の計算結果に即したバランスの取れた判断が重要である。法人企業統計四半期別調査に関しては、法人企業統計研究会での議論において、 $a = 1.0$  程度が適当ではないかという意見が出された。以下では、そうした意見に基づいて、 $a = 1.0$  とした場合に制約をかけたモデル選択法がどのように機能するかを確認する。

まず、表 4-1 から表 4-6 の  $a = \infty$  のケースについて  $SR$  値を確認すると、製造業経常利益を除いて概ね 2.0 以内に収まっており、1.0 以下の系列もあるため、 $a = 1.0$  の制約を課した場合の影響は比較的小さいと予想される。また、 $a = 1.0$  のケースでの候補率は、経常利益製造を除くと 0.2 ~ 1.0 となっている。ここで検討しているモデル数は 1 系列につき 2997 通りなので、 $a = 1.0$  とした場合にはそれぞれおよそ 600 通りから 2997 通りの候補の中から最適モデルが選択されており、一定の候補数が確保されているといえる。

表 4-7 によると、経常利益非製造業以外の系列では、実際の季調値に基づく前期比増加率においても、制限を課した場合の影響は比較的小さく、これらの系列では  $a = 1.0$  による制限最適モデルを使用することで、現行モデルからの乖離を抑えつつ統計的に望ましいモデルに移行することが可能と思われる。

一方、製造業経常利益については、非制限 ( $a = \infty$ ) 最適モデルの現行モデルからの乖離幅  $SR$  が 5.69 とかなり大きくなっているため (表 4-3 参照)、 $a$  による制約条件がモデル選択に及ぼす影響が大きく、対応にやや注意が必要である。なお、紙面の都合により結果は省略したが、Ramp 変数の傾向を見ると、非制限 ( $a = \infty$ ) モデルでは、AIC の上位のモデルはいずれも下降・回復の両局面を含むモデルであるが、制限モデルでは、 $a = 1.0$  の制限の下で選択された変化点モデルはいずれも回復局面の無いタイプが上位に来ている。製造業経常利益は図 3-1 の現系列プロットでは明瞭な V 字状の推移を示しているので、 $a = 1.0$  の制限の下での Ramp 変数の選択結果はやや不合理と思われる。また、表 4-3 によると、 $a = 1.0$  の場合の候補率は 0.04 とかなり小さくなっている。これらを総合すると、製造業経常利益については  $a = 1.0$  という制限が強過ぎて、統計的にはあまり適切ではないモデルが選択される傾向が強いと考えられる。

製造業経常利益に関して  $a$  をどの程度増加させるべきかについて明確な基準は無いが、

$a$  はあくまで実務上の目安であり、切りの良い明確な数値であることが望ましいため、ここでは表 4-3 の結果から  $a = 2.0$  を候補として考える。表 4-3 で AIC の改善幅  $D$  を見ると、 $a = 1.0$  の場合は  $-13.65$ 、 $a = 2.0$  の場合は  $-78.08$ 、 $a = \infty$  の場合は  $-83.21$  となっており、 $a = 1.0$  に比べると  $a = 2.0$  の場合には制約を課さないモデル選択を行った場合に近い AIC の大幅な改善が見られる。他方、 $a$  を 2.0 から 3.0 に増加させても AIC の改善幅は小さく、表 4-7 で前期比増加率を  $a = 3.0$  の場合と比較しても概ね同様のパターンが得られるため、 $a$  を 3.0 まで増加させることに積極的な意味は無いと思われる。Ramp 変数についても、 $a = 2.0$  と  $a = 3.0$  では、下降・回復の両局面を含んだ同様の変数が選択されており、差が生じない。以上の理由から、製造業経常利益については、 $a = 2.0$  を選択するものとする。

なお、こうしたモデル候補の制限は、あくまで季節調整値を安定させるために考えられる手法の一つに過ぎず、パラメータ  $a$  についても、固定された値を機械的に採用するのではなく、推定結果に基づいて柔軟に設定されるべきであるという点を指摘しておく。例えば、法人企業統計でも製造業経常利益については 2009 年 1-3 月期に負値を取っており、そのような場合には季調値の前期比を比較することの意味は不明瞭となる。

## 5 法人企業統計で採用された方法

従来のモデル選択法を拡張し、段階的にモデル候補を制限する手順について検討した。新方式により、過去の公表済み季節調整の改訂を一定の範囲に収めながら、AIC の観点で統計的に最適なモデル選択を行うことが可能になると考えられる。

新たに導入されたパラメータ  $a$  をどう決定するかについては、モデル替えの都度、推定結果に基づく検討が必要だが、法人企業統計四半期別調査では、2011 年 7-9 月期までのデータに基づく試算結果によると、 $a = 1.0 \sim 2.0$  程度に設定することで良好な結果が得られた。

また、モデル制限の手法と組み合わせて、リーマン・ショックに対応する変化点モデルの導入を検討した。

以上の結果に基いて、法人企業統計調査では 2011 年 10-12 月期以降の公表において、次のような方針が採用されることとなった。

- (1) 2011 年 10-12 月期の公表で用いるモデル選択では、リーマン・ショックに起因する異常な変動への対応として、本稿第 3 節で検討した方式により Ramp 変数を導入

する。モデル選択は制約付きの方法を採用し、 $a = 1.0$  とする。ただし製造業経常利益系列のみ  $a = 2.0$  とする。具体的には表 5-1 の通りである。

- (2) 今後の定期的なモデル選択作業においては制約付きのモデル選択法を用い、季節調整の安定性に配慮したモデルを採用する。その際には  $a = 1.0 \sim 2.0$  程度を基本としつつ、継続的に検討を行う。

## 6 シミュレーション

新しいモデル選択法では、1期前の公表値との乖離幅をコントロールした上でモデル選択を行うが、現状の方針ではモデル選択は年1回程度としているため、長期的に運用した場合にどの程度改訂が抑えられるかは明瞭ではない。本節では、制約を課したモデル選択法を継続的に適用した場合の改訂幅をシミュレーションによって求めた結果を示す。

ここでは、現時点を  $t$  とし、 $t$  期までのデータが利用可能であるときに、 $t+1$  期の季調値の算出に使用するモデルを選択するという状況を考えて、次の2つの方式によるモデル選択方法を比較する。

- (1)  $t+1$  期のデータを用いずにモデル選択を行なって決定したモデルを利用し、 $t+1$  期の季調値を算出する。すなわち

$$\hat{k} = \arg \min_k AIC^{(k)} \quad \text{subject to } SR_m^{(k)} \leq a$$

によりモデルを選択し、季調値を求める。

- (2)  $t+1$  期までのデータを利用してモデル選択を行い、選択されたモデルにより  $t+1$  期の季調値を算出する。すなわち

$$\widetilde{SR}_m^{(k)} = \frac{1}{m} \sum_{j=0}^{m-1} \left| R_{t-j|t}^c - R_{t-j|t+1}^{(k)} \right|$$

とした上で、

$$\hat{k} = \arg \min_k AIC^{(k)} \quad \text{subject to } \widetilde{SR}_m^{(k)} \leq a$$

によりモデルを選択し、季調値を求める。

$t + 1$  期までの情報をモデル選択に反映させるためには (2) の方式の方が望ましいが、法人企業統計ではデータ公表前後の作業スケジュールの問題により、公表直前にモデル選択をするのではなく、予めモデルを選択しておくことができる (1) の方式が採用されている。

## 6.1 計算結果

シミュレーションでは

1. 2009 年 10-12 月期までのデータにより制約を課さない方法によって最適モデルを選択する。
2. 2009 年 10-12 月期以降、2012 年 4-6 月期までの間に、1 期ずつデータが追加されていく状況を想定し、各期で計算された前期比増加率を記録する。
3. 最初のモデル選択を行った後に、4 期ごとにモデル選択を行う。

という手順で行う。ただし、各系列の推定では、消費税に対応する外れ値とリーマン・ショックに対応する変化点ダミーを表 5-1 と同様に設定している。

図 6-1 から図 6-4 に結果を示した。各図は、各時点での季調値に基づく前期比増加率を、過去 5 期間に関してプールし、5 つの数値の最大値と最小値を結んだグラフである。従って、図の 2 本の折れ線の幅が過去公表値の改訂幅を表しており、2 本の折れ線が近いほど公表値が安定していると解釈することができる。また、図中の垂直のラインがモデル選択を行ったタイミングを表している。垂直のラインは点線と実線の 2 種類があるが、点線はモデル選択を行った結果、前回のモデルと同じ物が選択されたことを表し、実線は実際にモデルが変更されたことを表す。

図 6-1 は、従来法人企業統計で行われていた、制約をかけないモデル選択を 1 年に 1 回実施するという方法に対応している。図 6-2 は、2011 年 10-12 月期以降採用された制約付きのモデル選択法による結果に対応している。また、図 6-3 および図 6-4 は直近公表値のためのモデル選択に、直近のデータまでを用いる (2) の方法に対応している。このうち図 6-3 は制約無しのモデル選択法の結果を、図 6-4 は制約有りのモデル選択法の結果をそれぞれ表している。また、図 6-2 および図 6-4 の結果を得る際の制約パラメータ  $\alpha$  は、経常利益（製造業）で 2、それ以外の系列で 1 としている。なお、このシミュレー

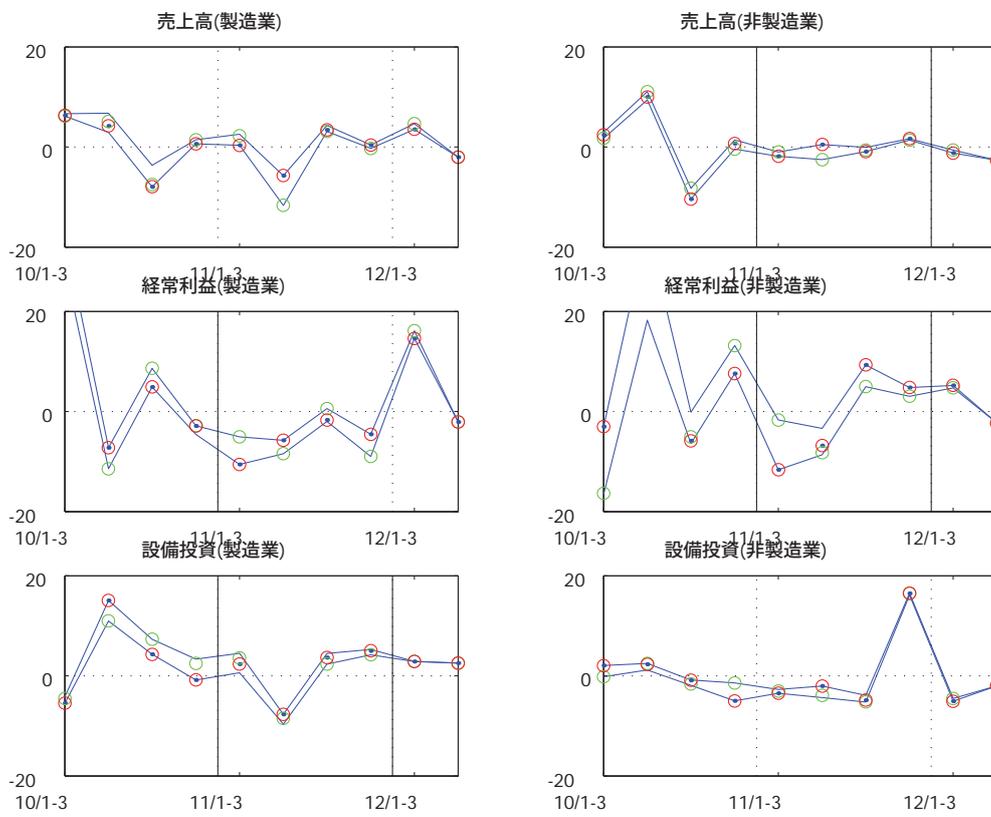


図 6-1: 方式 (1) による推計 (制約無しモデル選択)

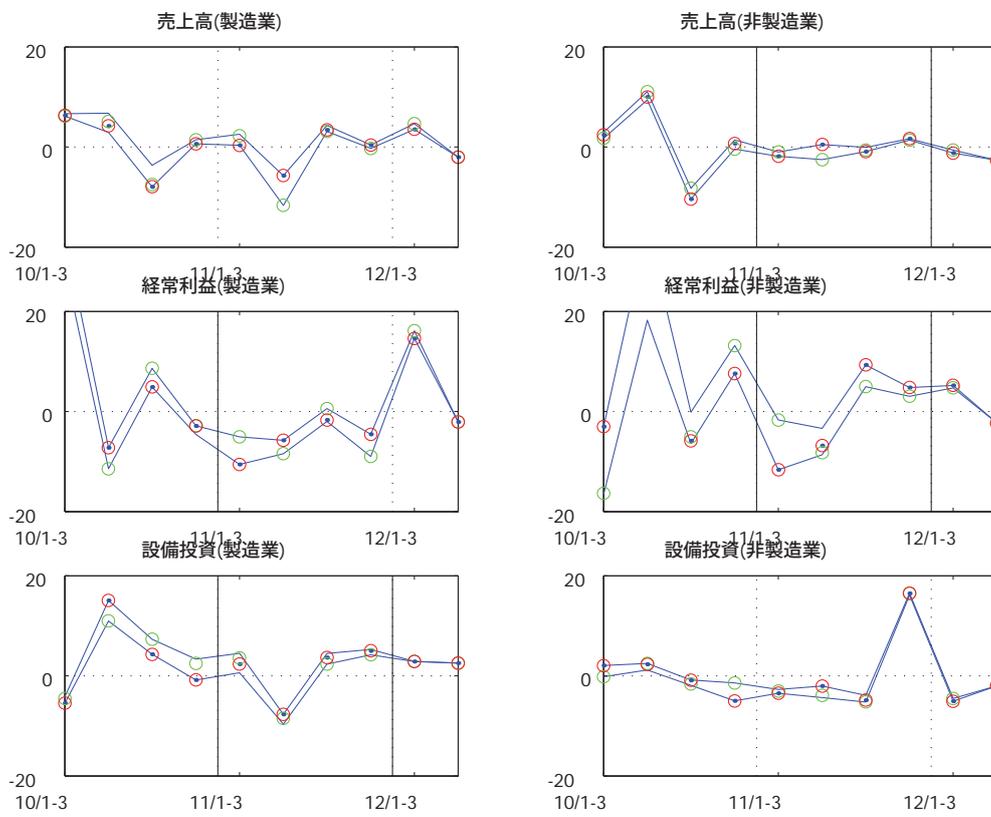


図 6-2: 方式 (1) による推計 (制約有りモデル選択)

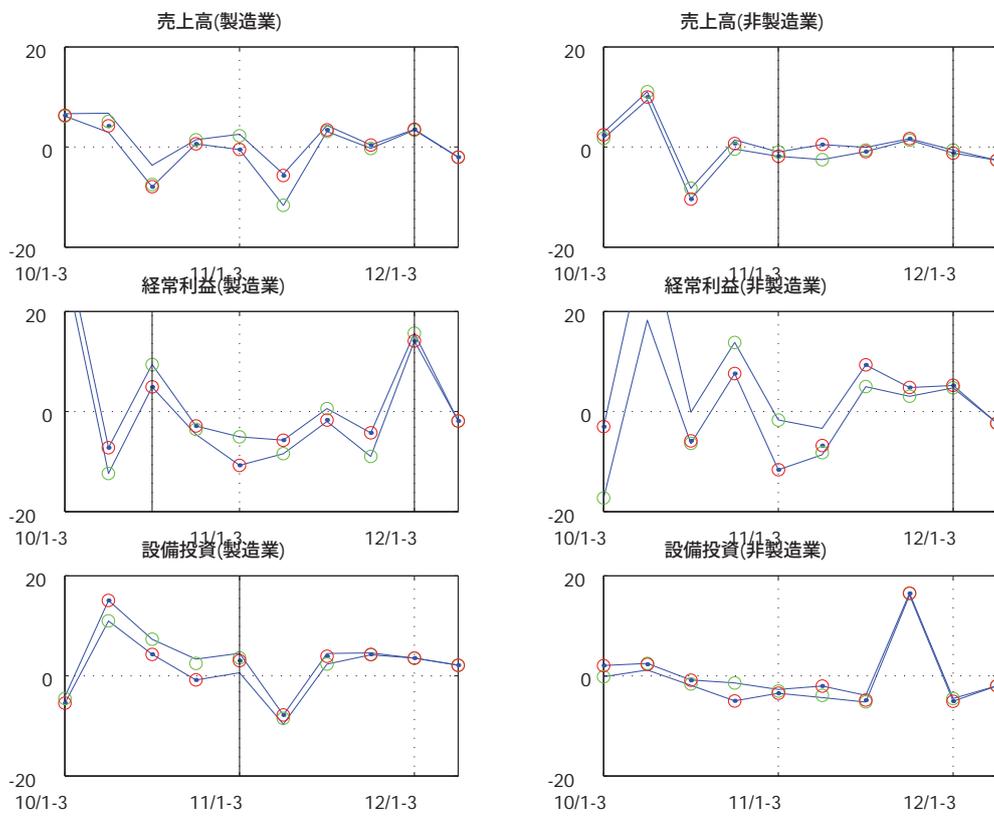


図 6-3: 方式 (2) による推計 (制約無しモデル選択)

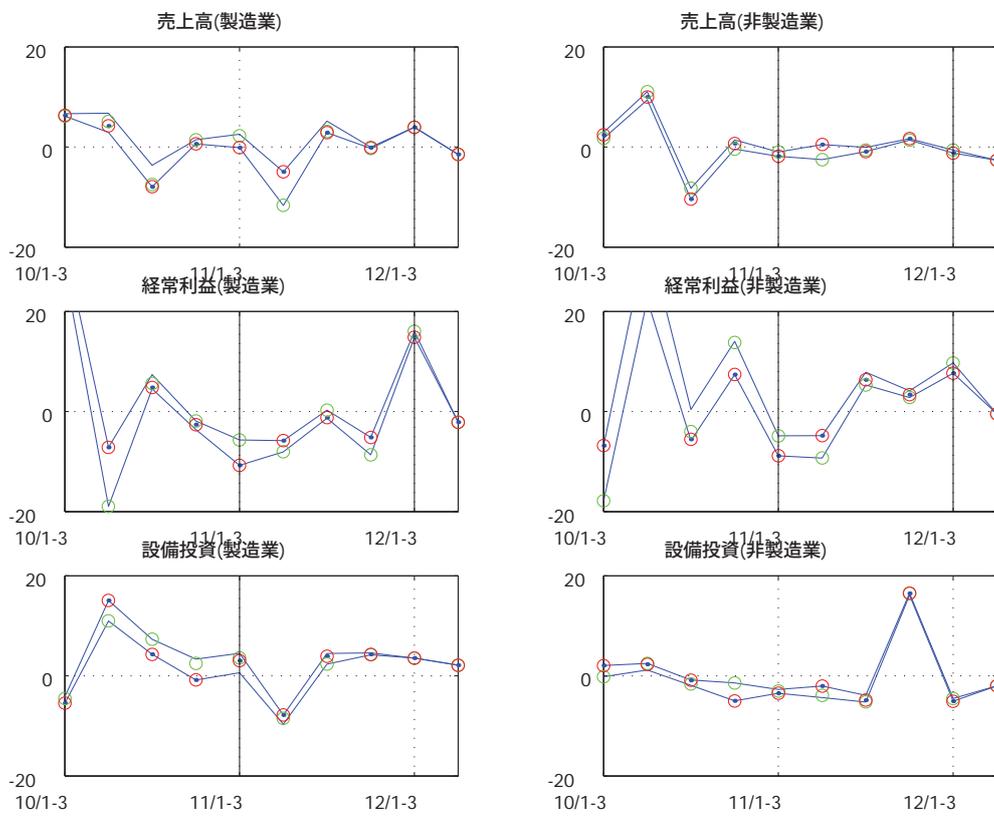


図 6-4: 方式 (2) による推計 (制約有りモデル選択)

ションでのモデル選択のタイミングは、2009年10-12月期以降1年毎に機械的に行うというとしており、実際の法人企業統計での運用とは異なっている点に注意されたい。

図6-1および図6-2によると、両者には大きな違いが見られない。これは、リーマン・ショックによる大きな変動をダミー変数により調整した場合、それ以降のデータの変動は比較的安定しており、モデル選択が制約の範囲内で行われているためであると考えられる。なお経常利益（非製造業）については、2011年1-3月期で2本の折れ線の乖離が10パーセントポイント程度になっており、やや改訂幅が大きい。

他方、(2)の方式による結果である図6-3と図6-4を比較すると、各系列で概ね似た動きを示しているが、経常利益（製造業）で制約付きモデル選択法の方（図6-4）がやや安定的に推移している。(2)の方式ではモデル選択の際に直近のデータまで利用しているため、全体的に乖離が抑えられる傾向になると思われる。

## 7 結論と展望

本稿では、法人企業統計調査において2011年10-12月期に採用された、安定性を考慮した制約条件付きのモデル選択法について説明し、幾つかのシミュレーション結果を示した。

X-12-ARIMAの通常の運用では、新規データが追加されるたびに内部モデルのパラメータの最尤推定をやり直すことになるため、モデルの次数を変更しない場合でもアウトオブサンプルの予測値は毎回変更され、過去の推計値も影響を受ける。この効果とモデル変更による効果を分別することは困難だが、本稿で検討した結果によると、モデル変更に起因する改訂については、制約条件を設定したモデル選択法を用いることにより、一定程度コントロールすることができるとと思われる。

しかしながら、制約条件を付加した場合、AICを最小化するという意味で最適なモデルが必ずしも選ばれないことになるため、これが原因となって点予測の精度が低下するというトレードオフが生じる可能性も考えられる。これについては今後より詳細な検討が必要であろう。

また、シミュレーション結果によると、データ公表の直前に、直近のデータまでを利用してモデル選択を行った方がより安定的な結果が得られる可能性が示唆される。こうした手法は現場での作業負担上の都合により採用が困難であるとは予想されるが、概してX-12-ARIMAでは逐次的に設定を修正しつつデータの公表を行うという運用方法に関

する機能がやや弱いため、様々な可能性を検討しつつ適切な運用方法を継続的に模索することが必要だと思われる。

## 8 数表

表 2-1: 最適モデル：売上高 (製造業)

( $m = 5$ )

a	モデル	D	SR	候補数
0.00	(1 1 0)(2 1 2)	0.000	0.000	1
0.25	(1 1 0)(2 1 1)	-1.964	0.030	11
0.50	(2 1 2)(2 1 0)	-4.788	0.349	34
0.75	(2 1 2)(2 1 0)	-4.788	0.349	56
1.00	(2 1 2)(2 1 0)	-4.788	0.349	67
1.25	(2 1 2)(2 1 0)	-4.788	0.349	71
1.50	(2 1 2)(2 1 0)	-4.788	0.349	72
1.75	(2 1 2)(2 1 0)	-4.788	0.349	72
2.00	(2 1 2)(2 1 0)	-4.788	0.349	77
2.25	(2 1 2)(2 1 0)	-4.788	0.349	81
2.50	(2 1 2)(2 1 0)	-4.788	0.349	81
2.75	(2 1 2)(2 1 0)	-4.788	0.349	81
3.00	(2 1 2)(2 1 0)	-4.788	0.349	81
3.25	(2 1 2)(2 1 0)	-4.788	0.349	81
3.50	(2 1 2)(2 1 0)	-4.788	0.349	81
3.75	(2 1 2)(2 1 0)	-4.788	0.349	81
4.00	(2 1 2)(2 1 0)	-4.788	0.349	81
4.25	(2 1 2)(2 1 0)	-4.788	0.349	81
4.50	(2 1 2)(2 1 0)	-4.788	0.349	81
4.75	(2 1 2)(2 1 0)	-4.788	0.349	81
5.00	(2 1 2)(2 1 0)	-4.788	0.349	81
$\infty$	(2 1 2)(2 1 0)	-4.788	0.349	81

・各  $a$  に対応する最適モデルを表している。

表 2-2: 最適モデル：売上高 (非製造業)

( $m = 5$ )

a	モデル	D	SR	候補数
0.00	(0 1 0)(1 1 0)	0.000	0.000	1
0.25	(0 1 0)(1 1 0)	0.000	0.000	9
0.50	(1 1 1)(0 1 1)	-7.513	0.311	23
0.75	(2 1 2)(0 1 1)	-7.565	0.579	60
1.00	(2 1 2)(0 1 1)	-7.565	0.579	74
1.25	(2 1 2)(0 1 1)	-7.565	0.579	80
1.50	(2 1 2)(0 1 1)	-7.565	0.579	80
1.75	(2 1 2)(0 1 1)	-7.565	0.579	81
2.00	(2 1 2)(0 1 1)	-7.565	0.579	81
2.25	(2 1 2)(0 1 1)	-7.565	0.579	81
2.50	(2 1 2)(0 1 1)	-7.565	0.579	81
2.75	(2 1 2)(0 1 1)	-7.565	0.579	81
3.00	(2 1 2)(0 1 1)	-7.565	0.579	81
3.25	(2 1 2)(0 1 1)	-7.565	0.579	81
3.50	(2 1 2)(0 1 1)	-7.565	0.579	81
3.75	(2 1 2)(0 1 1)	-7.565	0.579	81
4.00	(2 1 2)(0 1 1)	-7.565	0.579	81
4.25	(2 1 2)(0 1 1)	-7.565	0.579	81
4.50	(2 1 2)(0 1 1)	-7.565	0.579	81
4.75	(2 1 2)(0 1 1)	-7.565	0.579	81
5.00	(2 1 2)(0 1 1)	-7.565	0.579	81
$\infty$	(2 1 2)(0 1 1)	-7.565	0.579	81

・各  $a$  に対応する最適モデルを表している。

表 2-3: 最適モデル：経常利益 (製造業)

( $m = 5$ )

a	モデル	D	SR	候補数
0.00	(1 1 0)(0 1 1)	0.000	0.000	1
0.25	(2 1 1)(0 1 1)	-8.380	0.234	25
0.50	(2 1 1)(0 1 1)	-8.380	0.234	33
0.75	(2 1 1)(0 1 1)	-8.380	0.234	39
1.00	(2 1 1)(0 1 1)	-8.380	0.234	43
1.25	(2 1 1)(0 1 1)	-8.380	0.234	47
1.50	(2 1 1)(0 1 1)	-8.380	0.234	56
1.75	(1 1 2)(2 1 1)	-10.745	1.686	66
2.00	(1 1 2)(2 1 1)	-10.745	1.686	66
2.25	(1 1 2)(2 1 1)	-10.745	1.686	69
2.50	(1 1 2)(2 1 1)	-10.745	1.686	69
2.75	(1 1 2)(2 1 1)	-10.745	1.686	70
3.00	(1 1 2)(2 1 1)	-10.745	1.686	72
3.25	(1 1 2)(2 1 1)	-10.745	1.686	74
3.50	(1 1 2)(2 1 1)	-10.745	1.686	77
3.75	(1 1 2)(2 1 1)	-10.745	1.686	79
4.00	(1 1 2)(2 1 1)	-10.745	1.686	80
4.25	(1 1 2)(2 1 1)	-10.745	1.686	80
4.50	(1 1 2)(2 1 1)	-10.745	1.686	80
4.75	(1 1 2)(2 1 1)	-10.745	1.686	80
5.00	(1 1 2)(2 1 1)	-10.745	1.686	80
$\infty$	(1 1 2)(2 1 1)	-10.745	1.686	81

・各  $a$  に対応する最適モデルを表している。

表 2-4: 最適モデル：経常利益 (非製造業)

( $m = 5$ )

a	モデル	D	SR	候補数
0.00	(2 1 2)(0 1 1)	0.000	0.000	1
0.25	(2 1 1)(0 1 1)	-1.782	0.160	3
0.50	(2 1 2)(1 1 1)	-4.437	0.461	12
0.75	(2 1 2)(1 1 1)	-4.437	0.461	23
1.00	(2 1 2)(1 1 1)	-4.437	0.461	58
1.25	(2 1 2)(1 1 1)	-4.437	0.461	67
1.50	(2 1 2)(1 1 1)	-4.437	0.461	76
1.75	(2 1 2)(1 1 1)	-4.437	0.461	80
2.00	(2 1 2)(1 1 1)	-4.437	0.461	80
2.25	(2 1 2)(1 1 1)	-4.437	0.461	81
2.50	(2 1 2)(1 1 1)	-4.437	0.461	81
2.75	(2 1 2)(1 1 1)	-4.437	0.461	81
3.00	(2 1 2)(1 1 1)	-4.437	0.461	81
3.25	(2 1 2)(1 1 1)	-4.437	0.461	81
3.50	(2 1 2)(1 1 1)	-4.437	0.461	81
3.75	(2 1 2)(1 1 1)	-4.437	0.461	81
4.00	(2 1 2)(1 1 1)	-4.437	0.461	81
4.25	(2 1 2)(1 1 1)	-4.437	0.461	81
4.50	(2 1 2)(1 1 1)	-4.437	0.461	81
4.75	(2 1 2)(1 1 1)	-4.437	0.461	81
5.00	(2 1 2)(1 1 1)	-4.437	0.461	81
$\infty$	(2 1 2)(1 1 1)	-4.437	0.461	81

・各  $a$  に対応する最適モデルを表している。

表 2-5: 最適モデル：設備投資 (製造業)

( $m = 5$ )

a	モデル	D	SR	候補数
0.00	(1 1 2)(0 1 2)	0.000	0.000	1
0.25	(1 1 2)(0 1 2)	0.000	0.000	10
0.50	(2 1 2)(0 1 2)	-0.339	0.322	34
0.75	(2 1 2)(0 1 2)	-0.339	0.322	39
1.00	(1 1 2)(0 1 1)	-1.158	0.751	59
1.25	(1 1 2)(0 1 1)	-1.158	0.751	68
1.50	(1 1 2)(0 1 1)	-1.158	0.751	76
1.75	(1 1 2)(0 1 1)	-1.158	0.751	77
2.00	(1 1 2)(0 1 1)	-1.158	0.751	77
2.25	(1 1 2)(0 1 1)	-1.158	0.751	81
2.50	(1 1 2)(0 1 1)	-1.158	0.751	81
2.75	(1 1 2)(0 1 1)	-1.158	0.751	81
3.00	(1 1 2)(0 1 1)	-1.158	0.751	81
3.25	(1 1 2)(0 1 1)	-1.158	0.751	81
3.50	(1 1 2)(0 1 1)	-1.158	0.751	81
3.75	(1 1 2)(0 1 1)	-1.158	0.751	81
4.00	(1 1 2)(0 1 1)	-1.158	0.751	81
4.25	(1 1 2)(0 1 1)	-1.158	0.751	81
4.50	(1 1 2)(0 1 1)	-1.158	0.751	81
4.75	(1 1 2)(0 1 1)	-1.158	0.751	81
5.00	(1 1 2)(0 1 1)	-1.158	0.751	81
$\infty$	(1 1 2)(0 1 1)	-1.158	0.751	81

・各  $a$  に対応する最適モデルを表している。

表 2-6: 最適モデル：設備投資 (非製造業)

( $m = 5$ )

a	モデル	D	SR	候補数
0.00	(0 1 2)(1 1 2)	0.000	0.000	1
0.25	(0 1 2)(1 1 2)	0.000	0.000	18
0.50	(0 1 2)(1 1 2)	0.000	0.000	81
0.75	(0 1 2)(1 1 2)	0.000	0.000	81
1.00	(0 1 2)(1 1 2)	0.000	0.000	81
1.25	(0 1 2)(1 1 2)	0.000	0.000	81
1.50	(0 1 2)(1 1 2)	0.000	0.000	81
1.75	(0 1 2)(1 1 2)	0.000	0.000	81
2.00	(0 1 2)(1 1 2)	0.000	0.000	81
2.25	(0 1 2)(1 1 2)	0.000	0.000	81
2.50	(0 1 2)(1 1 2)	0.000	0.000	81
2.75	(0 1 2)(1 1 2)	0.000	0.000	81
3.00	(0 1 2)(1 1 2)	0.000	0.000	81
3.25	(0 1 2)(1 1 2)	0.000	0.000	81
3.50	(0 1 2)(1 1 2)	0.000	0.000	81
3.75	(0 1 2)(1 1 2)	0.000	0.000	81
4.00	(0 1 2)(1 1 2)	0.000	0.000	81
4.25	(0 1 2)(1 1 2)	0.000	0.000	81
4.50	(0 1 2)(1 1 2)	0.000	0.000	81
4.75	(0 1 2)(1 1 2)	0.000	0.000	81
5.00	(0 1 2)(1 1 2)	0.000	0.000	81
$\infty$	(0 1 2)(1 1 2)	0.000	0.000	81

・各  $a$  に対応する最適モデルを表している。

表 2-7: 増加率比較：Ramp 無しモデル

	モデル	10/7-9	10/10-12	11/1-3	11/4-6	11/7-9
売上高 (製造業)	現行モデル	-6.62	0.54	1.71	-8.25	4.85
	最適 ( $a = 1.0$ )	-6.89	0.40	2.43	-8.45	4.43
	最適 ( $a = \infty$ )	-6.89	0.40	2.43	-8.45	4.43
売上高 (非製造業)	現行モデル	-9.82	1.84	-0.50	-3.42	0.72
	最適 ( $a = 1.0$ )	-10.42	2.49	-0.77	-3.00	-0.24
	最適 ( $a = \infty$ )	-10.42	2.49	-0.77	-3.00	-0.24
経常利益 (製造業)	現行モデル	2.85	0.67	-4.71	-11.93	-0.78
	最適 ( $a = 1.0$ )	3.13	0.35	-4.70	-11.96	-0.26
	最適 ( $a = \infty$ )	3.08	0.32	-8.17	-7.88	-1.12
経常利益 (非製造業)	現行モデル	-5.27	12.21	-7.77	-11.01	5.75
	最適 ( $a = 1.0$ )	-4.86	12.00	-7.48	-11.65	6.51
	最適 ( $a = \infty$ )	-4.86	12.00	-7.48	-11.65	6.51
設備投資 (製造業)	現行モデル	4.50	4.06	0.67	-9.77	2.99
	最適 ( $a = 1.0$ )	5.05	3.45	1.54	-10.67	3.82
	最適 ( $a = \infty$ )	5.05	3.45	1.54	-10.67	3.82
設備投資 (非製造業)	現行モデル	-1.22	-2.90	-3.60	-4.32	-5.84
	最適 ( $a = 1.0$ )	-1.22	-2.90	-3.60	-4.32	-5.84
	最適 ( $a = \infty$ )	-1.22	-2.90	-3.60	-4.32	-5.84

表 4-1: 最適モデル：売上高 (製造業)

( $m = 5$ )

a	ARIMA	$t_0$	$t_1$	$t_2$	D	SR	候補率
0.00	(1 1 0)(2 1 2)				0.00	0.00	0.00
0.25	(2 1 2)(2 1 0)	08/4-6	09/4-6	10/4-6	-38.25	0.08	0.01
0.50	(2 1 2)(2 1 0)	08/4-6	09/4-6	10/4-6	-38.25	0.08	0.05
0.75	(2 1 2)(2 1 1)	08/4-6	09/4-6	10/4-6	-38.53	0.71	0.12
1.00	(2 1 2)(2 1 0)	08/4-6	09/4-6	10/1-3	-40.96	0.92	0.20
1.25	(2 1 2)(1 1 2)	08/10-12	09/1-3		-43.07	1.17	0.33
1.50	(1 1 2)(0 1 1)	08/10-12	09/1-3	10/4-6	-58.60	1.44	0.49
1.75	(2 1 2)(2 1 0)	08/7-9	09/1-3	10/1-3	-69.22	1.54	0.61
2.00	(2 1 2)(1 1 2)	08/7-9	09/1-3	10/4-6	-87.68	1.97	0.76
2.25	(2 1 2)(1 1 2)	08/7-9	09/1-3	10/4-6	-87.68	1.97	0.88
2.50	(2 1 2)(1 1 2)	08/7-9	09/1-3	10/4-6	-87.68	1.97	0.94
2.75	(2 1 2)(1 1 2)	08/7-9	09/1-3	10/4-6	-87.68	1.97	0.98
3.00	(2 1 2)(1 1 2)	08/7-9	09/1-3	10/4-6	-87.68	1.97	0.99
3.25	(2 1 2)(1 1 2)	08/7-9	09/1-3	10/4-6	-87.68	1.97	0.99
3.50	(2 1 2)(1 1 2)	08/7-9	09/1-3	10/4-6	-87.68	1.97	1.00
3.75	(2 1 2)(1 1 2)	08/7-9	09/1-3	10/4-6	-87.68	1.97	1.00
4.00	(2 1 2)(1 1 2)	08/7-9	09/1-3	10/4-6	-87.68	1.97	1.00
4.25	(2 1 2)(1 1 2)	08/7-9	09/1-3	10/4-6	-87.68	1.97	1.00
4.50	(2 1 2)(1 1 2)	08/7-9	09/1-3	10/4-6	-87.68	1.97	1.00
4.75	(2 1 2)(1 1 2)	08/7-9	09/1-3	10/4-6	-87.68	1.97	1.00
5.00	(2 1 2)(1 1 2)	08/7-9	09/1-3	10/4-6	-87.68	1.97	1.00
$\infty$	(2 1 2)(1 1 2)	08/7-9	09/1-3	10/4-6	-87.68	1.97	1.00

- 各  $a$  に対応する最適モデルを表している。
- 候補率は制約を満たすモデル候補数を全モデル候補数で除した値を表す。

表 4-2: 最適モデル：売上高 (非製造業)

( $m = 5$ )

a	ARIMA	$t_0$	$t_1$	$t_2$	D	SR	候補率
0.00	(0 1 0)(1 1 0)				0.00	0.00	0.00
0.25	(2 1 2)(0 1 1)	08/4-6	09/4-6	09/10-12	-23.39	0.25	0.02
0.50	(1 1 2)(0 1 1)	08/7-9	09/4-6	10/4-6	-38.98	0.46	0.09
0.75	(2 1 2)(0 1 0)	08/7-9	09/4-6	10/4-6	-41.80	0.56	0.26
1.00	(0 1 2)(1 1 0)	08/7-9	09/1-3	10/4-6	-43.02	0.95	0.47
1.25	(0 1 2)(0 1 1)	08/7-9	09/1-3	10/4-6	-45.96	1.14	0.67
1.50	(0 1 2)(0 1 1)	08/7-9	09/1-3	10/4-6	-45.96	1.14	0.82
1.75	(0 1 2)(2 1 2)	08/7-9	09/1-3	10/4-6	-46.46	1.50	0.91
2.00	(0 1 2)(2 1 2)	08/7-9	09/1-3	10/4-6	-46.46	1.50	0.97
2.25	(0 1 2)(2 1 2)	08/7-9	09/1-3	10/4-6	-46.46	1.50	0.99
2.50	(0 1 2)(2 1 2)	08/7-9	09/1-3	10/4-6	-46.46	1.50	1.00
2.75	(0 1 2)(2 1 2)	08/7-9	09/1-3	10/4-6	-46.46	1.50	1.00
3.00	(0 1 2)(2 1 2)	08/7-9	09/1-3	10/4-6	-46.46	1.50	1.00
3.25	(0 1 2)(2 1 2)	08/7-9	09/1-3	10/4-6	-46.46	1.50	1.00
3.50	(0 1 2)(2 1 2)	08/7-9	09/1-3	10/4-6	-46.46	1.50	1.00
3.75	(0 1 2)(2 1 2)	08/7-9	09/1-3	10/4-6	-46.46	1.50	1.00
4.00	(0 1 2)(2 1 2)	08/7-9	09/1-3	10/4-6	-46.46	1.50	1.00
4.25	(0 1 2)(2 1 2)	08/7-9	09/1-3	10/4-6	-46.46	1.50	1.00
4.50	(0 1 2)(2 1 2)	08/7-9	09/1-3	10/4-6	-46.46	1.50	1.00
4.75	(0 1 2)(2 1 2)	08/7-9	09/1-3	10/4-6	-46.46	1.50	1.00
5.00	(0 1 2)(2 1 2)	08/7-9	09/1-3	10/4-6	-46.46	1.50	1.00
$\infty$	(0 1 2)(2 1 2)	08/7-9	09/1-3	10/4-6	-46.46	1.50	1.00

- 各  $a$  に対応する最適モデルを表している。
- 候補率は制約を満たすモデル候補数を全モデル候補数で除した値を表す。

表 4-3: 最適モデル：経常利益 (製造業)

( $m = 5$ )

a	ARIMA	$t_0$	$t_1$	$t_2$	D	SR	候補率
0.00	(1 1 0)(0 1 1)				0.00	0.00	0.00
0.25	(2 1 1)(0 1 1)				-8.38	0.23	0.01
0.50	(2 1 1)(0 1 1)				-8.38	0.23	0.02
0.75	(2 1 1)(0 1 1)	08/4-6	09/4-6		-13.34	0.58	0.02
1.00	(2 1 1)(0 1 1)	08/7-9	09/4-6		-13.65	0.96	0.04
1.25	(2 1 2)(0 1 0)	08/7-9	09/1-3	10/1-3	-58.88	1.20	0.08
1.50	(0 1 0)(2 1 0)	08/7-9	09/1-3	10/1-3	-72.40	1.37	0.10
1.75	(1 1 1)(0 1 1)	08/7-9	09/1-3	10/1-3	-74.19	1.72	0.13
2.00	(0 1 0)(0 1 1)	08/7-9	09/1-3	10/1-3	-78.08	1.76	0.17
2.25	(0 1 0)(0 1 1)	08/7-9	09/1-3	10/1-3	-78.08	1.76	0.20
2.50	(0 1 0)(0 1 1)	08/7-9	09/1-3	10/1-3	-78.08	1.76	0.24
2.75	(1 1 2)(0 1 2)	08/7-9	09/1-3	10/1-3	-81.45	2.69	0.30
3.00	(1 1 2)(0 1 1)	08/7-9	09/1-3	10/1-3	-82.53	2.91	0.36
3.25	(1 1 2)(0 1 1)	08/7-9	09/1-3	10/1-3	-82.53	2.91	0.42
3.50	(1 1 2)(0 1 1)	08/7-9	09/1-3	10/1-3	-82.53	2.91	0.47
3.75	(1 1 2)(0 1 1)	08/7-9	09/1-3	10/1-3	-82.53	2.91	0.51
4.00	(1 1 2)(0 1 1)	08/7-9	09/1-3	10/1-3	-82.53	2.91	0.55
4.25	(1 1 2)(0 1 1)	08/7-9	09/1-3	10/1-3	-82.53	2.91	0.60
4.50	(1 1 2)(0 1 1)	08/7-9	09/1-3	10/1-3	-82.53	2.91	0.65
4.75	(1 1 2)(0 1 1)	08/7-9	09/1-3	10/1-3	-82.53	2.91	0.70
5.00	(1 1 2)(0 1 1)	08/7-9	09/1-3	10/1-3	-82.53	2.91	0.74
$\infty$	(1 1 2)(0 1 2)	08/7-9	09/1-3	09/10-12	-83.21	5.69	1.00

- 各  $a$  に対応する最適モデルを表している。
- 候補率は制約を満たすモデル候補数を全モデル候補数で除した値を表す。

表 4-4: 最適モデル：経常利益 (非製造業)

( $m = 5$ )

a	ARIMA	$t_0$	$t_1$	$t_2$	D	SR	候補率
0.00	(2 1 2)(0 1 1)				0.00	0.00	0.00
0.25	(1 1 0)(0 1 1)	08/4-6	09/4-6		-5.62	0.16	0.01
0.50	(0 1 1)(1 1 1)	08/4-6	09/4-6	09/10-12	-12.03	0.46	0.05
0.75	(2 1 2)(1 1 1)	08/4-6	09/1-3	10/4-6	-16.50	0.71	0.15
1.00	(2 1 2)(1 1 1)	08/4-6	09/1-3	10/4-6	-16.50	0.71	0.32
1.25	(2 1 2)(2 1 1)	08/4-6	09/1-3	10/4-6	-21.08	1.22	0.48
1.50	(2 1 2)(2 1 1)	08/4-6	09/1-3	10/4-6	-21.08	1.22	0.65
1.75	(2 1 2)(2 1 1)	08/4-6	09/1-3	10/4-6	-21.08	1.22	0.76
2.00	(2 1 2)(2 1 1)	08/4-6	09/1-3	10/4-6	-21.08	1.22	0.86
2.25	(2 1 2)(2 1 1)	08/4-6	09/1-3	10/4-6	-21.08	1.22	0.94
2.50	(2 1 2)(2 1 1)	08/4-6	09/1-3	10/4-6	-21.08	1.22	0.98
2.75	(2 1 2)(2 1 1)	08/4-6	09/1-3	10/4-6	-21.08	1.22	0.99
3.00	(2 1 2)(2 1 1)	08/4-6	09/1-3	10/4-6	-21.08	1.22	1.00
3.25	(2 1 2)(2 1 1)	08/4-6	09/1-3	10/4-6	-21.08	1.22	1.00
3.50	(2 1 2)(2 1 1)	08/4-6	09/1-3	10/4-6	-21.08	1.22	1.00
3.75	(2 1 2)(2 1 1)	08/4-6	09/1-3	10/4-6	-21.08	1.22	1.00
4.00	(2 1 2)(2 1 1)	08/4-6	09/1-3	10/4-6	-21.08	1.22	1.00
4.25	(2 1 2)(2 1 1)	08/4-6	09/1-3	10/4-6	-21.08	1.22	1.00
4.50	(2 1 2)(2 1 1)	08/4-6	09/1-3	10/4-6	-21.08	1.22	1.00
4.75	(2 1 2)(2 1 1)	08/4-6	09/1-3	10/4-6	-21.08	1.22	1.00
5.00	(2 1 2)(2 1 1)	08/4-6	09/1-3	10/4-6	-21.08	1.22	1.00
$\infty$	(2 1 2)(2 1 1)	08/4-6	09/1-3	10/4-6	-21.08	1.22	1.00

- 各  $a$  に対応する最適モデルを表している。
- 候補率は制約を満たすモデル候補数を全モデル候補数で除した値を表す。

表 4-5: 最適モデル：設備投資 (製造業)

( $m = 5$ )

a	ARIMA	$t_0$	$t_1$	$t_2$	D	SR	候補率
0.00	(1 1 2)(0 1 2)				0.00	0.00	0.00
0.25	(2 1 0)(0 1 1)	08/10-12	09/7-9	10/1-3	-6.14	0.19	0.01
0.50	(2 1 0)(0 1 1)	08/7-9	09/7-9	09/10-12	-8.30	0.46	0.11
0.75	(1 1 2)(1 1 2)	08/7-9	09/1-3	09/10-12	-12.71	0.60	0.24
1.00	(1 1 2)(1 1 2)	08/7-9	09/1-3	09/10-12	-12.71	0.60	0.41
1.25	(1 1 2)(1 1 2)	08/7-9	09/1-3	09/10-12	-12.71	0.60	0.62
1.50	(1 1 2)(1 1 2)	08/4-6	09/1-3	09/10-12	-12.83	1.39	0.74
1.75	(1 1 2)(2 1 1)	08/4-6	09/1-3	09/10-12	-13.16	1.63	0.83
2.00	(1 1 2)(2 1 1)	08/4-6	09/1-3	09/10-12	-13.16	1.63	0.90
2.25	(1 1 2)(2 1 1)	08/4-6	09/1-3	09/10-12	-13.16	1.63	0.95
2.50	(1 1 2)(2 1 1)	08/4-6	09/1-3	09/10-12	-13.16	1.63	0.98
2.75	(1 1 2)(2 1 1)	08/4-6	09/1-3	09/10-12	-13.16	1.63	0.99
3.00	(1 1 2)(2 1 1)	08/4-6	09/1-3	09/10-12	-13.16	1.63	1.00
3.25	(1 1 2)(2 1 1)	08/4-6	09/1-3	09/10-12	-13.16	1.63	1.00
3.50	(1 1 2)(2 1 1)	08/4-6	09/1-3	09/10-12	-13.16	1.63	1.00
3.75	(1 1 2)(2 1 1)	08/4-6	09/1-3	09/10-12	-13.16	1.63	1.00
4.00	(1 1 2)(2 1 1)	08/4-6	09/1-3	09/10-12	-13.16	1.63	1.00
4.25	(1 1 2)(2 1 1)	08/4-6	09/1-3	09/10-12	-13.16	1.63	1.00
4.50	(1 1 2)(2 1 1)	08/4-6	09/1-3	09/10-12	-13.16	1.63	1.00
4.75	(1 1 2)(2 1 1)	08/4-6	09/1-3	09/10-12	-13.16	1.63	1.00
5.00	(1 1 2)(2 1 1)	08/4-6	09/1-3	09/10-12	-13.16	1.63	1.00
$\infty$	(1 1 2)(2 1 1)	08/4-6	09/1-3	09/10-12	-13.16	1.63	1.00

- 各  $a$  に対応する最適モデルを表している。
- 候補率は制約を満たすモデル候補数を全モデル候補数で除した値を表す。

表 4-6: 最適モデル：設備投資 (非製造業)

( $m = 5$ )

a	ARIMA	$t_0$	$t_1$	$t_2$	D	SR	候補率
0.00	(0 1 2)(1 1 2)				0.00	0.00	0.00
0.25	(1 1 0)(1 1 2)	08/10-12	09/4-6	10/4-6	-2.16	0.20	0.08
0.50	(1 1 0)(1 1 2)	08/4-6	09/4-6	10/4-6	-3.20	0.33	0.59
0.75	(1 1 0)(1 1 2)	08/4-6	09/4-6	10/4-6	-3.20	0.33	0.94
1.00	(1 1 0)(1 1 2)	08/4-6	09/4-6	10/4-6	-3.20	0.33	1.00
1.25	(1 1 0)(1 1 2)	08/4-6	09/4-6	10/4-6	-3.20	0.33	1.00
1.50	(1 1 0)(1 1 2)	08/4-6	09/4-6	10/4-6	-3.20	0.33	1.00
1.75	(1 1 0)(1 1 2)	08/4-6	09/4-6	10/4-6	-3.20	0.33	1.00
2.00	(1 1 0)(1 1 2)	08/4-6	09/4-6	10/4-6	-3.20	0.33	1.00
2.25	(1 1 0)(1 1 2)	08/4-6	09/4-6	10/4-6	-3.20	0.33	1.00
2.50	(1 1 0)(1 1 2)	08/4-6	09/4-6	10/4-6	-3.20	0.33	1.00
2.75	(1 1 0)(1 1 2)	08/4-6	09/4-6	10/4-6	-3.20	0.33	1.00
3.00	(1 1 0)(1 1 2)	08/4-6	09/4-6	10/4-6	-3.20	0.33	1.00
3.25	(1 1 0)(1 1 2)	08/4-6	09/4-6	10/4-6	-3.20	0.33	1.00
3.50	(1 1 0)(1 1 2)	08/4-6	09/4-6	10/4-6	-3.20	0.33	1.00
3.75	(1 1 0)(1 1 2)	08/4-6	09/4-6	10/4-6	-3.20	0.33	1.00
4.00	(1 1 0)(1 1 2)	08/4-6	09/4-6	10/4-6	-3.20	0.33	1.00
4.25	(1 1 0)(1 1 2)	08/4-6	09/4-6	10/4-6	-3.20	0.33	1.00
4.50	(1 1 0)(1 1 2)	08/4-6	09/4-6	10/4-6	-3.20	0.33	1.00
4.75	(1 1 0)(1 1 2)	08/4-6	09/4-6	10/4-6	-3.20	0.33	1.00
5.00	(1 1 0)(1 1 2)	08/4-6	09/4-6	10/4-6	-3.20	0.33	1.00
$\infty$	(1 1 0)(1 1 2)	08/4-6	09/4-6	10/4-6	-3.20	0.33	1.00

- ・各  $a$  に対応する最適モデルを表している。
- ・候補率は制約を満たすモデル候補数を全モデル候補数で除した値を表す。

表 4-7: 増加率比較：Ramp ありモデル

	モデル	10/7-9	10/10-12	11/1-3	11/4-6	11/7-9
売上高 (製造業)	現行モデル	-6.62	0.54	1.71	-8.25	4.85
	最適 ( $a = 1.0$ )	-7.97	1.37	2.11	-7.99	3.10
	最適 ( $a = 2.0$ )	-6.75	-1.24	-0.86	-3.68	4.03
	最適 ( $a = 3.0$ )	-6.75	-1.24	-0.86	-3.68	4.03
	最適 ( $a = \infty$ )	-6.75	-1.24	-0.86	-3.68	4.03
売上高 (非製造業)	現行モデル	-9.82	1.84	-0.50	-3.42	0.72
	最適 ( $a = 1.0$ )	-10.20	1.82	-2.00	-1.50	-0.20
	最適 ( $a = 2.0$ )	-10.48	1.96	-2.67	-0.41	-0.83
	最適 ( $a = 3.0$ )	-10.48	1.96	-2.67	-0.41	-0.83
	最適 ( $a = \infty$ )	-10.48	1.96	-2.67	-0.41	-0.83
経常利益 (製造業)	現行モデル	2.85	0.67	-4.71	-11.93	-0.78
	最適 ( $a = 1.0$ )	2.41	2.48	-5.62	-12.76	0.03
	最適 ( $a = 2.0$ )	4.52	-3.77	-4.88	-10.30	0.12
	最適 ( $a = 3.0$ )	4.88	-4.58	-6.61	-7.91	0.59
	最適 ( $a = \infty$ )	8.08	0.62	-16.56	-5.28	3.87
経常利益 (非製造業)	現行モデル	-5.27	12.21	-7.77	-11.01	5.75
	最適 ( $a = 1.0$ )	-5.04	10.44	-7.32	-10.50	6.34
	最適 ( $a = 2.0$ )	-6.06	11.27	-9.15	-9.57	7.31
	最適 ( $a = 3.0$ )	-6.06	11.27	-9.15	-9.57	7.31
	最適 ( $a = \infty$ )	-6.06	11.27	-9.15	-9.57	7.31
設備投資 (製造業)	現行モデル	4.50	4.06	0.67	-9.77	2.99
	最適 ( $a = 1.0$ )	4.32	3.17	0.62	-8.54	2.33
	最適 ( $a = 2.0$ )	2.45	3.26	1.02	-7.25	0.57
	最適 ( $a = 3.0$ )	2.45	3.26	1.02	-7.25	0.57
	最適 ( $a = \infty$ )	2.45	3.26	1.02	-7.25	0.57
設備投資 (非製造業)	現行モデル	-1.22	-2.90	-3.60	-4.32	-5.84
	最適 ( $a = 1.0$ )	-0.90	-3.43	-3.38	-4.34	-5.24
	最適 ( $a = 2.0$ )	-0.90	-3.43	-3.38	-4.34	-5.24
	最適 ( $a = 3.0$ )	-0.90	-3.43	-3.38	-4.34	-5.24
	最適 ( $a = \infty$ )	-0.90	-3.43	-3.38	-4.34	-5.24

表 5-1: 2011 年 10-12 月期の公表に用いるモデル

( $m = 5$ )

系列	a	ARIMA	$t_0$	$t_1$	$t_2$	消費税ダミー
売上高 (製造業)	1.00	(2 1 2)(2 1 0)	08/4-6	09/4-6	10/1-3	無し
売上高 (非製造業)	1.00	(0 1 2)(1 1 0)	08/7-9	09/1-3	10/4-6	有り
経常利益 (製造業)	2.00	(0 1 0)(0 1 1)	08/7-9	09/1-3	10/1-3	無し
経常利益 (非製造業)	1.00	(2 1 2)(1 1 1)	08/4-6	09/1-3	10/4-6	有り
設備投資 (製造業)	1.00	(1 1 2)(1 1 2)	08/7-9	09/1-3	09/10-12	無し
設備投資 (非製造業)	1.00	(1 1 0)(1 1 2)	08/4-6	09/4-6	10/4-6	無し

## 季節調整について

統計数理研究所・モデリング研究系・佐藤整尚

・国友氏(東京大学)、高岡氏(琉球大学)との共同研究の内容を含む。

季節調整をめぐる話題:

### 2005年？ごろまで

- 適切な曜日調整
- 閏年調整
- 消費税導入ダミー
  
- 明らかな特殊要因の反映をどのように季節調整に盛り込むかが問題となった。

→いずれもそれほどインパクトはないが、低成長時代になったということもあり、注目された。

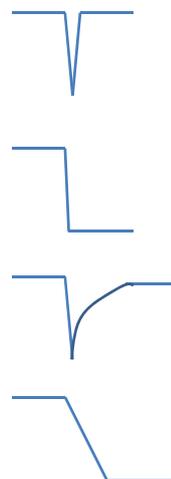
季節調整をめぐる話題:

## 2006年以降

- アネハダミーの導入(建築基準法改正の影響)
- 2008年リーマンショックの取り扱い
- 2011年東日本大震災の影響
- 百年～千年に一度の事象が相次いで起こり、これらの影響が経済統計に及ぶ。
- 季節調整法にとっても重要な問題

## RegARIMAにおける構造変化・異常値処理

- AO (加法的外れ値)
- LS (レベルシフト)
- TC (一時的変化)
- RAMP (傾斜変化)



## 異常値・構造変化の影響

- 大きな構造変化や異常値があると、季節性に影響を与えうる。
- 大きな変化があった月(期)の季節性が過大(過小)される可能性がある。
- その月(期)データがなかったものとして処理

## リーマンショックに 対応するダミー変数

- 2008年秋から2009年始めごろまで大きく下降
- そのあとゆっくり回復するが、もとの水準までには戻らない。
- RAMPx2で対応



→ Decomplに実装してみました。

## X12Decomp

- DecompにX12流の異常値処理等を入れ込んだもの。
- WindowsでのR上で動作する。
- AO,LS,RAMPなどの自動検出機能あり。
- ユーザー定義の回帰変数を入れることも可能

## x12decomp

- "x12decomp"<-function(data, reg = NULL, trend = 2, ar = 0, ilog = 0, frequency = 4, start = c(1994, 1), iplot = T, sorder = 1, ...)
- reg のところにはユーザー定義の回帰変数を入れることができる。
- ... のところにいろいろoutlierを示す変数を入れることができる。

## 構造変化・異常値処理

- AO (加法的な外れ値) 
- LS (レベルシフト) 
- TC (一時的な変化) 
- RAMP (傾斜変化) 

## outlier変数

- AO
  - `x12decomp(data,start=c(1999,1),frequency=4,ao=c(2001,2))`
  - #2001年第2四半期にAOをセット
- LS
  - `x12decomp(data,start=c(1999,1),frequency=4,ls=c(2001,2))`
  - #2001年第2四半期にLSをセット

## outlier変数2

- RAMP

– `x12decomp(data,start=c(1999,1),frequency=4,rp=c(2001,2,2001,4))`

#2001年第2四半期から第4四半期にかけてRAMP  
をセット



- TC

– `x12decomp(data,start=c(1999,1),frequency=4,tc=c(2001,2))`

#2001年第2四半期にTCをセット



## outlier変数3

- VAT

`x12decomp(data,start=c(1999,1),frequency=12,vat=c(2001,3))`

消費税ダミー（指定した時点が1、次の時点が-1というダミー）



## outlier自動探索

- `> outlier(data, start=c(1998,1), frequency=12,type="ao",tt=c(1999,1,2009,12))`
  - AO を1999年1月～2009年12月の間で自動探索。
- AICがある程度以上(デフォルト4)よくなる点のうち、もっとも、改善する点1点のみを探索。
- 複数検出する場合は、
  - `> outlier(data, start=c(1998,1), frequency=12,type="ao",tt=c(2001,4,2009,12), ao=c(2001,3))`  
(期間がだぶらないように注意する。)
- type には "ao", "ls", "tc", "rp" を指定可

## リーマンショックに 対応するダミー変数(TKRAMP)

- 2008年秋から2009年始めごろまで大きく下降
- そのあとゆっくり回復するが、もとの水準までには戻らない。
- $RAMP \times 2$ で対応



→ 琉大の高岡氏が提案しているので“TKRAMP”と命名

## outlier変数4

- TCRAMP

```
x12decomp(data,start=c(1999,1),frequency=4,tcrp=c(2001,2,2001,4,2002,3))
```

#2001年第2四半期から2002年第3四半期にかけてTCRAMPをセット。

ただし、頂点が2001年第4四半期にする。

TC (一時的変化) & RAMP (傾斜変化)



## TKRAMP、TCRAMPの自動探索

- > tkramp(data, start=c(1996,1), frequency=4,tt=c(2008,1,2010,12))
  - tkramp を2008年1月～2010年12月の間で自動探索。(長い期間を指定すると、時間がかかる)
- AICがある程度以上(デフォルト4)よくなる期間のうち、もっとも、改善する1期間のみを探索。
- ほかの異常値とともに検出する場合は、
  - > tkramp(data, start=c(1996,1), frequency=4,tt=c(2008,1,2010,12), ls=c(2001,3))
- tcrampも同様である。
  - > tcramp(data, start=c(1996,1), frequency=4,tt=c(2008,1,2010,12))

## 問題点

- このようなダミーが有効な場合はその導入に伴い、季節性の改訂が大きくなる。
- 異常な変化が起きた期の季節性はどのように考えるべきか？
  - これまでの季節性が継続していたとみなすべきか？
  - この期だけ異常な季節性が見られたと解釈すべきか？
- いずれにしても、そのような変化が起きたしばらく後でないと検出不可能。
  - 遡って大きな変更が行われる。

## 導入の基準

- 当面の最大の課題。
- 通常のAICだけで判断するのは難しい。
- 実務的に判断するしかない。
- 統計学的にも面白い問題。

## 簡単なシミュレーション

データ発生:

$$x_t = x_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$y_t = x_t + v_t$$

$$\varepsilon_t \sim i.i.d.N(0, \sigma_\varepsilon^2), v_t \sim i.i.d.N(0, \sigma_v^2)$$

$$\sigma_\varepsilon = 0.4, \sigma_v = 0.2, t = 1 \cdots 150, x_0 = 10$$

yにたいしてX12decompでTKRAMPをある区間(区間幅:m、25から(m+25)の区間)に一つあると仮定して推定する。そのAICとTKRAMPが全くないと仮定したモデルのAICとの差を考える。(ベースとなるモデルは、トレンド:2次、AR:なし、Seasonal:なし)  
100回シミュレーションして差が0より大きい場合の平均を求め、これをTKRAMPの導入の有無に役立てる。

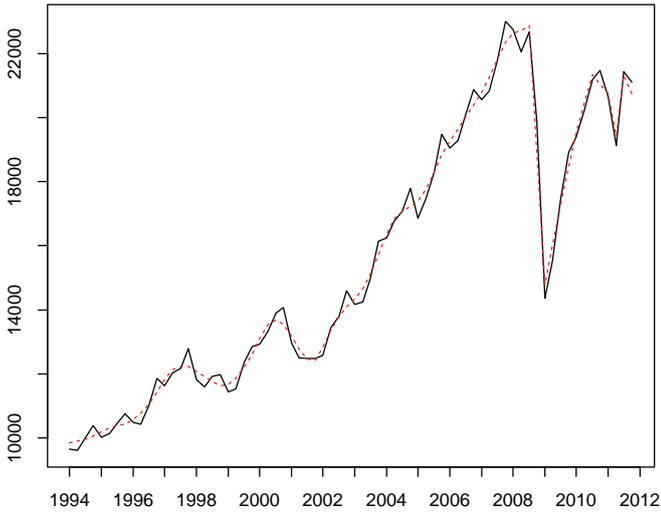
## 結果

### AICの差の平均

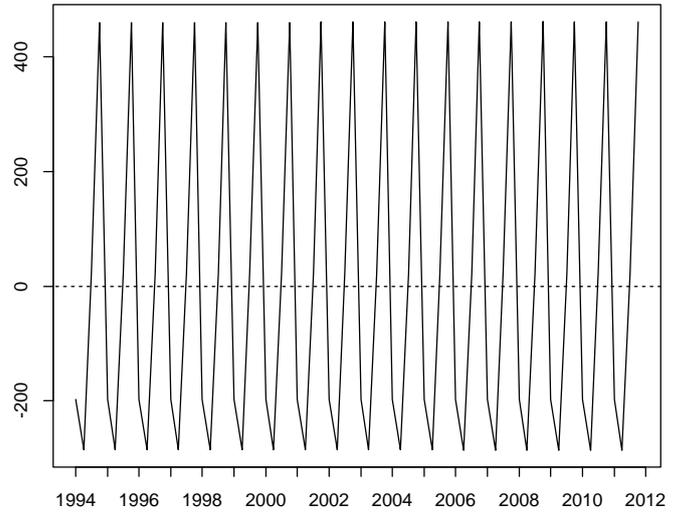
m=4:	3.14
m=12:	4.84
m=24:	6.97
m=40:	9.63
m=60:	10.95
m=80:	12.38

なので、AICの差が $3+m/6$ を超えれば、TKRAMP有と判断するのではどうか？  
1つのRAMPの長さは10以下とした。

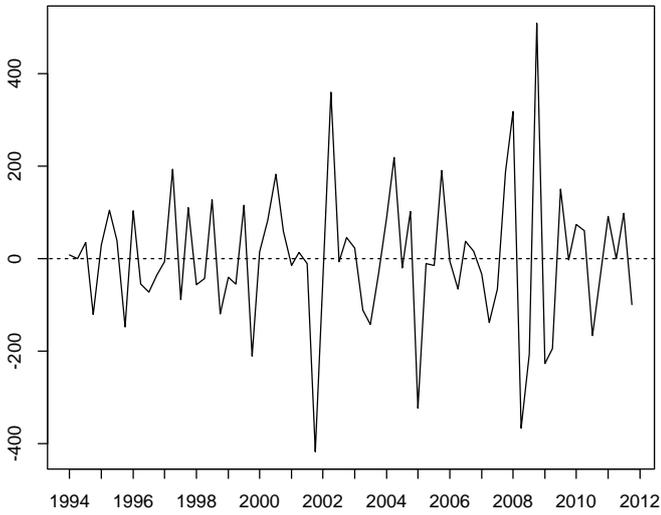
# Decomp



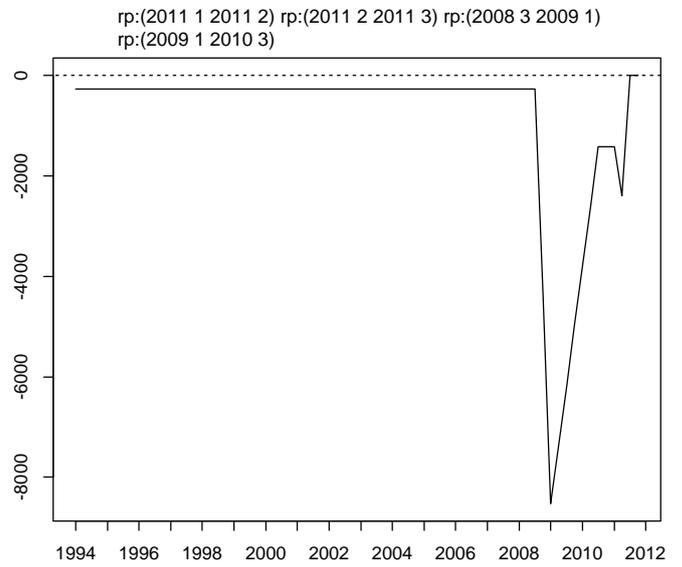
org&trend



seasonal

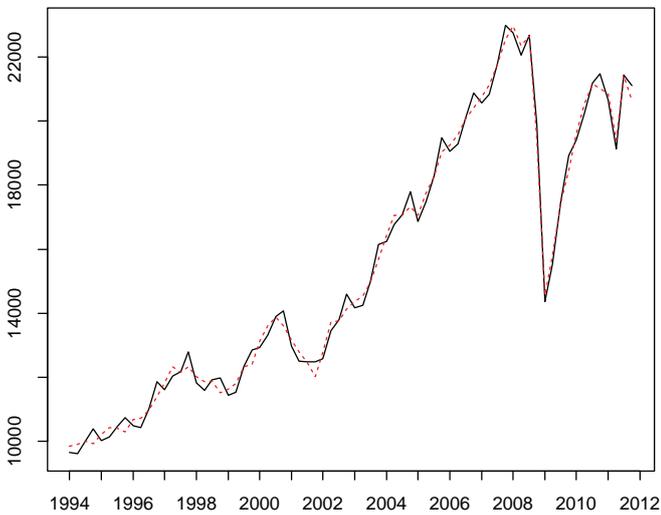


noise



reg

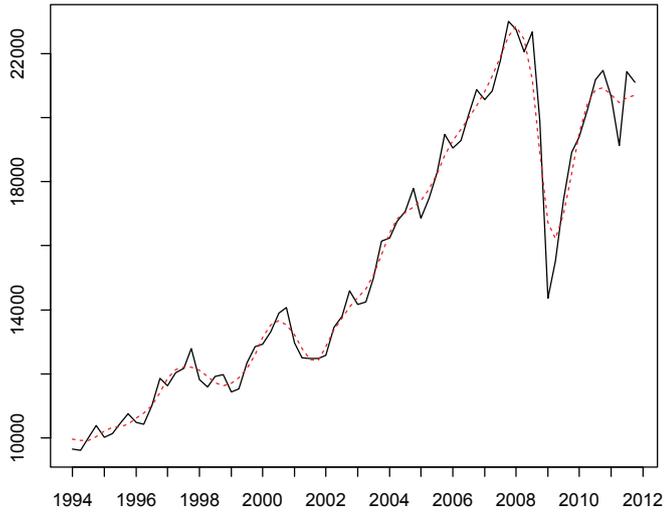
AIC= 1100.70971311963



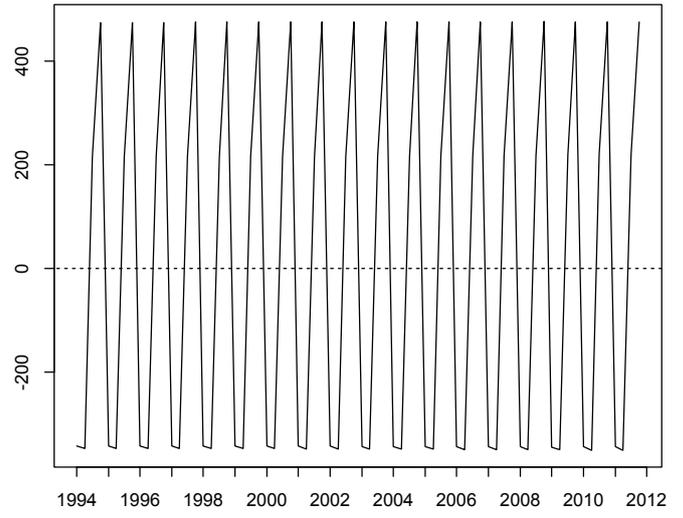
org&adj

HEQ鋺叶  
匱フBJD;↑ → → ↓

# GDP輸出 (RAMPなし)

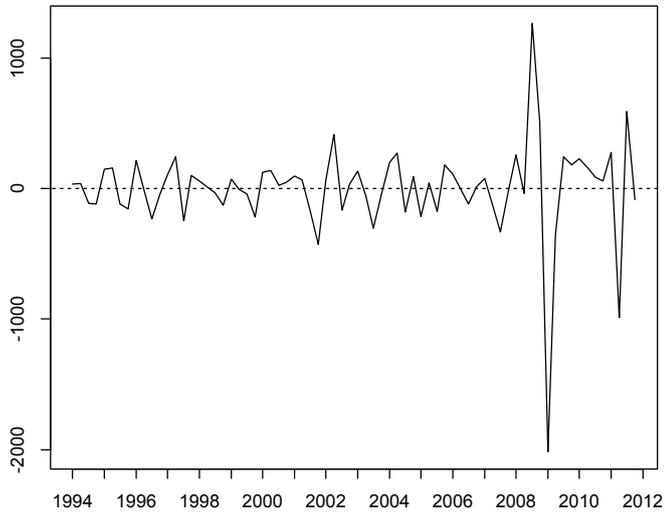


org&trend

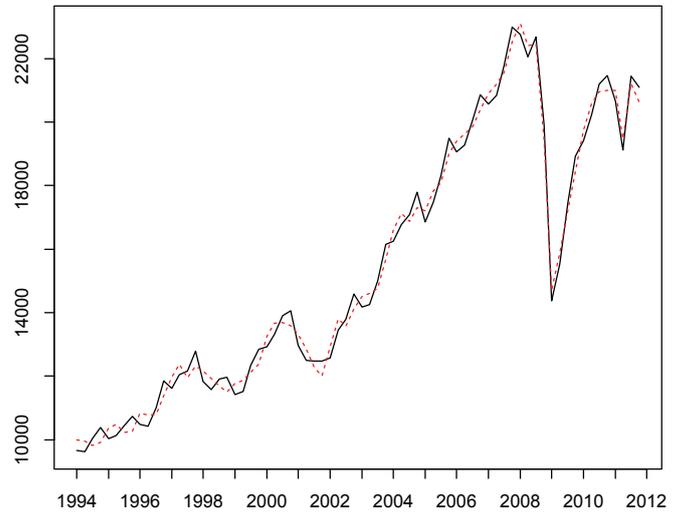


seasonal

AIC= 1223.56763437221

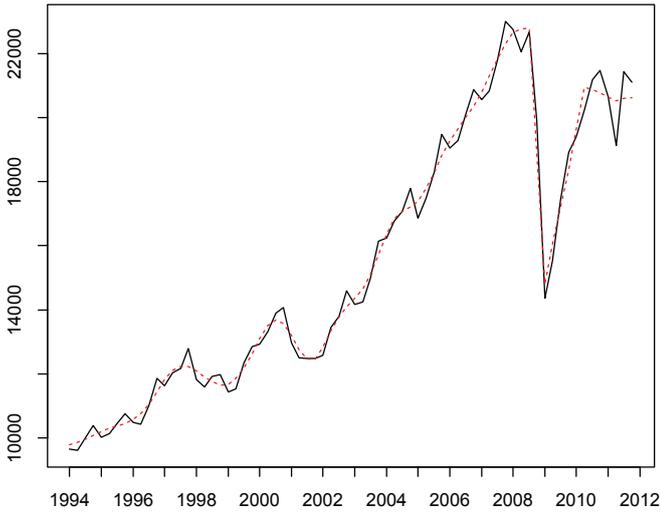


noise

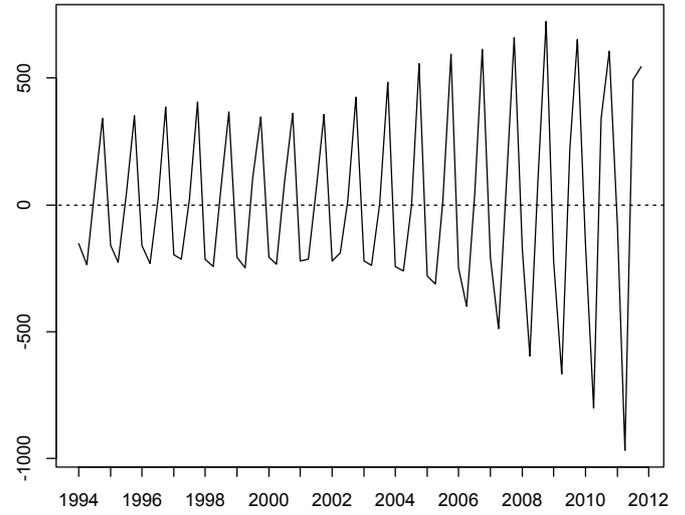


org&adj

Decomp

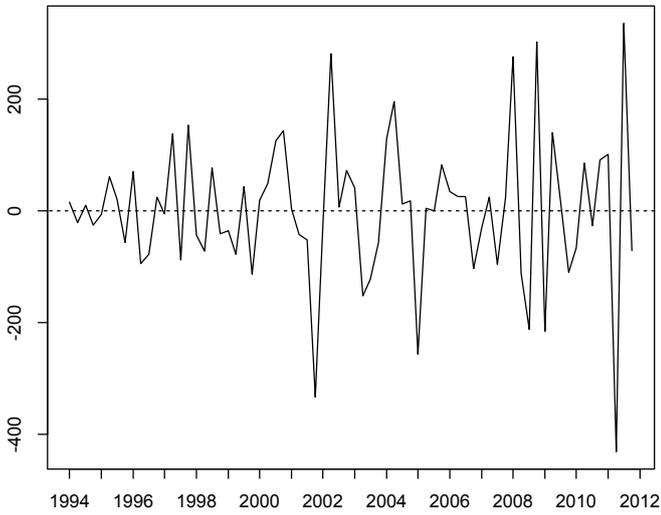


org&trend

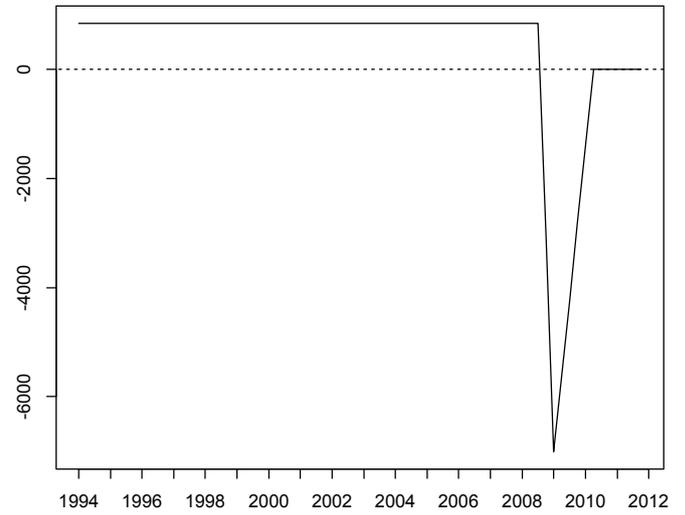


seasonal

rp:(2008 3 2009 1) rp:(2009 1 2010 2)



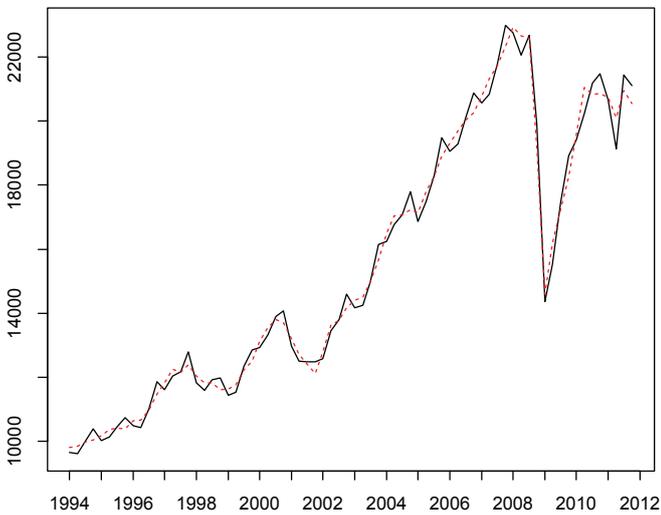
noise



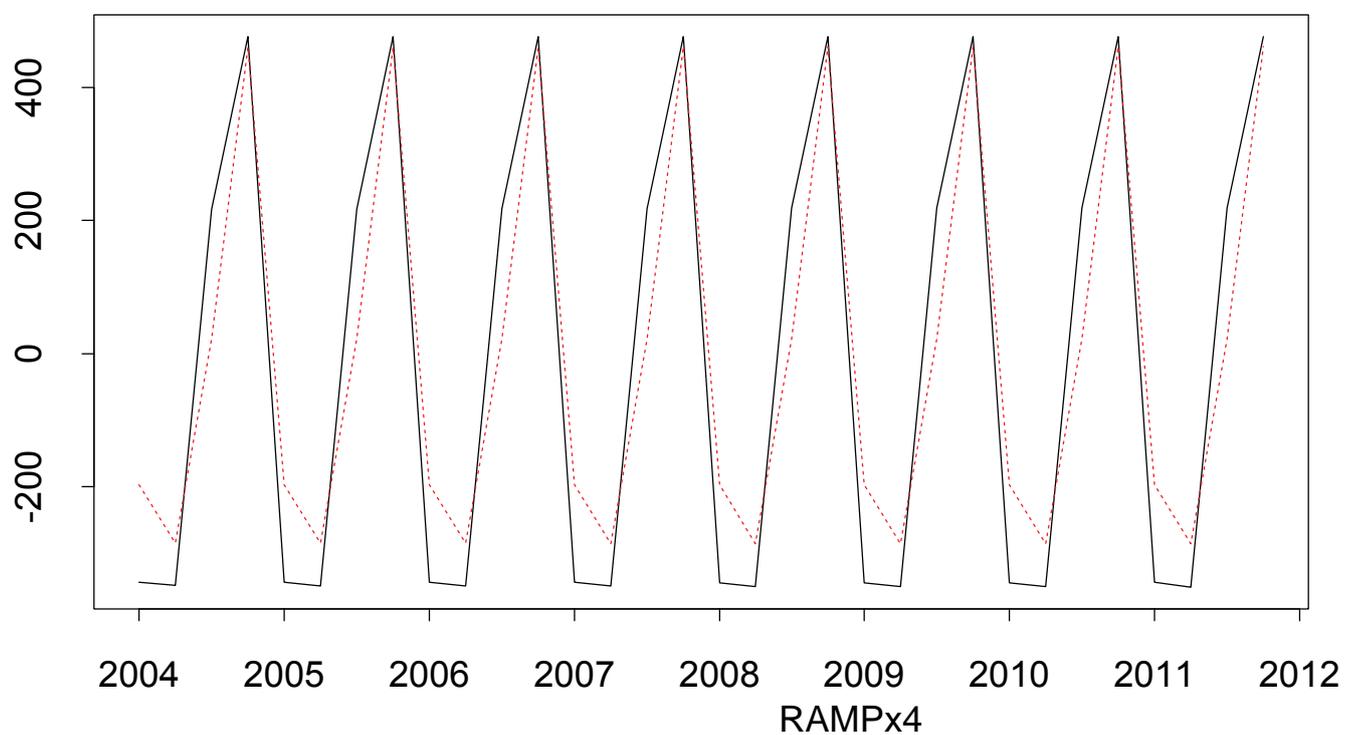
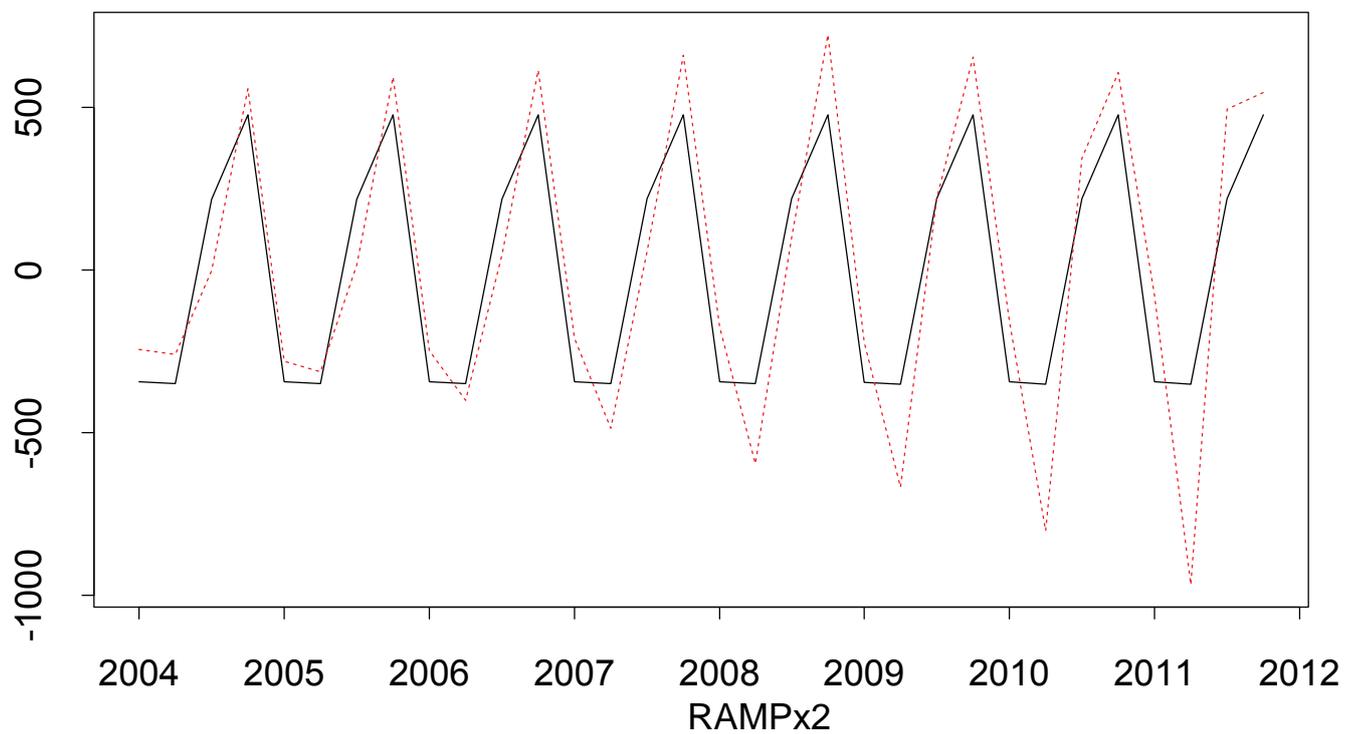
reg

AIC= 1121.20077934911

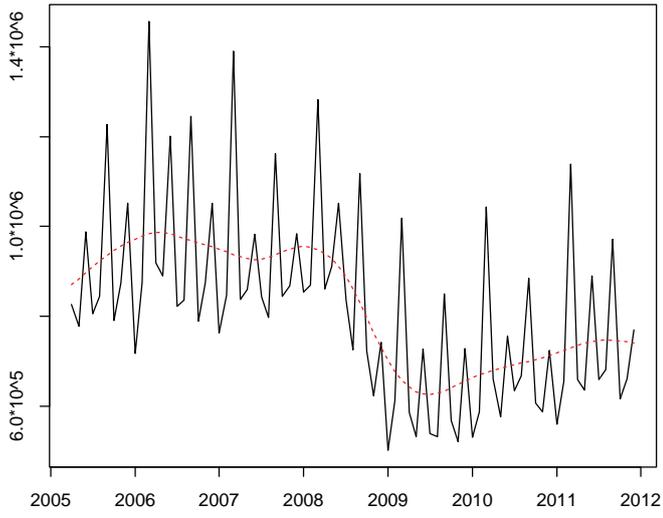
GDP輸出



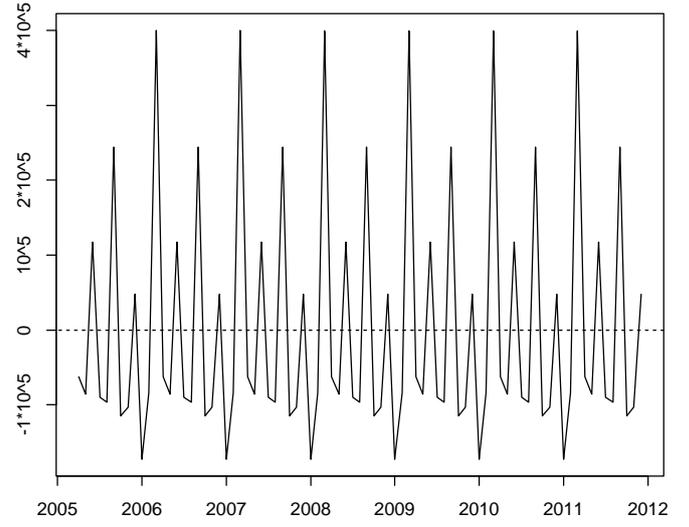
org&adj



機械受注(船舶・電力除く民需)

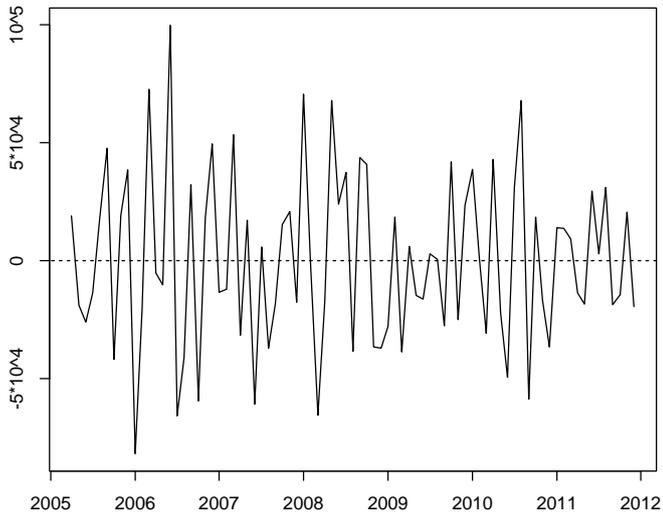


org&trend

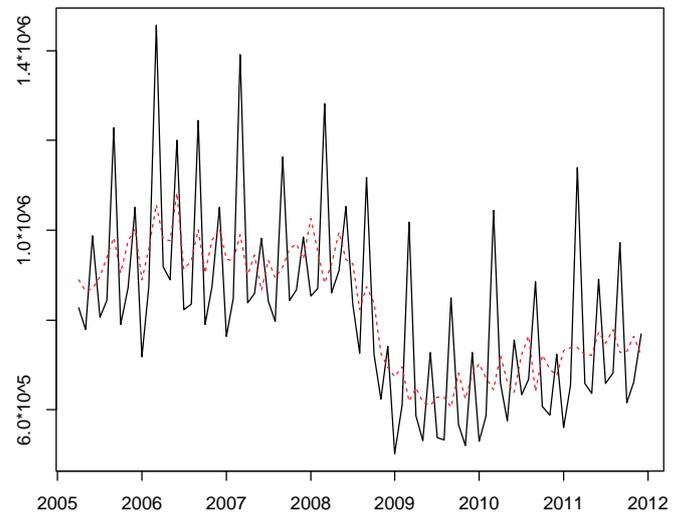


seasonal

AIC= 2028.51942142344

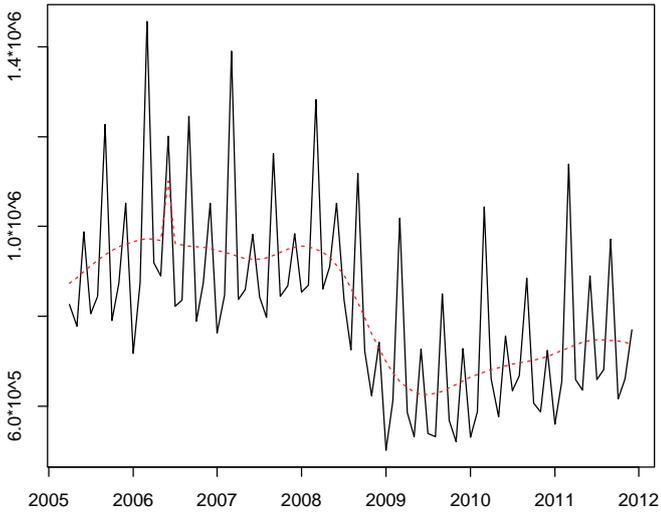


noise

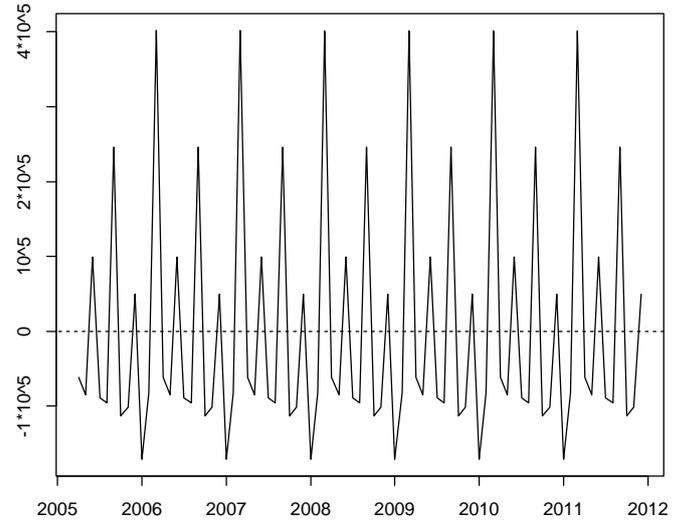


org&adj

Decomp

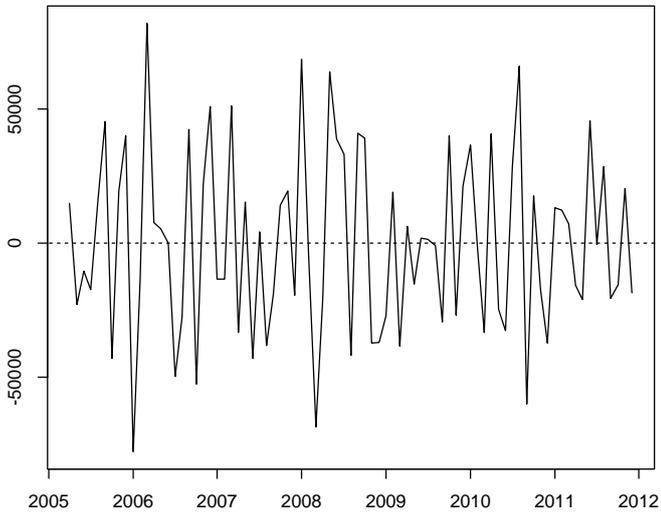


org&trend

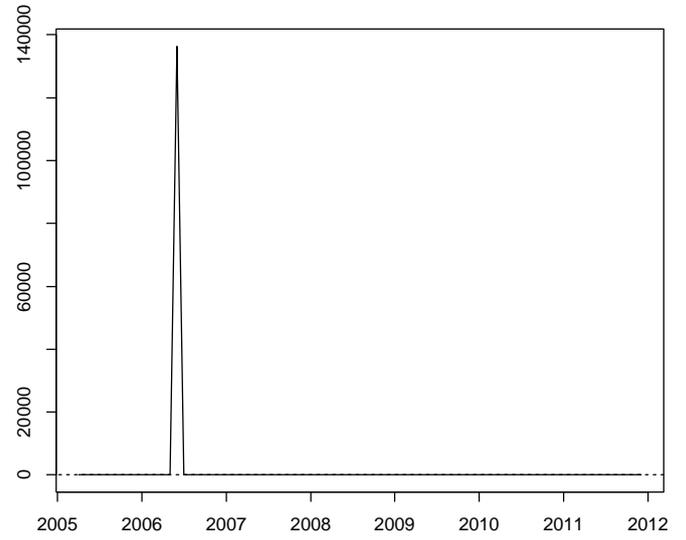


seasonal

ao:(2006 6)



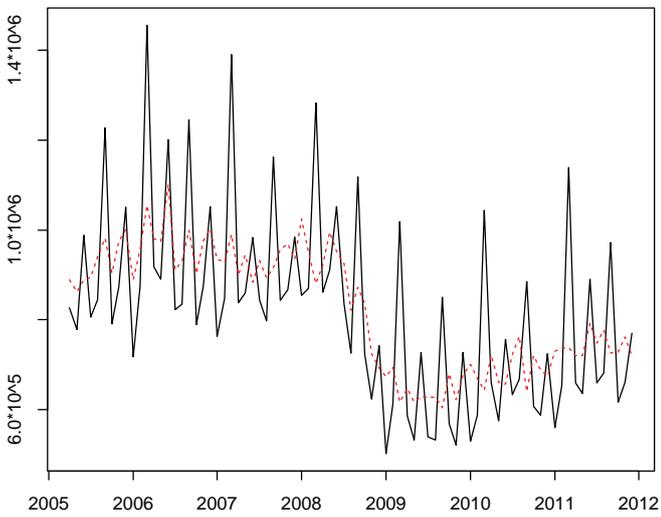
noise



reg

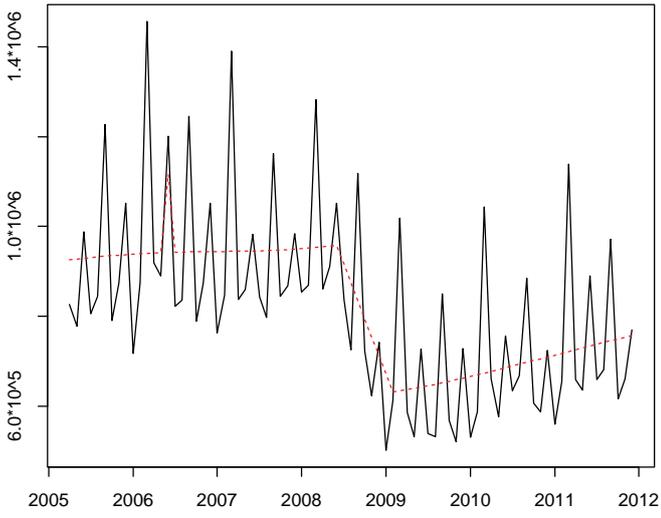
AIC= 2021.91680778491

機械受注(船舶・電力除く民需)

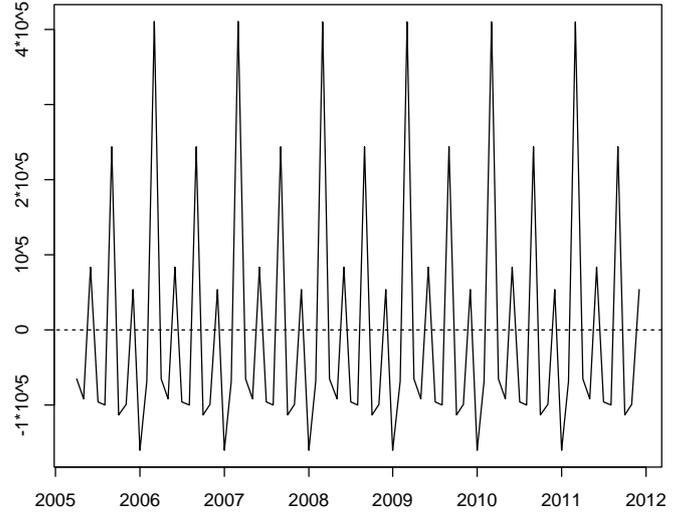


org&adj

### Decomp

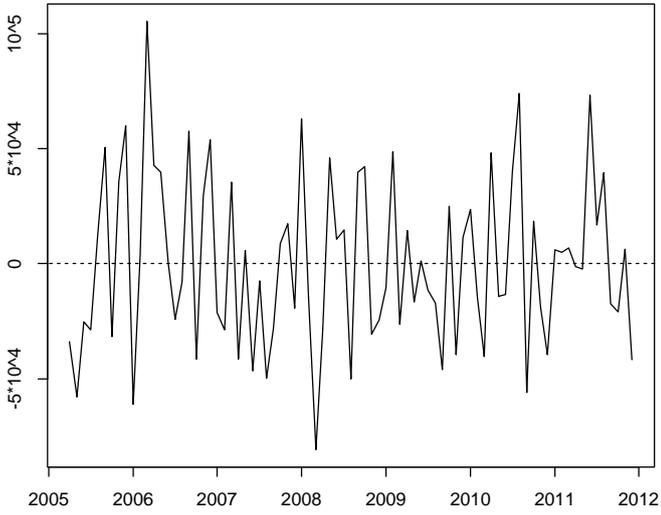


org&trend

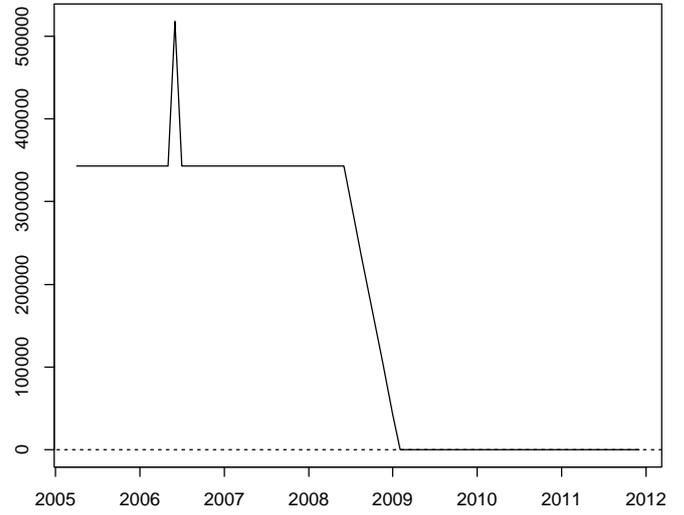


seasonal

rp:(2008 6 2009 2) ao:(2006 6)



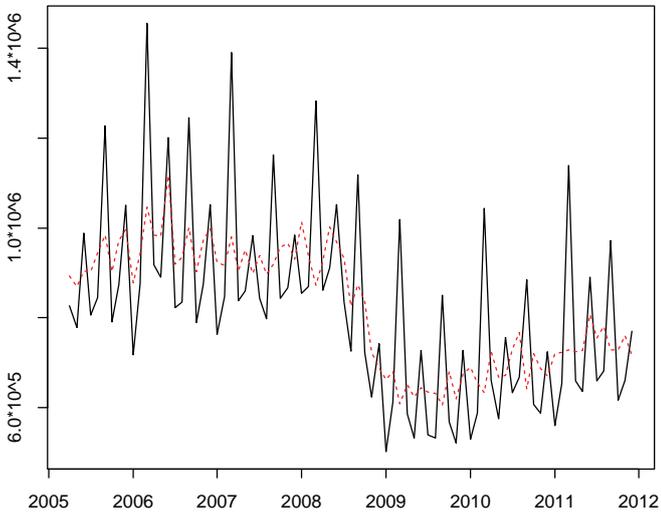
noise



reg

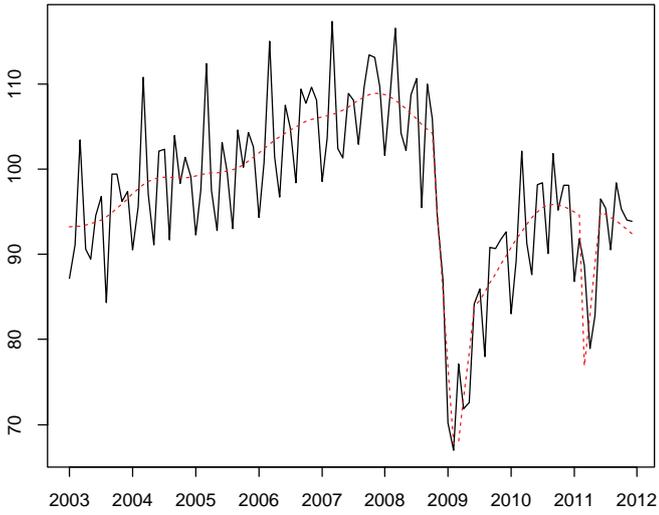
AIC= 1993.53945653179

機械受注(船舶・電力除く民需)

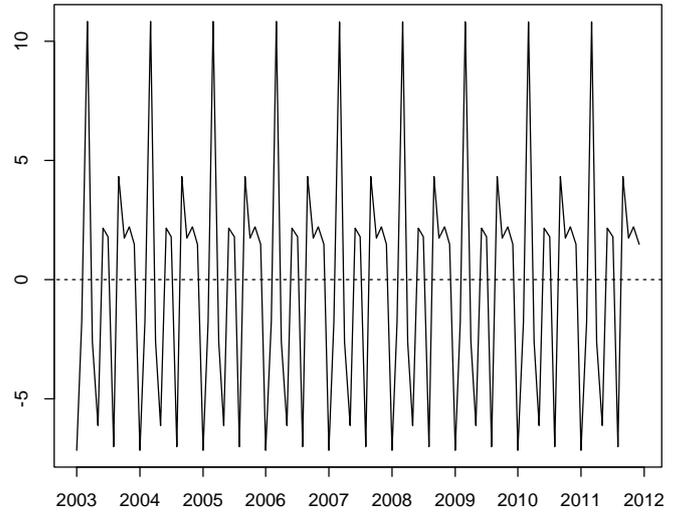


org&adj

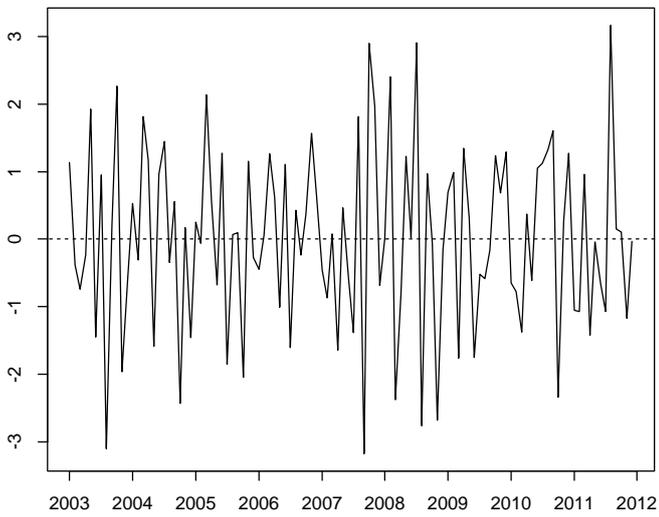
### Decomp



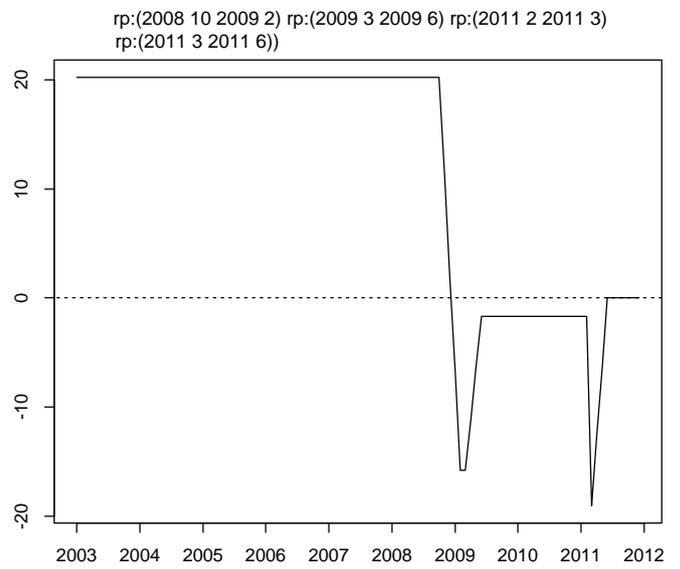
org&trend



seasonal



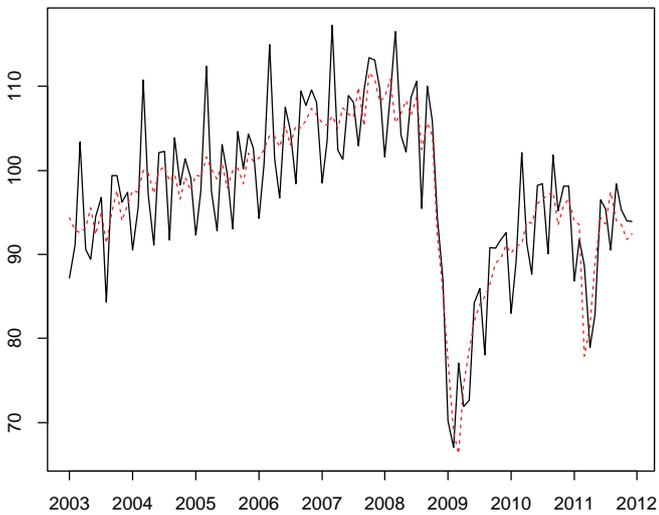
noise



reg

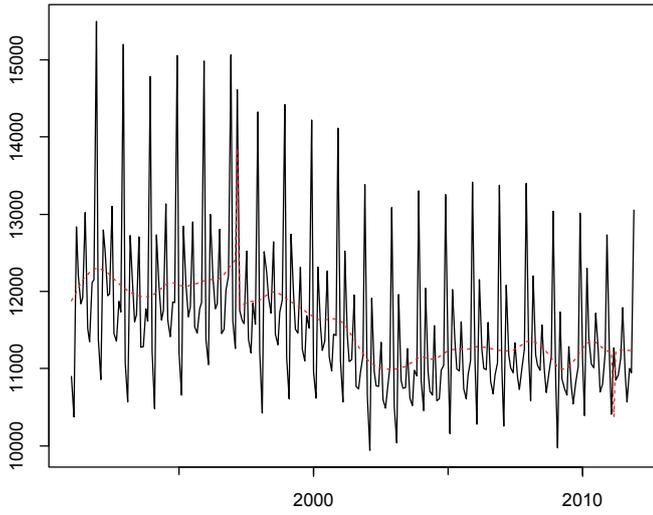
AIC= 495.724314485923

鞆恩沛確碩旨栖  
SFHルヘワBJD± !735

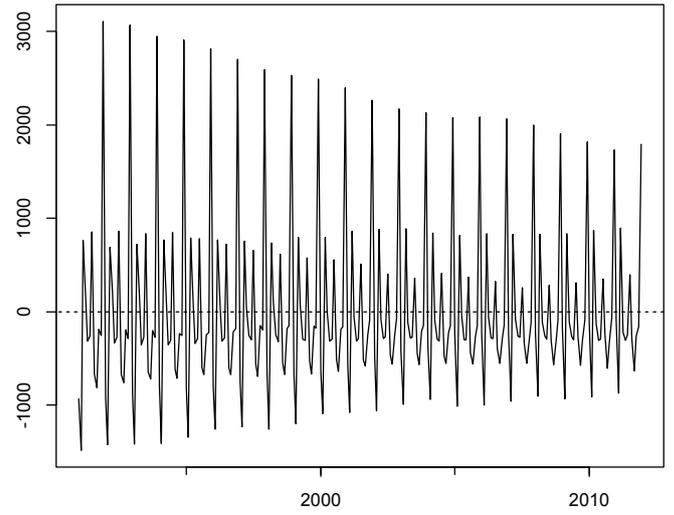


org&adj

### Decomp

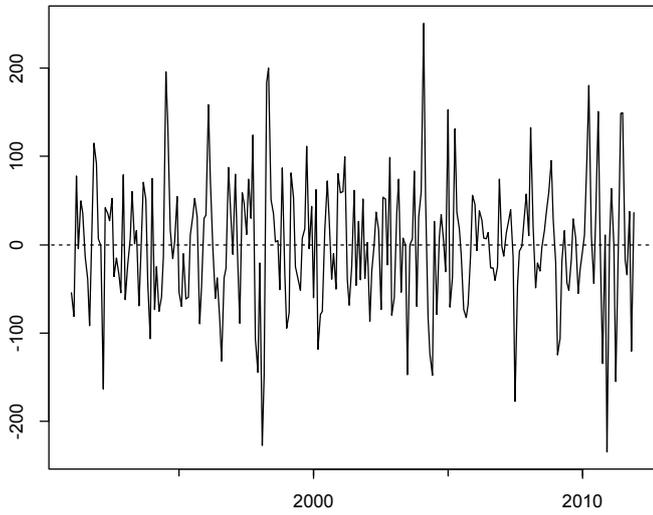


org&trend

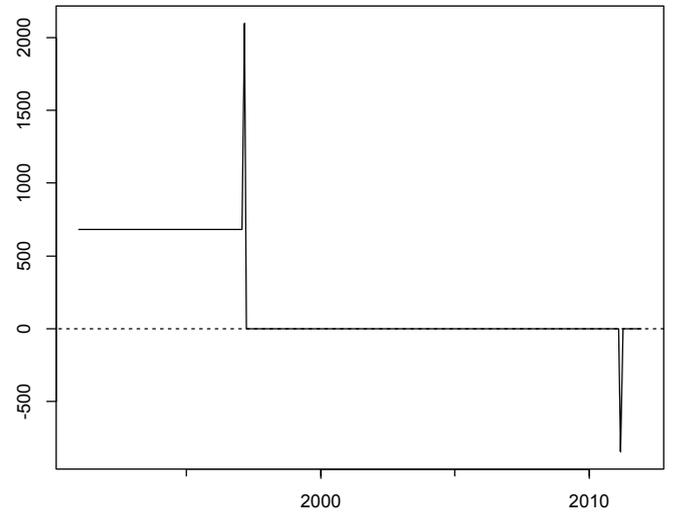


seasonal

ao:(2011 3) ao:(1997 3) ls:(1997 4)



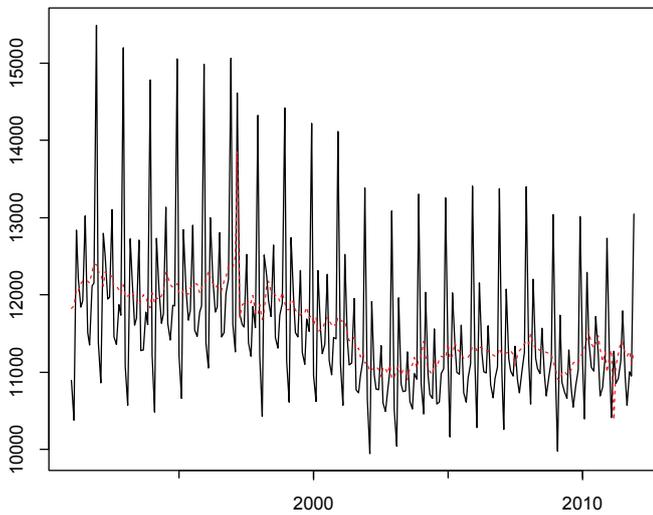
noise



reg

AIC= 3358.1038798728

小売売上高（商業統計）  
前のAIC：3 5 1 0



org&adj

# 先進主要国の生産アプローチに基づく四半期 GDP の特徴とその位置づけ —日本での導入に向けてのサーベイ

内閣府経済社会総合研究所国民経済計算部企画調査課  
政策調査員 野木森 稔<sup>1</sup>

## 要約

内閣府では国民経済計算において生産アプローチに基づく四半期 GDP 推計値の作成について検討を開始している。各国の同推計値の動向を見ると、OECD 加盟 34 カ国で生産アプローチに基づく四半期 GDP 推計値を公表してないのは日本、米国など僅かとなっている。四半期 GDP を支出側しか公表していない日本では、所得側の整備とともに生産側推計を加え、三面等価に基づく四半期別国民経済計算 (Quarterly National Accounts、QNA<sup>2</sup>) を構築することは急務であると言えよう。しかし、各国の状況をみると、それぞれの国はそれぞれ独自の役割を持った生産アプローチに基づく四半期 GDP 推計値を作成しているのが実状であり、その導入方針の設定には十分な議論が必要となろう。英国は生産アプローチを軸に QNA を構築してきた代表格である一方、米国は 2011 年 7 月に同推計値のプロトタイプを公表、つまり他推計値よりも遅れて開発という対照的な経緯を持っている。また、ユーロ圏各国はバランス・システムを活用するなど、英米とは異なる推計手法を確立している。こうした推計スタンスのキーワードは公表における「速報性」と三面等価の情報を最大限活かすための「整合性」にあると考えられ、それらを基準に各国は生産アプローチに基づく四半期 GDP 推計値の性質をどのように捉え、どのように位置づけているのかを探る。

## 目次

- はじめに
- 英国：速報性を重視した生産アプローチに基づく四半期 GDP
  - 速報性の鍵となる補外推計方法
  - 「速報性」と「安定性」はトレードオフの関係か？
  - 生産アプローチへの依存という欠点を持つ QNA の構造
- 米国：QNA の整合性を高めるための生産アプローチに基づく四半期 GDP
  - 新たに導入される生産アプローチの推計方法
  - 三次推計後の公表理由と「Check Engine」としての特徴
- ユーロ圏の国々：速報性を維持した形での QNA の構築
  - ドイツ：SUT 構造を利用しない QNA のバランシング
  - フランス：SUT 構造を利用した QNA のバランシング
- その他の国の特徴
- 日本における生産アプローチに基づく四半期 GDP 導入にあたって

補論①：Holt-Winters 法

補論②：英国 GDP 速報値への批判と安定化に向けた努力

補論③：究極的な速報性は月次化？ (英国月次 GDP 作成計画とその後)

補論④：米国のコモディティ・フロー法とリテール・コントロール法

補論⑤：ドイツ Flash Estimate (未公表の背景)

<sup>1</sup> 本稿作成に当たっては、内閣府経済社会総合研究所の豊田欣吾国民経済計算部長、二村秀彦企画調査課長、木滝秀彰企画調査課課長補佐をはじめとする国民経済計算部の職員から有益なコメントをいただいた。また、英国国家統計局 (ONS) の Harry Duff 氏 (Head of GDP(O))、Craig McLaren 氏 (Capital Formation Branch Head)、ノムラ・インターナショナル plc の Philip Rush 氏 (英国担当エコノミスト) には英国四半期 GDP に関する様々な情報を提供していただいた。本稿を通じてお世話になった方々に感謝の意を表したい。なお、本稿の内容は筆者が属する組織の公式の見解を示すものではなく、内容に関しての全ての責任は筆者にある。

<sup>2</sup> 本稿では生産、支出、分配の三つの四半期 GDP 系列の集合を QNA という用語で表現するが、OECD などが示す項目を持つ QNA とは必ずしも一致しない。

## 1. はじめに

「公的統計の整備に関する基本的な計画」（平成21年3月閣議決定、以下「基本計画」）に基づき、内閣府では国民経済計算において生産アプローチに基づく四半期GDP推計値(Quarterly GDP measured through Output approach、以下QGDP(O))の作成について検討を開始している。四半期GDPにはこのQGDP(O)の他に、消費や設備投資といった需要側の経済状況を捉える支出面からの四半期推計値(Quarterly GDP measured through Expenditure approach、以下QGDP(E))、賃金や企業利益など所得側の経済状況を捉えた分配面からの四半期推計値(Quarterly GDP measured through Income approach、以下QGDP(I))が存在する。生産側から推計したQGDP(O)は各産業の付加価値の合計で定義される。また、付加価値は産出と中間投入との残差であり、

### ●生産側推計値：GDP(O)

＝産業ごとの付加価値の合計（Gross Value Added、GVA）＋商品に関する統一補助金  
＝全産業の産出額 - 全産業の中間投入額＋商品に関する税 - 補助金

で計算されることになる。

日本では1978年8月の68SNA導入時に、年次推計で生産側から推計したGDP（いわゆる付加価値法に基づく推計値）の公表を開始し、生産、分配、支出と3つの尺度でのGDPを公表している（経済企画庁経済研究所（1978））。一方、四半期推計はQGDP(E)だけを公表し、QGDP(O)、QGDP(I)<sup>3</sup>については公表していない。

世界各国の四半期で公表されるQNAの状況を見ると、状況が大きく異なることがわかる。OECD（2011）にて、OECD加盟34カ国の四半期GDPの数字が公表されているが、QGDP(E)については全ての国で公表を確認することができる。QGDP(I)については項目の一部、または全てについて公表していない国がある。そして、QGDP(O)については日本、米国、アイスランド、イスラエルを除くすべての国が公表している。米国が同推計値のプロトタイプを本年7月に公表し、正式系列の定期

公表に向け動き出していることから、同資料にてOECD加盟国でQGDP(O)を公表しないのは日本を含め僅か3カ国となる可能性がある。

政策立案者などが利用する情報は、基本的に消費や設備投資の動向や政策効果の影響であり、主にQGDP(E)の項目である。この点において、QGDP(O)から得られる生産別のGDPの動向への注目度は相対的に低い。では、どうしてこの推計方法を世界各国は採用しているのだろうか。本稿では、英国、米国、ユーロ圏各国を中心にQGDP(O)の特徴を捉え、どのように位置づけているのか探る。

## 2. 英国：速報性を重視した生産アプローチに基づく四半期GDP

### 概要

英国のQGDP(O)の一次速報は先進国では最速のタイミングで公表される。ただし、こうした早いタイミングで公表されるGDPは情報量不足に直面するため、それを補うための推計値や予測値が必要となる。英国は推計に様々な手法を導入することに加え、常にその精度の向上を目指すといったGDPの修正を小幅に留める努力が常に行われている。また、英国はGDP(O)を軸としたQNAを公開し、四半期推計から年次推計まで一貫した推計方法を確立している。このように、GDP(O)が英国QNAの軸として確立されている背景は何なのだろうか？ここでは英国のGDP(O)の推計方法について詳細を調査し、その特徴について議論する。

### 2-1. 速報性の鍵となる補外推計方法

英国国家統計局（Office for National Statistics、以下ONS）が公表するQGDP(O)の最大の特徴は“速報性”である。同国の四半期GDP一次速報は対象四半期終了からわずか25日と、先進国では最速のタイミングで公表され、注目度の高い統計となっている。Skipper（2005）は、一部変更点<sup>4</sup>はあるが、英国QGDP(O)の推計手法の情報を事細かに記している。

QGDP(O)は通例、産業別に推計されるものであり、

<sup>3</sup> 日本は一部の項目（雇用者報酬のみ）を公表している。

<sup>4</sup> ビジネス・企業・規制改革省（BERR、旧貿易産業省（DTI））から建設統計の集計、公表業務が2008年3月にONSに移行されたのを受けて、建設部門の生産額は月次データが利用できるなど、推計方法が若干変わっている。

Skipper（2005）は推計方法が変更される前の方法に基づいている点には注意されたい。

各産業の基礎統計を積み上げることにより作成される。同資料は、その基礎統計を以下のように5種類に分類し推計手法を説明している。

- ①一つ目は、GDPの60%と最も大きな割合を占める「実質売上高(Deflated Turnover)」である。この統計は製造業とサービス業のGDPにおける主要な構成要素となる。製造業については、ONSの月次生産調査(Monthly Production Inquiry, MPI)の売上高を生産者物価指数(Producer Price Indices, PPI)で実質化したものが利用される(GDPの16%)。また、流通・サービス産業月次調査(Monthly Inquiry into the Distribution and Services Sector, MIDSS)を企業サービス物価指数(Corporate Services Price Indices, CSPI)とPPIで実質化したサービス業に関する統計の占める割合も大きい(GDPの30%)。ちなみに、MPIとMIDSSは鉱工業指数(IoP)とサービス業指数(IoS)を構成する要素でもある。これらがGDPの60%と大半を占める要素となっていることで、製造業とサービス業の代表的な月次統計と四半期GDPとの連動性を高め、ユーザーの利便性の向上につながっている。
- ②次に大きな割合を占めるのが、「その他実質化した指数(Other deflated current price indicators)」である(GDPの13%)。主に、①の統計でとらえられなかったサービスセクターについてこれらの指標が利用される。家賃などを推計するのに利用する家計最終消費支出(Household Final Consumption Expenditure, HHFC)などがこれに含まれる。
- ③鉄鋼の量、配達された手紙の数、旅行者の移動距離など「数量指数(Volume indicators)」は10%の割合をもつ。
- ④「雇用など中間投入の代理変数(Employment and other input proxies)」などは政府部門の統計に利用され、全体の9%を占める。
- ⑤8%を占める「コストでウェイト付した活動指数(Cost-

weighted activity indices)」もまた、政府部門に大部分が利用され、医療や教育を中心に使われている。

これらの基礎統計を合計することで、実質生産額を推計することができる。英国は四半期のような短期では「実質生産額の伸び率≒実質GDPの伸び率」を仮定<sup>5</sup>している。この実質生産額の伸び率を基に直近の年次推計値を延長推計し、GDPの季節調整値が作成されることになる。

しかし、一次速報公表時点ではこれらの基礎統計が全て明らかになっているわけではなく、全てのGDPの計数が基礎統計に基づいて推計されているわけではない。段階別に四半期GDPの構成を見ると、一次推計(Preliminary Estimate: M1)時点では、実績値はGDP推計値全体のたった44%に留まり、その他は推計値、予測値となる。二次推計(Second estimate<sup>6</sup>: M2)では67%、三次推計(Quarterly National Accounts: M3)では80%と徐々に上昇していく形となる(図表2-1)。

推計初期段階では実績値が少ないという欠点を持っているわけだが、ONSは多くの補外推計方法を導入することによってその問題の解決を図っている。具体的には、①で示された製造業とサービス業の統計は2ヵ月分しか利用できない。製造業(石炭・石油・ガス、電力・ガス供給などの20%分を除く)の3ヵ月目のデータについてはARIMAモデルでの予測が適用される。サービス業の3ヵ月目のデータについては、まだ未回収票の多い状態のデータ(回収率2割程度の当該月調査結果)を基にした補外推計値を利用している。その他の統計については、Holt-Wintersモデルなどにより、実績以外の部分について適切な補外推計が適用されている(図表2-2、補論①)。一次推計、二次推計と修正を経るごとに調整部分は減っていくことになるが、速報性を維持する鍵がこうした推計・予測方法の構築にある(図表2-3)。

<sup>5</sup> ROUPUT: 実質生産額、RGDP: 実質GDP(生産アプローチ)、RIR: 実質付加価値比率、k: 四半期とすると、

$$\frac{ROUPUT_k}{ROUPUT_{k-1}} = \frac{RGDP_k}{RGDP_{k-1}} \times \left( \frac{ROUPUT_k}{RGDP_k} \right) \Rightarrow RGDP_k = RGDP_{k-1} \times \frac{ROUPUT_k}{ROUPUT_{k-1}} \times \left( \frac{RIR_k}{RIR_{k-1}} \right)$$

さらに、 $RGDP_k = RGDP_{k-1} \times \frac{ROUPUT_k}{ROUPUT_{k-1}}$  ( $\frac{RIR_k}{RIR_{k-1}} = 1$ の時)となる。

<sup>6</sup> 2011年5月25日からONSは生産、支出、分配の統計の公表の表現により一貫性を持たせるため、“UK output, income and expenditure”から“Second estimate of Gross Domestic Product”に二次推計のタイトルを変更した。

図表 2-1 英国 QGDP(O) と公表項目：一次から三次推計までの実績値の割合

各業種についての推計値に関して実績値の占める割合(%)  
(カッコ内の数字はGDP推計値全体に対する寄与度、%ポイント)

業種	M1 Preliminary 25日後		M2 Second estimate 55日後		M3 UK quarterly national accounts 85日後	
農林水産業	35	(0)	53	(1)	57	(1)
製造業	73	(16)	100	(21)	100	(21)
建設業	-	-	-	-	97	(5)
卸小売、ホテル、ケーター リングサービス業	82	(13)	99	(15)	99	(15)
運輸、倉庫、通信	38	(3)	68	(5)	70	(6)
事業サービス、金融	35	(9)	58	(15)	82	(22)
政府、その他サービス	13	(3)	40	(9)	45	(10)
うち						
政府	6	(1)	32	(5)	36	(6)
その他サービス	38	(2)	67	(3)	78	(4)
サービス計	39	(28)	62	(45)	73	(53)
GDP(O)	44	(44)	67	(67)	80	(80)

- (注) 1. M1：一次推計、M2：二次推計、M3：三次推計  
 2. 建設業については、以前は三次推計まで全て推計値とされていたが、推計方法の変更により、現在は一次と二次推計時点でも実績値が含まれていると考えられる。  
 3. 寄与度に関しては2001年GVAウェイトに基づき作成されているため、近年の結果は多少変化している可能性がある。

(出所) Skipper (2005) に基づき筆者作成

#### - 補論①：Holt-Winters 法 -

Holt-Winters 法とは指数平滑法の一つであるが、トレンドや季節性を持つ時系列の予測に適した手法である。Chatfield and Yar (1988) に基づく ONS の説明では、 $y_1, y_2, \dots, y_n$  が観測値、 $y_{n+l}$  を  $l$  期先の予測値とすると、

$$\hat{y}_{n+l|n} = (m_n + lb_n)c_{n-s+l}$$

を Holt-Winters 法の予測関数としている。ここで、

$$m_t = \alpha_0 \frac{y_t}{c_{t-s}} + (1 - \alpha_0)(m_{t-1} + b_{t-1}) : \text{水平成分}$$

$$b_t = \alpha_1(m_t - m_{t-1}) + (1 - \alpha_1)b_{t-1} : \text{傾向成分}$$

$$c_t = \alpha_2 \frac{y_t}{m_t} + (1 - \alpha_2)c_{t-s} : \text{季節性成分}$$

であり、

$$0 \leq \alpha_0 \leq 1, 0 \leq \alpha_1 \leq 1, 0 \leq \alpha_2 \leq 1,$$

$$t > s, l > 0$$

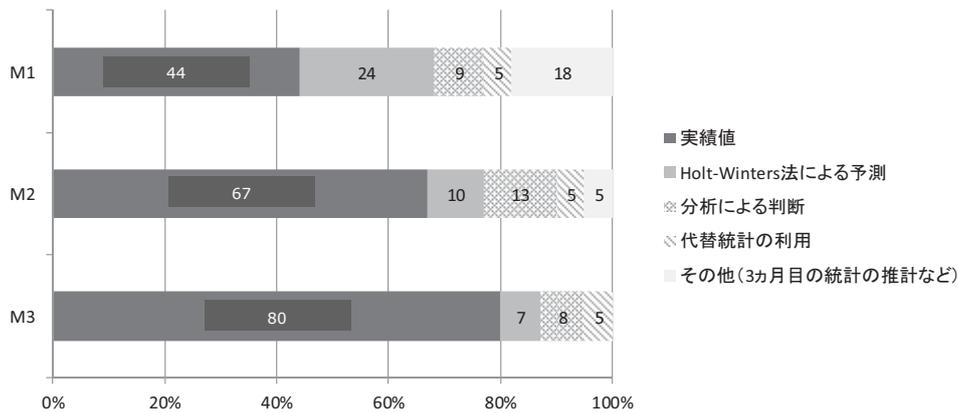
となる ( $s$  は周期であり、月次なら 12、四半期なら 4 である。また、 $l$  は予測する期であり、3 期先を予測するのなら 3 となる)。水平成分、傾向成分、季節性成分に初期値を設定し、一期先の誤差についての二乗を最小化することで予測値を作ることができる。この方法は季節性など周期性のあるデータに対しては ARIMA モデルなどよりも効率的に予測を行うことができるとされている。ちなみに、ONS は製造業に関しては ARIMA モデルで推計を行っており、Holt-Winters 法などは採用していない。筆者が昨年 ONS でおこなったヒアリングでは、その理由を製造業の系列の中に時系列の短いものもあるため、季節性の長期でのパターンが分からないものもあり、それが分かれば Holt-Winters 法を含め、より優れた予測方法を導入してきたいとのことである。

図表 2-2 英国 QGDP(O) で利用される推計手法

サービス業(M1)	低回収率のデータに基づき、該当四半期最終月売上高を推計。
製造業(M1)	ARIMAモデルを利用して、該当四半期最終月データを推計。
代替統計の利用	妥当でない部分はあるが、公表が早い代替統計を用いた予測・推計。
Holt-Wintersモデル	Holt-Winters法を用いた予測。
分析による判断	ONSや他の省庁の専門家の判断を基にした予測。専門家は利用可能な代替資料からの情報を考慮している。

(注) M1 は一次推計時点を意味する。  
 (出所) Skipper (2005) に基づき筆者作成

図表 2-3 一次推計から三次推計までの QGDP(O) 構成要素



(注) 1. 2001 年 GVA ウェイトに基づき作成されているため、近年の結果は多少変化している可能性がある。  
 2. 「その他」には建設業の推計部分が含まれているが、推計方法の変更により現在は各段階での実績値の比率が増加している。  
 (出所) Skipper (2005) に基づき筆者作成

## 2-2. 「速報性」と「安定性」はトレードオフの関係か？

英国の QGDP(O) は一次推計から三次推計までは、情報量の不足を補うための推計値や予測値が推計結果の支えとなっている。ただし、こうした推計・予測は適切な措置が施されているとはいえ、2次推計以降で実績値反映によって修正されるリスクを高めることは間違いない。加えて、英国での QGDP(O) は「短期では、実質ベースの付加価値の動きを実質ベースの生産額の動きで近似できる」という仮定に基づき推計されている。この仮定は

名目中間投入比率を四半期ベースで高い精度で推計するのは難しいことを背景としたもので、実質中間投入比率を一定として実質生産額のみを推計に利用する「シングル・デフレーション」という推計方法である。他方、年次推計では名目生産額と名目中間投入額をそれぞれのデフレータを用いて実質化する「ダブル・デフレーション」による推計が採用される。四半期推計で利用される「シングル・デフレーション」は、経済の投入・産出構造が大きく変化したときには仮定が成立しないため、推計値に大きな歪みをもたらす可能性があることには注意しなければならない<sup>7</sup>。

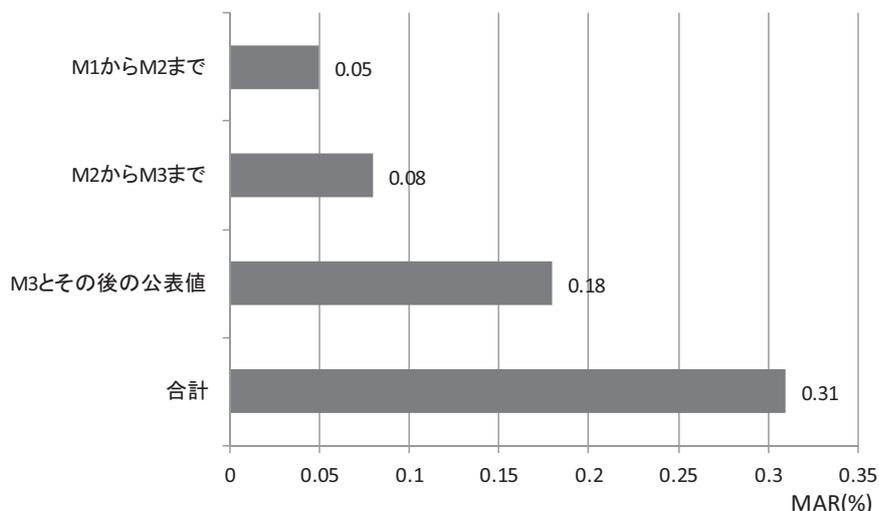
<sup>7</sup> もちろん、英国も四半期でもダブル・デフレーションで推計するという選択肢は考えており、その実現のため供給・使用表 (Supply and Use Tables, SUT) を四半期拡張するという検討を行っている (詳細は Compton (2008) を参照)。しかし、難度の高い推計処理が必要になることから、現時点では英国では適用されていない。

推計・予測による代替措置や仮定は、推計結果にどのような影響を与えているのであろうか。図表 2.4 は発表段階ごとの過去 5 年間における GDP 推計値の修正幅の絶対平均を示している。発表ごとに修正幅が大きくなり、最終的な修正幅は平均 0.31%ポイントに達する。これを見ると、英国の四半期 GDP における推計・予測は、年次推計値から四半期推計値を大きく乖離させる可能性

があると考えられる人も多いだろう。

しかし、英国の四半期 GDP の修正幅が、世界的に見ると、特別大きいわけではないことに注意しなければならない。図表 2.5 では、OECD が過去に実施したリビジョン・スタディの結果を示しているが、修正幅はかなり低い水準にとどまっている。

図表 2.4 英国四半期 GDP 成長率の発表段階別での絶対平均修正幅



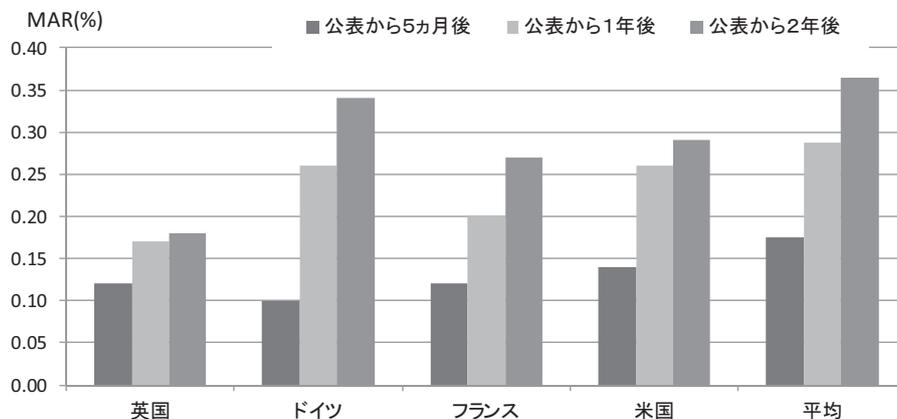
(注) 四半期 GDP 2 次速報時点での結果。M1 から M2 までは 2006q1 ~ 2010q4、M2 から M3 までは 2006q1 ~ 2010q4、M3 とその後の公表値は 2003q1 ~ 2007q4 のデータを利用しており、約 5 年間についての平均絶対修正幅となる。合計はこれらの修正幅の単純な合計値。MAR は絶対平均修正幅 (Mean Average Revision) で

$$MAR = 1/n \sum_{t=1}^n |L_t - P_t| = 1/n \sum_{t=1}^n |R_t| \quad L_t : \text{最新値}, P_t : \text{過去の値}, R_t = L_t - P_t$$

となる。

(出所) ONS 資料に基づき筆者作成

図表 2.5 四半期 GDP 成長率の平均絶対修正幅の国際比較



(注) 豪州、ベルギー、カナダ、スイス、ドイツ、デンマーク、スペイン、フィンランド、フランス、英国、イタリア、日本、韓国、オランダ、ノルウェー、ニュージーランド、ポルトガル、米国の 18 か国によるもので、1995 年から 2007 年までのデータが利用されている。

(出所) OECD (2007) に基づき筆者作成

英国 GDP(O) は速報性を追求したことで、形の上ではかなりリスクを取った推計方法となっている。しかし、以下のような2つの要因により修正を最小限に留める構造が出来上がっていると考えられる。

一つは、その時の経済状況に応じて推計方法を柔軟に変更するなど、補外推計部分を中心に推計方法の改善を続けていることである。具体的には、自然災害などで経済が大きな影響を受けたことが明らかであるなどの場合は、2ヵ月分しか利用できない統計の3ヵ月目の推計は常に画一的ではなく、エコノミストによる分析を含めた柔軟な推計を行っている（補論②）。また、2008年3月の建設統計の集計・発行業務の移行後、ONSは建設部門の統計を月次化し、GDPでの推計方法の変更を行っ

ているが、こうした措置も全体の推計の安定化に繋がる動きだったといえる。

もう一つは、四半期推計と年次推計の間で一貫した推計方法が確立されている点である（図表 2.6）。実績値の反映による修正や、中間投入比率への仮定などの違いはあるが、QGDP(O)で利用される供給側統計は、年次、基準年推計においても基盤となる統計になっている。英国のQGDP(O)には、一部を除けば、需要側統計を代替指標とするなど、年次、または基準年の統計とは異なる統計を使うといった措置は必要ない。このように、ONSがシンプルかつ明確な原則を定めるなどで、GDP推計に一貫した流れを作り出していることが、GDPに安定性を持たせる要因となっている。

図表 2.6 英国の GDP 推計方法の大枠

原則1	GDPの水準は供給・使用表でのフレームワークが最良推計をもたらすと考える。 これは英国の産業、消費者の財とサービスの取引を詳細に分析することを可能にし、GDPを完全に一致したものとして構築することを可能にする。
原則2	短期の成長はGDPの生産側推計が最良の推計値であるとする。 その他二つの推計値（支出、分配）は生産側推計に一致させる。
1次推計(M1) Preliminary estimate	生産側統計のみによる推計値で、当該月最終日の25日後に公表される。 この暫定推計値は44%が実績値である。残りは様々な方法で、推計・予測をおこなう。サービス産業は39%の実績値、製造業は73%の実績値を基にして作成されている。
2次推計(M2) Second estimate	2次推計は当該月最終日の55日後に公表される。 2次推計では、1次推計の改善と共に、支出と所得に基づく推計値も公表する。この時点で生産側推計値は67%が実績値である。生産側推計値は短期での伸び率で見たとき最も良い推計値と考え、支出と所得を一致させて、GDPを提供する。
3次推計(M3) UK Quarterly National Accounts	3次推計は当該月最終日の85日後に公表される。 3次推計では、ONSは完全な四半期経済アカウントを作り、1次、2次の推計値を更新、拡張し、同様に、同年と前年の四半期の推計値を更新する。支出、生産、所得項目における充実した調査結果が利用可能となる。この時点で、生産側推計値は80%が実績値であり、短期での伸び率で見たとき最も良い推計値となる。
年次推計 Blue Book	年次推計はBlue Bookで公表される。 四半期データは、より包括的な年次データが利用可能となることで、年次推計で二回更新される。Blue Bookで二回目の年次推計が発表されるときは、供給・使用表によってバラシングが行われる。

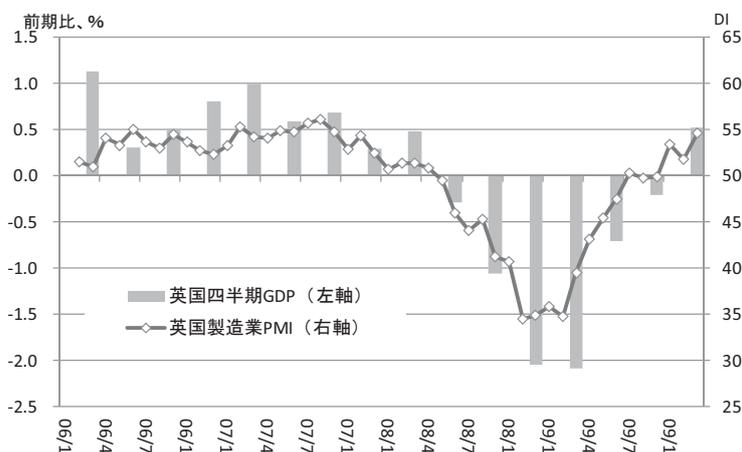
(注) 供給・使用表 (Supply and Use Tables, SUT) は通常、産業連関表の基礎となるもので、諸統計の整合性をチェックするためのフレームワークにもなる。

(出所) ONS (2010) に基づき筆者作成

- 補論②：英国 GDP 速報値への批判と安定化に向けた努力 -

四半期 GDP は中央銀行などの政策判断の決定において重要な材料となるのは万国共通であるが、その速報値の精度に疑問の声が起こることは少なくない。英国もその例にもれず、厳しい批判に晒されることも多い。実際に、英国中央銀行（BOE）のキング総裁は GDP 速報値の不安定さをよい指摘している。2010 年 2 月に発行された「インフレーション・レポート」の経済見通しでは、2009Q1 の GDP 成長率の一次速報値が発表済みであったにもかかわらず、かなりそれよりも上振れた予測値が示され、キング総裁は上方修正される可能性が高いと回答するなどのやり取りもあった（BOE (2010)）。近年では、購買担当者指数（PMI）など当該月終了後わずか一ヵ月程度で確認できる指標が登場している。Meader and Tily (2008) でもこうした指標は四半期 GDP と高い連動性があることを示しており、GDP 速報値の修正方向をおおよそ予測することができてしまう（図表 2.7）。

図表 2.7 英国四半期 GDP と景況感指数の連動性



(注) PMI とは Purchasing Managers Index (購買担当者指数) の略であり、50 を上回ると経済が拡大局面であることを示す指数である。

(出所) ONS、Bloomberg 資料に基づき筆者作成

GDP 速報値が大きく修正されるのは問題であり、ONS はこの問題が深刻にならないよう常に推計方法の改善に努めている。具体的には、2010 年 12 月、約 100 年振りの寒波と言われるほどの悪天候により、英国経済が大きな被害を被ったときが挙げられる。大寒波による被害が明確な中、当該四半期の最終月である 12 月の統計において、従来通りの方法で推計した場合、推計値に大きな修正が生じてしまう可能性があった。そこで ONS は、

- ・ 12 月分の統計をできる限り前倒しで回収
- ・ 3 ヶ月目のデータの詳細な分析（特に、ホテル、飲食、輸送に関して）

といった修正幅を限りなく小さくするための措置を取った上で、大雪の影響がどれだけ GDP を押し下げたかを試算し、公表している（ONS (2011)）。基礎統計を単純に集計するだけではなく、柔軟に推計方法を変化させるといった努力も英国の四半期 GDP の信頼性を高める一つの要素と言える。

## 2-3. 生産アプローチへの依存という欠点を持つ QNA の構造

英国では当該四半期終了後 25 日と極めて早いタイミングで、QGDP(O) が公表される。さらに、図表 2.6 の原則 2 でも示されていたように、この推計値が QNA 全体の軸となる数字となっており、生産側の速報値公表時点からさらに 30 日経過後に公表される支出、所得は生産側に沿う形で調整され、ユーザーに重要な分析要素を提供することになる。

国民経済計算には三面等価、つまり GDP(O) = GDP(E) = GDP(I) が成立するという原則が存在する。この原則を成立させるために英国では四半期一致調整 (Quarterly

Alignment Adjustment) という調整手法を採用している。図表 2.8 に示されるように、同手法は QGDP(O) の伸び率を真の値とし、QGDP(E) を在庫で、QGDP(I) を営業余剰で調整する方法である<sup>8</sup>。

生産が四半期推計の中心となっている国は比較的多いとされるが、ここにその理由が見え隠れする。四半期一致調整の調整項目として登場した QGDP(E) における在庫や QGDP(I) における営業余剰は、各種項目を推計した後の残差として計上する国も少なくない。少なくとも四半期などの短期の動きについては、これらの項目の不確実性が高いと考えている国は多いだろう。その点 QGDP(O) の推計項目は統計確保が比較的簡単であり、推計段階で実績値が使えない業種や項目の比率は他の二つの推計より小さい。

図表 2.8 英国の QNA の調整方法

単位: 100万ポンド  
調整前

	実質			名目				
	生産	支出	(不突合)	生産	支出	所得	(不突合)	
2008 Q1	344,809	344,617	(-192)	362,002	361,796	361,593	(-409)	
2008 Q2	343,868	344,330	(+462)	363,264	363,747	364,567	(+1,303)	
2008 Q3	340,780	339,250	(-1,530)	361,466	359,839	360,570	(-896)	
2008 Q4	333,682	334,942	(+1,260)	358,848	360,198	358,850	(+2)	
2009 Q1	326,257	324,803	(-1,454)	349,801	348,235	349,402	(-399)	
2009 Q2	323,585	323,353	(-232)	344,504	344,251	346,385	(+1,881)	
2009 Q3	322,655	324,172	(+1,517)	348,081	349,711	347,560	(-521)	
2009 Q4	324,192	325,707	(+1,515)	352,603	354,245	352,674	(+71)	
2010 Q1	325,216	325,138	(-78)	359,957	359,869	358,634	(-1,323)	
2010 Q2	328,589	330,425	(+1,836)	362,423	364,446	362,813	(+390)	
2010 Q3	330,841	332,990	(+2,149)	366,175	368,552	364,688	(-1,487)	
2010 Q4	328,914	331,551	(+2,637)	367,716	370,661	364,745	(-2,971)	
	前期比 (%)	(伸び率差)		前期比 (%)	(伸び率差)		(伸び率差)	
2010 Q1								
2010 Q2								
2010 Q3								
2010 Q4	-0.6	-0.4	(+0.2)	0.4	0.6	(+0.2)	0.0	(-0.4)

	四半期一致調整		
	実質在庫	在庫	名目営業余剰
2008 Q1	192	206	409
2008 Q2	-462	-483	-1303
2008 Q3	1530	1627	896
2008 Q4	-1260	-1350	-2
2009 Q1	1610	1733	742
2009 Q2	492	530	-1551
2009 Q3	-1129	-1211	775
2009 Q4	-973	-1052	34
2010 Q1	1416	1569	342
2010 Q2	-241	-264	-1679
2010 Q3	-380	-419	-19
2010 Q4	-795	-886	1356

調整後

	実質			名目				
	生産	支出	(不突合)	生産	支出	所得	(不突合)	
2008 Q1	344,809	344,809	(+0)	362,002	362,002	362,002	(+0)	
2008 Q2	343,868	343,868	(+0)	363,264	363,264	363,264	(+0)	
2008 Q3	340,780	340,780	(+0)	361,466	361,466	361,466	(+0)	
2008 Q4	333,682	333,682	(+0)	358,848	358,848	358,848	(+0)	
2009 Q1	326,257	326,413	(+156)	349,801	349,968	350,144	(+343)	
2009 Q2	323,585	323,845	(+260)	344,504	344,781	344,834	(+330)	
2009 Q3	322,655	323,043	(+388)	348,081	348,500	348,335	(+254)	
2009 Q4	324,192	324,734	(+542)	352,603	353,193	352,708	(+105)	
2010 Q1	325,216	326,554	(+1,338)	359,957	361,438	358,976	(-981)	
2010 Q2	328,589	330,184	(+1,595)	362,423	364,182	361,134	(-1,289)	
2010 Q3	330,841	332,610	(+1,769)	366,175	368,133	364,669	(-1,506)	
2010 Q4	328,914	330,756	(+1,842)	367,716	369,775	366,101	(-1,615)	
	前期比 (%)	(伸び率差)		前期比 (%)	(伸び率差)		(伸び率差)	
2010 Q1								
2010 Q2								
2010 Q3								
2010 Q4	-0.6	-0.6	(+0.0)	0.4	0.4	(+0.0)	0.4	(-0.0)

(注) 2010 年第 4 四半期の 2 次推計時点の推計値を利用。

(出所) ONS データベースに基づき筆者作成

<sup>8</sup> 英国は過去、3つの推計値の平均値をとることで、バランスを行っていたこともあったが、1993 年以降、この方法から四半期一致調整 (Quarterly alignment adjustment) に切り替えている。

しかし一方で、この調整方法には欠点もある。それは、QNA の推計が QGDP(O) に依存し過ぎてしまっていることである。QGDP(E)、QGDP(I) にはやや不安定な要素が構成要素に含まれてはいるが、英国の QNA 全体で見るときは両推計による情報がやや過小評価されてしまっている可能性が出てきてしまう。生産側に一致させるために調整項目を支出側と分配側に割り振ってしまう方法はやや荒っぽい形であり、QGDP(O) への安定性に過剰に依存しているとも考えられなくはない。

英国の QGDP(O) は推計技術の活用により、高い速報

性を持ちながらも、比較的高い安定性も維持している。基礎統計が各修正段階においても大幅に修正される可能性がもともと少ないという性質は不確実性を最小限に留めており、一時は月次化の可能性もあった（補論③）。その強みを生かした形で QGDP(O) は QNA の軸としての存在感を高めることになったと言えよう。ただその一方で、その構成は QNA としての情報に偏りを生んでいる可能性があることも指摘できる。三面等価に基づく情報を最大限活かすという点では疑問の残るところである。

#### - 補論③：究極的な速報性追求は月次化？（英国月次 GDP 作成計画とその後） -

Skipper (2005) は「ONS では生産側推計による GDP の月次推計値作成計画が進行している。この開発は GDP(O) で各業種に利用される方法に調和するもので、四半期推計値の質を向上させるだろう」とのコメントを最後に記している。英国で月次 GDP が開発されることになれば、速報性はさらに高まり、注目度が高くなることが想像できる。しかし、筆者が昨年 ONS にてヒアリングをおこなったところ、そうした計画はもはやないとのことである。理由は、現在の 25 日で公表する四半期推計値の一次速報時点でも修正の可能性があり、それを毎月抱えることはリスクを大きく高めることになる、とのことである。また、鉱工業指数、サービス業指数は毎月公表されていることから、月次の経済動向は十分に示せているとの認識もあるようである。

ちなみに、月次統計を公表している国としてはカナダがもっとも有名である。ただし、カナダは月次推計値を当該月終了後 60 日での公表と、それほど速報性を重視しているとは言えない。一般に行われている補外推計を含む速報値に比べ、修正の可能性が低い、毎月というタイミングがタイムリーであることを売りにしている。また、メキシコが経済活動指数（Indicador Global de la Actividad Económica、IGAE）という月次 GDP の近似的な指標を公表しており、当該月終了後 50 日前後とカナダより少し早い。ただし、これは四半期 GDP を推計する上での一部の情報を含んでいるに過ぎず、あくまで参考指標としての位置づけのようである。

速報性の追求にはリスクが伴う。安定性を確保できない速報化はあまり意味がないものであり、英国で月次 GDP の計画がなくなったことはそうした問題点を意識してのことであろう。

### 3. 米国：QNAの整合性を高めるための生産アプローチに基づく四半期GDP

#### 概要

英国ではQGDP(O)をGDPの三面等価の軸として見ていた。また、いくつかの違いはあっても同様の措置を取る国は比較的多いように思われる。その一方で、米国では商務省経済分析局(Bureau of Economic Analysis、以下BEA)が月次で公表している機関紙“Survey of Current Business”の2011年7月号にてプロトタイプのQGDP(O)を公表した。ようやく正式な系列としてQGDP(O)を定期公表することに向けて動き出した、という状況にある。米国ではQGDP(E)、QGDP(I)が公表され、それらに基づいて経済分析を行うことが定着していた。BEAは支出側からの四半期推計値、つまりQGDP(E)が最も信頼できる(most reliable)とし、英国とはQGDP(O)の位置づけが大きく異なっている。公表時期も三次推計の後が予定されており、「Check Engine」としての特徴を強調、つまり速報性よりも安定性を重視し、三面等価の情報を最大限活かすための「整合性」を追求した指標としての公表が意図されている。その整合性の向上とは具体的には何なのか？本章では現時点で示されている方法を基に、その本質を探る。

#### 3-1. 新たに導入される米国の生産アプローチ推計方法

米国ではGDP(O)<sup>9</sup>の年次推計値について、1947年を始期とする長期の系列を公表しているが、その四半期値は公表していなかった。しかし、2011年7月、Mayerhauser and Strassner (2011)の中でついにプロトタイプの四半期値を公表するに至った。いくつかの課題は残るものの、将来的には定期公表に切り替わっていくことも示されている。新たに開発されたQGDP(O)の具体的な推計方法は以下のような5段階のステップを経て推計される。

##### ①四半期産出表(Quarterly Make Table<sup>10</sup>)の作成：産出

表は産業ごとの商品(財・サービス)の生産高を示す。産出表は名目総産出額の指標の伸び率を用いて前期の産業と商品の産出水準を延長することで作成される。延長にはたくさんの基礎統計が使われており、その中には米国センサス局の月次、四半期調査、金融機関のデータ、雇用と賃金に関する労働統計局のデータ、様々な取引に関する基礎データが含まれている(図表3-1)。これらの指標は、産出表に組み込まれる前に、米国センサス局のX-12-ARIMAで季節調整が施される。

##### ②四半期使用表(Quarterly Use Table)の作成：使用表

は産業ごとの商品の消費額(中間消費)と最終需要項目ごと商品の消費額を示すものである。使用表は、以下の4つのステップを経て、初期構成が出来上がる。

【1. 国内供給】国内供給は「国内商品生産額+輸入-輸出-民間在庫増減」で計算される。輸入と輸出は米国センサス局とBEAの国際取引勘定における貿易統計を基礎統計とする。これらの系列には季節性の検証が行われ、調整が施される。民間在庫の増減はNIPA(National Income and Product Accounts)で公表される産業合計値に一致させる。

【2. 中間投入】商品中間投入額は、まず、産出表から導出された産業別実質産出の伸び率で産業の前期の実質中間投入額を延長することで推計される。名目値は直近の商品価格を利用し作成され、その後、季節調整が施される。そして、後の使用表のバランス・プロセスの中で、これらの数字は調整されることになる(GDP(O)の年次推計の方法とは異なる方法になる)。

【3. 産業ごとの付加価値】報酬(営業余剰を含まない所得合計)に生産に関する税を加え、補助金を除いた名目値は、NIPAの一部である国内所得推計値の積み上げと一致する。営業余剰は、名目産業総生産の伸びを使って前期の値から延長して推計される。後の使用表のバランス・プロセスの中で、この営業余剰の初期値は調整されることになる。このアプローチにおいて、営業余剰の推計値は以下のような既知の変数に影響されることになる。

(1) 産業別、商品別総生産額

(2) 個人消費支出(Personal Consumption Expenditures、

<sup>9</sup> 米国では生産アプローチに基づくGDPをGDP by Industryと表現している。これは同推計値が産業別で計測されることと、支出アプローチ、所得アプローチに基づく推計値をNIPA(National Income and Product Accounts)に基づく、National Economic Accounts部門が作成する指標、産業連関表や生産アプローチをIndustry Economic Accounts部門が作成してきた指標ということが影響しているとみられる。ここでは全体での表現を統一するため、生産アプローチに基づくGDPはGDP(O)とする。

<sup>10</sup> 産出表(Make Table)は日本でいうV表(国民経済計算年報・付表4)に近い定義のものである。

図表 3-1 米国 QGDP(O) に関する主要データソース

産業・商品	四半期名目値のデータソース
農林水産業	NIPAの農業生産額(米国農務省(USDA)の予測に基づくもの)
林業	米国センサス局の「製造業受注調査(Manufacturers' Shipments, Inventories, and Orders survey)」
水産業	米国海洋大気局
鉱業	石油・ガス
石炭鉱業	米国エネルギー情報局(EIA)の「Petroleum Marketing Monthly」の石油供給量と原油価格
ウラン	EIA、労働統計局(BLS)、生産者物価(PPI)
その他鉱物	EIA
支援業務	米国地質調査(USGS)の四半期生産報告 米国石油協会のコストデータ、米国エネルギー省(DOE)の掘削データ
電気・ガス・水道業	電力の発電・供給
天然ガス	EIAの826データ(Monthly Electric Utility Sales and Revenue Data) EIAの857データ(Monthly Report of Natural Gas Purchases and Deliveries to Consumers)
水道、下水、その他システム	NIPAの個人消費支出(PCE)
建設業	米国センサス局の「建設工事出来高(VPIP)」
製造業	米国センサス局の「製造業受注調査」、NIPAの電子計算機出荷
石油製品	EIA生産データ、BLS、PPI
卸売業	米国センサス局の月次卸売調査(MWTS)
小売業	米国センサス局の月次小売調査(MRTS)
運輸・倉庫業	空輸
鉄道	米国運輸統計局(BTS)の「Air Carrier Financial Statistics (Yellow Book)」 陸上輸送委員会(STB)の貨物収益データ、全米鉄道旅客輸送会社(Amtrak)の収入データ
水運	証券取引委員会(SEC)の企業レポートの収入データ
トラック	米国センサス局「四半期サービス調査(QSS)」
乗り継ぎ、待機の旅行者	NIPAのPCE、BLSの「雇用・賃金四半期センサス(QCEW)」、米国公共交通協会
パイプライン	SECの企業レポートの収入データ、BLSの「QCEW」
その他の運輸	NIPAのPCE(観光支出)、FedExとUPSの配送等の収入
倉庫業	米国センサス局「QSS」
情報業	米国センサス局「QSS」
映画など	チケット売り場の収入
金融・保険	中央銀行、信用仲介等
証券業など	連邦預金保険会社(FDIC)、NIPAのPCE(銀行への支出)、FRBの消費者信用に関するデータ、信用組合からの金利以外の収入データ
保険業など	SECの「FOCUS reports」
その他金融	NIPAのPCE、米国センサス局「QSS」、BLSの「QCEW」 国税庁(IRS)の企業の事業費データ
不動産・賃貸・リース業	不動産業
賃貸・リース業	NIPAのハウジングに関するデータ、米国センサス局の「VPIP」からの自己勘定建設のデータ NIPAのPCE、IRSの「所得統計(SOI)」における無形固定資産使用料、米国センサス局「QSS」、BLSの「QCEW」
専門・ビジネスサービス業	米国センサス局「QSS」
獣医サービス	NIPAのPCE
企業マネジメント業	米国センサス局「QSS」、BLSの「QCEW」
廃棄物管理サービス業	米国センサス局「QSS」
教育サービス	NIPAのPCE
医療・社会扶助業	NIPAのPCE
教養・娯楽業	米国センサス局「QSS」、BLSの「QCEW」、NIPAのPCE
宿泊・外食業	NIPAのPCE
その他サービス(政府を除く)	自動車修理
個人サービス	BLSの「QCEW」 NIPAのPCE
中央政府	一般
事業	NIPAの政府支出 米国郵便事業四半期報告、EIAの公共施設の電力データ(Monthly Electric Utility Sales and Revenue Data)、NIPAのPCE(その他項目の合計)
地方政府	一般
事業	NIPAの政府支出 NIPAの政府財政の年間調査を基にした政府事業統計、アラスカ鉄道管理局のデータ、EIAの電力データ、米国センサス局の地方建設調査

(出所) Mayerhauser and Strassner (2011) に基づき筆者作成

PCE)、民間固定資本形成、政府消費、輸出、輸入といったカテゴリーごとの最終支出

(3) 産業ごとの報酬

(4) 産業ごとの生産と輸入に関する税

この営業余剰の推計については BEA の NIPA Accounts と Industry Accounts の両手法での比較を行うことで調整が進められる形になる<sup>11)</sup>。

③使用表のバランス：まず、バランス・プロセスは以下の二つの条件を同時に満たす必要がある。

(1) それぞれの産業の生産額がその中間投入と付加価値の合計に等しい

(2) それぞれの商品の中間消費と最終需要の合計が商品生産合計と等しい

(つまり、付加価値合計＝最終需要合計、中間投入合計＝中間消費合計)

<sup>11)</sup> 詳細は Mayerhauser and Strassner (2011) の “Appendix: Alternative Measures of Nominal Value Added by Industry” に示されている。

使用表は二つの条件とその他事前情報（GDP 合計値、産業別所得を含む NIPA の最終支出項目、産出表からの商品と産業の総生産額）を合わせるために、数理的バランス手法<sup>12</sup>を用いて、行と列の逐次的調整を行う。中間投入、総営業余剰、最終需要の商品構成はこのバランス・プロセスの中で調整されることになる。

④産業別 GDP の価格・数量指数の作成：産業別 GDP の実質値は、生産額と中間投入額をそれぞれ実質化するダブル・デフレーションを使って作成される。産業別生産額の価格・数量指数は、産業ごとに生産される商品を実質化することで導出し、産業別中間消費の価格・数量指数は、産業別に消費される商品を実質化することで導出する。中間投入の国内と輸入の割り当てについては、国内資源と海外資源からの投入として購入される商品を別々に考えて実質化することになる。そして、実質付加価値を実質生産と実質中間投入の差として計算する。

⑤四半期結果の内挿：産業・商品の総生産、中間投入、付加価値の名目値と、それらに対応する価格・数量指数は、公表されている年次データに内挿する (interpolated, benchmarked) ことになる。BEA で利用される内挿方法には、修正デントン比例一階差法 (Modified Denton proportional first difference method) が使われる。この方法は平均年次水準の制約を維持しながら前期からの変化 (period to period change) の比例値を最小化することで、四半期指標の伸び率パターンを保持する。この処理によって、現在公表されている年次の Industry Accounts と NIPA Accounts と一致した QGDP(O) が作成されることになる。

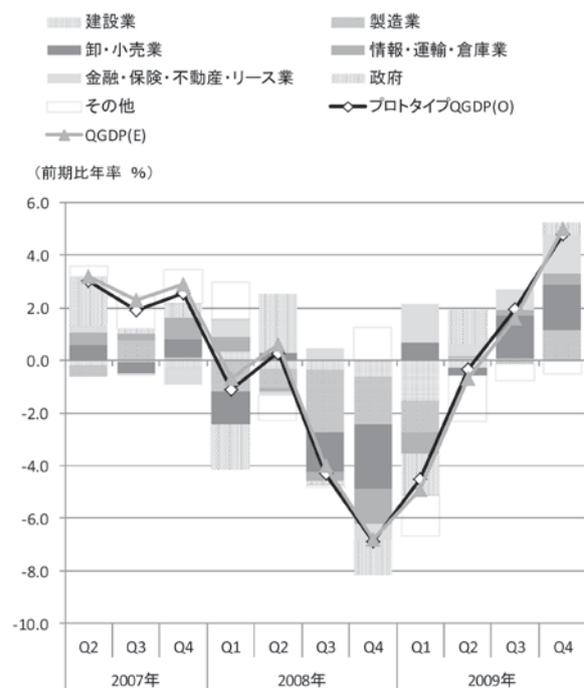
以上がプロトタイプ QGDP(O) を公表するにあたって米国が使用した方法の詳細であるが、その結果が図表 3-2、3-3 に示されている。QGDP(O) と QGDP(E) の差については、「産業割り当てのないもの (Not allocated by industry)」とされ、プロトタイプ QGDP(O) は QGDP(E) の動きに合わせる形となっている。

図表 3-2 2009 年の米国プロトタイプ QGDP(O) の動き

	前期比年率 %			
	2009年			
	I	II	III	IV
プロトタイプ QGDP(O)	-4.5	-0.4	2.0	4.8
<QGDP(E)>	-4.9	-0.7	1.6	5.0
民間産業	-3.9	-2.4	2.3	5.1
農林水産業	14.5	-4.6	39.8	-12.0
鉱業	47.7	9.6	-10.1	-25.6
ガス、電気、水道業	-12.1	-1.4	3.5	0.7
建設業	-33.4	-8.0	1.5	-0.8
製造業	-12.1	-0.6	-2.0	9.9
耐久財	-24.8	-8.9	-3.8	8.5
非耐久財	7.2	10.6	0.1	11.6
卸売業	5.8	5.1	18.7	29.3
小売業	13.6	-6.5	14.5	4.3
運輸・倉庫業	-16.7	-1.4	0.4	-1.0
情報業	-7.6	-0.9	3.4	10.2
金融・保険・不動産・リース業	5.1	-0.2	2.7	6.0
金融・保険業	12.7	5.6	6.8	3.4
不動産・リース業	0.8	-3.6	0.1	7.7
専門・ビジネスサービス業	-6.1	-9.8	-3.2	0.3
専門・科学・技術サービス業	-7.6	-6.1	1.1	0.6
企業マネジメント業	33.1	-25.4	-20.0	-5.2
廃棄物管理サービス業	-21.5	-9.2	-3.2	3.2
教育サービス・医療・社会扶助業	-2.4	0.1	0.4	3.4
教育サービス業	-4.3	-4.2	-3.8	2.8
医療・社会扶助業	-2.1	0.8	1.1	3.5
教養・娯楽・宿泊・外食業	-17.3	-4.9	-2.6	4.8
教養・娯楽業	-17.5	-4.1	-8.0	3.7
宿泊・外食業	-17.3	-5.2	-0.8	5.1
その他サービス(政府を除く)	-14.3	-7.8	-7.5	1.0
政府	-8.5	14.1	0.1	2.5
中央	7.0	8.6	0.6	4.4
地方	-14.9	16.7	-0.1	1.7

(出所) Mayerhauser and Strassner (2011) に基づき筆者作成

図表 3-3 米国プロトタイプ QGDP(O) の寄与度分解



(出所) Mayerhauser and Strassner (2011) に基づき筆者作成

<sup>12</sup> 近年、米国では加重最小二乗法を利用した高度な数理バランス手法の開発が進んでいる (Rassier, Howells III, Morgan, Empey and Roesch (2007))。しかし、ここでは一般的な調整方法である RAS 法を使用しているとのことである。

図表 3-4 QGDP(E) と QGDP(O) の平均伸び率と絶対平均偏差

	QGDP(E)		QGDP(O)			
	前年比 (%)	平均絶対偏差	ダブル・デフレーション		シングル・デフレーション	
			前年比 (%)	平均絶対偏差	前年比 (%)	平均絶対偏差
2004	3.15	0.39	2.76	0.32	2.31	0.73
2005	2.69	0.73	2.61	0.77	2.06	1.24
2006	2.45	1.30	1.86	1.04	2.94	1.84
2007	2.36	2.42	1.76	2.14	1.51	2.50
2008	<b>-0.79</b>	2.78	<b>-1.46</b>	1.92	<b>0.11</b>	2.06

(注) 米国の場合、シングル・デフレーションは実際には GDP(I) を利用した付加価値の推計であり、厳密には生産側推計ではなく、所得アプローチに基づく産業別 GDP である。数字は 2009 年 7 月の包括的修正の以前のものである。

(出所) Robbins, Howells and Li (2010) に基づき筆者作成

「④産業別 GDP の価格・数量指数の作成」において、この推計はダブル・デフレーションを利用したことを示している。Robbins, Howells and Li (2010) では、四半期の産業別付加価値の推計について、現行の名目 QGDP(I) で利用される統計を調整したものを利用し、シングル・デフレーションで推計したものも作成しているという。しかし、「中間投入の価格が大きく変化したときに、直ちに消費者に転嫁されないと、シングル・デフレーションはミスリーディングな結果を示す可能性がある」ことを理由として、実際にはダブル・デフレーションによる方法を採用するに至ったことを示唆している。図表 3-4 を見ると、2008 年の平均成長率が支出側推計と生産側推計のダブル・デフレーションではマイナスと、同じ方向を向いているが、シングル・デフレーションだけがプラスと逆の結果になってしまっている。2008 年は金融危機の影響が出ているとみられるが、大きな経済の変化に対してシングル・デフレーションのパフォーマンスが低下する可能性には注意する必要がある、米国はそれを重視した形となっている。

### 3-2. 三次推計後の公表理由と「Check Engine」としての特徴

米国はこのダブル・デフレーションによる GDP(O) を現行四半期推計の 3 次推計公表後に推計することを示唆している。生産アプローチの推計値は、英国のように速報性を重視する国を中心に、一次推計で逸早く公表される傾向があるが、米国のそれは対照的な対応となっている。これは米国が NIPA という SNA とは異なった方式を採用し、支出と所得面の GDP を歴史的に重視してき

たということも影響しているかもしれないが、BEA における QNA の整合性を高めていくという方針がはつきり現れた形とも捉えられよう。Robbins, Howells and Li (2010) も GDP(O) の位置付けを「経済統計全体における確認のためのエンジン (Check Engine)」とはつきり示している。このように、全体のバランスを確保することを目的としていることが、遅い時期での公表に至った大きな要因になっていると考えられる。

四半期推計の開発とは直接のつながりを持つものではないが、Kornfeld, Moyer, Smith, Sullivan, and Yuskavage (2008) が示すように、米国は 2011 年 7 月 29 日から新たにフレキシブルな年次修正 (Flexible Annual Revision) を導入している。その目的には「年間の Industry Accounts と NIPA Accounts の統合強化」が含まれ、フィードバック・ループ (Feedback Loop)<sup>13</sup> などの導入が示唆されている (図表 3-5、補論④)。実際、Industry Accounts がベンチマークとなる産業連関表 (基本的には供給側統計を利用し、コモディティ・フロー法で支出面を推計) をベースとする一方、NIPA は消費を小売販売店舗の商品売上に基づいて推計するリテール・コントロール (Retail Control) 法を使い、年次、四半期の GDP を作成するため、それぞれの推計値の乖離が大きくなる。米国は NIPA に基づく支出面の GDP を中心指標とすることは今後も変わらないとみられるが、それらの統計が基準年、年間、四半期を通じて整合性を維持できるような改善への試みがフレキシブルな年次修正の導入であり、QGDP(O) の導入へも繋がったとみられる<sup>14</sup>。現時点では、四半期でのフィードバック・ループを行う予定はないようであるが、今後も速報性の追求ではなくアカウント全体での整合性を高めるため「Check Engine」の役割

<sup>13</sup> 欧州を中心に行われる供給・使用表 (Supply and Use Tables, SUT) を通じたバランシング (櫻本(2010)を参照) のようなものと考えられる。ただし、米国の産出表と供給表は 93SNA で推奨される形とは若干異なるなど、詳細は一致しないと見られる (Guo and Planting (2006))。

<sup>14</sup> Mayerhauser and Strassner (2011) では QGDP(O) の作成は「BEA アカウントの統合のための、より広範な “One BEA” へ向けた努力の一つ (part of a broader “OneBEA” effort to better integrate BEA’s accounts)」と示されている。

図表 3-5 米国の年次・基準年修正の過去と今後の比較

従来の年次修正 〈Traditional Annual Revision〉		今後の年次修正 〈Flexible Annual Revision〉
<ul style="list-style-type: none"> <li>・年一回の公表</li> <li>・直近3年分の統計の修正</li> <li>・更新されたデータの組み込み</li> <li>・直近3年に関して方法や定義の限られた変更</li> <li>・基準年の推計値の修正を避ける</li> </ul>	<b>継続</b> → → → →	<ul style="list-style-type: none"> <li>・重要な改善の取り込みのために、潜在的には3年ではなく全期間を修正する</li> <li>・基準年修正のために蓄積されていた方法や定義の変更を取り込む</li> <li>・場合によっては、基準年の統計を修正する</li> <li>・年間のIndustry AccountsとNIPA Accountsの統合強化</li> </ul>
従来の基準年修正 〈Traditional Comprehensive Revision〉		今後の基準年修正 〈Future Comprehensive Revision〉
<ul style="list-style-type: none"> <li>・5年に一回の公表</li> <li>・BEAのベンチマークIOからの統計の統合</li> <li>・全期間の統計の修正</li> <li>・方法や定義の大きな変更の組み込み</li> <li>・基準年の更新</li> </ul>	<b>継続</b> <b>継続</b> <b>継続</b> <b>継続</b> <b>継続</b> →	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ユーザーが理解しやすい、あまり面倒のない変更にする</li> </ul>

(出所) Kornfeld, Moyer, Smith, Sullivan, and Yuskavage (2008) に基づき筆者作成

を持つ指標として QGDP(O) は拡充されていくことになるだろう。

2章で見た英国の QGDP(O) のような速報性は、米国の QGDP(O) にはない。米国では QGDP(E) がヘッドラインとして、安定した速報性を維持する統計となっており、その役割は求められていない。また、英国は QSUT など四半期バランス・システムの導入をしていない一方、米国では四半期ベースでの産出表・使用表の拡張を行っ

たことで QGDP(O) が基準年の支出、所得に関する推計値と高い親和性を持った形での開発となっている。米国 QGDP(E) は同国の QNA の軸ではあるが、基準年との整合性という点ではやや精度を欠くなどの問題を持ち、そうした中で、米国 QGDP(O) は三面等価の情報を最大限活かすための整合性を高める「Check Engine」という役割を持っている。

- 補論④：米国のコモディティ・フロー法とリテール・コントロール法 -

Kornfeld, Moyer, Smith, Sullivan, and Yuskavage (2008) によると、新たに導入するフレキシブルな年次修正 (Flexible Annual Revision) は

1. 生産側 GDP (Industry Accounts) と支出・分配側 GDP (NIPA) の整合性を改善するフィードバック・ループを導入すること
2. 急速に変化する米国経済を捉えるために、5年ごとの包括的な修正 (Comprehensive Revision) での修正を年次でも行うこと

という目的を持つ。これは更なる統計の質の向上を目指したものであり、特に、①にあるフィードバック・ループの導入の背景には、BEA の個人消費に関する推計方法の違いに大きく影響されているとみられる。

BEA (2009) は消費に関連する推計手法に、コモディティ・フロー法とリテール・コントロール法があることを示している。前者はその名の通り商品流れを追い、商品ごとに計測した生産額を基に推計する方法であるが、5年ごとの基準年の数字を作成するときに主に利用され、消費や設備投資の推計ベースとなる。さらにその簡易的な方法で、中間年や四半期における機械設備の推計をおこなう。一方、後者は小売や飲食サービスの統計を利用する方法であり、中間年、四半期、さらには月次の個人消費を推計するのに利用される。この方法の違いを見ると分かるように、個人消費は基準年とその他の推計時期において、全く違う推計方法が採用されている。近年、個人消費のうち、コモディティ・フロー法によるテレビの推計値は NIPA で公表されるリテール・コントロール法での推計値よりかなり大きいなどの状況が報告されている。生産側 GDP (Industry Accounts) はコモディティ・フロー法の利用統計をベースとするため、中間年・四半期でもその情報を取り入れる仕組みがフィードバック・ループになると考えられる。

ただし、こうした改善は直ちに導入するというのは難しいようである。2011年7月に年次推計の方法を変更したが、そこでの Feedback Loop の導入は見送られている。

図表 3-6 リテール・コントロール法の例

	1年目 基準年	消費の 比率	2年目 中間年	推計結果	延長推計の 結果
小売統計: 合計 (リテール・コントロール法)	100		120		
		$\times (120 \div 100)$			
個人消費: 合計 (コモディティ・フロー法)	89			106.8	
小売売上データ					
業態A	40		60		
製品1	8	0.2		12	$\times 0.2$
製品2	32	0.8		48	$\times 0.8$
業態B	60		60		
製品1	36	0.6		36	$\times 0.6$
製品2	24	0.4		24	$\times 0.8$
製品売上					
製品1	44			48	
製品2	56			72	
個人消費					単純合計
項目1	33				
項目2	56				
個人消費(項目ごとに合計)				108	
項目1				36	$\times (48 \div 44)$
項目2				72	$\times (72 \div 56)$
個人消費(調整後)				106.8	
項目1				35.6	
項目2				71.2	$\times (106.8 \div 108)$

(注) 製品売上：製品1(44)と個人消費：項目1(33)に示されるように、米国センサス局の商品とNIPAの個人消費の項目は必ずしも一致しない。

(出所) BEA (2009) に基づき筆者作成

#### 4. ユーロ圏の国々：速報性を維持した形での QNA の構築

##### 概要

英国では生産アプローチに基づく四半期 GDP の特徴を「速報性」とし、米国では「Check Engine」としていた構造がはっきり確認できたが、欧州各国は QGDP(O) のどのような面を重視しているのだろうか。いくつかの国では速報性を維持しつつ、三面等価のバランスを取り入れたやや高度な推計プロセスが完成しているという印象から、筆者はその答えを英国と米国の方法を融合したものとの考えを持っている。以下ではドイツ、フランスというユーロ圏の GDP シェア約 48% (EU では 36%) と、大部分を占める国の動向を確認することで、ユーロ圏で

の QGDP(O) 作成方法の特徴を見ていきたい<sup>15</sup>。

##### 4-1. ドイツ：SUT 構造を利用しない QNA のバランス

ドイツはユーロ圏全体での公表に合わせ、当該四半期終了後 45 日で一次推計値を公表する。しかし、このとき内訳は公表しない。さらに 10 日後の同 55 日に内訳を公表するが、このときはヘッドラインの数字に修正はない。ちなみにドイツはより早い段階での速報値の公表ができることを示している。しかし、安定性を重視し、45 日でも十分に速報性があることを考え、これ以上公表を急ぐことはないようである（補論⑤）。ドイツは生産側推計値を一次速報から使用し、支出側とバランスを取った数字を作成し、整合性を重視した QNA を構築している。

##### - 補論⑤：ドイツ Flash Estimate の未公表の背景 -

Federal Statistical Office (2008) によると、既にドイツは当該四半期終了後 30 日 (t+30 日) 以内に公表可能な速報性の高い GDP 推計値 (いわゆる Flash Estimate) を既に開発しているという。その推計方法は現在の 45 日後の公表ベースに従った方法で作成している。ただし、30 日以内となると英国同様に未公表の基礎統計が増加するため、ARIMA など計量手法 (Econometric forecast)、産出側と使用側の特別部署での推計 (Expert forecast)、Econometric forecast と Expert forecast の推計結果を調和した方法 (Reconciled forecast) の三つの推計が従来の方法に追加される。ただし、ドイツは以下の 7 つの理由において、この Flash Estimate を公表しないと決定している。

1. 四半期 GDP の計算には既に不確実性が存在するにもかかわらず、Flash Estimate は更なる推計誤差を加えることになる。GDP 公表の期間を t+30 日に短くすることは、重要な統計データの情報を失うことを意味している。(生産指数、建築業統計、貿易統計について 3 ヶ月分のデータを 2 ヶ月分のデータで代用しなくてはならない。)
2. これまで行ってきたような完全な計算チェックをできなくなる。原系列だけでなく、季節調整系列があるため、t+30 日以内に前の四半期も修正する必要があるなどの問題がある。
3. 季節調整値の前期比は通常は前年比に比べ小さいため、修正によって振れが大きくなる。
4. Flash Estimate (t+30 日) の情報を次の期までそのままにしておくことはできないので、t+55 日に再計算が必要になる。
5. GDP の追加的な修正は注目が高まり、ときに激しい批判にさらされる。修正はたくさんの公的機関や民間の経済予測に修正を迫ることになる可能性がある。
6. 追加修正を迫る情報は市場の不安定性やボラティリティを高め、他の望ましくない影響をもたらす可能性がある。
7. たくさんの機関で幅広い分析や予測が行われている中で、今後、公式 GDP 推計値を増やす必要があるかどうかは疑問である。

<sup>15</sup> ユーロ圏 (17 カ国) の GDP は、集まった指標を積み上げ、Chaw-Lin 法という方法で四半期分割される。

図表 4-1 では、QGDP(O) を作成する上で利用される基礎統計を簡単な形で示している。ドイツの QGDP(O) に関する基礎データは実績値が約 69% と、英国の二次推計段階の 67% を上回ってはいる。最初の時点での生産アプローチでの推計は、主に生産指数での延長が利用され、製造業を中心に「シングル・デフレーション」が採用される形となっている。

ただし、この基礎データだけで GDP 全体の数字を決定する形は取らない。実績値が約 59% の QGDP(E) の情報も加え（図表 4-2）、四半期、年次推計共に生産側・支出側についての以下のようなバランスング・プロセスによる統合を経て、推計値が作成される。

四半期 GDP バランスング法<sup>16</sup> (Quarterly GDP balancing

procedure) は① GDP 総額での調整 (Macroeconomic GDP balancing)、②詳細項目調整 (Advance reconciliation of sub-variables)、③品質確認工程 (In-process quality assurance) の3つの工程からなる。

【① GDP 総額での調整】においては、生産と支出アプローチで推計されたそれぞれの GDP を統合する作業を行う。

この調整作業は経験豊富な専門家たちが、膨大なデータに基づいて、最終的に最適な結果が得られるように、繰り返し計算を行うことで作成されている（つまり trial and error を続けることになる）。具体的なバランスング・プロセスは図表 4-3 のようなプロセスで推計が行われる。

図表 4-1 ドイツ QGDP(O) に関する主要データソース

産業	四半期名目値のデータソース	発表頻度
農林水産業	食肉処理 牛乳販売	月次 月次
工業(エネルギーを含む)		
鉱業、採石業	生産指数	月次
製造業	生産指数	月次
電力・ガス・水道供給	生産指数	月次
建設業	労働時間 生産性 売上	月次 推計 四半期
卸小売業、運輸業		
卸小売業	売上	月次
ホテル・レストラン	売上	月次
運輸	旅客統計 それぞれの移動手段の収入 国際収支統計	月次 月次 月次
旅行代理店業務	協会からの不定期情報	-
通信業	Deutsche Post、Deutsche Telekom等 の財務諸表	-
金融、賃貸、ビジネス業		
金融業	ドイツ連銀の銀行統計(資産・負債と金利) 生命・健康保険料	月次 四半期
住宅賃貸業	着工許可統計と価格指数を使った数量の延長	月次
不動産、賃貸、ビジネス業	雇用者数 雇用者一人当たり労働時間	月次 四半期
その他サービス業		
行政、防衛、社会保障サービス(一般政府)	金融統計 社会保険部門の会計	四半期 四半期
その他サービス	雇用者数 雇用者一人当たり労働時間	月次 四半期
各種協会、組合	雇用者数 雇用者報酬	月次 四半期
家事	雇用者数 雇用者報酬、労働人数	月次 四半期
対家計民間非営利団体	雇用者数 雇用者報酬	月次 四半期
FISIM	ドイツ連銀の銀行統計(資産・負債と金利)	月次
製品にかかる税	独財務省報告書 金融統計	月次 四半期
製品にかかる補助金	国際収支統計 金融統計	月次 四半期

(出所) Federal Statistical Office (2008) に基づき筆者作成

<sup>16</sup> 四半期バランスングでは主に原系列 (original values) の前年比を基に行う (季節調整系列は最終段階で計算される)。水準については年次推計を基により詳細な検証が行われる。また、この手法は、年次、四半期ともに同様の手順でバランスが行われる。この手順の中には年次用の処理も含んでいる。当該四半期の 45 日後に公表の一次速報からスタートし、18 か月後の通常の年次推計、そして最後に National Accounts の基準改定、作成方法改訂を含む遡及改訂において、それぞれの GDP 推計で行われる。推計過程では、統計データベースは密度の高いものとなり、National Accounts の質は徐々に改善する。

図表 4-2 ドイツ四半期推計の各段階でのデータ収取状況

	1.5か月後		4.5か月後		7.5か月後		10.5か月後		各項目の対GDP比 (%)
	実績値	その他	実績値	その他	実績値	その他	実績値	その他	
<b>生産アプローチの項目</b>									
付加価値	70	30	88	12	89	11	89	11	90.2
農林水産業	20	80	30	70	50	50	90	10	0.8
工業(エネルギーを含む)	85	15	95	5	95	5	95	5	22.9
建設業	50	50	95	5	95	5	95	5	3.6
卸小売、運輸業	60	40	75	25	80	20	80	20	16.1
金融、賃貸、ビジネス業	70	30	83	17	83	17	83	17	26.6
その他サービス業	67	33	96	4	96	4	96	4	20.2
製品にかかる税	60	40	100	0	100	0	100	0	10.1
製品にかかる補助金	5	95	100	0	100	0	100	0	0.3
<b>支出アプローチの項目</b>									
最終消費支出	58	42	96	4	96	4	96	4	76.8
家計	74	26	97	3	97	3	97	3	56.9
対家計非営利団体	0	100	0	100	0	100	0	100	1.6
一般政府	14	86	99	1	99	1	99	1	18.3
総資本形成	50	50	81	19	81	19	81	19	17.8
総固定資本形成	49	51	80	20	80	20	80	20	18
機械、装置	60	40	100	0	100	0	100	0	7.5
建物	47	53	74	26	74	26	74	26	9.4
その他製品	0	100	0	100	0	100	0	100	1.1
在庫変動	0	100	0	100	0	100	0	100	-0.2
輸出	96	4	100	0	100	0	100	0	45
製品輸出	100	0	100	0	100	0	100	0	39.1
サービス輸出	67	33	100	0	100	0	100	0	5.9
輸入	94	6	100	0	100	0	100	0	39.6
製品輸入	100	0	100	0	100	0	100	0	32.1
サービス輸入	67	33	100	0	100	0	100	0	7.5

(注) 実際には「実績値」は“Well-founded indicators”と、計算されるべき特徴を良く示す基礎データに基づく (based on data sources that well represent the characteristic to be calculated) ものであり、「その他」は“Other information”と、同様の統計かその他の推計による代替指標に基づく (based on alternative indicators, conclusions by analogy or other estimation models) もの、と定義されている。

(出所) Federal Statistical Office (2008) に基づき筆者作成

図表 4-3 ドイツの GDP バランシング・プロセス【① GDP 総額での調整】

1	生産と支出アプローチで推計(年次、四半期について名目と実質)
2	偏りの計測とチェック
3	時系列での調整
4	新たな推計と過去に行った推計値との比較
5	過去数年での暫定結果と最終結果の比較
6	不安定な総額に対する <b>最初のフィードバック</b> と照合
7	在庫変動の妥当性の確認
8	インプリシット・デフレーター <small>の妥当性の確認</small>
9	季節調整値のフィードバック
10	所得分配勘定の結果に基づくフィードバック (営業余剰、国内所得の労働分配率、貯蓄率など)
11	その他マクロ経済指標の分析 (生産性、単位労働コストなど)
12	産業別勘定の結果に基づくフィードバック(一貫性を重視)
13	時系列における調整した乖離(Balancing Differences)の分析
14	主に機械的手法を使い、詳細分割レベルで調整した乖離を振り分ける
15	外部機関の結果との比較
16	外部の国民経済計算の専門家との議論とフィードバック (特に季節調整の結果についてはドイツ連銀の専門家と議論)

(注) 年次、四半期ともに同様の手順でバランスが行われる。この手順の中には年次用の処理も含んでいる。

(出所) Federal Statistical Office (2008) に基づき筆者作成

【②詳細項目調整】は① GDP 総額での調整の前に行われ、関連する統計での一貫性のチェックを行う。例えば、建設の総固定資本形成と建設産業生産額、個人消費からの小売り売上高と小売業の分配勘定との調整である。この調整は暫定の指標と最終結果との分析にも利用される。①と②の工程を経て、【③品質確認工程】で国民経済計算における連続性の確認や外部の監査、審査などが行われ、整合的な指標が完成する<sup>17</sup>。

大きなポイントは、①でのプロセス（図表 4-3 の 14）の詳細分割レベルで調整した乖離を振り分けるときには「生産アプローチの結果を特に重視する」としているところである。それは「生産は統計の基盤が良いためあまり変化しない上、中間消費には調整する部分が存在する」ということが理由だとしている<sup>18</sup>。

一方、ドイツは四半期推計の流れの中で、供給・使用表（Supply and Use Tables、SUT<sup>19</sup>）についても言及しており、推計値の決定は、当該年の3年後に完成するSUTに基づく年次推計を重要視しているという。ただし、四半期でのSUTは存在しないということをはっきり示している<sup>20</sup>。

このように四半期でのSUTを利用しない形ではあるが、QGDP(O)を中心とした推計値は45日後とある程度の「速報性」を維持し、「Check Engine」の役割を持つバランス手法も確立していることが確認できた。Federal Statistical Office (2008) は四半期ごとで異なり、安定的ではないとしながらも、バランスした結果と計算結果との差はより小さく、平均して0.5%ポイント以下であるということを公表している。

#### 4.2. フランス：SUT 構造を利用したQNAのバランスリング

フランス国立統計経済研究所（Institut National de la Statistique et des Études Économiques、以下 INSEE）は

「Preliminary Figures (premiers résultats)」と呼ばれる一次速報値を当該四半期最終日から45日後、「Detailed figures (résultats détaillés)」と呼ばれる二次速報を90日後に公表する（INSEE (2008)）。

ドイツは完全な形での四半期でのSUTを利用できないことを示しているが、フランスのQNAの推計手法は四半期でのSUTを利用した四半期推計を行っていることがINSEE (2004) で示されており、以下のような段階を経てQGDPが推計される。

① まず、最終需要項目を推計する。「最終消費」については、家計消費支出を小売調査などで推計し、一般政府の個別消費支出と集合消費支出は雇用者報酬などから推計する。「総資本形成」については、固定資本形成を卸売業の売上統計や建設業統計で推計し、在庫は建設関連を除きスムージング<sup>21</sup>するかバランス項目として取り扱い、貴重品の取得・処分はスムージングする。「貿易」については、税関統計、国際収支統計を利用する。

② 次に、財・サービスを以下のような4グループに分ける。

グループ1：福祉事業、輸送、以下に含まれない全ての財

グループ2：電力・ガス・水供給、卸小売、金融仲介、事業活動、ホテル、飲食

グループ3：建設、不動産・賃貸業、研究・開発、教育・医療、地域活動、社会活動、対個人サービス

グループ4：間接的に計測される金融仲介サービス（FISIM）、政府

それぞれの商品は、

「生産＋輸入＝中間消費＋最終消費＋総固定資本形成＋輸出＋貴重品の取得・処分＋在庫変動」

で定義され、これに基づき実質ベースでの各商品の生産と中間消費を推計する（つまり、使用表と供給表の構成

<sup>17</sup> 詳細は Federal Statistical Office (2008) の p27、または Federal Statistical Office (2009) の p382 を参照。

<sup>18</sup> 具体的には “with the output (due to the better statistical basis) generally remaining unchanged and the balancing entry being made under intermediate consumption” としている。また、貿易統計の輸出と輸入の商品構造がかなり不透明であることも更なる弱点であるとのこと。結果が十分な根拠に基づいている政府部門と金融部門はバランスリングの適用外であるとしている。

<sup>19</sup> 櫻本 (2010) を参照。

<sup>20</sup> Federal Statistical Office (2008) は「四半期 SUT を作るためには多大な時間とリソースを必要とする。また、四半期表では固定の使用や投入の構造に関する欠損値に年次データの固定率を仮定する必要がある場合は、潜在的に得られる情報は限定的になろう」としている。

<sup>21</sup> INSEE (2004) の中では、年間ターゲット値を定め、その四半期分割値の一階差の2乗和が最小になるようにする措置を「スムージング」と定義している（IMF が最小二乗分配法（Least-Squares Distribution）と呼ぶ方法と考えられる）。

を作成する)。具体的には、まず、グループ1（生産指数などで生産額を延長）と2の中間消費を推計し、SUTを利用してグループ3の生産を推計する。グループ3の中間消費をその生産から推計し、バランスによってグループ2の生産額を再度推計する。グループ3の中間消費を再度集計し、グループ2と3の生産の最終推計を行い、グループ1の在庫を推計する。グループ4は既に勘定がわかっている系列である。これらの情報を利用し、36種の商品からなる実質QSUTを構成し、生産側と支出側のGDP水準がバランスされた状態にする。

③ ②で得た実質QSUTを名目化し、その名目SUTから43業種の生産勘定（生産、中間投入、付加価値）が計算される<sup>22</sup>。

このようにフランスはQSUTを利用しQGDP(O)を作成している。同国もまた、推計値は45日後とある程度の「速報性」を維持し、「Check Engine」としての役割を持つQSUTを利用している。

## 5. その他の国の特徴

その他の国のQGDP(O)を見ると、それぞれ独自の推計スタンスがうかがえる。

カナダは生産側統計を利用して月次GDPを公表している。ただし、月次という四半期よりも早いサイクルで公表してはいるものの、速報性を必ずしも重視しているとは言えない。カナダは統計の安定性を保つため、公表

時点での推計・予測部分を限りなく小さくすることを目指しており、公表は当該月終了から60日後の公表になっている。QGDP(O)は「実質生産額の伸び率 $\div$ 実質GDPの伸び率」を仮定した「シングル・デフレーション」による推計方法を採用している。四半期ごとに公表されるQGDP(E)とQGDP(I)も当該四半期終了から60日後に公表される。

また、豪州も特徴的なQNAを持っている国である。公表は3つの推計値全てが当該月終了から60日後公表と、カナダとほぼ同じである。豪州はQGDP(O)を重視しているわけではなく、GDPのヘッドラインの数字はQGDP(O)とQGDP(E)とQGDP(I)の平均と、全て平等の扱いとなっている。同国のQGDP(O)も農業を除き「シングル・デフレーション」による推計方法を採用している。また、QSU (quarterly supply and use) モデルという四半期の供給・使用表のシステムを利用した推計方法を開発しているが、全体経済の説明が整合的になるように調整しているだけで、三つの推計値が完全に一致するようには調整していない。

その他、アジア各国の状況を見ると、中国、韓国、シンガポールはかなり早いタイミングでの公表となっていることがわかる。推計方法について詳細が公表されていないため、はっきりした特徴はつかめないが、中国は生産アプローチでのGDP推計値しか出していないなど、一般的に比較的早い段階で統計が取得できる生産アプローチでのGDP推計値を軸とした推計が多い模様である(図表5-1)。

<sup>22</sup> 形としては「ダブル・デフレーション」を採用しているが、生産指数で生産額を延長することで、逆算して中間消費額を出しているところもあり、「シングル・デフレーション」での構成の側面も強い。

図表 5-1 QNA の国際比較

	GDP(O)の公表時期		備考(QNA全体について)	年次推計を除く公表回数
英国	1次	約25日後	一次で <b>生産</b> 、二次で <b>支出と所得</b>	3回
	生産側推計をタイムリーで短期成長のベストな尺度であると考えている。四半期GDPのヘッドラインの伸び率は生産側で統一。			
米国 (プロトタイプ)	3次	約90日後	一次で <b>支出と所得(一部)</b> を同時に公表	3回
	「Check Engine」として三次推計以降での公表を目指している。			
ユーロ圏	1次	約45日後	一次ではヘッドラインのみ、20日後の二次にて <b>生産と支出</b> を公表(さらに30日後に <b>所得面</b> を公表)	2回
	独などは30日以内に公表可能であるが、ユーロ圏全体の発表に合わせ、45日後の公表にしている。また、欧州の多くの国は生産側・支出側を <b>バランス</b> させた数字を作っている。			
ドイツ	1次	約45日後	一次ではヘッドラインのみ(生産、支出をバランスしたもの)、約10日後の二次では <b>生産、支出、所得</b> を公表	2回
フランス	1次	約45日後	生産、支出をバランスさせたものをヘッドラインで公表するが、一次では <b>支出項目</b> を主に公表、その約45日後の二次では <b>所得項目</b> を公表	2回
カナダ	(月次)	約60日後	月次で <b>生産</b> を、四半期で <b>支出と所得</b> を公表	1回
	発表は当該月から2か月かかるものの、補外推計のない形で月次というタイムリーさを特徴とする。			
豪州	1次	約60日後	<b>生産、支出、所得</b> を同時に公表	1回
	ヘッドラインの数字は生産、所得、支出より得られる推計値の平均を利用。			
韓国	1次	約25日後	一次で全て公表	2回
シンガポール	1次	2週間程度	一次で <b>生産</b> 、2次で <b>支出</b>	2回
中国	1次	約15日後	<b>生産のみ</b>	1回
参考: 日本	1次	約45日後(支出側)	<b>支出と所得の一部</b>	2回

(注)ユーロ圏は2010年10-12月期から三次推計は明示的な公表はなくなり、ユーロスタットのデータベースの更新だけとなった。

(出所) 各国統計局または中央銀行公表資料に基づき筆者作成

## 6. 日本における生産アプローチに基づく四半期GDP導入にあたって

以上のように、各国の状況を見ると、それぞれの国でそれぞれ独自の役割を持った生産アプローチに基づく四半期GDP推計値を作成していることがわかった。英国のQGDP(O)は情報量の不足を補うための推計の開発などにより、

- ・高い速報性を持ちながらも、比較的高い安定性を維持している

のが大きな特徴である。一方で、その特徴を活かし、不安定な要素を含むQGDP(E)、QGDP(I)を補完する形で、全体の整合性を生み出しており

- ・QNAの軸としての役割をもつが、情報に偏りを生んでいる可能性

も大きなポイントである。

一方、米国は英国とは異なり、

- ・QGDP(E)が高い速報性を持っている

- ・四半期の産出表と使用表を導入してダブル・デフレーションを行うことで、QGDP(O)は速報性を捨て、安定性のみ重視している

ことが大きな特徴である。また、米国はQGDP(E)と基準年は作成手法が違うという問題点を持ち、

- ・三面等価の情報を最大限活かすために整合性を高める「Check Engine」としての役割を持つ

ことが最も大きなポイントである。この二つの国のQGDP(O)は、全く異なる背景において生まれている。

一方、欧州のドイツ、フランスについては、英米の方法を融合したような方法と言える。前者のQGDP(O)は速報性を持つが、独自のバランスによって整合性を保ち、英米の良い特徴を兼ね備えている。フランスも同様であり、速報性を維持しつつ、QSUTというフレームワークの下、QNAの整合性を作り上げている。

支出側の四半期GDPしか公表されていない日本では、まずはそれに加え、生産側、所得側の四半期GDPを加えたQNAの構築が急務である。三面等価の原則を基に、

四半期での詳細な経済情報の提供は GDP 統計の信頼性を高めることに繋がり、より良い政策の実行を通じて、国民の経済活動の安定化をもたらすことが期待される。

そうした中で、日本の QGDP(O) の位置付けについても考えていく必要もある。QGDP(O) に利用される生産側統計は、日本でも比較的充実していると言える。実際に、現行の四半期推計値 (QE) で既に利用されているコモ法の 90 品目分類に基づく出荷額などが利用できる。ただし、その統計の精度や安定性には検討の余地がある。特に、生産側統計の大きなポイントは産業統計で大きなウェイトを持つサービス統計の充実は重要である<sup>23</sup>。英国や米国でもサービス統計整備が四半期推計の改善をもたらしたと考えられ、図表 3-1 でも多くのサービス業で使われている米国センサス局の「四半期サービス調査 (QSS)」は、2004 年に業種のカバレッジなど大幅な改善が行われている。

QGDP(E) との比較の観点での議論も非常に重要である。欧州では輸出入の詳細について捕捉が容易ではないため、支出側をヘッドラインの指標とすることは難しい。このように、日本とは統計の性質が異なる面も見られる。在庫統計の安定性の問題も残っているため、米国のように QGDP(E) がヘッドラインとしてふさわしいと見るかについては議論を要するが、QGDP(E) が GDP のヘッドラインの指標として優位である面もあろう。

また、QNA として QGDP(O) が QGDP(E)、QGDP(I) が互いに整合的な情報をユーザーに提供するには、様々な一次統計作成部署がそれぞれの政策ニーズで基礎統計を作成し、それを用いて国民経済計算を推計するという現行の日本の SNA 作成体系では極めて困難であると考えられる。こうした統計作成体系の下では、一次統計と国民経済計算の間の整合性を取るのには容易ではない。統計作成体系の改善は必須である。

SNA 作成側においても、英国のような供給側統計を中心としたシンプルな GDP 推計における体系を構築することや、米国の目指す “OneBEA” への統合のように、様々な手法を通じて体系の一貫性を追求する必要がある。四半期供給・使用表 (QSUT) の推計によりバランス・システムを構築することも一つの有効な方法である。

このように、QNA を構築後、その質をさらに向上させるという努力が重要なのであり、各国で取り組まれている「速報性」の追求や三面等価の情報を最大限活かすための「整合性」を高めるような方法を検討していくこ

とも今後の重要な課題である。

#### <参考文献>

- 経済企画庁経済研究所国民所得部編 (1978), 『新国民経済計算の見方・使い方』, 大蔵省印刷局
- 櫻本健 (2010), 『経済センサス導入に伴う我が国の年次供給使用表推計に関する研究』, 季刊国民経済計算 142 号, pp 39-126
- BEA (2009) “NIPA Handbook: Concepts and Methods of the U.S. National Income and Product Accounts”, <http://www.bea.gov/national/pdf/NIPAhandbookch5.pdf>
- BOE (2010) “Quarterly Inflation Report Q&A”, 12th May 2010
- Chatfield, C and M. Yar (1988), “Holt-Winters Forecasting: Some Practical Issues,” *The Statistician* 37, pp129-140.
- Compton, S (2008) “Populating Quarterly Constant Price Supply and Use Tables with Seasonally Adjusted Data”, IAOS Conference on Reshaping Official Statistics <http://www.stats.gov.cn/english/specialtopics/iaos/>
- Federal Statistical Office (2008) “National Accounts, Quarterly Calculations of Gross Domestic Product in accordance with ESA 1995- Methods and Data Sources - (English version),” *Fachserie 18 Series S. 23*
- Federal Statistical Office (2009) “National Accounts Gross Domestic Product in Germany in accordance with ESA 1995 - Methods and Sources - (English version),” *Subject-matter series 18, series S. 22*
- Guo, J and M. Planting (2006), “Integrating U.S. Input-Output Tables with SNA: Valuations and Extensions”, the 29th Conference of the International Association for Research in Income and Wealth Homepage
- INSEE (2004) “Methodology of French Quarterly National Accounts,” [http://www.insee.fr/en/themes/theme.asp?theme=16&sous\\_theme=8&page=methodologie.htm](http://www.insee.fr/en/themes/theme.asp?theme=16&sous_theme=8&page=methodologie.htm)
- INSEE(2008), “Methodology-Quarterly national accounts,” [http://www.insee.fr/en/indicateurs/ind28/method\\_idconj\\_28.pdf](http://www.insee.fr/en/indicateurs/ind28/method_idconj_28.pdf)
- Kornfeld, R, B. Moyer, G. Smith, D. Sullivan, and R. Yuskavage (2008) “BEA Briefing: Improving BEA's Accounts Through Flexible Annual Revisions”, *Survey of Current Business*, June 2008
- Mayerhauser, N and E. Strassner (2011) “Prototype Quarterly Statistics on U.S. Gross Domestic Product by Industry”, *Survey of Current Business*, July 2011
- Meador, R and G. Tily (2008) “Monitoring the quality of the National Accounts”, *Economic & Labour Market Review*, Vol 2, No 3, pp 24-33.
- OECD (2007) “Revisions in Quarterly GDP of OECD countries:

<sup>23</sup> 日本では 2008 年 7 月から「サービス産業動向調査」の実施が開始されており、今後、四半期 GDP の精度を向上させる役割をもつことが期待されている。

- An update”, [www.oecd.org/dataoecd/42/38/37107910.pdf](http://www.oecd.org/dataoecd/42/38/37107910.pdf)
- OECD (2011) “Quarterly National Accounts”, Volume 2010 Issue 4
- ONS (2010) “Summary Quality Report for Gross Domestic Product (GDP) Data Releases”, Information paper,  
<http://www.ons.gov.uk/about-statistics/methodology-and-quality/quality/qual-info-economic-social-and-bus-stats/quality-reports-for-economic-statistics/gross-domestic-product--gdp-.pdf>
- ONS (2011) “Gross domestic product preliminary estimate 4th Quarter 2010”, Statistical Bulletin, <http://www.statistics.gov.uk/pfdir/gdp0111.pdf>
- Robbins, C, T. Howells, and W. Li (2010) “Experimental Quarterly U.S. Gross Domestic Product by Industry Statistics” , Survey of Current Business, February 2010
- Rassier, D, T. Howells III, E. Morgan, N. Empey and C. Roesch (2007), "Implementing a Reconciliation and Balancing Model in the U.S. Industry Accounts", BEA Working Papers, WP2007-05
- Skipper, H (2005) “Early Estimates of GDP: Information Content and Forecasting Methods”, *Economic Trends* 617, pp 26–35.

# 先進主要国の生産アプローチに基づく 四半期GDPの特徴とその位置づけ - 日本での導入に向けてのサーベイ

内閣府経済社会総合研究所  
国民経済計算部

野木森 稔

本資料の内容は作成者が属する組織の公式の見解を示すものではなく、内容に関する全ての責任は作成者にある。

「公的統計の整備に関する基本計画」(平成21年3月閣議決定)に基づき、『生産アプローチに基づく四半期GDP推計値』(以下、QGDP(O))の作成について検討を開始。

- QGDP(O)とは何か？今の四半期推計とどう違うのか？
- 他の国は導入しているのか？どう推計しているのか？
- 日本は四半期GDPをどうするつもりなのか？

# 参考① 三面等価の構成

Use Table または Input-Output Table の構造

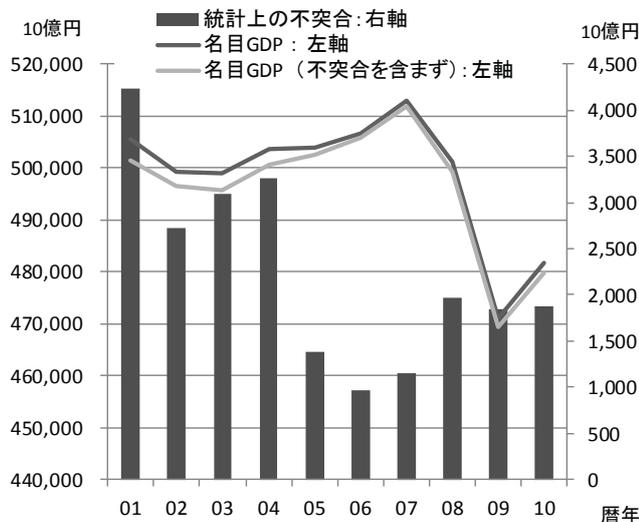
	商品 or 産業	最終需要計		生産額
		個人消費 設備投資、等		
商品 or 産業	<b>生産側</b> <b>GDP (Output Approach)</b> = 生産額 - 中間投入	<b>支出側</b> <b>GDP (Expenditure Approach)</b>		
雇用者報酬、 営業余剰、等 付加価値	<b>所得側</b> <b>GDP (Income Approach)</b>			
生産額				

中間消費/投入

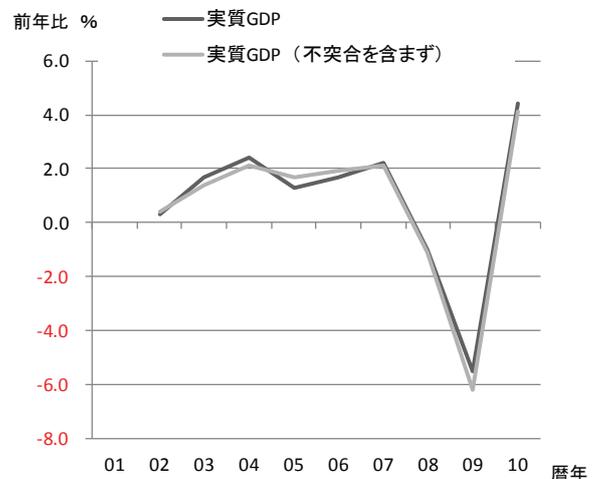
3

# 参考② 日本の年次推計値

名目GDPの推移



実質GDP伸び率



(出所)内閣府『国民経済計算確報 2010年度確報』

- 日本では支出側GDPと生産側GDPの差額を「統計上の不突合」として計上。また、分配側GDP = 生産側GDPとするため、分配側GDPの構成項目である営業余剰の多くは残差の形で推計されている。

# 生産アプローチとは？

## 生産側GDP推計値：GDP(O)

= 産業ごとの付加価値の合計 (GVA)  
(= 全産業の産出額 - 全産業の中間投入額)

\* 支出側は消費など需要項目別のGDPの動きを追うものだが、生産側は産業ごとのGDPの動きが示される(どちらかというとなり側の方が注目度は高い)。

\* 一般的に、生産側の基礎統計は支出、分配よりも早く公表され、速報性が高いとされる。

\* 年次や基準年の基礎統計と類似した統計を使用することから、安定性もある(修正幅が小さい)と見られている。

5

# なぜ今、生産アプローチ？

日本は1978年8月の1968SNA導入時に、年次推計で生産側から推計したGDP(いわゆる付加価値推計)の公表を開始。

⇒ただし、QGDP(O) (生産アプローチに基づく四半期GDP)は公表していない。

☆OECD公表資料でQGDP(O)を公表していないのは日本を含め僅か四カ国。現行の支出アプローチ(以下、QGDP(E))、新たに分配アプローチ(以下、QGDP(I))を作成することで、QNA(四半期国民勘定)を構築することが急務。

# 全く異なる役割を持つ英米QGDP(O)

## 【英国】

- QGDP(O)は高い速報性を持つ
- QGDP(O)はQNAの軸としての役割を持つ。

## 【米国】

- QGDP(O)はまだプロトタイプのみ(2014年に正式公表開始予定)。速報性はなく、三次推計の後の公表を目指す。
- 高い速報性を持つQGDP(E)が四半期推計の軸。

7

# 英国①: シンプルな四半期推計

## シングル・デフレーション法による推計

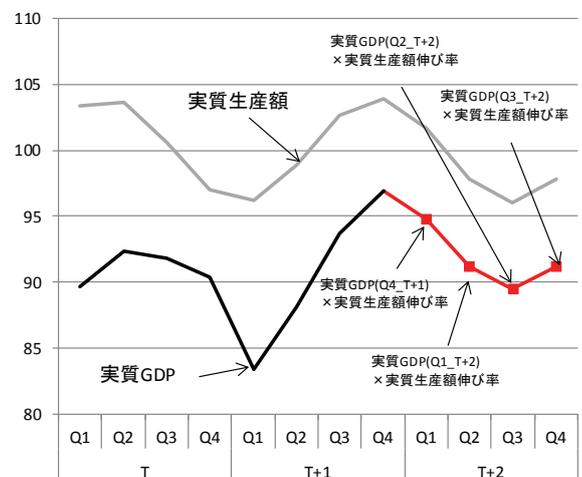
ROUTPUT: 実質生産額、RGDP: 実質GDP(生産アプローチ)、RIR: 実質付加価値比率、k: 四半期とすると、

$$\frac{ROUTPUT_k}{ROUTPUT_{k-1}} = \frac{RGDP_k}{RGDP_{k-1}} \times \left( \frac{\frac{ROUTPUT_k}{RGDP_k}}{\frac{ROUTPUT_{k-1}}{RGDP_{k-1}}} \right)$$

$$\Rightarrow RGDP_k = RGDP_{k-1} \times \frac{ROUTPUT_k}{ROUTPUT_{k-1}} \times \left( \frac{RIR_k}{RIR_{k-1}} \right)$$

- $\frac{RIR_k}{RIR_{k-1}} = 1$ の時、

$$RGDP_k = RGDP_{k-1} \times \frac{ROUTPUT_k}{ROUTPUT_{k-1}}$$



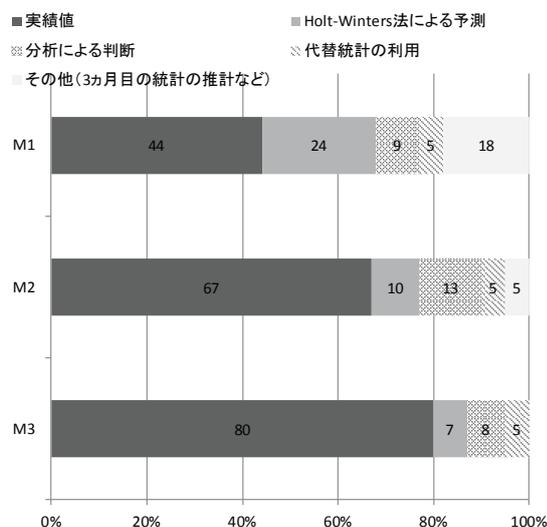
(出所)野木森(2011)『先進主要国の生産アプローチに基づく四半期GDPの特徴とその位置づけ-日本での導入に向けてのサーベイ』、季刊国民経済計算146号、pp 29-52

- 「短期では、実質ベースの付加価値の動きを実質ベースの生産額の動きで近似できる」という仮定、いわゆるシングル・デフレーション法に基づき各産業の付加価値を推計。これを合計した四半期GDPをヘッドラインとして公表している。

8

# 英国②：速報性を重視したQGDP(O)

## 一次～三次までのQGDP(O)構成要素



## 英国QGDP(O)で利用される推計手法

サービス業(M1)	低回収率のデータに基づき、該当四半期最終月売上高を推計。
製造業(M1)	ARIMAモデルを利用して、該当四半期最終月データを推計。
代替統計の利用	妥当でない部分はあるが、発行が早い代替統計を用いた予測・推計。
Holt-Wintersモデル	Holt-Winters法を用いた予測。
分析による判断	ONSや他の省庁の専門家の判断を基にした予測。専門家は利用可能な代替資料からの情報を考慮している。

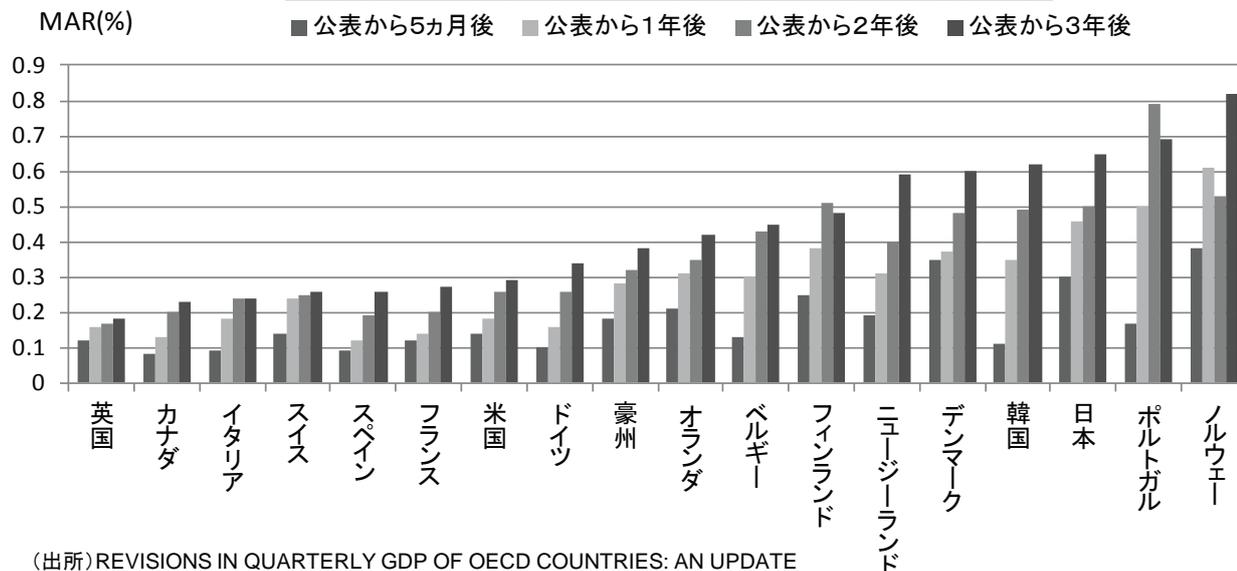
(注)1. 2001年GVAウェイトに基づき作成されているため、近年の結果は多少変化している可能性がある。2. 「その他」には建設業の推計部分が含まれているが、推計方法の変更により現在は各段階での実績値の比率が増加している。3. M1～M3は一次～三次推計時点を意味する。  
 (出所) Skipper (2005) "Early Estimates of GDP: Information Content and Forecasting Methods", Economic Trends 617, pp 26-35.

- 代替値となる推計や予測値に支えられ、英国のQGDP(O)の一次速報は当該四半期終了から25日後と、先進国では最速のタイミングで公表される。

9

# 英国③：速報性と安定性はトレードオフ？

## 四半期GDP成長率の平均絶対修正幅の国際比較



(出所) REVISIONS IN QUARTERLY GDP OF OECD COUNTRIES: AN UPDATE  
 Paper to be presented at the Working Party of National Accounts, October 2007

- 英国GDP(O)は速報性を追求したことで、形の上でかなりリスクを取った推計方法となっているが、OECDが過去に実施したリビジョン・スタディでは、修正幅はかなり低い水準にとどまっている。

# 英国④：生産アプローチへの依存？

## 英国のQNAの調整方法

単位：100万ポンド

調整前

	実質			名目		
	生産	支出 (不適合)	(不適合)	生産	支出 (不適合)	所得 (不適合)
2010 Q1	325,216	325,138	(-78)	359,957	359,869	(-88)
2010 Q2	328,589	330,425	(+1,836)	362,423	364,446	(+2,023)
2010 Q3	330,841	332,990	(+2,149)	366,175	368,552	(+2,377)
2010 Q4	328,914	337,551	(+2,637)	367,716	370,661	(+2,945)
	前期比 (%)	(伸び率差)		前期比 (%)	(伸び率差)	
2010 Q1	0.3	-0.2		2.1	1.6	1.7
2010 Q2	1.0	1.6		0.7	1.3	1.2
2010 Q3	0.7	0.8		1.0	1.1	0.5
2010 Q4	-0.6	-0.4	(+0.2)	0.4	0.6	(+0.2)

	Quarterly alignment adjustment		
	実質在庫	名目在庫	営業余剰
2010 Q1	1416	1569	342
2010 Q2	-241	-264	-1679
2010 Q3	-380	-419	-19
2010 Q4	-795	-886	1356

調整後

	実質			名目		
	生産	支出 (不適合)	(不適合)	生産	支出 (不適合)	所得 (不適合)
2010 Q1	325,216	326,554	(+1,338)	359,957	361,438	(+1,481)
2010 Q2	328,589	330,184	(+1,595)	362,423	364,182	(+1,759)
2010 Q3	330,841	332,610	(+1,769)	366,175	368,133	(+1,958)
2010 Q4	328,914	330,756	(+1,842)	367,716	369,775	(+2,059)
	前期比 (%)	(伸び率差)		前期比 (%)	(伸び率差)	
2010 Q1	0.3	0.6		2.1	2.3	1.8
2010 Q2	1.0	1.1		0.7	0.8	0.6
2010 Q3	0.7	0.7		1.0	1.1	1.0
2010 Q4	-0.6	-0.6	(0.0)	0.4	0.4	(0.0)

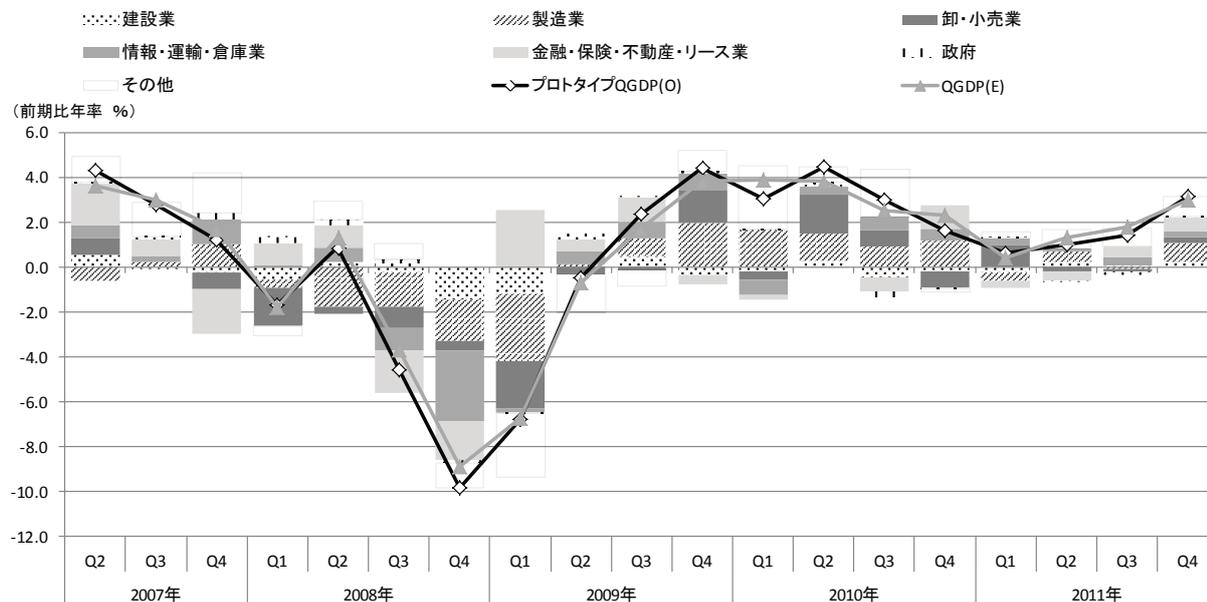
(出所)ONSデータベース

- 英国ではQuarterly Alignment Adjustment(四半期一致調整)というバランス手法を採用。QGDP(O)の伸び率を真の値とし、QGDP(E)を在庫で、QGDP(I)を営業余剰で調整している。

11

# 米国①：QGDP(O)を新たに導入

## 米国プロトタイプQGDP(O)：実質・寄与度分解



(出所) Strassner and Wasshausen(2012) "Prototype Quarterly Statistics on U.S. Gross Domestic Product by Industry, 2007-2011", Survey of Current Business, June 2012

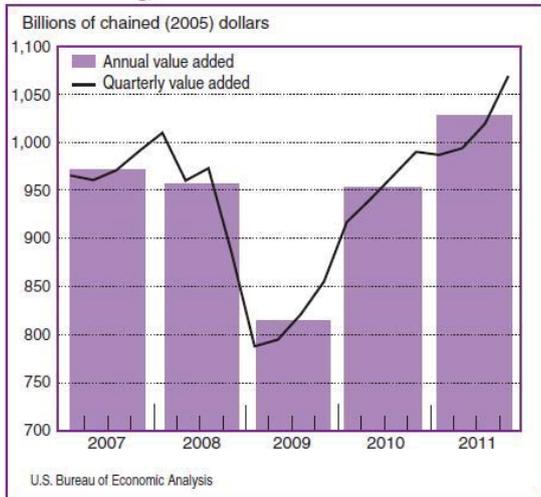
- 2012年6月に2度目のプロトタイプのQGDP(O)を公表。2014年に正式公表開始予定。

12

# 米国②: QGDP(O) < 製造業 >

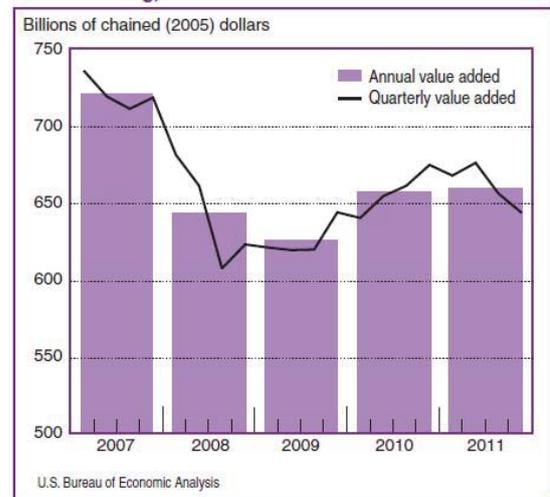
## 耐久財製造業

Chart 2. Real Value Added for Durable-Goods Manufacturing, 2007–2011



## 非耐久財製造業

Chart 3. Real Value Added for Nondurable-Goods Manufacturing, 2007–2011

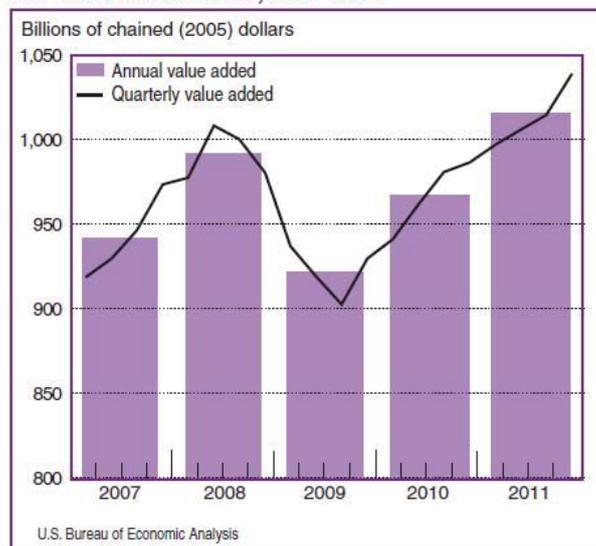


- QGDP(O)を利用することで、新たに産業別の動きから景気分析が可能になる。耐久財製造業については、2011年第一四半期を除き、2009年以降、全体の成長率を押し上げ続けていた。一方、非耐久財製造業は2010年は全体を押し上げたものの、2011年後半は大きな減少に転じていること確認できる。(出所) Strassner and Wasshausen(2012) "Prototype Quarterly Statistics on U.S. Gross Domestic Product by Industry, 2007–2011", Survey of Current Business, June 2012 13

# 米国③: QGDP(O) GDP < 非製造業 >

## 専門科学技術サービス業

Chart 4. Real Value Added for Professional, Scientific, and Technical Services, 2007–2011



(出所) Strassner and Wasshausen(2012) "Prototype Quarterly Statistics on U.S. Gross Domestic Product by Industry, 2007–2011", Survey of Current Business, June 2012

- この推計で最も重視されたのはサービス業の四半期統計とのことである。専門科学技術サービス業(エンジニアリングや法律サービス、コンサルティングなど)は2009年末以降、全産業の押上げに寄与している、といったことが確認できるようになった。

# 米国④: Check Engineとしての役割

## 支出推計と生産側推計の四半期平均伸び率と絶対平均偏差

	GDP推計値(支出側)		付加価値推計値			
	前年比(%)	平均絶対偏差	ダブル・デフレーション		シングル・デフレーション	
	前年比(%)	平均絶対偏差	前年比(%)	平均絶対偏差	前年比(%)	平均絶対偏差
2004	3.15	0.39	2.76	0.32	2.31	0.73
2005	2.69	0.73	2.61	0.77	2.06	1.24
2006	2.45	1.30	1.86	1.04	2.94	1.84
2007	2.36	2.42	1.76	2.14	1.51	2.50
2008	-0.79	2.78	-1.46	1.92	0.11	2.06

(注)シングル・デフレーションは実際にはGDP(I)を利用した付加価値の推計であり、厳密には生産側推計ではなく、分配アプローチに基づく産業別GDPである。数字は2009年7月の包括的修正の以前のものである。

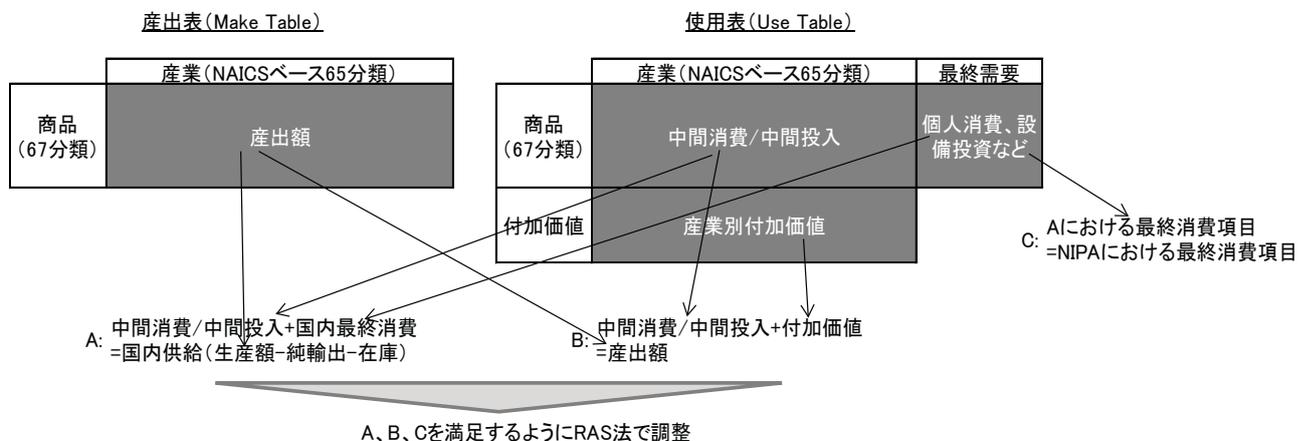
(出所) Robbins, Howells and Li(2010) "Experimental Quarterly U.S. Gross Domestic Product by Industry Statistics", Survey of Current Business, February 2010

- 「中間投入の価格が大きく変化したときに、直ちに消費者に転嫁されないと、シングル・デフレーションはミスリーディングな結果を示す可能性がある」という理由で、ダブル・デフレーションを採用。
- 速報性は求めない(公表は三次推計(90日後)の後)。「経済統計全体における確認のためのエンジン (Check Engine)」とはっきり示している。

15

# 米国⑤: 支出側推計との調整

## 支出推計値との調整過程



(出所) 小林、野木森(2012)、『付加価値法による生産側GDP推計について—基準改定の影響分析、日米比較を交えて』、季刊国民経済計算148号、pp 79-99

- 米国の年次推計では、生産側GDPの推計は、支出推計値とも整合性がとれるようにRASで調整されているが、四半期推計でも同様の方法が採用される見込み。

# 米国⑥：整合性を高めるためのGDP(O)

## 米国の年次・基準年修正の過去と今後の比較

従来の年次修正 <Traditional Annual Revision>		今後の年次修正 <Flexible Annual Revision>
<ul style="list-style-type: none"> <li>年一回の公表</li> <li>直近3年分の統計の修正</li> <li>更新されたデータの組み込み</li> <li>直近3年に関して方法や定義の限られた変更</li> <li>基準年の推計値の修正を避ける</li> </ul>	継続 → → → →	<ul style="list-style-type: none"> <li>重要な改善の取り込みのために、潜在的には3年ではなく全期間を修正する</li> <li>基準年修正のために蓄積されていた方法や定義の変更を取り込む</li> <li>場合によっては、基準年の統計を修正する</li> <li>BEAアカウント、特に年間のIndustry AccountsとNIPAの統合強化をもたらす</li> </ul>
従来の基準年修正 <Traditional Comprehensive Revision>		今後の基準年修正 <Future Comprehensive Revision>
<ul style="list-style-type: none"> <li>5年に一回の公表</li> <li>BEAのベンチマークIOからの統計の統合</li> <li>全期間の統計の修正</li> <li>方法や定義の大きな変更の組み込み</li> <li>基準年の更新</li> </ul>	継続 継続 継続 継続 継続 →	<ul style="list-style-type: none"> <li>ユーザーが理解しやすい、あまり面倒のない変更にする</li> </ul>

(出所) Kornfeld, Moyer, Smith, Sullivan, and Yuskavage(2008) "BEA Briefing: Improving BEA's Accounts Through Flexible Annual Revisions", Survey of Current Business, June 2008

【NIPA(National Income and Product Account)】・・・消費に小売販売店舗の商品売上に基  
づくRetail Control法を使い、年次、四半期のGDPを作成  
【Industry Accounts】・・・産業連関表(コモディティ・フロー法)をベース

→推計値の乖離が大きくなるのを回避するため、Flexible Annual Revisionにお  
いてFeedback Loopの導入を示唆。

17

## 英米に見るQGDP(O)のポイント

### ◆ 英国型

- ✓ 高い速報性を持ちながらも、比較的高い安定性を維持。
- ✓ QNAの軸としての役割をもつが、情報に偏りを生んでいる可能性。

### ◆ 米国型

- ✓ QGDP(E)が高い速報性を持っている。
- ✓ 四半期の産出表と使用表を導入してダブル・デフレーションを行うことで、QGDP(O)は速報性を捨て、安定性のみを重視。
- ✓ 三面等価の情報を最大限活かすために整合性を高める「Check Engine」としての役割を持つ。

(出所) 野木森(2011)『先進主要国の生産アプローチに基づく四半期GDPの特徴とその位置づけ- 日本での導入に向けてのサーベイ』、季刊国民経済計算146号、pp 29-52

# 日本の四半期GDPの作成方法

- 現在日本では、四半期GDPは支出側からの推計しか公表されていない。四半期のGDP生産アプローチ(GDP(O))と所得アプローチ(GDP(I))を導入を検討中。

(出所)野木森(2011)『先進主要国の生産アプローチに基づく四半期GDPの特徴とその位置づけ-日本での導入に向けてのサーベイ』、季刊国民経済計算146号、pp 29-52

## 日本の四半期支出側GDPの作成方法

	1次速報	2次速報
家計最終消費支出	国内家計最終消費支出は、供給側推計値と、「家計調査」等から推計した需要側推計値を統合する。統合は、需要側・供給側推計値それぞれの推計精度(標準誤差率)に基づくウェイトで加重平均する。	
民間住宅	「建築物着工統計」における工事費予定額を、平均工期により進捗ベースに転換して推計する。ただし、平均工期の変化も反映させる。	
民間企業設備	1次QEでは、基本的に「供給側推計の総固定資本形成(民間住宅、対家計民間非営利団体設備投資を控除)ー公的固定資本形成」として求める。	2次QEでは、供給側推計値(1次QEと基本的に同じ方法で求めたもの)と、「四半期別法人企業統計調査」等から推計した需要側推計値を統合する。統合は、それぞれの推計精度(標準誤差率)に基づくウェイトで加重平均する。
民間在庫品増加	1次QEでは、製品在庫は、「工業統計表」の在庫額(年末値)を「鉱工業生産指数」の製品在庫指数等を使用して延長推計する。流通在庫は、「商業統計表」の在庫額を「商業販売統計」の商品手持額等を使用して延長推計する。仕掛品在庫、原材料在庫はARIMAモデルを用いて推計する。	2次QEでは仕掛品在庫、原材料在庫を「四半期別法人企業統計調査」を利用して推計する。
政府最終消費支出	構成項目ごとに、予算書、基礎統計の四半期値情報等を使用して推計。	
公的固定資本形成	「建設総合統計」(出来高ベース・公共)の前年度値比を使用して延長推計する。	
公的在庫品増加	品目ごとにヒアリング情報等を基に推計。	
輸出入	「国際収支統計」の貿易・サービス収支の計数を組替えて推計。	

(注) 需要側推計値：「家計調査報告」(総務省)、「四半期別法人企業統計調査」(財務省)等を利用したもの。

供給側推計値：「生産動態統計調査」(経済産業省)、「特定サービス産業動態統計調査」(経済産業省)、「国土交通月例経済報告」(国土交通省)等を利用したもの。

(出所) 内閣府『四半期別GDP速報(QE)の推計方法(第5版)』(平成18年7月改定)に基づき筆者作成

19

## 過去の推計方法決定の経緯

1. 統計をとりまく環境変化に対応し、供給側統計を中心に推計に利用する情報量を大幅に拡充。

### 統計をとりまく環境変化

(1) 供給側統計の充実: 特にサービス統計の対象業種の拡大

(2) 需要側統計中心の推計には限界も

- 高額品など購入頻度の少ない消費の重要性の増大や、いわゆる個計化の進展
- 企業行動も多様化している可能性

→ 需要側に加え、供給側統計も活用することにより、経済動向をよりの確に把握

2. 迅速な景気判断に資するよう、一次速報の公表を現在より1か月弱早め、主要先進国にも遜色のないタイミングとする(現在は各四半期終了後、2か月+7日程度)。

3. 以下のような点を改善し、推計精度を向上。

- 確報と整合性のある推計方法の採用
- 前期比重視の推計手法の採用により、直近の経済動向を的確に反映(現行方式は前年同期比で延長推計)
- 最新の情報を反映できるよう、遡及改訂や季節調整方法を変更

(注) 需要側統計: 家計調査報告(総務省)、法人企業統計季報(財務省)等

供給側統計: 生産動態統計調査、特定サービス産業動態統計調査(経済産業省)、

国土交通月例経済報告(国土交通省)等

(出所) 内閣府: 2002年5月28日「「四半期別GDP速報(QE)新推計方法の概要」発表の趣旨について」

20

## 四半期推計拡張に必要なこと

- ◆ 四半期での詳細な経済情報の提供のため、まず、生産側、所得側の四半期GDPを加えたQNAの構築
- ◆ 各国で取り組まれている「速報性」の追求や三面等価の情報を最大限活かすための「整合性」を高めるような方法の検討
- ◆ 産業統計で大きなウェイトを持つサービス統計の充実
- ◆ QNAとしてQGDP(O)がQGDP(E)、QGDP(I)が互いに整合的な情報を提供するための統計作成体系の改善
- ◆ SNA作成体系の一貫性の追求(四半期供給・使用表(QSUT)の推計など)

(出所)野木森(2011)『先進主要国の生産アプローチに基づく四半期GDPの特徴とその位置づけ-日本での導入に向けてのサーベイ』、季刊国民経済計算146号、pp 29-52

政府統計のリビジョン・スタディ  
－Real Time データベースの整備の現状を通じて－  
小巻泰之

要旨

本論では、無制約 VAR モデルをもとに財政政策の評価を行い、その結果がデータ改定によりどのような影響を受けるのかを検証した。特に、90 年代の財政政策については、その規模が大きく、数次にわたり実施されたことから、その効果について多くの先行研究がみられる。

先行研究では、財政乗数の推計を通じて政策効果が低下したとする見方（経済企画庁（1998）、井堀・中里・川出（2002）、川出・伊藤・中里（2004）等）や、不変とする見方（堀・伊藤（2002）、北浦・南雲・松木（2005）等）に分かれており、結論をみたわけではない。また、こうした見解の違いは、それぞれの分析におけるモデル構造や推計期間の違いにあり、比較が困難との見方（伴（1996）、堀・鈴木・萱園（1998））も示されている。そこで、本論では、モデル構造及び推計期間を一定とした場合のデータ改定の影響について分析する。主な結論は以下の通り。

- 1) 財政乗数は GDP のどのデータを用いるかにより、大きく異なる。特に、68SNA 及び 93SNA（新推計・連鎖方式）では、乗数が高めに出やすい。また、90 年代に乗数が低下している様子もうかがえない。
- 2) コレスキー分解における係数をみると、93SNA 以降、政府投資及び政府支出と設備投資の関係が有意に負の相関関係にあり、クラウドイングアウト効果がデータ上伺える。
- 3) 68SNA と 93SNA についてデータを入れ替えて推計したところ、政府支出及び設備投資変数以外を入れ替えても、68SNA のみのデータで得られる結果と大きな差異はない。しかし、政府支出及び設備投資を入れ替えると、クラウドイングアウト効果（政府支出と設備投資の負の相関関係）、マンデル・フレミング効果（政府支出と輸入の正の相関関係）が有意に高まることが確認できる。
- 4) 68SNA と 93SNA の GDP 及びその内訳項目について、速報値と最終値との改定幅の統計的属性をみると、68SNA はノイズ要因、93SNA はニュース要因が大勢を占め、両者のデータ系列が明らかに異なることを示している。特に、93SNA では新推計法の導入が寄与していると考えられる。
- 5) SNA 支出面の時系列データについては、2004/4Q～2009/2Q 及び 2005 年基準改定のデータ系列については 1993 年以前のデータが公表されていない。特に、2004/4Q～2009/2Q の約 5 年にわたり四半期別の長期遡及系列が利用できな

ったことは多くにのマクロ経済分析の阻害要因となっただけでなく、正確な政策評価に大きな支障を与えたと考えられる。

ただし、こうした政策評価が可能となるのはリアルタイム・データの存在がある。欧米主要国では、中央銀行を主体としてデータベースの整備が進み、その反映として金融政策及び財政政策の評価に関する先行研究も多数でている

**Key words:** リアルタイム・データ, 財政支出乗数, 無制約 VAR モデル, 改定誤差

**JEL:** E62, H11

## 1. はじめに

日本では、90年代の数次にわたる経済対策（追加的財政政策）などを一因に、先進国中最悪の財政状況にあることから、追加的な財政政策が実施できる状況にないとの認識が強い。しかも、90年代における経済対策の短期的な効果が低下してきたとの先行研究がみられる。

本論では、財政政策の評価におけるデータ改定の影響についてリアルタイム・データを用いて再評価を行う。90年代の財政効果の低下については、計量モデルにより推計した財政支出乗数の水準や時系列的な推移などを根拠に論じられている。ただし、財政支出乗数水準のばらつきは大きく、乗数の時系列的推移ではどの時点で有意に減衰してきたのか、先行研究により異なった評価となっている。これらの点について、伴（1996）、堀・鈴木・萱園（1998）は、モデルの構造や推計期間の違いなどに依存した問題であり、どの結果を用いるかによって評価は異なると指摘している。

そこで、本論では以下の4点を考慮して進める。

第1に、モデル構造及び推計期間を同一にして、データのみを取り換えた場合の推計結果を比較検討する。この分析方法は、各時点で推計しようとした場合に利用可能な最新データを用いることと同様であり、非現実なものではない。

第2に、VARモデルで用いる変数である。本論では無制約VARモデルをもとに、データ改定の影響を検討することが目的である。より正確な財政支出乗数の計測のために、先行研究と同様に他のマクロ経済統計や金利などの金融指標を用いることも考えられる。しかし、金融指標は当初に公表されたGDPの1次速報に反応しているはずであり、その後の改定されたデータの変動が1次速報と大きく異なる場合、不適切なものとなるのではと考え、本論ではGDP及びその内訳項目のみで推計を行う。

第3に、どのデータが推計結果に影響を大きく及ぼしているのかについて、推計に用いる個々のデータを定義が異なるデータと入れ替えて、推計結果を比較検討する。先行研究では推計期間の違いがその結果に影響を与えているが、個々の先行研究で用いたデータは名称（特性）が同じであっても、事後的に大きく改定されている（小巻（2001））。特に、2000年以降、SNAの推計方法はたびたび変更されている。たとえば、SNAにおける作成基準が変更（93SNA導入、2000年12月）されてから、政府支出は概念が大きく変更されている。従来民間最終消費に含まれていた義務教育、保健などは全て政府最終消費に組み入れられた。このため、政府最終消費は数値が大きく上方改定されている。また、公的固定資本形成は社会資本の固定資本減耗が加算され、それ以前より1.6倍程度大きくなっている。こうした概念変更による政府支出の範囲拡大は経済構造の変化による要因ではないことから、推計結果に影響を与えることが考えられる。

第4に、財政政策の変数である。ここでは、個々の政府投資（公的固定資本形成）、

政府消費の個別の効果だけでなく、政府投資と消費を合わせた政府支出についても分析を行う（北浦・南雲・松木(2005)など）。

本論の構成は以下の通りである。2 節で VAR モデルにおける財政政策の効果を検証する方法を整理した上で、先行研究における分析結果の特徴をみる。3 節

中央政府の予算及び決算の差異についての要因分析を行なった上で、3 節では予算と決算との差異を予算誤差と執行誤差に区分して要因分析を行う。4 節では無制約 VAR モデルによる財政支出乗数の推計におけるデータ改定の影響を検証する。5 節はまとめである。

## 2. 先行研究の実施時期と結果の関係

90 年代に実施された数次にわたる景気対策が実施されたものの、景気回復が捗々しくなかったことから財政政策の効果が低下したとの指摘がみられた。90 年代の財政政策の効果についての先行研究では、財政支出乗数の水準や効果の持続性の点から比較検討するものが多い（**図表 1**）。財政政策の効果が低下したとするのは経済企画庁（1998）、井堀・中里・川出（2002）、川出・伊藤・中里（2004）などであり、効果が不変としたのは堀・伊藤（2002）、北浦・南雲・松木（2005）などがあり、定見があるわけではない。

伴（1996）や堀・鈴木・萱園（1998）が指摘しているように、先行研究で結果が異なるのは分析に用いられたモデル構造や推計期間の違いに起因しているとも考えられる。実際、先行研究では同一の推計期間で実施されたものはなく、モデル構造も異なっている。特に、モデル構造では、無制約 VAR を用いるとしても、変数の加工方法、コレスキー分解を実施する際の変数の順序などでも結果が大きく異なることが知られている。

ただし、先行研究では推計に用いるデータの属性にまで注目しているものは少ない。

## 3. 無制約 VAR による推計

先行研究では、マクロ計量モデルによる「財政支出乗数」の計測値の規模により、財政政策の短期的な効果を検証している。ここでは、比較的多くの先行研究が採用している、無制約 VAR モデルを用いて、データ改定の影響を検討する。

### 3.1 VAR モデルによる財政政策の効果

90 年代の財政政策の効果に関する先行研究では、無制約 VAR が用いられている場合が多くみられる。無制約 VAR は変数間の因果関係を明示的に利用した分析はできない問題点があるものの、コレスキー分解を用いることにより、変数間の先行遅行関係を考慮することが可能となる。

たとえば、GDP を構成する項目について、外生性の高い変数順に並べた無制約 VAR モデルを考える。ここでは、政府支出(GOV), 設備投資(IOP), 輸入(IMP)の 3 変数で展開すると無制約 VAR は, (1)式のように表現できる。

$$\begin{pmatrix} \text{GOV}_t \\ \text{IOP}_t \\ \text{IMP}_t \end{pmatrix} = B \begin{pmatrix} \text{GOV}_{t-1} \\ \text{IOP}_{t-1} \\ \text{IMP}_{t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{\text{GOV},t} \\ \varepsilon_{\text{IOP},t} \\ \varepsilon_{\text{IMP},t} \end{pmatrix} \quad (1)$$

ただし, Bは係数行列,  $\varepsilon$ は誤差項である。

ここで, 構造 VAR でコレスキー分解をする場合(2)式のように表せる。

$$\begin{pmatrix} \text{Gov}_t \\ \text{IOP}_t \\ \text{IMP}_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ a_{21} * \text{GOV}_t \\ a_{31} * \text{GOV}_t + a_{32} + \text{IOP}_t \end{pmatrix} + C \begin{pmatrix} \text{GOV}_{t-1} \\ \text{IOP}_{t-1} \\ \text{IMP}_{t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mu_{\text{GOV},t} \\ \mu_{\text{IOP},t} \\ \mu_{\text{IMP},t} \end{pmatrix} \quad (2)$$

ただし,  $a_{21}, a_{31}, a_{32}$ はコレスキー分解の係数, Cは構造 VAR の内生変数のラグ項の係数行列,  $\mu$ は構造 VAR のイノベーションである。ここでさらに (3) 式のように展開できる。

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -a_{21} & 1 & 0 \\ -a_{31} & -a_{32} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{GOV}_t \\ \text{IOP}_t \\ \text{IMP}_t \end{pmatrix} = C \begin{pmatrix} \text{GOV}_{t-1} \\ \text{IOP}_{t-1} \\ \text{IMP}_{t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mu_{\text{GOV},t} \\ \mu_{\text{IOP},t} \\ \mu_{\text{IMP},t} \end{pmatrix} \quad (3)$$

(3)式における変数間関係を示す行列を(1)式の両辺に掛けると(4)式となる。

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -a_{21} & 1 & 0 \\ -a_{31} & -a_{32} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{GOV}_t \\ \text{IOP}_t \\ \text{IMP}_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -a_{21} & 1 & 0 \\ -a_{31} & -a_{32} & 1 \end{pmatrix} B \begin{pmatrix} \text{GOV}_{t-1} \\ \text{IOP}_{t-1} \\ \text{IMP}_{t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -a_{21} & 1 & 0 \\ -a_{31} & -a_{32} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{\text{GOV},t} \\ \varepsilon_{\text{IOP},t} \\ \varepsilon_{\text{IMP},t} \end{pmatrix} \quad (4)$$

ここで, (1)式と(4)式から, 無制約 VAR の誤差項と構造 VAR のイノベーションは(5)式と表現できる。

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -a_{21} & 1 & 0 \\ -a_{31} & -a_{32} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{\text{GOV},t} \\ \varepsilon_{\text{IOP},t} \\ \varepsilon_{\text{IMP},t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mu_{\text{GOV},t} \\ \mu_{\text{IOP},t} \\ \mu_{\text{IMP},t} \end{pmatrix} \quad (5)$$

これをさらに変形すると, (6)式のようになる。

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{\text{GOV},t} \\ \varepsilon_{\text{IOP},t} \\ \varepsilon_{\text{IMP},t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -a_{21} & 1 & 0 \\ -a_{31} & -a_{32} & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \mu_{\text{GOV},t} \\ \mu_{\text{IOP},t} \\ \mu_{\text{IMP},t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a_{21} & 1 & 0 \\ a_{31}a_{21} & a_{32} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mu_{\text{GOV},t} \\ \mu_{\text{IOP},t} \\ \mu_{\text{IMP},t} \end{pmatrix} \quad (6)$$

(6)式をみると, 推計する際の変数の並べ方で先に並べた変数のイノベーションは, 構造

VAR の変数間の関係を経由して、無制約 VAR の誤差項に影響を与える。たとえば、政府支出 (GOV) に与えられたショック ( $\mu_{GOV}$ ) は、同時期に ( $a_{21}$ ) を通じて設備投資 (IOP) に、( $a_{31}a_{21}$ ) を通じて輸入 (IMP) に影響する。なお、設備投資 (IOP) に与えられたショック ( $\mu_{IOP}$ ) は ( $a_{32}$ ) を通じて輸入 (IMP) に影響する。

このように、コレスキー分解により、先に並べた変数から後に並べた変数へ一方に影響を与える状況が把握できる。以下では、コレスキー分解における係数の有意性を確認することにより、推定した無制約 VAR モデルの有効性について検証する。

### 3.2 分析方法

データ改定の影響を検討することに焦点を当てるため、出来る限り簡単なモデルを用いる。ただし、全く先行研究と異なる方法で行っても意味がないため、無制約 VAR モデルを用いて分析した最新の先行研究である北浦・南雲・松木 (2005) のスペックを参考にする。

データは、SNA の四半期、実質季節調整系列を用いる。変数の組合せは、北浦・南雲・松木 (2005) で推計されているケース①を用いる。すなわち、財政支出から各需要項目への影響をみるための需要項目別モデルで、実質民間最終消費支出、実質民間住宅投資、実質民間企業設備投資、実質輸出、実質輸入の 6 変数について、複数のリアルタイムの時系列データを用いる (図表 2)。各時系列は、SNA の基準改定、推計方法の違いなどを考慮して選んでいる。推計期間は全て、80 年 1-3 月期～2000 年 4-6 月期と同一の期間で設定している。また、90 年代の効果をみるために 1992/2Q で分割している。90 年代最初の経済対策 (緊急経済対策) は 92 年 3 月 31 日に策定されたことから、92/2Q 以降に政策効果が顕在化すると考えたからである。

推計方法は無制約 VAR モデルであり、変数の並べ方は外生性の高い順に、財政支出 (公的固定資本形成、政府最終消費支出)、輸出、民間企業設備投資、民間住宅投資、民間最終消費支出、輸入としている。また、各変数を単位根検定したところ、全て 1 階の階差をとると定常であることが確認できるため、全ての変数は 1 階の対数階差をとっている。

財政支出乗数の推計は、どの期間をベースラインとするかにより、乗数の水準も大きく変わりうる。ここでは、各推計期間の終期直前の 10 四半期前の期間をベースラインとして、財政支出変数にショックを与えた場合の各需要項目の変数からのベースラインに対する乖離幅をもとに計算している。

## 4. 推計結果

### 4.1 財政支出乗数

全体的に、乗数自体の水準でいえば、68SNA と連鎖方式のデータ系列を除いて、IG ベースに比し概ね政府支出ベースの方が大きい（図表 3）。

80 年代と 90 年代の乗数の比較では、93SNA の旧推計法によるデータ系列を除き、必ずしも 90 年代に入って財政支出乗数が低下したとは言えない。90 年代の方が乗数は高くなっているか、ほぼ拮抗していると判断できる。むしろ、連鎖方式へ移行した 2009/3Q 以降で、それ以前より財政支出乗数が大きくなっていることが観察される<sup>1</sup>。

推計期間が同一といっても、利用するデータにより財政支出乗数は大きく異なっている。この原因は、データ改定の影響があるとみられる。

### 4.2 68SNA と 93SNA による推計結果の相違(コレスキー分解の係数の比較)

分析結果をみると、どのデータを用いるかにより大きく異なる。特に、68SNA と 93SNA との間で大きく異なっている（図表 4）。93SNA 内でも、供給側データを用いた推計方法への変更や価格方式で連鎖を採用するなど、大きく変更されている。しかしながら、推計結果では、政府支出ベース及び政府投資・政府消費ベースでも大きな差異は確認できない。

財政支出ベースの VAR-1 をみると、政府支出のショックが設備投資へ $-0.257$ 、輸入へ $0.271$  の波及効果が 5% 有意で確認できる。93SNA へ移行<sup>2</sup>すると、VAR-3 のように政府支出のショックが設備投資へ $-0.861$ 、輸入へ $0.672$  の波及効果が 3 倍程度大きくなっていることが統計的に有意（1% 有意）に確認できる。この傾向はその後のデータの基準や推計方法の変更にもかかわらず、変わっていない。この結果から、93SNA 移行後のデータで財政政策の効果を計測すると、マンデル・フレミング効果やクラウディングアウト効果の高まりから財政支出乗数が低下したとの評価が可能となる。先行研究においても、93SNA を利用した分析結果で 90 年代での乗数低下を指摘するものが多い。

### 4.3 個別変数の状況

93SNA への移行により、経済変数間の因果関係が変化したが、どの変数の影響が大きいのかを検証するため、68SNA のデータで構成されている VAR モデルの個別の変数を 93SNA（2002 年 1Q）に 1 つずつ入れ替えて推計を行った。その際、93SNA へ移行

<sup>1</sup> SNA 支出面の時系列データについては、2004/4Q～2009/2Q まで 1993 年以前のデータが公表されていないため、ここでは推計していない。

<sup>2</sup> 93SNA 移行直後のデータは公的固定資本形成の動きがこれまでのものと大きく異なっている。その後、2001 年 12 月の確報により、68SNA の動きと近い形で改定されている。

による大きな特徴である設備投資及び輸入のコレスキー分解の係数の大きさ及び有意性に注目した (図表 5).

輸出, 住宅投資及び輸入については, 各変数をそれぞれ入れ替えても 68SNA ベースの結果と大きく異ならない. しかし, 政府支出を入れ替えると, 93SNA ベースのデータのみ推計した結果より係数の大きさは小さいものの, 政府支出のショックが設備投資へ $-0.257$ , 輸入へ $0.271$  から, 設備投資へ $-0.446$ , 輸入へ $0.590$  と 2 倍程度大きくなりかつ有意 (輸入は 1%有意に向上) である. 設備投資の入れ替えは, 財政支出のショックについて輸入の係数には変化はみられないものの, 設備投資の係数は $-0.435$  と 1%有意で大きくなっている. つまり, 93SNA への変更によるモデル変数間の構造変化には, 政府支出と設備投資変数が大きく影響していることを示している.

そこで, 68SNA 及び 93SNA の推計に用いた変数の相関関係をみると, 68SNA では政府支出と設備投資には有意な関係はみられないものの, 93SNA の設備投資とは $-0.53$  と 5%有意水準で負の相関関係が認められる. 政府支出の個別では, 政府支出の内訳である政府投資及び政府消費も 68SNA 間では有意な関係は認められない. 一方, 93SNA の政府支出では設備投資と有意に負の相関関係が確認できる.

このことは明らかに, 68SNA ベースと 93SNA ベースで政府支出と設備投資がデータ特性上大きく異なる可能性を示唆している.

## 5. GDP データの統計的特性

### 5.1 推計方法上の相違

93SNA 導入以降 (2000 年 12 月発表), 政府支出は概念が大きく変更され, 従来民間最終消費に含まれていた義務教育, 保健などを全て政府最終消費に区分することとなった. また, 社会資本及びソフトウェアの減耗分が新規に含まれることとなった. このため, 政府最終消費はその規模が大幅に上方に改定されている. こうした概念変更による政府支出の範囲拡大は, 経済変動との関係が小さいとみなされるものであり, そのウエイトの増加は推計結果に影響を与える可能性がある.

他方, 投資については 68SNA ではコンピューター本体と一体不可分のソフトウェアについては, 本体と切り離して推計することができないという理由で総固定資本形成 (投資・在庫) に含まれてきた. 93SNA ではこれまで中間消費として扱ってきた受注型のコンピューター・ソフトウェア購入についても含まれるようになっている.

### 5.2 改定の要因分解

ここでは GDP を構成する各項目の速報と最終値との乖離である改定幅が改定後の

変数にとっての効率的な予測誤差であるのか、計測誤差であるのかについて Mankiw and Shapiro (1986)を参考に、改定幅  $R_t$  をニュースとノイズ要因に分解する。

速報値を  $P_t$  , 最終値を  $F_t$  とすると、改定幅  $R_t$  は“ $R_t = F_t - P_t$ ” と表せる。速報値  $P_t$  に予測誤差が含まれているとすれば、最終値  $F_t$  を過大・過小とならずシステムティックに予測できることを意味する。その場合、速報値作成段階で得られていなかった新たなニュースによる改定であると考えられることから、改定幅  $R_t$  は速報値  $P_t$  とは相関関係が認められず、新指数  $F_t$  と相関関係が認められることになる。

ここで、改定幅  $R_t$  を分散と共分散との関係で示すと、(7)式のように表現できる。

$$Var(R_t) = Cov(R_t, F_t - P_t) \quad (7)$$

さらに、

$$= Cov(R_t, F_t) - Cov(R_t, P_t)$$

と改定幅  $R_t$  は分解できる。ここで、改定幅  $R_t$  が予測誤差であるならば、共分散  $Cov(R_t, P_t) = 0$  となる。一方で、改定幅  $R_t$  は  $P_t$  が合理的な期待値でなかったことから生じた誤差であれば、ノイズであると考えられる。

ここで、 $R_t$  を平均平方誤差 ( $MSR = \sum R_t^2$ ) で表せば、一般的にゼロの周りの 2 次のモーメントは以下のように、平均値の 2 乗と、平均値の周りの 2 次のモーメントに分解できる。ここに、(7) 式を代入すると、第 1 項はバイアス、第 2 項はノイズ、第 3 項はニュースとみなすことができる。

$$MRS = \mu(R_t)^2 + Var(R_t) \quad (8)$$

$$= \mu(R_t)^2 - Cov(R_t, P_t) + Cov(R_t, F_t)$$

### 5.3 GDP データの統計的特性

5.2 節を基に GDP 及びその内訳の属性に従って、改定幅の要因分解を行った。特に、93SNA については、新旧推計及び固定・連鎖価格方式別にみた。68SNA と 93SNA (新推計) で大きく異なることが伺える。68SNA の変数は、小巻 (2005) でも指摘したように、ノイズ要因が大勢を占めていることが伺える (図表 6)。

一方、93SNA の変数はニュース要因が大勢を占めるようになり、68SNA とは大きく異なることが示唆される。特に、93SNA については、旧推計は 68SNA と同様にノイズ要因のウェイトが大きいものの、新推計 (固定価格方式) はニュース要因が主要因となるなど、推計方法の変更が寄与していると考えられる。

## 6. まとめ

本論では、無制約 VAR モデルをもとに財政政策の評価を行い、その結果がデータ改定によりどのような影響を受けるのかを検証した。主な結論は以下の通りである。

- 1) 財政乗数は GDP のどのデータを用いるかにより、大きく異なる。特に、68SNA 及び 93SNA（新推計・連鎖方式）では、乗数が高めに出やすい。また、90 年代に乗数が低下している様子もうかがえない。
- 2) コレスキー分解における係数をみると、93SNA 以降、政府投資及び政府支出と設備投資の関係が有意に負の相関関係にあり、クラウドイングアウト効果がデータ上伺える。
- 3) 68SNA と 93SNA についてデータを入れ替えて推計したところ、政府支出及び設備投資変数以外を入れ替えても、68SNA のみのデータで得られる結果と大きな差異はない。しかし、政府支出及び設備投資を入れ替えると、クラウドイングアウト効果（政府支出と設備投資の負の相関関係）、マンデル・フレミング効果（政府支出と輸入の正の相関関係）が有意に高まることが確認できる。
- 4) 68SNA と 93SNA の GDP 及びその内訳項目について、速報値と最終値との改定幅の統計的属性をみると、68SNA はノイズ要因、93SNA はニュース要因が大勢を占め、両者のデータ系列が明らかに異なることを示している。特に、93SNA では新推計法の導入が寄与していると考えられる。
- 5) SNA 支出面の時系列データについては、2004/4Q～2009/2Q 及び 2005 年基準改定のデータ系列については 1993 年以前のデータが公表されていない。特に、2004/4Q～2009/2Q の約 5 年にわたり四半期別の長期遡及系列が利用できなかったことは多くにの macro 経済分析の阻害要因となっただけでなく、正確な政策評価に大きな支障を与えたと考えられる。

68SNA と 93SNA でデータ属性が大きく異なる結果は、はある意味で大きな意味を有しているのではなかろうか。基本的に 2000 年度以前のデータは 68SNA で作成されており、その後のデータ改定の幅も大きくその変動が計測誤差である。つまり、改定を経た事後的な 68SNA や 93SNA のデータで計測された当時の状況はリアルタイムの意味で大きく異なることを意味している。特に、モデル分析などを行う上で、金利など日々変動する金融指標と GDP 統計を用いる場合、金融指標の反応における因果関係が適切とならない場合もあるのではなかろうか。

また、政策効果について、先行研究において財政支出乗数が異なるのは、もちろん、モデル構造や推計期間の違いにある。しかしながら、本論のように、同一の推計期間及び SNA のデータを用いた場合でも財政支出乗数は大きく異なる。データ改定による影

響も無視できないことを示している。特に、90年代の政策効果が低下したかについては、推計期間よりも、分析を行う時期にも影響されると考えられ、ロバストな結果とはいえない可能性がある。財政政策は、金融政策と並び、経済活動の安定化が期待されている。しかし、現実には、その通りの効果を果たしてきたのかについて詳細に検討する必要があると考える。

ただし、こうした政策評価が可能となるのはリアルタイム・データの存在が不可欠である。欧米主要国では、中央銀行を主体としてデータベースの整備が進み、その反映として金融政策及び財政政策の評価に関する先行研究も多数でている（[図表 7](#)）。

（参考文献）

- [1] Beetsma, R, Giuliadori, M, Wierds, P. (2009) “Planning to Cheat: EU Fiscal Policy in Real Time,” *Economic Policy*, Vol. 24, Issue 60, pp. 753-804, October 2009.
- [2] Bayoumi, Tamim (1999) “The Morning After: Explaining the Slowdown in Japanese Growth in the 1990s”, NBER working paper series, National Bureau of Economic Research.
- [3] Crain, W. Mark and Tollison, Robert D., (1993) “Time inconsistency and fiscal policy : Empirical analysis of U.S. States, 1969-89”, *Journal of Public Economics*, Volume 51, Issue 2, June 1993, Pages 153-159.
- [4] Kuttner, Kenneth and Adam S, Posen (2001) “The Great Recession: Lessons for Macroeconomic Policy from Japan”, *Brookings Papers on Economic Activity* 2, 93-185.
- [5] 井堀利宏・中里 透・川出真清(2002) 「90年代の財政運営：評価と課題」『フィナンシャル・レビュー』第63号, 財務省財務総合政策研究所.
- [6] 岩本康史 (2002) 「財政政策の役割に関する理論的整理」『フィナンシャル・レビュー』第63号, 財務省財務総合政策研究所.
- [7] 北浦修敏・南雲紀良 (2004) 「財政政策の短期的効果についての一考察」, 財務省財務総合政策研究所ディスカッションペーパー, No.04A-18.
- [8] 北浦修敏・南雲紀良・松木智博 (2005) 「財政政策の短期的効果についての分析」『フィナンシャル・レビュー』第78号, 財務省財務総合政策研究所.

- [9] 経済企画庁(1998) 「年次経済報告 (経済白書)」, 大蔵省印刷局.
- [10] 小巻泰之 (2005) 「GDP 速報値における予測誤差と計測誤差」, 神戸大学経済学部『国民経済雑誌』, 第 191 巻第 1 号, pp.1-15.
- [11] 小巻泰之 (2001) 「財政変数のリヴィジョン・スタディープライマリー・バランスを中心に」, 『経済統計研究』, 第 39 巻Ⅱ号, pp.1-21.
- [12] 斎藤太郎 (2012) 「2012・2013 年度経済見通し」, Weekly エコノミスト・レター, 2012 年 3 月 9 日号.
- [13] 猿山純夫 (2010) 「マクロモデルからみた財政政策の効果～「政府支出乗数」に関する整理と考察～」, 経済プリズム No.79, 日本経済研究センター
- [14] 田中秀明 (2009) 「財政ルールと財政規律：予算制度の計量分析」一橋大学経済研究所ディスカッション・ペーパー, No.46.
- [15] 中里 透・小西麻衣(2004) 「長期停滞と九〇年代の財政運営」 浜田宏一・堀内昭義編『論争 日本の経済危機』, 内閣府経済社会総合研究所.
- [16] 中澤正彦・大西茂樹・原田 泰(2002) 「90 年代の財政金融政策と景気動向：VAR モデルによる分析」財務総合政策研究所ディスカッション・ペーパー(No.02A-02).
- [17] 原田 泰・岩田規久男編著『デフレ不況の実証分析：日本経済の停滞と再生』, 東洋経済新報社
- [18] 別所俊一郎 (2010) 「財政規律とコミットメント」, 会計検査研究, No.42
- [19] 伴金美 (1996) 「マクロ計量モデルにおける公共投資の乗数効果：展望と評価」, 『公共投資の経済波及効果に関する調査』 財政経済協会.
- [20] 堀雅博・鈴木晋・萱園理 (1998) 「短期日本経済マクロ計量モデルの構造とマクロ経済政策の効果」『経済分析』第 157 号, 経済企画庁.
- [21] 堀 雅博・伊藤靖晃(2002) 「財政政策か金融政策か：マクロ時系列分析による素描」
- [22] 森口親司(2002) 「井堀・中里・川出論文、福田論文へのコメント」『フィナンシャル・レビュー』第 63 号, 財務省財務総合政策研究所.

図表 1：先行研究と推計方法

論文	データ属性				属性②	推計方法		結果
	推計期間	利用時点	政府支出の範囲	属性①		モデル	データ加工	
経済白書(1998)	70/3Q~97/1Q	1997年12月発表分(確報)	公的固定資本形成	68SNA, 90年基準	実質季調	無制約VAR	階差	乗数示さず, 90年代の低下の可能性を示す
堀・鈴木・萱園(1998)	70/3Q~97/1Q	1997年12月発表分(確報)	公的固定資本形成	68SNA, 90年基準	実質季調	無制約VAR	階差	乗数示さず, 90年代の低下の可能性を示す
Bayoumin(2001)	86/1Q~98/1Q	1998/6月発表分	公的固定資本形成+政府消費	68SNA, 90年基準	実質季調	無制約VAR	階差	乗数0.65
Kuttner and Posen(2001)	1976~99(年次)	2000年12月発表(確報)	公的固定資本形成+政府消費	68SNA, 90年基準	実質	構造VAR	レベル	乗数1.75, 減税より政府支出の方が高い
中澤・大西・原田(2002)	80/1Q~01/2Q	2001/9月発表分	公的固定資本形成	93SNA, 95年基準	実質原系列	無制約VAR	階差	乗数1.1~1.5, 持続的効果なし
堀・伊藤(2002)	75/1Q~01/1Q	2001/6月発表分	公的固定資本形成	68SNA, 90年基準	実質季調	無制約VAR	階差	75/1Q~89/4Q及び90/1Q~01/1Qに分割. 前期と同等で1.1-1.5程度
井堀・中里・川出(2002)	60/1Q~99/4Q	2000年3月発表	公的固定資本形成	68SNA, 90年基準	実質季調	無制約VAR	独自推計値	60/1Q~89/4Q及び90/1Q~99/4Qに分割. 乗数示さず, 90年代の低下を示す
北浦・南雲(2004)	81/2Q~03/3Q	2003年/12月発表分	公的固定資本形成+政府消費	93SNA, 95年基準	実質季調	無制約VAR	階差	81/2Q~92/2Q及び92/3Q~03/3Qに分割. 前期0.88前後, 後期0.44前後へ低下
川出・伊藤・中里(2004)	75/1Q~02/4Q	2003/3月発表分	公的固定資本形成	68SNA+93SNA, 95年基準	実質季調	構造VAR	階差	乗数示さず, 90年代の低下を示す
中里・小西(2004)	80/2Q~01/1Q	2001/6月発表分	公的固定資本形成	68SNA, 90年基準	実質季調	無制約VAR	階差	乗数示さず, 効果が1年程度で急減
北浦・南雲・松木(2005)	78/1Q~04/1Q	2004/6月発表分	公的固定資本形成+政府消費	93SNA, 95年基準	実質季調	無制約VAR	階差	78/1Q~91/1Q及び91/2Q~04/1Qに分割. 前期0.88前後, 後期0.44前後へ低下

図表 2：本論で用いるデータの属性

推計	データ終期	SNA基準	基準年次	価格方式	推計方法	公表月	備考
Var-1	2000/2Q	68SNA	90年基準	固定	旧推計	2000/9月	68SNA最終データ
Var-2	2000/3Q	93SNA	95年基準	固定	旧推計	2000/12月	93SNA最初のデータ
Var-3	2002/1Q	93SNA	95年基準	固定	旧推計	2002/6月	2001/12月確報反映値
Var-4	2002/2Q	93SNA	95年基準	固定	新推計	2002/8月	2001/1Q以前は旧推計のため、本研究ではVar-3と結果は同じとなる
Var-4e		93SNA	95年基準	固定	新推計		94/1Q～2001/1Qまで新推計(参考値として公表)で接続したものの
Var-5	2003/3Q	93SNA	95年基準	固定	新推計	2003/11月	1999/4Q以前は旧推計。但し、一部推計方法と改定し、その後のデータ延長などから以前の公表値とは異なる
Var-5e		93SNA	95年基準	固定	新推計		94/1Q～99/4Qまで新推計(参考値として公表)で接続したものの
Var-6	2004/3Q	93SNA	95年基準	固定	新推計	2004/11月	固定方式最終データ
Var-7	2009/2Q	93SNA	2000年基準	連鎖	新推計	2009/8月	連鎖方式利用可能な最初のデータ。04/3Q(2次、04/12月公表)～09/1Q(2次、09/6月公表)まで、長期データは使用不可
Var-8	2011/3Q	93SNA	2000年基準	連鎖	新推計	2011/11月	05基準移行後、再び94/1Q以降のデータしか公表されていない
(注)							
①Var-4e及びVar-5eは、参考値として公表されているデータを接続したものの							
②VARモデルなど、本論での推計は、全て1980年1-3月期から2000年4-6月期と、期間を同一としている。							

図表 3：財政支出乗数の推計結果

＜政府投資・政府消費ベース＞									
	2000/2Q	2000/3Q	2002/1Q	2002/2Q	2003/3Q	2004/3Q	2009/2Q	2011/3Q	
80/1Q-2000/2Q	1.37	0.58	0.21	0.21	0.70	0.50	1.49	1.46	
80/1Q-92/2Q	-0.40	0.52	1.11	1.39	0.48	0.26	1.05	1.05	
92/3Q-2000/2Q	2.36	0.62	0.26	0.26	0.88	0.69	2.20	2.17	
＜政府支出ベース＞									
	2000/2Q	2000/3Q	2002/1Q	2002/2Q	2003/3Q	2004/3Q	2009/2Q	2011/3Q	
80/1Q-2000/2Q	1.11	0.95	0.66	0.66	0.82	0.81	1.14	1.13	
80/1Q-92/2Q	0.70	0.90	0.80	0.80	0.59	0.84	1.11	1.12	
92/3Q-2000/2Q	1.36	0.97	0.69	0.69	0.97	0.92	1.25	1.24	



図表4：(2) VARモデル及びコレスキ一分解(係数)の推定結果 (政府投資・政府消費ベース、80年代)

VAR-1				VAR-2				VAR-3				VAR-4				VAR-6			
1980年1-3月期～2000年4-6月期 (85SNA最終データ)				1980年1-3月期～2000年3-9月期				1980年1-3月期～2001年1-3月期 (85SNA 旧推計最終値)				1980年1-3月期～2009年4-6月期 (2001/4-6期最新推計・公表値)				1980年1-3月期～2007年4-6月期 (1994/1-3期最新推計・作成値)			
85SNA 1980年基準 2000年3月発表値				93SNA 1995年基準 旧推計 2000年12月発表値				93SNA 1995年基準 旧推計 2002年11月発表値<130GE>				93SNA 1995年基準 新推計 2002年11月発表値				93SNA 1995年基準 新推計 2002年11月発表値<130GE>			
政府投資	政府消費	輸出	民間消費	政府投資	政府消費	輸出	民間消費	政府投資	政府消費	輸出	民間消費	政府投資	政府消費	輸出	民間消費	政府投資	政府消費	輸出	民間消費
0.181	-0.039	-0.030	-0.101	0.074	0.070	0.008	0.072	0.042	0.201	0.058	-0.018	0.017	-0.128	0.259	0.008	0.218	0.018	-0.018	0.203
-0.155	-0.010	-0.125	-0.115	-0.211	-0.044	-0.206	-0.138	-0.040	-0.117	-0.106	-0.189	-0.022	-0.111	-0.095	-0.187	-0.044	-0.175	-0.138	-0.033
-0.141	-0.205	-0.466	-0.244	-0.007	0.016	-0.415	0.081	0.171	-0.967	-0.438	0.005	0.110	-0.337	1.039	0.218	-1.148	-0.517	-0.109	-0.507
-0.338	-0.156	-0.268	-0.279	-0.431	-0.087	-0.397	0.845	-0.188	-0.548	-0.496	-0.882	-0.233	-0.830	-0.886	-0.183	-0.304	-0.445	-0.095	0.210
-0.043	-0.048	-0.190	-0.030	-0.028	-0.006	-0.139	0.083	-0.127	-0.040	-0.118	-0.093	-0.043	-0.124	0.950	-0.101	-0.172	-0.003	-0.043	0.124
-0.294	-0.129	0.026	0.384	0.031	0.032	0.181	-0.331	-0.027	-0.055	0.387	-0.060	0.088	-0.044	-0.336	-0.044	0.026	0.388	-0.044	0.045
-0.223	-0.118	-0.203	-0.123	-0.271	-0.046	-0.201	-0.234	-0.008	-0.188	-0.320	-0.063	-0.201	-0.248	-0.089	-0.197	-0.132	-0.078	-0.313	-0.246
-0.013	-0.057	-0.173	0.090	0.324	0.024	0.001	-0.640	-0.024	-0.184	0.163	0.312	0.033	0.091	0.029	-0.024	-0.024	-0.183	-0.024	0.183
-0.102	-0.022	-0.099	-0.077	-0.144	-0.031	-0.133	-0.107	-0.031	-0.059	-0.022	-0.141	-0.039	-0.128	-0.110	-0.031	-0.058	-0.139	-0.110	-0.031
-0.952	-0.052	-1.387	-0.941	-0.226	-0.308	-0.548	-0.096	0.092	-0.248	-0.197	0.471	-0.358	0.495	0.023	0.682	0.146	-0.927	0.121	-0.485
-0.631	-0.318	-0.548	-0.489	0.083	0.136	-0.014	-0.428	-0.127	-0.372	-0.338	-0.600	-0.158	-0.565	-0.518	-0.141	-0.415	-0.282	-0.899	-0.163
0.074	0.081	0.258	0.039	0.169	0.006	0.229	-0.012	0.028	0.195	-0.007	0.189	-0.017	0.016	-0.019	0.023	0.120	0.003	0.180	-0.019
-0.141	-0.271	-0.122	-0.105	-0.187	-0.040	-0.152	-0.149	-0.041	-0.121	-0.110	0.195	-0.163	-0.146	-0.041	-0.117	-0.107	-0.049	-0.182	-0.148
0.000	0.034	0.121	0.095	0.174	-0.009	-0.018	0.005	-0.003	-0.003	-0.007	-0.013	-0.003	-0.012	-0.003	-0.003	-0.003	-0.003	-0.003	-0.003
0.025	0.013	0.022	0.019	0.026	0.007	0.033	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
-4.350	-5.717	-4.832	-4.943	-8.877	-8.877	-8.840	0.026	0.002	0.010	0.015	0.045	0.003	0.003	0.002	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

(注) 1.推計期間は1980年1-3月期～1992年4-6月期で、80年代の政策効果を推計  
 2.推計結果の上段の表はVARモデルの推定結果、下段の表はコレスキ一分解における係数と標準偏差を占める  
 3.各項目の数値の上段は係数、下段は標準偏差  
 4.有意水準は5%有意は太字、1%有意は太字かつ水色のマーカー付き、と表示している。

図表4：(3) VARモデル及びコレスキ分解(係数)の推定結果 (政府投資・政府消費ベース、90年代)

VAR-1				VAR-2				VAR-3				VAR-4				VAR-4e			
1990年1-3月期～2000年4-6月期 (BSNA推定値+予)				1990年1-3月期～2000年7-9月期				1990年1-3月期～2002年1-3月期 (BSNA 旧推定値終値)				1990年1-3月期～2002年4-6月期 (2001/4-6以降新推定・公表値)				1990年1-3月期～2002年4-6月期 (1994/1-3以降新推定・作成値)			
BSNA 1995年基準 2000年9月発表値				BSNA 1995年基準 旧推定				BSNA 1995年基準 旧推定				BSNA 1995年基準 新推定				BSNA 1995年基準 新推定			
政府投資	政府消費	輸出	民間消費	政府投資	政府消費	輸出	民間消費	政府投資	政府消費	輸出	民間消費	政府投資	政府消費	輸出	民間消費	政府投資	政府消費	輸出	民間消費
0.239	-0.005	-0.120	-0.015	0.235	0.003	0.021	-0.001	0.077	0.152	-0.001	0.010	0.191	0.043	-0.017	-0.102	0.041	0.036	0.224	-0.001
-0.231	0.038	-0.083	-0.091	-0.200	-0.043	-0.072	-0.212	-0.075	-0.083	-0.208	-0.161	-0.225	-0.044	-0.100	-0.145	-0.223	-0.071	-0.093	-0.249
2.612	-0.425	-0.785	-0.009	0.473	0.840	0.235	0.218	-0.195	0.169	0.214	0.275	0.079	1.171	0.377	-0.043	0.203	0.719	0.369	0.719
-1.148	-0.189	-0.411	-0.411	-1.027	-0.214	-0.380	-1.482	-0.118	-0.469	-0.684	-1.126	-0.371	-0.415	-1.049	-0.206	-0.465	-0.613	-1.071	-0.320
0.028	0.022	-0.130	-0.152	-0.260	-0.156	0.253	-0.105	-0.087	-0.087	0.130	-0.349	-0.130	0.116	0.150	0.000	-0.156	-0.110	-0.145	0.155
-0.008	-0.180	-0.218	-0.233	-0.545	-0.113	-0.150	-0.586	-0.070	0.184	-0.268	0.440	-0.145	0.163	-0.058	0.070	0.309	0.711	-0.189	0.142
-0.058	-0.076	0.263	0.364	0.456	0.139	-0.168	-0.179	-0.014	0.353	0.216	-0.322	0.174	-0.121	-0.055	0.174	0.150	0.002	-0.108	0.152
-0.484	-0.029	-0.113	-0.190	-0.417	-0.205	-0.152	-0.452	-0.159	-0.216	-0.276	-0.372	-0.122	-0.122	-0.122	-0.122	-0.122	-0.122	-0.122	-0.122
-0.144	-0.056	0.103	-0.064	0.250	0.029	0.094	-0.371	0.003	0.056	-0.036	0.216	-0.024	-0.168	-0.244	-0.387	-0.119	-0.157	-0.379	-0.014
-0.199	-0.037	-0.070	-0.077	-0.172	0.038	0.061	-0.235	-0.029	-0.025	-0.110	-0.181	-0.080	-0.061	-0.175	-0.304	-0.078	-0.113	-0.178	-0.059
1.597	-0.058	-0.244	-0.053	-0.631	-0.345	0.530	-0.058	-0.013	-0.085	-0.243	-0.562	-0.017	0.047	-0.546	-0.095	0.193	-0.131	-0.805	-0.597
-0.538	-0.154	-0.335	-0.368	-0.845	-0.174	-0.283	-0.573	-0.068	-0.180	-0.262	-0.437	-0.142	-0.159	-0.434	-0.001	-0.206	0.378	-0.473	-0.148
-0.338	0.040	0.212	0.708	0.606	0.045	0.601	0.551	0.005	0.195	0.389	0.911	-0.072	0.631	0.059	-0.036	0.211	0.387	0.683	-0.044
-0.513	-0.082	-0.168	-0.204	-0.097	-0.182	-0.216	-0.065	-0.181	-0.284	-0.434	-0.143	-0.168	0.441	-0.086	-0.158	-0.286	-0.456	-0.141	-0.185
0.004	0.748	0.294	0.420	0.191	0.355	0.438	-0.216	-0.002	-0.002	-0.007	-0.012	-0.002	-0.002	-0.002	-0.002	-0.002	-0.002	-0.002	-0.002
0.055	0.009	0.020	0.021	0.049	0.010	0.011	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.268	-0.233	-0.827	-4.236	-2.933	-0.591	0.078	0.001	0.008	0.018	0.005	0.005	0.043	0.002	0.006	0.018	0.044	0.004	0.001	0.001
0.010	-0.070	-0.149	0.025	0.036	0.104	0.004	0.001	-0.210	-0.019	0.018	0.073	-0.014	-0.016	-0.282	-0.289	0.005	0.213	0.017	-0.021
0.029	0.091	0.021	0.174	0.024	0.056	0.021	0.022	0.082	0.148	0.045	0.051	0.035	0.036	0.088	0.195	0.065	0.074	0.030	0.030
0.418	0.117	0.407	-0.258	0.181	0.581	-0.870	1.432	0.024	0.127	0.428	-0.897	1.308	0.249	0.738	0.428	-0.897	1.308	0.249	0.738
0.310	0.372	0.380	0.154	0.218	0.440	0.598	1.177	0.402	0.418	0.387	0.449	0.022	0.307	0.390	0.449	0.022	0.307	0.390	0.449
0.307	-0.175	-0.045	0.242	0.434	-0.462	-0.092	0.020	0.569	-0.003	-0.076	-0.081	0.160	0.202	-0.003	-0.076	-0.081	0.160	0.202	
0.172	0.417	0.094	0.151	0.456	0.154	0.161	0.172	0.202	-0.027	-0.026	0.378	0.342	0.111	0.126	0.342	0.111	0.126		
-0.333	0.686	0.135	0.464	0.092	0.149	-0.112	-0.019	0.113	0.116	-0.081	0.041	-0.081	0.041	-0.081	0.041	-0.081	0.041	-0.081	0.041
-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008
-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008
-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008
-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008
-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008
-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008
-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008
-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008
-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008
-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008
-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008
-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008
-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008
-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008
-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008
-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008
-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008
-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008
-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008
-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008
-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008
-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008
-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008
-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008
-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008
-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008
-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008
-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008
-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008
-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008
-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008
-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-										

図表4：(4) VARモデル及びコレスキー分解(係数)の推定結果 (政府支出ベース、全期間)

VAR-1 1980年1-3月期～2000年4-6月期 (85SNA最終データ)					VAR-2 1980年1-3月期～2000年7-9月期					VAR-3 1980年1-3月期～2002年1-3月期 (93SNA 旧推計最終値)					VAR-4 1980年1-3月期～2002年4-6月期 (2001/4-6以新推計・公表値)					VAR-4a 1980年1-3月期～2002年4-6月期 (1994/1-3以新推計・作成値)										
85SNA		1990年基準			2000年9月発表値			93SNA		1995年基準			旧推計			2002年6月発表値			93SNA		1995年基準			新推計			2002年9月発表値<1次QE>			
政府支出	輸出	設備投資	住宅投資	民間消費	輸入	政府支出	輸出	設備投資	住宅投資	民間消費	輸入	政府支出	輸出	設備投資	住宅投資	民間消費	輸入	政府支出	輸出	設備投資	住宅投資	民間消費	輸入	政府支出	輸出	設備投資	住宅投資	民間消費	輸入	
0.170	-0.292	-0.047	0.681	0.100	0.089	0.030	-0.231	-0.198	0.682	0.249	0.239	0.213	-0.188	-0.195	0.946	0.108	0.334	0.213	-0.198	-0.195	0.946	0.108	0.334	0.199	-0.293	-0.194	0.933	0.094	0.352	
-0.121	-0.141	-0.135	-0.248	-0.058	-0.178	-0.117	-0.171	-0.185	-0.307	-0.096	-0.231	0.114	-0.202	-0.217	-0.357	-0.106	-0.271	-0.114	-0.202	-0.217	-0.357	-0.106	-0.271	-0.117	-0.208	-0.216	-0.355	-0.097	-0.273	
0.007	-0.100	-0.153	-0.468	-0.055	-0.062	-0.059	0.164	0.079	-0.294	-0.018	-0.059	-0.021	0.079	0.085	-0.249	-0.057	-0.070	-0.021	0.079	0.085	-0.249	-0.057	-0.070	-0.048	0.056	0.126	-0.191	-0.033	-0.067	
-0.108	-0.126	-0.121	-0.222	-0.052	-0.159	-0.085	-0.124	-0.135	-0.223	-0.070	-0.168	-0.071	-0.128	-0.135	-0.223	-0.056	-0.169	-0.071	-0.126	-0.135	-0.223	-0.056	-0.169	-0.070	-0.070	-0.125	-0.129	-0.052	-0.164	
-0.125	0.134	0.560	0.309	0.147	0.039	-0.155	0.124	0.433	0.023	0.154	0.030	-0.094	0.129	0.425	0.075	0.121	0.087	-0.094	0.129	0.425	0.075	0.121	0.087	-0.057	0.082	0.398	0.131	0.076	0.079	
-0.110	-0.129	-0.123	-0.226	-0.053	-0.162	-0.077	-0.113	-0.122	-0.202	-0.063	-0.153	-0.085	-0.116	-0.124	-0.205	-0.081	-0.155	-0.085	-0.116	-0.124	-0.205	-0.081	-0.155	-0.058	-0.121	-0.125	-0.208	-0.050	-0.159	
-0.086	-0.005	0.018	0.291	0.084	0.058	-0.073	-0.022	0.071	0.315	0.101	0.107	-0.054	-0.035	0.067	0.324	0.105	0.108	-0.054	-0.035	0.067	0.324	0.105	0.108	-0.054	-0.028	0.098	0.383	0.065	0.116	
-0.051	-0.080	-0.057	-0.105	-0.025	-0.075	-0.041	0.060	-0.055	-0.107	-0.034	-0.081	-0.043	-0.059	-0.053	-0.104	-0.031	-0.079	-0.033	-0.059	-0.053	-0.104	-0.031	-0.079	-0.036	-0.063	-0.056	-0.108	-0.028	-0.083	
0.238	-0.255	-0.686	-0.446	-0.430	0.070	-0.035	0.093	-0.167	-0.204	-0.462	0.167	-0.178	0.033	-0.227	-0.475	-0.478	-0.005	-0.178	0.033	-0.227	-0.475	-0.478	-0.005	-0.110	0.070	-0.148	-0.467	-0.406	-0.112	
-0.243	0.283	-0.271	-0.497	-0.116	-0.356	-0.121	-0.177	-0.191	-0.318	-0.099	-0.239	-0.110	-0.195	-0.209	-0.345	-0.102	-0.261	-0.110	-0.195	-0.209	-0.345	-0.102	-0.261	-0.079	-0.036	-0.063	-0.056	-0.108	-0.362	
-0.012	0.152	0.143	0.278	-0.014	0.278	0.054	0.078	0.012	0.309	-0.075	0.145	0.013	0.087	0.022	0.278	-0.034	0.133	0.013	0.087	0.022	0.278	-0.034	0.133	0.007	0.106	0.011	0.231	-0.016	0.134	
-0.037	-0.101	-0.097	-0.177	-0.041	0.127	-0.096	-0.095	-0.104	-0.173	-0.054	-0.130	-0.055	-0.098	-0.105	-0.173	-0.051	-0.131	-0.055	-0.098	-0.105	-0.173	-0.051	-0.131	-0.057	-0.101	-0.104	-0.171	-0.042	-0.132	
0.008	0.045	0.251	0.218	0.169	0.035	0.045	0.046	0.200	0.198	0.276	0.018	0.125	0.027	0.206	0.220	0.243	0.013	0.125	0.027	0.206	0.220	0.243	0.013	0.094	0.020	0.198	0.200	0.117	0.010	
0.018	0.023	0.022	0.040	0.009	0.028	0.014	0.021	0.022	0.037	0.012	0.023	0.037	0.011	0.028	0.012	0.021	0.023	0.037	0.011	0.028	0.012	0.021	0.023	0.037	0.011	0.028	0.012	0.021	0.023	0.028
-4.867	-4.661	-4.740	-5.332	-6.439	-4.200	-5.597	-4.828	-4.868	-3.656	-5.980	-4.221	-6.992	-4.808	-4.863	-3.663	-6.097	-4.218	-6.992	-4.808	-4.863	-3.663	-6.097	-4.218	-6.992	-4.808	-4.863	-3.663	-6.097	-4.218	-6.992
政府支出	輸出	設備投資	住宅投資	民間消費	輸入	政府支出	輸出	設備投資	住宅投資	民間消費	輸入	政府支出	輸出	設備投資	住宅投資	民間消費	輸入	政府支出	輸出	設備投資	住宅投資	民間消費	輸入	政府支出	輸出	設備投資	住宅投資	民間消費	輸入	
-0.111	-0.198	0.190	0.060	0.220	0.033	-0.323	0.296	0.027	0.419	-0.133	-0.403	0.183	0.054	0.628	-0.133	-0.403	0.183	0.054	0.628	-0.133	-0.403	0.183	0.054	0.628	-0.111	-0.435	0.106	0.033	0.572	
0.130	0.120	0.233	0.051	0.149	0.163	0.170	0.260	0.094	0.190	0.199	0.380	0.108	0.227	0.297	-0.085	-0.033	0.381	0.199	0.380	0.108	0.227	0.297	-0.085	-0.033	0.381	0.199	0.380	0.108	0.227	
0.214	-0.040	-0.065	0.328	0.021	-0.149	-0.052	0.415	0.115	0.203	0.064	0.130	0.112	0.206	0.061	0.130	0.135	0.082	0.481	0.112	0.206	0.061	0.130	0.135	0.082	0.481	0.112	0.206	0.061	0.130	
0.002	0.133	0.348	0.214	0.047	0.142	0.191	0.060	0.123	0.172	0.084	0.467	0.197	0.058	0.126	0.197	0.058	0.126	0.197	0.058	0.126	0.197	0.058	0.126	0.197	0.058	0.126	0.197	0.058	0.126	
0.031	0.057	0.025	0.071	0.025	0.071	0.003	0.053	0.035	0.071	-0.004	0.053	0.033	0.070	-0.004	0.053	0.033	0.070	-0.004	0.053	0.033	0.070	-0.004	0.053	0.033	0.070	-0.004	0.053	0.033	0.070	
0.526	0.321	0.526	0.321	0.526	0.321	0.526	0.321	0.526	0.321	0.526	0.321	0.526	0.321	0.526	0.321	0.526	0.321	0.526	0.321	0.526	0.321	0.526	0.321	0.526	0.321	0.526	0.321	0.526	0.321	0.526
0.240	0.240	0.240	0.240	0.240	0.240	0.240	0.240	0.240	0.240	0.240	0.240	0.240	0.240	0.240	0.240	0.240	0.240	0.240	0.240	0.240	0.240	0.240	0.240	0.240	0.240	0.240	0.240	0.240	0.240	0.240

VAR-5 1980年1-3月期～2003年7-9月期 (2000/1-3以新推計・公表値)					VAR-5a 1980年1-3月期～2003年7-9月期 (1994/1-3以新推計・作成値)					VAR-6 1980年1-3月期～2004年7-9月期 (固定方式最終値)					VAR-7 1980年1-3月期～2005年4-6月期 <連関方式>					VAR-8 1980年1-3月期～2011年7-9月期 <連関方式>												
93SNA		1995年基準			新推計			2003年11月発表値<1次QE>			93SNA		1995年基準			新推計			2004年11月発表値<1次QE>			93SNA		2000年基準			新推計			2011年11月発表値<1次QE>		
政府支出	輸出	設備投資	住宅投資	民間消費	輸入	政府支出	輸出	設備投資	住宅投資	民間消費	輸入	政府支出	輸出	設備投資	住宅投資	民間消費	輸入	政府支出	輸出	設備投資	住宅投資	民間消費	輸入	政府支出	輸出	設備投資	住宅投資	民間消費	輸入			
0.168	-0.342	-0.149	0.981	0.235	0.298	0.144	-0.364	-0.131	0.864	0.136	0.318	0.149	-0.341	-0.308	0.721	0.117	0.083	0.014	-0.212	-0.210	0.484	0.115	0.217	0.013	-0.181	-0.208	0.476	0.116	0.213			
-0.114	-0.189	-0.205	-0.285	-0.101	-0.258	-0.118	-0.201	-0.211	-0.318	-0.084	-0.265	-0.115	-0.205	-0.285	-0.116	-0.200	-0.229	-0.116	-0.178	-0.235	-0.261	-0.079	-0.230	-0.116	-0.164	-0.235	-0.261	-0.079	-0.230			
-0.036	0.089	0.054	-0.090	-0.044	-0.048	-0.063	0.071	0.180	-0.143	-0.003	-0.046	-0.041	0.013	0.257	0.006	-0.081	-0.047	0.006	0.175	-0.231	-0.009	-0.084	-0.048	0.168	0.234	-0.232	-0.016	-0.021	-0.163			
-0.075	-0.124	-0.135	-0.168	-0.057	-0.170	-0.074	-0.125	-0.131	-0.195	-0.052	-0.168	-0.072	-0.127	-0.176	-0.195	-0.056	-0.160	-0.085	-0.131	-0.173	-0.192	-0.058	-0.169	-0.092	-0.131	-0.197	-0.203	-0.063	-0.163			
-0.009	0.096	0.452	0.168	0.196	0.075	-0.074	0.054	0.366	0.134	0.098	0.051	-0.086	0.050	0.074	0.175	0.044	-0.038	-0.086	0.090	0.135	0.130	0.056	0.093	-0.038	0.066	0.124	0.127	0.058	0.012			
-0.068	-0.112	-0.122	-0.170	-0.060	-0.153	-0.070	-0.120	-0.125	-0.189	-0.050	-0.153	-0.053	-0.093	-0.130	-0.143	-0.241	-0.118	-0.065	-0.100	-0.133	-0.147	-0.044	-0.129	-0.065	-0.093	-0.122	-0.147	-0.045	-0.130			
-0.059	-0.014	0.106	0.495	0.093	0.164	-0.035	0.065	0.117	0.434	0.071	0.142	-0.050	-0.015	0.145	0.448	0.068	0.127	-0.070	-0.003	0.186	0.446	0.066	0.140	-0.070	0.011	0.191	0.445	0.066	0.142			
-0.041	-0.067	-0.073	-0.102	-0.038	-0.092	-0.040	-0.067	-0.070	-0.106	-0.028	-0.089	-0.039	-0.059	-0.086	-0.106	-0.030	-0.097	-0.049	-0.076	-0.100	-0.111	-0.034	-0.098	-0.049	-0.070	-0.100	-0.111	-0.034	-0.098			
-0.059	0.127	-0.495	-0.487	-0.607	-0.090	-0.203	0.088	-0.256	-0.580	-0.383	-0.113	-0.047	0.084	-0.036	-0.565	-0.385	-0.092	0.264	0.105	-0.032	0.352	-0.370	0.029	0.263	0.147	-0.018	-0.340	-0.373	0.051			
-0.118	-0.195	-0.212	-0.294	-0.105	-0.266	-0.164	-0.279	-0.292	-0.441	-0.117	-0.369	-0.155	-0.273	-0.379	-0.419	-0.120	-0.344	-0.183	-0.281	-0.372	-0.412	-0.125	-0.384	-0.182	-0.258	-0.359	-0.410	-0.125	-0.382			
0.011	0.088	0.035	0.124	-0.039	0.125	0.014	0.160	0.017	0.196	-0.025	0.135	0.042	0.133	0.046	0.235	-0.025	0.191	0.033	0.070	0.031	0.155	-0.016	0.141	0.033	0.032	0.020	0.154	-0.015	0.132			
-0.057	-0.095	-0.103	-0.143	-0.051	-0.129	-0.058	-0.088	-0.103	-0.155	-0.041	-0.130	-0.040	-0.108	-0.148	-0.183	-0.247	-0.134	-0.065	-0.099	-0.131	-0.145	-0.244	-0.128	-0.065	-0.092	-0.131	-0.146	-0.044	-0.129			
0.066	0.057	0.213	0.308	0.291	0.019	0.051	0.032	0.168	0.245	0.049	0.112	0.049	0.021	0.048	0.244	0.090	-0.001															

図表4: (5) VARモデル及びコレスキー分解(係数)の推定結果(政府支出ベース、80年代)

VAR-1					VAR-2					VAR-3					VAR-4					VAR-4a									
1980年1-3月期~2000年4-6月期 (68SNA最終データ)					1980年1-3月期~2000年7-9月期					1980年1-3月期~2002年1-3月期 (93SNA 旧推計最終値)					1980年1-3月期~2002年4-6月期 (2001/4-6以降新推計、公表値)					1980年1-3月期~2002年4-6月期 (1994/1-3以降新推計、作成値)									
68SNA 1980年基準 2000年9月発表値					93SNA 1995年基準 旧推計 2000年12月発表値					93SNA 1995年基準 旧推計 2002年6月発表値					93SNA 1995年基準 新推計 2002年8月発表値					93SNA 1995年基準 新推計 2002年6月発表値<1次OE>									
政府支出	輸出	設備投資	住宅投資	民間消費	輸入	政府支出	輸出	設備投資	住宅投資	民間消費	輸入	政府支出	輸出	設備投資	住宅投資	民間消費	輸入	政府支出	輸出	設備投資	住宅投資	民間消費	輸入	政府支出	輸出	設備投資	住宅投資	民間消費	輸入
-0.028	-0.308	-0.283	0.577	0.078	0.213	0.148	-0.225	-0.517	0.698	0.132	0.425	0.129	-0.197	-0.492	0.644	-0.029	0.414	0.129	-0.197	-0.492	0.644	-0.029	0.414	0.129	-0.197	-0.492	0.644	-0.029	0.414
-0.145	-0.242	-0.204	-0.387	-0.077	-0.354	-0.137	-0.314	-0.279	-0.492	-0.130	-0.467	-0.138	-0.303	-0.258	-0.487	-0.115	-0.465	-0.138	-0.303	-0.258	-0.487	-0.115	-0.465	-0.138	-0.303	-0.258	-0.487	-0.115	-0.465
-0.064	-0.120	-0.075	-0.285	-0.054	-0.268	-0.048	0.112	0.076	-0.148	-0.054	-0.152	-0.028	0.086	0.031	-0.193	-0.058	-0.219	-0.028	0.086	0.031	-0.193	-0.058	-0.219	-0.028	0.086	0.031	-0.193	-0.058	-0.219
-0.093	-0.154	-0.130	-0.247	-0.049	-0.232	-0.074	-0.169	-0.150	-0.264	-0.070	-0.251	-0.074	-0.163	-0.139	-0.262	-0.062	-0.250	-0.074	-0.163	-0.139	-0.262	-0.062	-0.250	-0.074	-0.163	-0.139	-0.262	-0.062	-0.250
-0.224	0.005	0.382	0.001	0.034	0.137	-0.148	0.021	0.320	-0.280	0.087	0.036	-0.162	0.098	0.447	-0.008	0.058	0.084	-0.162	0.098	0.447	-0.008	0.058	0.084	-0.162	0.098	0.447	-0.008	0.058	0.084
-0.122	-0.203	-0.171	-0.324	-0.065	-0.305	-0.096	-0.197	-0.175	-0.308	-0.081	-0.293	-0.091	-0.201	-0.172	-0.324	-0.076	-0.309	-0.091	-0.201	-0.172	-0.324	-0.076	-0.309	-0.091	-0.201	-0.172	-0.324	-0.076	-0.309
-0.040	-0.172	0.090	0.357	0.024	0.023	-0.045	-0.138	0.111	0.376	0.032	0.173	-0.046	-0.137	0.114	0.332	0.031	0.130	-0.046	-0.137	0.114	0.332	0.031	0.130	-0.046	-0.137	0.114	0.332	0.031	0.130
-0.054	-0.090	-0.076	-0.144	-0.029	-0.136	-0.040	-0.091	-0.081	-0.143	-0.038	-0.125	-0.041	-0.090	-0.076	-0.144	-0.034	-0.137	-0.041	-0.090	-0.076	-0.144	-0.034	-0.137	-0.041	-0.090	-0.076	-0.144	-0.034	-0.137
-0.217	-1.131	-0.883	0.063	-0.329	-0.102	-0.136	0.107	-0.148	0.547	-0.363	0.640	-0.033	-0.503	-0.819	0.255	-0.439	0.148	-0.033	-0.503	-0.819	0.255	-0.439	0.148	-0.033	-0.503	-0.819	0.255	-0.439	0.148
-0.311	-0.518	-0.436	-0.927	-0.166	-0.777	-0.161	-0.369	-0.226	-0.577	-0.192	-0.549	-0.187	-0.412	-0.351	-0.662	-0.158	-0.532	-0.187	-0.412	-0.351	-0.662	-0.158	-0.532	-0.187	-0.412	-0.351	-0.662	-0.158	-0.532
0.076	0.254	0.037	0.171	0.007	0.227	0.031	0.051	-0.027	0.170	-0.055	0.033	0.031	0.053	-0.023	0.162	-0.013	0.045	0.031	0.053	-0.023	0.162	-0.013	0.045	0.031	0.053	-0.023	0.162	-0.013	0.045
-0.074	-0.123	-0.104	-0.157	-0.039	-0.185	-0.052	-0.120	-0.107	-0.168	-0.049	-0.178	-0.053	-0.118	-0.100	-0.169	-0.045	-0.161	-0.053	-0.118	-0.100	-0.169	-0.045	-0.161	-0.053	-0.118	-0.100	-0.169	-0.045	-0.161
0.007	0.169	0.111	0.128	0.011	-0.055	0.083	-0.028	0.107	0.130	-0.052	-0.027	0.035	0.004	0.205	0.111	0.089	-0.059	0.035	0.004	0.205	0.111	0.089	-0.059	0.035	0.004	0.205	0.111	0.089	-0.059
0.013	0.022	0.019	0.036	0.007	0.033	0.010	0.022	0.020	0.034	0.009	0.033	0.010	0.022	0.018	0.035	0.008	0.033	0.010	0.022	0.018	0.035	0.008	0.033	0.010	0.022	0.018	0.035	0.008	0.033
-6.655	-4.634	-4.976	-3.698	-6.913	-3.821	-6.328	-4.657	-4.901	-3.770	-6.438	-3.872	-6.276	-4.699	-5.018	-3.749	-6.641	-3.842	-6.276	-4.698	-5.018	-3.749	-6.641	-3.842	-6.276	-4.699	-5.018	-3.749	-6.641	-3.842

政府支出	輸出	設備投資	住宅投資	民間消費	輸入	政府支出	輸出	設備投資	住宅投資	民間消費	輸入	政府支出	輸出	設備投資	住宅投資	民間消費	輸入	政府支出	輸出	設備投資	住宅投資	民間消費	輸入	政府支出	輸出	設備投資	住宅投資	民間消費	輸入
0.087	0.147	0.059	-0.059	0.262	0.094	0.087	0.478	-0.158	0.591	0.046	0.051	0.046	0.051	0.414	-0.103	0.431	0.046	0.051	0.414	-0.103	0.431	0.046	0.051	0.046	0.051	0.414	-0.103	0.431	0.046
0.240	0.194	0.368	0.068	0.281	0.331	0.283	0.512	0.124	0.367	0.318	0.283	0.505	0.109	0.353	0.318	0.283	0.505	0.109	0.353	0.318	0.283	0.505	0.109	0.353	0.318	0.283	0.505	0.109	
0.221	0.055	-0.073	0.471	0.203	0.248	-0.051	-0.124	0.593	0.203	-0.043	-0.079	0.588	0.203	-0.043	-0.079	0.588	0.203	-0.043	-0.079	0.588	0.203	-0.043	-0.079	0.588	0.203	-0.043	-0.079	0.588	0.203
0.117	0.238	0.042	0.178	0.123	0.232	0.056	0.170	0.119	0.236	0.051	0.166	0.119	0.236	0.051	0.166	0.119	0.236	0.051	0.166	0.119	0.236	0.051	0.166	0.119	0.236	0.051	0.166	0.119	0.236
0.085	0.172	0.029	0.161	0.158	0.074	0.161	0.158	0.170	0.192	0.179	0.181	0.192	0.179	0.181	0.192	0.179	0.181	0.192	0.179	0.181	0.192	0.179	0.181	0.192	0.179	0.181	0.192	0.179	0.181
0.285	0.050	0.229	0.261	0.063	0.195	0.261	0.063	0.195	0.277	0.060	0.209	0.277	0.060	0.209	0.277	0.060	0.209	0.277	0.060	0.209	0.277	0.060	0.209	0.277	0.060	0.209	0.277	0.060	0.209
0.016	0.123	0.025	0.016	0.104	0.016	0.123	0.037	0.001	0.017	0.033	0.017	0.033	0.017	0.033	0.017	0.033	0.017	0.033	0.017	0.033	0.017	0.033	0.017	0.033	0.017	0.033	0.017	0.033	0.017
1.468	0.591	0.562	0.357	0.387	0.462	0.562	0.357	0.387	0.462	0.562	0.357	0.387	0.462	0.562	0.357	0.387	0.462	0.387	0.462	0.562	0.357	0.387	0.462	0.387	0.462	0.562	0.357	0.387	0.462

VAR-5					VAR-5a					VAR-6					VAR-7					VAR-8									
1980年1-3月期~2003年7-9月期 (2000/1-3以降新推計、公表値)					1980年1-3月期~2003年7-9月期 (1994/1-3以降新推計、作成値)					1980年1-3月期~2004年7-9月期 (固定方式最終値)					1980年1-3月期~2009年4-6月期 <連関方式>					1980年1-3月期~2011年7-9月期 <連関方式>									
93SNA 1995年基準 新推計 2003年11月発表値<1次OE>					93SNA 1995年基準 新推計 2003年11月発表値<1次OE>					93SNA 1995年基準 新推計 2004年11月発表値<1次OE>					93SNA 2000年基準 新推計 2009年3月発表値<1次OE>					93SNA 2000年基準 新推計 2011年11月発表値<1次OE>									
政府支出	輸出	設備投資	住宅投資	民間消費	輸入	政府支出	輸出	設備投資	住宅投資	民間消費	輸入	政府支出	輸出	設備投資	住宅投資	民間消費	輸入	政府支出	輸出	設備投資	住宅投資	民間消費	輸入	政府支出	輸出	設備投資	住宅投資	民間消費	輸入
0.052	0.344	-0.369	0.649	0.031	0.361	0.052	-0.344	-0.368	0.649	0.031	0.361	0.054	-0.423	-0.521	0.290	0.076	-0.077	-0.121	-0.035	-0.391	0.012	0.025	0.121	-0.126	0.018	-0.391	0.004	0.025	0.098
-0.136	-0.301	-0.262	-0.414	-0.114	-0.457	-0.136	-0.301	-0.262	-0.414	-0.114	-0.457	-0.154	-0.355	-0.421	-0.464	-0.134	-0.473	-0.153	-0.261	-0.271	-0.330	-0.101	-0.364	-0.153	-0.240	-0.269	-0.328	-0.101	-0.364
-0.043	0.079	0.101	-0.129	-0.041	-0.187	-0.043	0.079	0.101	-0.129	-0.041	-0.187	-0.034	-0.028	0.208	-0.103	-0.025	-0.189	-0.080	0.101	0.214	-0.091	-0.034	-0.187	-0.051	0.076	0.265	-0.078	-0.041	-0.123
-0.076	-0.168	-0.147	-0.232	-0.054	-0.256	-0.076	-0.168	-0.147	-0.232	-0.054	-0.256	-0.077	-0.167	-0.209	-0.230	-0.067	-0.235	-0.104	-0.176	-0.183	-0.223	-0.068	-0.246	-0.112	-0.176	-0.198	-0.242	-0.074	-0.258
-0.131	0.045	0.410	0.051	0.072	0.009	-0.131	0.045	0.410	0.051	0.072	0.009	-0.122	0.138	0.004	0.076	0.047	-0.038	-0.178	0.109	0.098	-0.020	0.042	-0.028	-0.179	0.068	0.083	-0.021	0.043	-0.033
-0.092	-0.203	-0.177	-0.280	-0.077	-0.309	-0.092	-0.203	-0.177	-0.280	-0.077	-0.309	-0.061	-0.152	-0.156	-0.163	-0.053	-0.186	-0.090	-0.153	-0.159	-0.184	-0.059	-0.214	-0.090	-0.142	-0.159	-0.194	-0.059	-0.215
-0.019	-0.123	0.173	0.444	0.034	0.186	-0.019	-0.123	0.173	0.444	0.034	0.186	0.008	-0.161	0.224	0.429	0.028	0.170	-0.012	-0.158	0.288	0.430	0.037	0.170	-0.011	-0.128	0.298	0.432	0.036	0.179
-0.046	-0.101	-0.088	-0.139	-0.038	-0.154	-0.046	-0.101	-0.088	-0.139	-0.038	-0.154	-0.047	-0.103	-0.129	-0.142	-0.041	-0.145	-0.068	-0.116	-0.121	-0.147	-0.045	-0.162	-0.089	-0.108	-0.121	-0.148	-0.045	-0.164
-0.229	-0.451	-0.788	0.160	-0.433	0.080	-0.229	-0.451	-0.788	0.160	-0.433	0.080	-0.013	-0.266	-0.260	0.141	-0.456	-0.012	0.248	-0.157	0.459	0.272	-0.485	0.136	0.254	-0.093	-0.449	0.282	-0.488	0.171
-0.192	-0.425	-0.371	-0.586	-0.161	-0.647	-0.192	-0.425	-0.371	-0.586	-0.161	-0.647	-0.179	-0.350	-0.488	-0.539	-0.156	-0.549	-0.235	-0.400	-0.416	-0.505	-0.155	-0.559	-0.235	-0.368	-0.413	-0.505	-0.155	-0.559
0.030	0.068	-0.027	0.108	-0.017	0.055	0.030	0.068	-0.027	0.108	-0.017	0.055	0.039	0.084	0.013	0.134	-0.033	0.090	0.054	0.059	-0.043	0.100	-0.021	0.093	0.051	0.021	-0.052	0.095	-0.020	0.074
-0.053	-0.117	-0.102	-0.161																										

図表4：(6) VARモデル及びコレスキー分解(係数)の推定結果 (政府支出ベース、90年代)

VAR-1					VAR-2					VAR-3					VAR-4					VAR-4a									
1980年1-3月期～2000年4-6月期 (83SNA最終データ)					1980年1-3月期～2000年7-9月期					1980年1-3月期～2002年1-3月期 (93SNA 旧推計最終値)					1980年1-3月期～2002年4-6月期 (2001/4-6以降新推計、公表値)					1980年1-3月期～2002年4-6月期 (1994/1-3以降新推計、作成値)									
68SNA 1990年基準 2000年9月発表値					93SNA 1995年基準 旧推計 2000年12月発表値					93SNA 1995年基準 旧推計 2002年8月発表値					93SNA 1995年基準 新推計 2002年8月発表値					93SNA 1995年基準 新推計 2002年8月発表値<1次QE>									
政府支出	輸出	設備投資	住宅投資	民間消費	輸入	政府支出	輸出	設備投資	住宅投資	民間消費	輸入	政府支出	輸出	設備投資	住宅投資	民間消費	輸入	政府支出	輸出	設備投資	住宅投資	民間消費	輸入	政府支出	輸出	設備投資	住宅投資	民間消費	輸入
0.357	-0.346	-0.063	0.641	0.090	0.122	0.104	-0.172	-0.208	0.442	0.283	0.098	0.283	-0.189	-0.228	0.937	0.213	0.191	0.263	-0.189	-0.228	0.937	0.213	0.191	0.215	-0.326	-0.249	0.656	0.075	0.162
-0.224	-0.167	-0.176	-0.404	-0.097	0.148	-0.213	-0.186	-0.272	-0.446	-0.158	0.188	-0.224	-0.272	-0.395	-0.621	-0.205	-0.263	-0.224	-0.272	-0.395	-0.621	-0.205	-0.263	-0.255	-0.312	-0.413	-0.649	-0.142	-0.203
0.198	-0.285	-0.174	-0.731	-0.033	0.368	-0.071	-0.065	0.166	-0.447	-0.046	0.207	0.049	-0.133	0.211	-0.144	-0.085	0.219	0.049	-0.133	0.211	-0.144	-0.085	0.219	-0.054	-0.129	0.263	-0.124	0.010	0.175
0.276	-0.205	-0.217	-0.459	-0.120	-0.182	-0.203	0.179	-0.259	-0.425	-0.151	-0.179	-0.160	-0.194	-0.283	-0.444	-0.147	-0.188	-0.160	-0.194	-0.283	-0.444	-0.147	-0.188	-0.091	-0.102	0.271	0.174	-0.112	-0.305
-0.072	0.290	0.360	0.450	0.126	-0.175	-0.284	0.339	0.197	-0.324	0.162	-0.147	0.137	0.298	0.202	-0.198	0.138	0.091	-0.137	0.298	0.202	-0.198	0.138	0.091	-0.155	-0.190	-0.251	-0.395	-0.087	-0.122
-0.237	-0.176	-0.186	-0.428	-0.103	-0.156	-0.176	-0.193	-0.224	-0.367	-0.130	-0.155	-0.137	-0.167	-0.243	-0.381	-0.128	-0.161	-0.137	-0.167	-0.243	-0.381	-0.128	-0.161	-0.169	-0.202	-0.271	-0.416	-0.111	-0.152
-0.105	0.194	-0.063	0.248	0.092	0.054	-0.127	0.092	-0.079	0.221	0.162	0.033	-0.064	0.039	-0.032	0.271	0.169	0.032	-0.064	0.039	-0.032	0.271	0.169	0.032	-0.054	0.027	-0.015	0.169	-0.110	-0.090
0.096	-0.071	-0.075	-0.172	-0.041	-0.063	-0.084	-0.074	-0.108	-0.178	-0.062	-0.074	-0.061	-0.075	-0.109	-0.170	-0.056	-0.072	-0.061	-0.075	-0.109	-0.170	-0.056	-0.072	-0.051	-0.075	-0.109	-0.170	-0.056	-0.072
0.451	-0.057	-0.633	-0.692	-0.560	0.329	-0.024	0.152	-0.255	-0.557	-0.176	-0.062	-0.074	-0.061	-0.075	-0.109	-0.170	-0.056	-0.074	-0.061	-0.075	-0.109	-0.170	-0.056	-0.009	-0.237	0.561	0.165	-1.680	-0.662
-0.417	-0.309	-0.327	-0.751	-0.180	-0.274	0.202	-0.177	-0.258	-0.422	-0.150	-0.178	0.174	0.255	0.212	-0.160	-0.818	-0.564	0.174	0.255	0.212	-0.160	-0.818	-0.564	-0.009	-0.237	0.561	0.165	-1.680	-0.662
-0.168	0.222	-0.713	-0.693	0.040	0.596	0.185	0.201	0.358	0.305	-0.079	0.629	-0.004	0.271	0.381	0.687	-0.059	0.983	-0.004	0.271	0.381	0.687	-0.059	0.983	0.017	0.276	0.319	0.669	0.094	0.626
-0.255	-0.169	-0.200	-0.459	-0.110	-0.168	-0.205	-0.179	-0.262	-0.428	-0.152	-0.181	-0.162	-0.197	-0.285	-0.448	-0.148	-0.190	-0.162	-0.197	-0.285	-0.448	-0.148	-0.190	-0.176	-0.216	-0.286	-0.448	-0.098	-0.196
-0.039	0.237	0.444	0.194	0.202	0.402	-0.038	0.297	0.126	0.239	0.332	0.339	0.100	0.228	0.125	0.250	0.318	0.329	0.100	0.228	0.125	0.250	0.318	0.329	0.024	0.229	0.123	0.244	0.254	0.339
0.027	0.020	0.021	0.048	0.012	0.018	0.020	0.018	0.026	0.042	0.014	0.018	0.015	0.018	0.027	0.042	0.014	0.018	0.015	0.018	0.027	0.042	0.014	0.018	0.016	0.019	0.027	0.042	0.016	0.019
-4.212	-4.808	-4.700	-3.035	-5.887	-5.049	-4.763	-5.053	-4.294	-3.308	-5.383	-5.031	-5.345	-4.956	-4.205	-3.303	-5.519	-5.022	-5.345	-4.956	-4.205	-3.303	-5.519	-5.022	-5.259	-4.858	-4.297	-3.300	-6.426	-5.052

政府支出	輸出	設備投資	住宅投資	民間消費	輸入	政府支出	輸出	設備投資	住宅投資	民間消費	輸入	政府支出	輸出	設備投資	住宅投資	民間消費	輸入	政府支出	輸出	設備投資	住宅投資	民間消費	輸入	政府支出	輸出	設備投資	住宅投資	民間消費	輸入
0.152	-0.257	-0.109	0.100	0.271	0.067	-0.640	0.034	0.033	0.275	0.275	0.275	-0.125	-0.861	-0.599	0.069	0.672	0.672	-0.125	-0.861	-0.599	0.069	0.672	0.672	-0.117	-0.842	-0.469	0.051	0.588	0.588
0.120	-0.125	0.340	0.077	0.116	0.154	0.169	0.426	0.150	0.169	0.169	0.169	0.214	0.239	0.575	0.193	0.211	0.211	0.214	0.239	0.575	0.193	0.211	0.211	0.215	0.236	0.527	0.115	0.202	0.202
0.292	-0.134	-0.151	0.195	0.390	-0.060	0.157	0.555	0.160	-0.025	0.034	0.034	0.197	0.446	0.148	0.162	0.162	0.197	0.446	0.148	0.162	0.162	0.162	0.193	0.236	0.527	0.115	0.202	0.202	
-0.300	0.112	0.192	0.452	0.103	0.154	0.342	0.121	0.138	0.358	0.120	0.131	0.358	0.120	0.131	0.358	0.120	0.131	0.358	0.120	0.131	0.358	0.120	0.131	0.334	0.073	0.128	0.334	0.073	0.128
0.036	0.015	0.040	0.059	0.099	0.258	0.063	0.007	0.062	0.071	0.046	0.199	-0.050	0.064	0.058	0.065	0.030	0.194	-0.050	0.064	0.058	0.065	0.030	0.194	-0.050	0.064	0.058	0.065	0.030	0.194

VAR-5					VAR-5a					VAR-6					VAR-7					VAR-8									
1980年1-3月期～2003年7-9月期 (2000/1-3以降新推計、公表値)					1980年1-3月期～2003年7-9月期 (1994/1-3以降新推計、作成値)					1980年1-3月期～2004年7-9月期 (固定方式最終値)					1980年1-3月期～2006年4-6月期 <連環方式>					1980年1-3月期～2011年7-9月期 <連環方式>									
93SNA 1995年基準 新推計 2003年11月発表値<1次QE>					93SNA 1995年基準 新推計 2004年11月発表値<1次QE>					93SNA 1995年基準 新推計 2004年11月発表値<1次QE>					93SNA 2000年基準 新推計 2009年8月発表値<1次QE>					93SNA 2000年基準 新推計 2011年11月発表値<1次QE>									
政府支出	輸出	設備投資	住宅投資	民間消費	輸入	政府支出	輸出	設備投資	住宅投資	民間消費	輸入	政府支出	輸出	設備投資	住宅投資	民間消費	輸入	政府支出	輸出	設備投資	住宅投資	民間消費	輸入	政府支出	輸出	設備投資	住宅投資	民間消費	輸入
0.210	-0.250	-0.281	1.253	0.408	0.242	0.169	-0.260	0.212	0.618	0.122	0.206	0.179	-0.265	-0.344	0.942	0.072	0.069	0.160	-0.290	-0.437	1.093	0.142	0.325	0.162	-0.263	-0.437	1.095	0.144	0.325
-0.223	-0.230	-0.364	-0.476	-0.191	-0.254	-0.262	-0.292	-0.398	-0.605	-0.142	-0.281	-0.215	-0.273	-0.450	-0.518	-0.127	-0.231	-0.208	-0.255	-0.443	-0.456	-0.122	-0.262	-0.208	-0.233	-0.441	-0.457	-0.124	-0.264
0.015	-0.077	0.024	0.114	-0.032	0.243	-0.074	-0.078	0.305	-0.086	0.049	0.185	0.010	-0.018	0.426	-0.338	0.055	0.340	0.014	0.020	0.279	-0.445	0.074	0.371	-0.010	0.143	0.387	-0.486	0.056	0.376
-0.169	-0.174	-0.275	-0.351	-0.145	-0.193	-0.161	-0.180	-0.246	-0.373	-0.087	-0.174	-0.165	-0.209	-0.345	-0.397	-0.088	-0.177	-0.182	-0.223	-0.367	-0.398	-0.106	-0.229	-0.195	-0.218	-0.412	-0.427	-0.116	-0.247
-0.137	0.298	0.251	0.168	0.269	-0.037	-0.089	0.234	0.122	-0.200	-0.010	-0.079	-0.142	0.093	0.132	0.267	-0.043	-0.307	-0.065	0.147	-0.228	0.374	-0.047	-0.140	-0.053	0.127	-0.264	0.377	-0.038	-0.137
-0.143	-0.147	-0.233	-0.305	-0.122	-0.163	-0.161	-0.178	-0.245	-0.371	-0.087	-0.173	-0.124	-0.157	-0.259	-0.298	-0.073	-0.133	-0.138	-0.169	-0.294	-0.302	-0.081	-0.174	-0.139	-0.156	-0.294	-0.304	-0.082	-0.176
-0.108	0.101	-0.034	0.550	0.169	0.085	-0.048	0.076	0.003	0.421	0.091	0.056	-0.110	0.087	0.018	0.508	0.075	-0.005	-0.106	0.116	-0.034	0.614	0.070	0.075	-0.104	0.114	-0.036	0.610	0.071	0.076
-0.081	-0.084	-0.133	-0.174	-0.070	-0.093	-0.077	-0.086	-0.117	-0.178	-0.042	-0.083	-0.078	-0.096	-0.159	-0.183	-0.045	-0.091	-0.085	-0.104	-0.180	-0.185	-0.050	-0.107	-0.084	-0.094	-0.179	-0.185	-0.050	-0.107
0.016	0.191	-0.265	-0.736	-0.744	-0.056	-0.220	0.559	-0.045	-1.704	-0.550	-0.341	-0.104	0.379	-0.108	-1.472	-0.543	-0.295	0.258	0.311	0.052	-1.684	-0.492	-0.100	0.243	0.327	0.078	-1.662	-0.502	-0.111
-0.184	-0.189	-0.300	-0.392	-0.157	-0.209	-0.333	-0.372	-0.507	-0.700	-0.180	-0.358	-0.306	-0.388	-0.641	-0.738	-0.181	-0.328	-0.334	-0.400	-0.711	-0.731	-0.195	-0.421	-0.330	-0.370	-0.700	-0.724	-0.196	-0.419
-0.018	0.210	0.384	0.241	-0.068	0.513	-0.004	0.212	0.300	0.765	0.053	0.586	0.078	0.253	0.444	0.511	0.079	0.718	0.012	0.112	0.501	0.385	0.099	0.477	0.013	0.102	0.483	0.376	0.099	0.476
-0.167	-0.173	-0.273	-0.357	-0.143	-0.191	-0.184	-0.205	-0.280	-0.425	-0.100	-0.198	-0.168	-0.213	-0.351	-0.404	-0.099	-0.180	-0.155	-0.194	-0.337	-0.347	-0.089	-0.200	-0.158	-0.178	-0.336	-0.347	-0.094	-0.201
0.028	0.351	0.107	0.340	0.380	0.293	-0.044	0.264	0.095	0.275	0.184	0.308	0.030	0.147	-0.007	0.299	0.182	0.421	-0.094	0.137	-0.076	0.341	0.166	0.258	-0.095	0.207	-0.063	0.341	0.156	0.251
0.016	0.017	0.027	0.035	0.014	0.019	0.017	0.019	0.026	0.039	0.009	0.018	0.016	0.020	0.033	0.038	0.009	0.017	0.016	0.020	0.033	0.038	0.009	0.020	0.016	0.018	0.034	0.035	0.010	0.020
-5.199	-5.137	-4.219	-3.684																										

図表5：(1) データ入れ替えの推計結果 (VARモデル及びベイズ分解、政府投資-政府消費ベース、90年代)

VAR-1 1990年-2000年4月期 1990年-2000年9月推定値	VAR-2 政府投資のみ入れ替え												VAR-3 政府消費のみ入れ替え												VAR-4 輸入のみ入れ替え												VAR-5 政府投資のみ入れ替え												VAR-6 政府消費のみ入れ替え											
	政府投資				政府消費				輸出				政府投資				政府消費				輸出				政府投資				政府消費				輸出				政府投資				政府消費				輸出				政府投資				政府消費				輸出			
	政府投資	政府消費	輸出	残差	政府投資	政府消費	輸出	残差	政府投資	政府消費	輸出	残差	政府投資	政府消費	輸出	残差	政府投資	政府消費	輸出	残差	政府投資	政府消費	輸出	残差	政府投資	政府消費	輸出	残差	政府投資	政府消費	輸出	残差	政府投資	政府消費	輸出	残差	政府投資	政府消費	輸出	残差	政府投資	政府消費	輸出	残差																
0.234	-0.003	-0.120	-0.016	0.205	0.001	0.001	0.024	-0.004	-0.147	-0.002	0.202	0.016	0.005	0.203	0.006	-0.128	-0.018	0.207	0.021	0.038	0.204	-0.013	-0.172	-0.012	0.205	0.011	0.000	0.191	-0.023	-0.062	-0.031	0.237	0.018	0.011	0.228	-0.004	-0.112	-0.023	0.215	0.010	0.023																			
-0.221	-0.018	-0.062	-0.061	-0.208	-0.063	-0.022	-0.021	-0.044	-0.206	-0.065	-0.222	-0.016	-0.223	-0.060	-0.207	-0.047	-0.219	-0.019	-0.204	-0.020	-0.210	-0.223	-0.041	-0.202	-0.126	-0.229	-0.046	-0.081	-0.230	-0.018	-0.209	-0.091	-0.200	-0.018	-0.209	-0.091	-0.184	-0.043	-0.213																					
2.472	-0.835	-0.786	-0.569	0.479	0.800	2.433	1.850	-0.835	-0.123	-0.044	0.263	0.661	0.234	-0.013	0.246	-0.057	0.548	2.616	-0.800	-0.538	0.632	0.765	2.289	-0.848	-0.116	0.013	0.431	0.800	0.025	2.304	-0.833	-0.108	-0.061	2.304	-0.833	-0.108	-0.061	2.304	-0.833	-0.108	-0.061																			
-1.149	-0.689	-0.411	-0.451	-1.037	-0.214	-0.260	-0.881	-0.190	-0.413	-0.451	-1.023	-0.215	-0.263	-1.031	-0.216	-0.150	-0.547	-1.261	-0.235	-0.381	-1.118	-0.184	-0.391	-0.438	-1.029	-0.210	-0.338	-1.156	-0.185	-0.418	-0.513	-0.072	-0.213	-0.336	-1.148	-0.187	-0.413	-0.451	-0.925	-0.212	-0.162																			
0.068	0.002	-0.110	-0.152	-0.160	-0.158	0.223	-0.002	0.224	-0.130	-0.157	-0.248	-0.141	0.227	0.493	-0.018	-0.164	-0.158	-0.094	0.208	-0.047	-0.130	-0.221	-0.043	-0.130	-0.221	-0.043	-0.130	-0.221	-0.043	-0.130	-0.221	-0.043	-0.130	-0.221	-0.043	-0.130	-0.221	-0.043	-0.130	-0.221	-0.043	-0.130																		
-0.008	-0.100	-0.216	-0.258	-0.148	-0.113	-0.182	-0.450	-0.081	-0.210	-0.229	-0.528	-0.105	-0.263	-0.585	-0.082	-0.228	-0.233	-0.263	-0.585	-0.082	-0.228	-0.233	-0.585	-0.082	-0.228	-0.233	-0.585	-0.082	-0.228	-0.233	-0.585	-0.082	-0.228	-0.233	-0.585	-0.082	-0.228	-0.233	-0.585	-0.082	-0.228																			
0.003	-0.071	0.283	0.364	0.458	0.192	-0.186	-0.348	-0.016	0.261	0.338	0.519	0.143	-0.117	-0.114	0.084	0.231	0.363	0.435	0.150	-0.158	-0.149	-0.061	0.214	0.431	0.427	0.165	-0.111	-0.208	-0.115	0.205	0.341	0.193	0.113	-0.098	-0.062	-0.018	0.282	0.368	0.241	0.338	-0.168	-0.162																		
-0.484	-0.018	-0.135	-0.180	-0.457	-0.280	-0.152	-0.237	-0.091	-0.119	-0.182	-0.441	-0.291	0.158	-0.250	-0.071	-0.189	-0.186	-0.380	-0.102	-0.184	-0.251	-0.088	-0.158	-0.225	-0.485	-0.060	-0.162	-0.460	-0.074	-0.186	-0.220	-0.432	-0.081	-0.145	-0.468	-0.078	-0.175	-0.182	-0.388	-0.081	-0.150																			
-0.144	-0.058	0.153	-0.164	0.290	0.094	-0.131	-0.051	0.265	-0.072	0.307	0.094	0.005	-0.181	0.006	0.262	-0.043	0.263	0.263	0.004	-0.164	-0.063	0.263	0.001	0.267	-0.189	-0.063	0.113	-0.011	0.283	0.097	0.002	-0.189	-0.064	-0.164	-0.164	-0.064	-0.164	-0.064	-0.164	-0.064	-0.164																			
-0.193	-0.032	-0.070	-0.217	-0.116	0.016	-0.061	-0.150	-0.032	-0.019	-0.077	-0.178	-0.238	-0.022	-0.011	-0.011	-0.019	-0.182	-0.041	-0.064	-0.184	-0.032	-0.062	-0.176	-0.180	-0.036	-0.180	-0.036	-0.180	-0.036	-0.180	-0.036	-0.180	-0.036	-0.180	-0.036	-0.180	-0.036	-0.180	-0.036	-0.180																				
1.167	-0.059	-0.284	-0.853	-0.851	-0.245	0.250	0.248	-0.058	-0.248	-0.048	-0.248	0.244	0.011	-0.248	-0.048	-0.248	-0.048	-0.248	0.244	0.011	-0.248	-0.048	-0.248	0.244	0.011	-0.248	-0.048	-0.248	-0.048	-0.248	-0.048	-0.248	-0.048	-0.248	-0.048	-0.248	-0.048	-0.248	-0.048	-0.248																				
-0.388	0.040	0.232	0.206	0.006	0.040	0.020	-0.008	-0.008	0.040	0.040	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011																			
-0.519	-0.003	0.181	0.204	-0.068	-0.207	-0.182	-0.629	-0.095	-0.161	-0.208	-0.094	-0.188	-0.068	-0.095	-0.202	-0.202	-0.629	-0.094	-0.188	-0.068	-0.095	-0.202	-0.202	-0.629	-0.094	-0.188	-0.068	-0.095	-0.202	-0.202	-0.629	-0.094	-0.188	-0.068	-0.095	-0.202	-0.202	-0.629	-0.094	-0.188																				
0.008	0.048	0.284	0.410	0.161	0.269	0.424	-0.011	-0.002	-0.006	0.000	-0.011	-0.002	-0.006	0.000	-0.011	-0.002	-0.006	0.000	-0.011	-0.002	-0.006	0.000	-0.011	-0.002	-0.006	0.000	-0.011	-0.002	-0.006	0.000	-0.011	-0.002	-0.006	0.000	-0.011	-0.002	-0.006	0.000	-0.011	-0.002	-0.006																			
0.283	0.009	0.025	0.021	0.048	0.010	0.017	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000																				
-2.769	-1.282	-0.822	-0.456	-2.412	-1.132	-0.591	-0.062	0.009	0.011	0.057	0.002	0.007	0.007	0.007	0.002	0.010	0.211	0.259	0.003	0.008	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007																				

VAR-7 1990年-2000年4月期 1990年-2000年9月推定値	VAR-8 政府消費のみ入れ替え												VAR-9 政府投資のみ入れ替え												VAR-10 輸入のみ入れ替え												VAR-11 政府消費-政府投資のみ入れ替え												VAR-12 政府投資-政府消費のみ入れ替え											
	政府投資				政府消費				輸出				政府投資				政府消費				輸出				政府投資				政府消費				輸出				政府投資				政府消費				輸出				政府投資				政府消費				輸出			
	政府投資	政府消費	輸出	残差	政府投資	政府消費	輸出	残差	政府投資	政府消費	輸出	残差	政府投資	政府消費	輸出	残差	政府投資	政府消費	輸出	残差	政府投資	政府消費	輸出	残差	政府投資	政府消費	輸出	残差	政府投資	政府消費	輸出	残差	政府投資	政府消費	輸出	残差	政府投資	政府消費	輸出	残差	政府投資	政府消費	輸出	残差																
0.010	-0.070	-0.145	0.029	0.206	0.104	0.011	-0.105	-0.220	0.034	0.136	0.038	-0.133	-0.012	0.057	0.051	0.122	0.011	-0.073	-0.132	0.046	0.240	0.268	0.009	-0.002	-0.202	0.204	0.047	0.099	0.009	-0.070	-0.149	-0.039	0.202	0.204	0.047	0.099																								
0.028	0.001	0.091	0.136	0.204	0.095	0.031	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001																						
0.479	0.111	0.407	0.258	0.161	0.312	0.237	0.169	-0.292	0.242	0.224	0.048	0.016	0.032	0.202	0.209	0.005	0.058	0.138	0.034	0.059	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078	0.078																						
0.275	0.373	0.189	0.164	0.218	0.217	0.432	0.180	0.205	0.340	0.248	-0.240	-0.004	0.241	0.168	0.412	0.008	-0.154	0.168	0.412	0.008	-0.154	0.168	0.412	0.008	-0.154	0.168	0.412	0.008	-0.154	0.168	0.412	0.008	-0.154	0.168	0.412	0.008	-0.154	0.168	0.412	0.008																				
0.132	0.437	0.254	0.161	0.318	0.246	0.159	-0.414	0.070	0.141	0.463	0.097	0.140	0.152	0.152	0.152	0.152	0.152	0.152	0.152	0.152	0.152	0.152	0.152	0.152	0.152	0.152	0.152	0.152	0.152	0.152	0.152	0.152	0.152	0.152	0.152	0.152	0.152	0.152	0.152																					
0.464	0.222	0.149	0.202	0.056	0.222	0.056	0.222	0.056	0.222	0.056	0.222	0.056	0.222	0.056	0.222	0.056	0.222	0.056	0.222	0.056	0.222	0.056	0.222	0.056	0.222	0.056	0.222	0.056	0.222	0.056	0.222	0.056	0.222	0.056	0.222	0.056	0.222	0.056	0.222	0.056																				
0.205	0.057	-0.120	0.022	-0.108	0.224	-0.108	0.224	-0.108	0.224	-0.108	0.224	-0.108	0.224	-0.108	0.224	-0.108	0.224	-0.108	0.224	-0.108	0.224	-0.108	0.224	-0.108	0.224	-0.108	0.224	-0.108	0.224	-0.108	0.224	-0.108	0.224	-0.108	0.224	-0.108	0.224	-0.108	0.224																					

図表5: (2) データ入れ替えの推計結果 (VARモデル及びコレスキー分解, 政府支出ベース, 90年代)

VAR-1 Base Estimation 1980年1-3月期~2000年4-6月期 (68SNA最終データ) 68SNA 1990年基準 2000年9月発表値							VAR-2 政府支出のみ入れ替え							VAR-3 輸出のみ入れ替え							VAR-4 設備投資のみ入れ替え						
政府支出	輸出	設備投資	住宅投資	民間消費	輸入		政府支出	輸出	設備投資	住宅投資	民間消費	輸入		政府支出	輸出	設備投資	住宅投資	民間消費	輸入		政府支出	輸出	設備投資	住宅投資	民間消費	輸入	
0.357	-0.346	-0.093	0.641	0.090	-0.122		0.302	-0.444	-0.220	1.064	0.206	0.118		0.343	-0.322	-0.055	0.749	0.087	0.075		0.278	-0.261	-0.070	0.603	0.117	0.036	
-0.224	-0.167	-0.175	-0.404	-0.097	-0.148		-0.220	-0.279	-0.283	-0.655	-0.155	-0.242		-0.218	-0.142	-0.170	-0.403	-0.094	-0.149		-0.251	-0.189	-0.250	-0.466	-0.111	-0.189	
0.199	-0.285	-0.174	-0.731	-0.033	0.368		0.056	-0.216	-0.185	-0.818	-0.036	0.338		0.230	-0.238	-0.227	-0.524	-0.066	0.311		0.214	-0.228	0.086	-0.554	-0.003	0.321	
-0.276	-0.205	-0.217	-0.498	-0.120	-0.182		-0.161	-0.205	-0.208	-0.481	-0.114	-0.176		-0.314	-0.204	-0.245	-0.580	-0.136	-0.214		-0.260	-0.198	-0.259	-0.483	-0.115	-0.175	
-0.072	0.290	0.360	0.450	0.176	-0.175		-0.057	0.266	0.323	0.563	0.154	-0.176		-0.104	0.284	0.399	0.428	0.143	-0.164		-0.168	0.261	0.335	0.104	0.098	-0.112	
-0.237	-0.176	-0.186	-0.428	-0.103	-0.156		-0.148	-0.189	-0.192	-0.444	-0.105	-0.164		-0.257	-0.167	-0.200	-0.474	-0.111	-0.175		-0.227	-0.171	-0.226	-0.421	-0.100	-0.153	
-0.106	0.104	-0.063	0.248	0.092	0.054		-0.047	0.088	-0.068	0.282	0.097	0.059		-0.103	0.074	-0.064	0.237	0.092	0.059		-0.116	0.115	-0.011	0.241	0.095	0.051	
-0.096	-0.071	-0.075	-0.172	-0.041	-0.063		-0.056	-0.073	-0.074	-0.172	-0.041	-0.063		-0.062	-0.075	-0.177	-0.041	-0.065	-0.096		-0.073	-0.098	-0.178	-0.042	-0.065		
0.451	-0.057	-0.633	-0.682	-0.560	0.329		-0.126	0.056	-0.580	-0.946	-0.610	0.299		0.453	0.130	-0.643	-0.579	-0.569	0.293		0.495	-0.033	-0.294	-0.499	-0.541	0.293	
-0.417	-0.309	-0.327	-0.751	-0.180	-0.274		-0.257	-0.326	-0.330	-0.764	-0.181	-0.282		-0.417	-0.271	-0.325	-0.770	-0.180	-0.284		-0.410	-0.309	-0.407	-0.760	-0.181	-0.276	
-0.168	0.222	0.713	0.603	0.040	0.596		-0.051	0.256	0.780	0.470	0.004	0.595		-0.160	0.316	0.707	0.562	0.039	0.614		-0.157	0.284	0.405	0.774	0.071	0.547	
-0.255	-0.169	-0.200	-0.459	-0.110	-0.168		-0.162	-0.206	-0.209	-0.484	-0.115	-0.179		-0.254	-0.165	-0.198	-0.470	-0.110	-0.173		-0.237	-0.179	-0.236	-0.441	-0.105	-0.160	
-0.039	0.237	0.444	0.194	0.202	0.402		-0.017	0.188	0.455	0.198	0.229	0.391		-0.038	0.311	0.449	0.153	0.207	0.358		-0.021	0.227	0.158	0.161	0.184	0.385	
0.027	0.020	0.021	0.048	0.012	0.018		0.016	0.021	0.021	0.048	0.011	0.016		0.027	0.017	0.021	0.049	0.012	0.018		0.027	0.020	0.026	0.049	0.012	0.018	
-4.212	-4.808	-4.700	-3.035	-5.687	-5.049		-5.223	-4.745	-4.719	-3.039	-5.921	-5.031		-4.213	-5.071	-2.984	-5.893	-4.978		-4.230	-4.794	-4.243	-2.994	-5.864	-5.021		
VAR-5 住宅投資のみ入れ替え							VAR-6 民間消費のみ入れ替え							VAR-7 輸入のみ入れ替え							VAR-8 政府支出・設備投資の2変数入れ替え						
政府支出	輸出	設備投資	住宅投資	民間消費	輸入		政府支出	輸出	設備投資	住宅投資	民間消費	輸入		政府支出	輸出	設備投資	住宅投資	民間消費	輸入		政府支出	輸出	設備投資	住宅投資	民間消費	輸入	
0.344	-0.332	-0.072	0.663	0.101	0.129		0.353	-0.331	-0.071	0.547	0.037	0.132		0.345	-0.330	-0.043	0.630	0.101	0.212		0.272	-0.324	-0.213	0.865	0.231	0.092	
-0.224	-0.168	-0.176	-0.357	-0.097	-0.148		-0.233	-0.168	-0.191	-0.401	-0.118	-0.153		-0.226	-0.170	-0.190	-0.405	-0.098	-0.147		-0.240	-0.306	-0.395	-0.746	-0.174	-0.270	
0.182	-0.268	-0.165	-0.459	-0.019	0.377		0.122	-0.276	-0.067	-0.615	-0.004	0.313		0.188	-0.271	-0.137	-0.707	-0.029	0.256		0.073	-0.195	0.082	-0.616	-0.008	0.305	
-0.276	-0.207	-0.218	-0.440	-0.119	-0.182		-0.274	-0.198	-0.224	-0.471	-0.139	-0.180		-0.277	-0.208	-0.233	-0.496	-0.120	-0.180		-0.153	-0.198	-0.253	-0.477	-0.111	-0.173	
-0.073	0.289	0.364	0.237	0.127	-0.176		0.003	0.297	0.240	0.229	0.025	-0.106		-0.080	0.303	0.329	0.359	0.147	-0.030		-0.130	0.281	0.301	0.096	0.114	-0.128	
-0.238	-0.178	-0.187	-0.379	-0.103	-0.157		-0.236	-0.171	-0.193	-0.407	-0.120	-0.156		-0.255	-0.192	-0.215	-0.457	-0.110	-0.166		-0.139	-0.177	-0.229	-0.433	-0.101	-0.157	
-0.115	0.100	-0.049	0.300	0.102	0.051		-0.073	0.094	-0.102	0.242	0.152	0.071		-0.106	0.106	-0.072	0.230	0.095	0.023		-0.058	0.105	-0.018	0.268	0.103	0.053	
-0.106	-0.080	-0.084	-0.170	-0.046	-0.070		-0.095	-0.088	-0.078	-0.163	-0.048	-0.082		-0.098	-0.073	-0.082	-0.175	-0.042	-0.064		-0.058	-0.074	-0.098	-0.181	-0.042	-0.066	
0.449	-0.038	-0.657	-0.701	-0.560	0.340		-0.003	0.109	-0.100	-0.739	-0.529	0.098		0.471	-0.083	-0.738	-0.790	-0.559	0.140		-0.074	0.030	-0.242	-0.676	-0.593	0.278	
-0.418	-0.313	-0.329	-0.666	-0.181	-0.276		-0.304	-0.220	-0.249	-0.524	-0.155	-0.200		-0.421	-0.316	-0.354	-0.753	-0.182	-0.274		-0.254	-0.324	-0.419	-0.791	-0.185	-0.287	
-0.151	0.212	0.713	0.606	0.023	0.591		-0.171	0.211	0.727	0.683	0.007	0.583		-0.125	0.159	0.672	0.710	-0.013	0.558		-0.037	0.297	0.439	0.716	0.044	0.549	
-0.258	-0.194	-0.204	-0.412	-0.112	-0.171		-0.263	-0.190	-0.215	-0.452	-0.134	-0.173		-0.294	-0.221	-0.248	-0.527	-0.127	-0.192		-0.149	-0.190	-0.248	-0.464	-0.108	-0.168	
-0.041	0.221	0.438	0.240	0.201	0.397		-0.088	0.244	0.365	0.229	0.316	0.373		-0.050	0.212	0.351	0.197	0.198	0.355		0.011	0.204	0.165	0.150	0.204	0.380	
0.027	0.020	0.021	0.043	0.012	0.018		0.027	0.020	0.022	0.047	0.014	0.018		0.027	0.020	0.023	0.048	0.012	0.018		0.026	0.026	0.050	0.050	0.012	0.018	
-4.211	-4.786	-4.686	-3.277	-5.686	-5.041		-4.166	-4.816	-4.567	-3.079	-5.519	-5.002		-4.202	-4.775	-4.546	-3.038	-5.882	-5.062		-5.252	-4.764	-4.251	-2.981	-5.689	-5.013	
政府支出	輸出	設備投資	住宅投資	民間消費	輸入		政府支出	輸出	設備投資	住宅投資	民間消費	輸入		政府支出	輸出	設備投資	住宅投資	民間消費	輸入		政府支出	輸出	設備投資	住宅投資	民間消費	輸入	
-0.159	-0.250	0.011	0.096	0.262		-0.161	-0.305	0.058	-0.111	0.300		-0.164	-0.274	0.116	0.105	0.191		-0.193	-0.756	-0.009	0.285	0.609					
0.130	0.128	0.301	0.078	0.115		0.125	0.128	0.335	0.093	0.118		0.130	0.132	0.341	0.076	0.106		0.223	0.245	0.631	0.128	0.217					
	0.265	-0.207	-0.124	0.220		0.302	-0.100	-0.041	0.190		0.355	-0.093	-0.154	0.145		0.324	-0.147	-0.167	0.115								
	0.170	0.384	0.102	0.151		0.177	0.446	0.124	0.155		0.176	0.453	0.101	0.141		0.192	0.453	0.092	0.152								
	-0.209	0.090	0.169			-0.193	-0.198	0.146		-0.194	0.145	0.321		-0.100	0.193	0.183											
	0.384	0.103	0.150			0.426	0.119	0.154		0.429	0.098	0.134		0.399	0.081	0.139											
			0.032	0.021			-0.060	0.011			0.044	0.026			0.046	0.012											
			0.046	0.087			0.049	0.083			0.039	0.054			0.036	0.058											
				0.134				0.029				0.407				-0.073											
				0.255				0.220				0.239				0.279											

図表 6 : GDP 統計の改定の要因分解

< GDP >	< 民間消費 >				< 住宅投資 >				
	MSR	Bias	News	Noise	MSR	Bias	News	Noise	
IHSNA	最終(基準年次)	0.011%	0.4%	19.6%	80.0%	0.090%	0.0%	-15.0%	114.9%
	正式系列	0.014%	3.1%	-22.4%	119.3%	0.123%	0.1%	9.4%	90.5%
68SNA	最終(基準年次)	0.002%	3.0%	-7.2%	104.2%	0.044%	1.3%	-57.6%	156.4%
	正式系列	0.011%	0.1%	38.3%	61.6%	0.132%	1.5%	-23.6%	122.1%
93SNA	最終(基準年次)	0.004%	0.5%	108.9%	-9.4%	0.021%	0.0%	27.7%	72.3%
	正式系列	0.005%	2.5%	63.1%	34.4%	0.050%	0.0%	80.5%	19.4%
93SNA: 固定	最終(基準年次)	0.003%	0.5%	112.0%	-12.5%	0.011%	3.9%	-103.7%	199.9%
	正式系列	0.005%	1.9%	29.3%	68.8%	0.032%	2.2%	2.3%	95.5%
93SNA: 連鎖	最終(基準年次)	0.005%	1.7%	104.8%	-6.5%	0.028%	0.6%	53.3%	46.1%
	正式系列	0.005%	3.1%	80.4%	16.5%	0.064%	0.1%	101.4%	-1.6%
93SNA: 旧推計	最終(基準年次)	0.006%	3.6%	74.0%	22.3%	0.021%	1.7%	-197.7%	296.1%
	正式系列	0.005%	10.9%	39.3%	49.8%	0.072%	1.2%	-23.9%	122.7%
93SNA: 新推計	最終(基準年次)	0.004%	0.2%	113.1%	-13.3%	0.022%	0.0%	58.8%	41.1%
	正式系列	0.004%	3.5%	77.7%	18.7%	0.049%	0.0%	102.8%	-2.8%
< 設備投資 >	< 政府消費 >				< 政府投資 >				
IHSNA	最終(基準年次)	0.068%	1.7%	68.9%	29.4%	0.193%	6.9%	15.4%	77.7%
	正式系列	0.050%	1.9%	13.3%	84.8%	0.489%	1.8%	40.0%	58.1%
68SNA	最終(基準年次)	0.014%	9.6%	16.5%	73.9%	0.058%	0.1%	16.5%	83.4%
	正式系列	0.054%	0.4%	67.7%	31.9%	0.170%	0.4%	45.5%	54.1%
93SNA	最終(基準年次)	0.054%	1.2%	39.0%	59.8%	0.071%	0.0%	87.8%	12.2%
	正式系列	0.079%	0.7%	21.6%	77.8%	0.104%	0.5%	61.7%	37.8%
93SNA: 固定	最終(基準年次)	0.076%	0.0%	29.7%	70.3%	0.114%	4.7%	70.4%	24.9%
	正式系列	0.111%	0.3%	-2.9%	102.6%	0.162%	0.5%	45.3%	54.2%
93SNA: 連鎖	最終(基準年次)	0.045%	4.0%	44.9%	51.1%	0.051%	2.8%	98.4%	-1.2%
	正式系列	0.065%	1.5%	44.9%	53.7%	0.078%	2.9%	79.5%	17.6%
93SNA: 旧推計	最終(基準年次)	0.162%	5.9%	-8.2%	102.2%	0.297%	0.1%	68.4%	31.4%
	正式系列	0.150%	0.4%	-82.8%	182.4%	0.229%	0.4%	7.0%	92.6%
93SNA: 新推計	最終(基準年次)	0.042%	0.6%	62.0%	37.3%	0.043%	0.0%	106.1%	-6.1%
	正式系列	0.072%	1.2%	53.4%	45.4%	0.090%	1.9%	84.6%	13.5%

＜輸出＞	MSR			Bias			News			Noise		
	MSR	Bias	News	Noise	MSR	Bias	News	Noise	MSR	Bias	News	Noise
旧SNA	最終(基準年次)	0.031%	1.3%	17.4%	81.3%	0.016%	0.8%	-90.2%	189.4%	(注) ①改定幅は各1次推計と最終との乖離 ②最終値は、各1次推計に対応する基準年次を最終値としたもの、及び旧SNA、68SNA及び93SNAを最終値としている。 (出所)内閣府「国民経済計算年報」等から作成		
	正式系列	0.034%	0.5%	51.5%	48.0%	0.085%	0.7%	38.6%	60.7%			
68SNA	最終(基準年次)	0.020%	3.8%	-15.4%	111.6%	0.014%	3.4%	9.2%	87.4%			
	正式系列	0.049%	0.6%	-12.1%	111.5%	0.044%	0.5%	29.7%	69.8%			
93SNA	最終(基準年次)	0.020%	0.8%	94.0%	5.1%	0.005%	0.1%	112.3%	-12.4%			
	正式系列	0.018%	0.3%	109.0%	-9.4%	0.011%	0.0%	84.7%	15.2%			
93SNA: 固定	最終(基準年次)	0.027%	0.3%	93.3%	6.4%	0.006%	17.5%	36.8%	45.7%			
	正式系列	0.023%	0.0%	73.2%	26.8%	0.013%	5.9%	16.8%	77.3%			
93SNA: 連鎖	最終(基準年次)	0.018%	1.4%	95.5%	3.2%	0.005%	4.2%	143.7%	-47.8%			
	正式系列	0.017%	0.8%	138.0%	-38.8%	0.010%	3.2%	132.5%	-35.7%			
93SNA: 旧推計	最終(基準年次)	0.070%	4.5%	50.5%	45.0%	0.007%	16.6%	-32.7%	116.1%			
	正式系列	0.046%	3.8%	50.3%	45.9%	0.024%	18.9%	2.2%	78.9%			
93SNA: 新推計	最終(基準年次)	0.015%	3.9%	100.0%	-3.9%	0.005%	0.1%	151.0%	-51.1%			
	正式系列	0.015%	2.4%	131.8%	-34.3%	0.009%	2.5%	129.9%	-32.4%			

図表 7： 各国のリアルタイムデータの整備状況

国名	公表機関	データベースの名称	Real time data
アメリカ	Bureau of Economic Analysis (BEA)	Previously Published Estimates	
	Federal Reserve Bank of Philadelphia	Real-Time Data Research Center	○
	Federal Reserve Bank of St. Louis	Archival Federal Reserve Economic Data (ALFRED®)	○
	Federal Reserve Bank of St. Louis	FRASER	
	Bureau of Labor Statistics	Archived News Releases	
	Harvard University	Virtual Data Center (VDC)	
ユーロ	Euro Area Business Cycle Network (EABCN)	EABCN Real time database	○
イギリス	Bank of England	Gross Domestic Product Real-Time Database	○
	Office of National Statistics	Revisions triangles	○
ドイツ	Deutsche Bundesbank	Real time data	○
ニュージーランド	The Reserve Bank of New Zealand	A Real-Time Database for GDP	○
日本	内閣府ホームページ	公表履歴	
	日本銀行	作成・更新停止資料	
国際機関	OECD	Original Release Data and Revisions Database	○
その他	CIRANO	Forecasting and High-Dimensional Data Analysis Group	

# 小地域推定におけるベンチマーク問題と制約付き経験ベイズ推定の誤差評価

久保川 達也\*

## 1 はじめに

小地域の平均の推定においては、小地域からのデータ数が少ないため、標本平均で推定したのでは推定誤差が大きくなってしまい適切な推定が行えない。そこで、線形混合モデルなどベイズ的構造を導入して経験最良線形不偏予測量 (EBLUP) もしくは経験ベイズ推定量 (EB) を導出し、周辺地域のデータを組み込んだ安定した推定値の方向へ標本平均を縮小することにより、小地域の平均に対する推定精度を高めることができる。一方、広範な地域の平均の推定を考えると、十分なデータが利用できることから広範な標本平均は精度良く推定していると考えられるが、この広範な地域の推定を、個々の小地域の経験ベイズ推定値の(加重)平均で推定してみると、これは必ずしも広範な標本平均とは一致しない。これは、経験ベイズ推定量を利用する際の1つの問題点として知られている。もう1つの問題は、経験ベイズ推定値は縮小し過ぎている点であり、実際、経験ベイズ推定値の標本分散は事後分布の分散より小さくなっていることが指摘されている。そこで、これらの問題を解決する推定量として、制約付き経験ベイズ推定量 (CEB) を導出し、その平均2乗誤差 (MSE) の2次漸近近似とその2次不偏推定量を求める。また、県別家計調査データや市町村別胃がん死亡率データの解析を通してここで導出された手法の適用の様子を調べる。

## 2 小地域推定におけるベンチマーク問題

### 2.1 経験ベイズ推定 (EB) の有用性

小地域推定において地域レベルのモデルとして用いられるのが Fay-Herriot モデルである。これは、個々のデータではなく、地域毎の集計データのみが利用可能な場合に用いられる簡単なモデルである。いま全体で  $K$  個の小地域 (市町村など) があり、各小地域の平均を  $\mu_1, \dots, \mu_K$  とし、集計データから作られた直接的な推定値を  $y_1, \dots, y_K$  とする。このとき、

$$y_i = \mu_i + \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, K \quad (2.1)$$

なるモデルを考える。ここで、 $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_K$  は互いに独立に正規分布  $\varepsilon_i \sim \mathcal{N}(0, d_i)$  に従うものとする。集計データのみが利用可能なため分散  $d_i$  の値を求めることができないが、通常は過去何年間かのデータから推定しておいて、モデル (2.1) を考える上では  $d_i$  を既知の値として扱っている。

\*東京都文京区本郷 7-3-1 東京大学大学院経済学研究科 113-0033,

E-Mail: tatsuya@e.u-tokyo.ac.jp

全領域の特性値を推定する目的で標本調査が行われ十分なデータが得られて精度よく全平均の推定がなされる。同じデータを市町村などの小地域の平均の推定に再利用しようとする、地域によっては十分なデータが利用できないため推定誤差が極めて大きくなってしまふ。これを小地域推定問題という。上のモデルに即していうならば、 $d_i$  が大きいとき推定値  $y_i$  のバラツキが大きくなり推定精度が低くなってしまふ。小地域の推定精度を改善するために、周辺地域からのデータや共変量のデータを組み込むことが考えられる。Fay and Herriot (1979) は、(2.1) の  $\mu_i$  に次のような事前分布を想定したベイズモデルを提案した。

$$\mu_i \sim \mathcal{N}(\mathbf{x}_i^t \boldsymbol{\beta}, \lambda), \quad i = 1, \dots, K \quad (2.2)$$

ここで  $\mathbf{x}_i$  は共変量データを含んだ  $p$ -次元のベクトル、 $\boldsymbol{\beta}$  は  $p$ -次元の未知のベクトル、 $\lambda$  は未知の分散である。(2.1) と (2.2) を合わせたモデルを Fay-Herriot モデルという。このとき、 $y_i$  の周辺分布は  $\mathcal{N}(\mathbf{x}_i^t \boldsymbol{\beta}, \lambda + d_i)$ 、 $y_i$  を与えたときの  $\mu_i$  の事後分布は  $\mathcal{N}(\hat{\mu}_i^B(\lambda, \boldsymbol{\beta}), d_i \lambda / (\lambda + d_i))$  となる。ただし、事後分布の平均  $\hat{\mu}_i^B$  は  $\mu_i$  のベイズ推定量であり  $\hat{\mu}_i^B(\lambda, \boldsymbol{\beta}) = (\lambda y_i + d_i \mathbf{x}_i^t \boldsymbol{\beta}) / (\lambda + d_i)$  で与えられる。これは、 $y_i$  と  $\mathbf{x}_i^t \boldsymbol{\beta}$  を精度  $d_i^{-1}$ 、 $\lambda^{-1}$  の比で内分した自然な形をしている。 $\lambda$  と  $\boldsymbol{\beta}$  は未知なので周辺分布  $y_i \sim \mathcal{N}(\mathbf{x}_i^t \boldsymbol{\beta}, \lambda + d_i)$ 、 $i = 1, \dots, K$  から推定する必要がある。 $\lambda$  については最尤推定法・制限最尤推定法により求めることができるが、不偏推定に基づいた簡単な推定量を用いることもできる。 $\mathbf{X} = (\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_K)^t$ 、 $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_K)^t$ 、 $\mathbf{D} = \text{diag}(d_1, \dots, d_K)$  とおき、 $\mathbf{E}_0 = \mathbf{I}_K - \mathbf{X}(\mathbf{X}^t \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^t$  とすると、Prasad-Rao の不偏推定量に基づいた打ち切り推定量として

$$\hat{\lambda} = \{(K - p)^{-1}(\mathbf{y}^t \mathbf{E}_0 \mathbf{y} - \text{tr}[\mathbf{D} \mathbf{E}_0]), 0\}$$

を使うこともできる。 $\boldsymbol{\beta}$  は重み付き最小2乗推定量

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = \left( \sum_{i=1}^K \mathbf{x}_i \mathbf{x}_i^t / (\hat{\lambda} + d_i) \right)^{-1} \sum_{i=1}^K \mathbf{x}_i y_i / (\hat{\lambda} + d_i)$$

で推定できる。これらをベイズ推定量  $\hat{\mu}_i^B(\lambda, \boldsymbol{\beta})$  に代入したものが経験ベイズ推定量 (EB)

$$\hat{\mu}_i^{EB} = \hat{\mu}_i^B(\hat{\lambda}, \hat{\boldsymbol{\beta}}) = \mathbf{x}_i^t \hat{\boldsymbol{\beta}} + \frac{\hat{\lambda}}{\hat{\lambda} + d_i} (y_i - \mathbf{x}_i^t \hat{\boldsymbol{\beta}})$$

である。 $\mathbf{x}_i^t \hat{\boldsymbol{\beta}}$  は全データに基づいた安定した推定値であり、 $d_i$  が大きいときには、 $\hat{\mu}_i^{EB}$  は  $y_i$  を  $\mathbf{x}_i^t \hat{\boldsymbol{\beta}}$  の方向へ大きく縮小することによって、 $y_i$  より高い精度で推定できることが期待される。実際、推定誤差を平均2乗誤差  $MSE(\lambda, \boldsymbol{\beta}, \hat{\mu}_i^{EB}) = E[(\hat{\mu}_i^{EB} - \mu_i)^2]$  で測り、 $K$  を大きくしたときの MSE の2次漸近不偏推定値を調べてみると、多くの場合  $y_i$  の MSE 推定値より小さくなっていることがわかる。 $d_i$  がすべて等しく  $\boldsymbol{\beta} = \mathbf{0}$  のときには、 $\hat{\mu}_i^{EB}$  は数理統計学の分野で知られる James-Stein 推定量にほぼ近い形を与えており、 $\mu_1, \dots, \mu_K$  の同時推定の枠組みでは  $K \geq 3$  のとき James-Stein 推定量の MSE は  $y_i$  の MSE より一様に小さくなることが理論的に示される。応用的側面からも、経験ベイズ推定は、小地域平均の推定問題や疫学における地域別疾病率の推定など、実際のデータ解析の場面で利用されている。

## 2.2 経験ベイズ推定の問題点

経験ベイズ推定量は推定精度を高める推定手法として高く評価される一方で、 $K$  個の地域全体の平均を経験ベイズ推定値で構成してみると、全体の標本平均の値と一致しないという問題があること

が指摘される。例えば、 $w_i = d_i^{-1} / \sum_{j=1}^K d_j^{-1}$  を重みとして加重平均をとったもの  $\bar{y}_w = \sum_{i=1}^K w_i y_i$  で全体の平均を推定するとき、一般に経験ベイズ推定値の加重平均をとったものは  $\bar{y}_w$  と一致しない。即ち、

$$\sum_{i=1}^K w_i \hat{\mu}_i^{EB} \neq \bar{y}_w$$

である。 $K$  が大きいときには、 $\bar{y}_w$  は高い精度で全体平均を推定しているので、個々の小地域推定の累積によって全体の推定値  $\bar{y}_w$  が得られるのが自然である。

もう1つの問題は、7.2節の図1と図2を眺めてみるとわかるように、経験ベイズ推定値は縮小し過ぎてしまう傾向にある。Louis (1984) により指摘されたように、ベイズ推定値の加重平均と加重分散を事後分布の加重平均と加重分散と比較すると次の性質が成り立つ。

$$(1) \sum_{i=1}^K w_i \hat{\mu}_i^B = \sum_{i=1}^K w_i E[\mu_i | \mathbf{y}]$$

$$(2) \sum_{i=1}^K w_i \{\hat{\mu}_i^B - \bar{\mu}_w^B\}^2 \leq \sum_{i=1}^K w_i E\{[\mu_i - \bar{\mu}_w]^2 | \mathbf{y}\}$$

ただし、 $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_K)^t$ ,  $\bar{\mu}_w^B = \sum_{i=1}^K w_i \hat{\mu}_i^B$ ,  $\bar{\mu}_w = \sum_{i=1}^K w_i \mu_i$  である。等式(1)ではベイズ推定値の加重平均が事後分布の加重平均に一致しているが、(2)では分散についてはベイズ推定値の方が小さくなることを意味している。実際、不等式(2)は

$$\sum_{i=1}^K w_i E\{[\mu_i - \bar{\mu}_w]^2 | \mathbf{y}\} = \sum_{i=1}^K w_i \{\hat{\mu}_i^B(\lambda, \beta) - \bar{\mu}_w^B(\lambda, \beta)\}^2 + \sum_{i=1}^K w_i \text{Var}(\mu_i - \bar{\mu}_w | \mathbf{y}) \quad (2.3)$$

より従う。この不等式は、ベイズ推定値が縮小し過ぎていることを意味している。またこのことから、経験ベイズ推定値についても縮小し過ぎてしまうという問題点を引き継いでいることになる。

### 2.3 ベンチマーク問題と制約付き経験ベイズ推定 (CEB)

経験ベイズ推定量に関する上述の2つの問題点を解決するために、まずベイズ推定量を修正して制約付きベイズ推定量  $\hat{\mu}_i^{CB} = \hat{\mu}_i^{CB}(\lambda, \beta)$  を導出する。ベイズ推定量を  $\hat{\mu}_i^B = \hat{\mu}_i^B(\lambda, \beta)$  と記述して、次のような制約条件を考える。

$$(B1) \sum_{i=1}^K w_i \hat{\mu}_i^{CB} = \sum_{i=1}^K w_i y_i$$

$$(B2) \sum_{i=1}^K w_i \{\hat{\mu}_i^{CB} - \bar{\mu}_w^{CB}\}^2 = \sum_{i=1}^K w_i \{\hat{\mu}_i^B - \bar{\mu}_w^B\}^2 + \sum_{i=1}^K w_i (1 - w_i) d_i \lambda / (d_i + \lambda)$$

ここで、 $\bar{\mu}_w^{CB} = \sum_{j=1}^K w_j \hat{\mu}_j^{CB}$ ,  $\bar{\mu}_w^B = \sum_{j=1}^K w_j \hat{\mu}_j^B$  である。

$$\Delta_m^\dagger = \sum_{i=1}^K \frac{w_i d_i}{d_i + \lambda} (y_i - \mathbf{x}_i^t \beta)$$

とおくと, (B1) は  $\sum_{i=1}^K w_i \hat{\mu}_i^{CB} = \sum_{i=1}^K w_i \hat{\mu}_i^B + \Delta_m^\dagger$  と表される。また (2.3) の右辺の第2項を  $\Delta_v^\dagger$  とおくと,  $\mu_i | y_i \sim \mathcal{N}(\hat{\mu}_i^B, d_i \lambda / (\lambda + d_i))$  より

$$\begin{aligned} \Delta_v^\dagger &= \sum_{i=1}^K w_i \text{Var}(\mu_i - \bar{\mu}_w | \mathbf{y}) = \sum_{i=1}^K w_i E[\{(\mu_i - \hat{\mu}_i^B) - \sum_{j=1}^K w_j (\mu_j - \hat{\mu}_j^B)\}^2 | \mathbf{y}_i] \\ &= \sum_{i=1}^K w_i (1 - w_i) E[(\mu_i - \hat{\mu}_i^B)^2 | y_i] = \sum_{i=1}^K w_i (1 - w_i) \frac{d_i \lambda}{\lambda + d_i} \end{aligned}$$

となるので, 制約条件 (B2) は, 推定量の加重分散が事後分布の加重分散に等しいこと, 即ち,

$$\sum_{i=1}^K w_i \{\hat{\mu}_i^{CB} - \sum_{j=1}^K w_j \hat{\mu}_j^{CB}\}^2 = \sum_{i=1}^K w_i E[\{\mu_i - \bar{\mu}_w\}^2 | \mathbf{y}]$$

を意味している。

制約条件 (B1), (B2) のもとで条件付き MSE  $E[(\hat{\mu}_i^{CB}(\mathbf{y}) - \mu_i)^2 | \mathbf{y}]$  を最小にする  $\hat{\mu}_i^{CB}(\mathbf{y})$  を, 条件付き最適化問題として解くと

$$\hat{\mu}_i^{CB} = \hat{\mu}_i^B + \{a_B - 1\} \{\hat{\mu}_i^B - \sum_{j=1}^K w_j \hat{\mu}_j^B\} + \Delta_m^\dagger(\mathbf{y})$$

と表される。ここで,  $a_B$  は

$$\{a_B\}^2 = 1 + \frac{\Delta_v^\dagger}{\sum_{i=1}^K w_i \{\hat{\mu}_i^B - \sum_{j=1}^K w_j \hat{\mu}_j^B\}^2}$$

である。制約付きベイズ推定量  $\hat{\mu}_i^{CB} = \hat{\mu}_i^{CB}(\lambda, \beta)$  は  $\lambda, \beta$  の関数だから, それらの推定量を代入したものを制約付き経験ベイズ推定量 (Constrained Empirical Bayes, CEB) といい,  $\hat{\mu}_i^{CEB}$  と書くことにする。

制約付き経験ベイズ推定量は分散を大きくすることによって縮小し過ぎた経験ベイズ推定量の改善を図っている。経験ベイズ推定量の目的が推定精度を高めることにあつたので, 制限付き経験ベイズ推定量の方向性はこれに反するものである。そこで, 実際, どの程度 MSE を大きくしてしまっているのか評価することは意味がある。次の節では, かなり一般的な混合モデルの枠組みで制限付き経験ベイズ推定量の誤差評価について統一的な結果を与える。

### 3 一般的な混合モデルでの MSE に関する統一的な結果

ここでは, 一般的な混合モデルにおいて経験ベイズ推定量や制約付き経験ベイズ推定量の MSE に関して, その漸近的性質と2次漸近不偏推定について統一的な結果を紹介しよう。

#### 3.1 経験ベイズ推定 (EB) の MSE

$\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_N)^t$  を観測可能な  $N$ -次元確率ベクトル,  $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \dots, \theta_p)^t$  を観測できない  $p$ -次元確率ベクトルとする。  $\boldsymbol{\eta} = (\eta_1, \dots, \eta_q)^t$  を未知母数に関する  $q$ -次元ベクトルとする。確率変数

$\mathbf{y}$ ,  $\boldsymbol{\theta}$  は連続的でも離散的でもよいが、記法の便宜上、連続的なものとして記述する。 $(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\eta})$  を与えたときの  $\mathbf{y}$  の条件付き確率密度関数を  $f(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\eta})$  で示し、 $\boldsymbol{\eta}$  を与えたときの  $\boldsymbol{\theta}$  の条件付き確率密度関数を  $\pi(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{\eta})$  で示す。即ち、

$$\begin{aligned}\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\eta} &\sim f(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\eta}) \\ \boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{\eta} &\sim \pi(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{\eta})\end{aligned}\tag{3.1}$$

と書かれ、これは一般的な混合モデルを表している。与えられた  $\boldsymbol{\eta}$  に対して  $\mathbf{y}$  の周辺密度関数と、 $(\mathbf{y}, \boldsymbol{\eta})$  を与えたときの  $\boldsymbol{\theta}$  の条件付き密度関数（事後分布）は、それぞれ

$$\begin{aligned}m_\pi(\mathbf{y}|\boldsymbol{\eta}) &= \int f(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\eta})\pi(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{\eta})d\boldsymbol{\theta} \\ \pi(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y}, \boldsymbol{\eta}) &= f(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\eta})\pi(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{\eta})/m_\pi(\mathbf{y}|\boldsymbol{\eta})\end{aligned}\tag{3.2}$$

と書かれる。ここでは、一般的なスカラー関数  $\xi(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\eta})$  を  $\hat{\xi}(\mathbf{y})$  で推定（もしくは予測）する問題を扱う。推定量は平均2乗誤差 (MSE)  $MSE(\boldsymbol{\eta}, \hat{\xi}) = E[(\hat{\xi}(\mathbf{y}) - \xi(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\eta}))^2]$  で評価されるものとする。 $\boldsymbol{\eta}$  が既知のとき、MSE を最小にする意味で  $\xi(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\eta})$  の最良な推定量は条件付き平均値

$$\hat{\xi}(\mathbf{y}, \boldsymbol{\eta}) = E[\xi(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\eta})|\mathbf{y}]$$

で与えられ、これはベイズの枠組みではベイズ推定量である。本論文では、 $\boldsymbol{\eta}$  は未知母数なので、周辺密度  $m_\pi(\mathbf{y}|\boldsymbol{\eta})$  から推定する必要があり、得られる推定量を  $\hat{\boldsymbol{\eta}}$  と書く。これを  $\hat{\xi}(\mathbf{y}, \boldsymbol{\eta})$  に代入したものを  $\hat{\xi}(\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\eta}})$  が経験ベイズ推定量 (EB) である。

次に経験ベイズ推定量  $\hat{\xi}(\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\eta}})$  の MSE に対して  $N$  に関する2次近似を求めてみよう。そのために、次を仮定する。

(A1)  $\boldsymbol{\eta}$  の次元  $q$  は有界である。推定量  $\hat{\boldsymbol{\eta}}$  は、 $\hat{\boldsymbol{\eta}} - \boldsymbol{\eta} = O_p(N^{-1/2})$ ,  $E[\hat{\boldsymbol{\eta}} - \boldsymbol{\eta}] = O(N^{-1})$  を満たす。

(A2) ベイズ推定量  $\hat{\xi}(\mathbf{y}, \boldsymbol{\eta})$  は  $\boldsymbol{\eta}$  に関して連続微分可能であり、 $\partial \hat{\xi}(\mathbf{y}, \boldsymbol{\eta}) / \partial \eta_i = O_p(1)$ ,  $i = 1, \dots, q$ , である。

仮定 (A1), (A2) のもとで  $\hat{\xi}(\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\eta}})$  の MSE の2次近似が得られる。

$$g_1(\boldsymbol{\eta}) = E[\text{Var}(\xi(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\eta})|\mathbf{y})]\tag{3.3}$$

$$g_2(\boldsymbol{\eta}) = E\left[\left\{(\hat{\boldsymbol{\eta}} - \boldsymbol{\eta})^t \frac{\partial \hat{\xi}(\mathbf{y}, \boldsymbol{\eta})}{\partial \boldsymbol{\eta}}\right\}^2\right]\tag{3.4}$$

**定理 3.1** (A1), (A2) と  $g_1(\boldsymbol{\eta}) = O(1)$  を仮定すると、EB  $\hat{\xi}(\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\eta}})$  の MSE は

$$MSE(\boldsymbol{\eta}, \hat{\xi}(\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\eta}})) = g_1(\boldsymbol{\eta}) + g_2(\boldsymbol{\eta}) + o(N^{-1})\tag{3.5}$$

と近似される。ここで  $g_2(\boldsymbol{\eta}) = O(N^{-1})$  である。

### 3.2 EB の MSE の推定

定理 3.1 から, MSE に対する 2 次不偏推定量を与えよう。これには 2 つの方法があり, 1 つはテーラー級数展開によるもの, もう 1 つはパラメトリック・ブートストラップによるものである。次を仮定する。

(A3)  $g_1(\boldsymbol{\eta})$  は連続微分可能で  $g_1(\boldsymbol{\eta}) = O(1)$ ,  $\partial g_1(\boldsymbol{\eta})/\partial \eta_i = O_p(1)$ ,  $\partial^2 g_1(\boldsymbol{\eta})/\partial \eta_i \partial \eta_j = O_p(1)$ ,  $i, j = 1, \dots, q$ , を仮定する。

仮定 (A3) のもとで

$$g_1(\hat{\boldsymbol{\eta}}) = g_1(\boldsymbol{\eta}) + \left(\frac{\partial g_1(\boldsymbol{\eta})}{\partial \boldsymbol{\eta}}\right)^t (\hat{\boldsymbol{\eta}} - \boldsymbol{\eta}) + \frac{1}{2} (\hat{\boldsymbol{\eta}} - \boldsymbol{\eta})^t \frac{\partial^2 g_1(\boldsymbol{\eta}^*)}{\partial \boldsymbol{\eta} \partial \boldsymbol{\eta}^t} (\hat{\boldsymbol{\eta}} - \boldsymbol{\eta})$$

に注意すると,  $E[g_1(\hat{\boldsymbol{\eta}})] = g_1(\boldsymbol{\eta}) + g_{11}(\boldsymbol{\eta}) + g_{12}(\boldsymbol{\eta}) + o(N^{-1})$  が成り立つ。ここで

$$g_{11}(\boldsymbol{\eta}) = E\left[\left(\frac{\partial g_1(\boldsymbol{\eta})}{\partial \boldsymbol{\eta}}\right)^t (\hat{\boldsymbol{\eta}} - \boldsymbol{\eta})\right] \quad (3.6)$$

$$g_{12}(\boldsymbol{\eta}) = \frac{1}{2} E\left[(\hat{\boldsymbol{\eta}} - \boldsymbol{\eta})^t \frac{\partial^2 g_1(\boldsymbol{\eta})}{\partial \boldsymbol{\eta} \partial \boldsymbol{\eta}^t} (\hat{\boldsymbol{\eta}} - \boldsymbol{\eta})\right] \quad (3.7)$$

である。

**定理 3.2** (A1), (A2), (A3) を仮定する。このとき  $MSE(\boldsymbol{\eta}, \hat{\boldsymbol{\xi}}(\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\eta}}))$  の 2 次不偏推定量は

$$mse(\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\xi}}(\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\eta}})) = g_1(\hat{\boldsymbol{\eta}}) - g_{11}(\hat{\boldsymbol{\eta}}) - g_{12}(\hat{\boldsymbol{\eta}}) + g_2(\hat{\boldsymbol{\eta}}) \quad (3.8)$$

で与えられる。即ち,  $E[mse(\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\xi}}(\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\eta}}))] = MSE(\boldsymbol{\eta}, \hat{\boldsymbol{\xi}}(\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\eta}})) + o(N^{-1})$  が成り立つ。

$q$  が大きい複雑なモデルにおいては, モーメント  $E[(\hat{\boldsymbol{\eta}} - \boldsymbol{\eta})^t (\hat{\boldsymbol{\eta}} - \boldsymbol{\eta})]$ ,  $E[\hat{\boldsymbol{\eta}} - \boldsymbol{\eta}]$  や  $\hat{\boldsymbol{\xi}}(\mathbf{y}, \boldsymbol{\eta})$  及び  $g_1(\boldsymbol{\eta})$  の微分の計算が厄介になる。そこで定理 3.2 の代わりに次のようなパラメトリック・ブートストラップ標本を用いると便利である。

$$\begin{aligned} \mathbf{y}^* | (\boldsymbol{\theta}^*, \hat{\boldsymbol{\eta}}) &\sim f(\mathbf{y}^* | \boldsymbol{\theta}^*, \hat{\boldsymbol{\eta}}), \\ \boldsymbol{\theta}^* | \hat{\boldsymbol{\eta}} &\sim \pi(\boldsymbol{\theta}^* | \hat{\boldsymbol{\eta}}) \end{aligned} \quad (3.9)$$

$\hat{\boldsymbol{\eta}}^*$  は  $\mathbf{y}^*$  に基づいた推定量で  $\hat{\boldsymbol{\eta}}$  と同じようにして与えられるものとする。 $E[g_1(\hat{\boldsymbol{\eta}})] = g_1(\boldsymbol{\eta}) + g_{11}(\boldsymbol{\eta}) + g_{12}(\boldsymbol{\eta}) + o(N^{-1})$  であるから,  $\mathbf{y}^*$  に関する期待値を  $E^*[\cdot]$  で表すと,

$$E^*[g_1(\hat{\boldsymbol{\eta}}^*)] = g_1(\hat{\boldsymbol{\eta}}) + g_{11}(\hat{\boldsymbol{\eta}}) + g_{12}(\hat{\boldsymbol{\eta}}) + o_p(N^{-1})$$

が成り立つ。従って,  $E[E^*[g_1(\hat{\boldsymbol{\eta}}^*)]] = E[2g_1(\hat{\boldsymbol{\eta}})] - g_1(\boldsymbol{\eta}) + o(N^{-1})$  もしくは

$$g_1(\boldsymbol{\eta}) = E[2g_1(\hat{\boldsymbol{\eta}}) - E^*[g_1(\hat{\boldsymbol{\eta}}^*)]] + o(N^{-1})$$

となる。 $g_2(\boldsymbol{\eta}) = O(N^{-1})$  より,

$$g_2^*(\hat{\boldsymbol{\eta}}) = E^*[\{\hat{\boldsymbol{\xi}}(\mathbf{y}^*, \hat{\boldsymbol{\eta}}^*) - \hat{\boldsymbol{\xi}}(\mathbf{y}^*, \hat{\boldsymbol{\eta}})\}^2]$$

とおくと,  $E[g_2^*(\hat{\boldsymbol{\eta}})] = E[g_2(\hat{\boldsymbol{\eta}}) + o_p(N^{-1})] = g_2(\boldsymbol{\eta}) + o(N^{-1})$  となるので次の定理が成り立つ。

**定理 3.3** (A1), (A2), (A3) を仮定すると,

$$mse^*(\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\xi}}(\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\eta}})) = 2g_1(\hat{\boldsymbol{\eta}}) - E^*[g_1(\hat{\boldsymbol{\eta}}^*)] + g_2^*(\hat{\boldsymbol{\eta}}) \quad (3.10)$$

は,  $MSE(\boldsymbol{\eta}, \hat{\boldsymbol{\xi}}(\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\eta}}))$  の 2 次不偏推定量, 即ち,  $E[mse^*(\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\xi}}(\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\eta}}))] = MSE(\boldsymbol{\eta}, \hat{\boldsymbol{\xi}}(\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\eta}})) + o(N^{-1})$  が成り立つ。

## 4 ベンチマーク問題への拡張

### 4.1 ベンチマーク問題と制限付き経験ベイズ推定量 (CEB)

一般的な混合モデル (3.1) について、全体が  $K$  個の小地域に分割されており、 $i = 1, \dots, K$  に対して  $\xi_i = \xi_i(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\eta})$  が推定したい小地域のスカラー関数とする。各  $\xi_i(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\eta})$  に対する最良な推定量 (ベイズ推定量) は  $\hat{\xi}_i(\mathbf{y}, \boldsymbol{\eta}) = E[\xi_i(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\eta})|\mathbf{y}]$  である。 $w_i$  を非負の定数で  $\sum_{i=1}^K w_i = 1$  を満たすとする。ここで次を仮定する。

(A4)  $K/N \rightarrow \gamma$ ,  $0 < \gamma \leq 1$ ,  $\sum_{i=1}^K w_i^2 = O(N^{-1})$ ,  $\sum_{i=1}^K w_i \{\hat{\xi}_i(\mathbf{y}, \boldsymbol{\eta}) - E[\hat{\xi}_i(\mathbf{y}, \boldsymbol{\eta})]\} = O_p(N^{-1/2})$ ,  $Var(\xi_i(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\eta})|\mathbf{y}) = O_p(1)$

典型的な応用例では、 $N = K = p$  であり、各小地域の標本サイズ  $n_i$  に対して  $w_i = n_i / \sum_{j=1}^K n_j$ ,  $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \dots, \theta_K)^t$  に対して  $\xi_i(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\eta}) = \xi_i(\theta_i, \boldsymbol{\eta})$ ,  $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_K)^t$  に対して  $\hat{\xi}_i(\mathbf{y}, \boldsymbol{\eta}) = \hat{\xi}_i(y_i, \boldsymbol{\eta})$  であり、 $y_1, \dots, y_K$  は互いに独立に分布している。この場合、仮定 (A4) は満たされる。

この節では、 $\xi_i(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\eta})$  の推定量  $\delta_i(\mathbf{y})$  と推定量  $\hat{\boldsymbol{\eta}}$  について次を仮定する。

$$(C1) \sum_{i=1}^K w_i \delta_i(\mathbf{y}) = \sum_{i=1}^K w_i \hat{\xi}_i(\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\eta}}) + \Delta_m(\mathbf{y}), \Delta_m(\mathbf{y}) = O_p(N^{-1/2})$$

$$(C2) \sum_{i=1}^K w_i \{\delta_i(\mathbf{y}) - \bar{\delta}_w(\mathbf{y})\}^2 = \sum_{i=1}^K w_i \{\hat{\xi}_i(\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\eta}}) - \bar{\xi}_w(\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\eta}})\}^2 + \Delta_v(\mathbf{y}), \Delta_v(\mathbf{y}) = O_p(1)$$

ここで、 $\bar{\delta}_w(\mathbf{y}) = \sum_{i=1}^K w_i \delta_i(\mathbf{y})$  であり、(C1), (C2) はそれぞれ平均制約, 分散制約と呼ぶことにする。(C1) については、例えば  $\Delta_m(\mathbf{y}) = \sum_{i=1}^K w_i \{\hat{\xi}_i(\mathbf{y}, \mathbf{0}) - \hat{\xi}_i(\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\eta}})\}$  は、 $E[\hat{\xi}_i(\mathbf{y}, \boldsymbol{\eta})] - E[\hat{\xi}_i(\mathbf{y}, \mathbf{0})] = O(N^{-1/2})$  と (A4) を仮定すると、 $\Delta_m(\mathbf{y}) = O_p(N^{-1/2})$  を満たす。(C2) については

$$\Delta_v(\mathbf{y}) = \sum_{i=1}^K w_i Var(\xi_i(\boldsymbol{\theta}, \hat{\boldsymbol{\eta}}) - \bar{\xi}_w(\boldsymbol{\theta}, \hat{\boldsymbol{\eta}})|\mathbf{y}) \quad (4.1)$$

とおくと、 $\Delta_v(\mathbf{y}) = O_p(1)$  を満たす。このとき 制約は、

$$\sum_{i=1}^K w_i E[\{\delta_i(\mathbf{y}) - \bar{\delta}_w(\mathbf{y})\}^2|\mathbf{y}] = \sum_{i=1}^K w_i E[\{\xi_i(\boldsymbol{\theta}, \hat{\boldsymbol{\eta}}) - \bar{\xi}_w(\boldsymbol{\theta}, \hat{\boldsymbol{\eta}})\}^2|\mathbf{y}] \quad (4.2)$$

と表され、Ghosh (1992), Datta *et al.* (2011) により扱われた制約に対応する。

制約 (C1) と (C2) のもとでベンチマークを行うために、Ghosh (1992), Frey and Cressie (2003), Datta *et al.* (2011) は、制約条件 (C1), (C2) のもとで条件付き MSE  $E[\{\delta_i(\mathbf{y}) - \xi_i(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\eta})\}^2|\mathbf{y}]$  を最小化することを考えた。これを制約付きベイズ推定量 (CB) という。 $\hat{\boldsymbol{\eta}}$  を CB に代入して得られる推定量を、制約付き経験ベイズ推定量 (CEB) といい、

$$\delta_i^{CEB}(\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\eta}}) = \hat{\xi}_i(\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\eta}}) + \{a_B(\mathbf{y}) - 1\} \{\hat{\xi}_i(\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\eta}}) - \bar{\xi}_w(\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\eta}})\} + \Delta_m(\mathbf{y}) \quad (4.3)$$

で与えられることがわかる。ここで

$$\{a_B(\mathbf{y})\}^2 = 1 + \frac{\Delta_v(\mathbf{y})}{\sum_{i=1}^K w_i \{\hat{\xi}_i(\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\eta}}) - \bar{\xi}_w(\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\eta}})\}^2} \quad (4.4)$$

である。

## 4.2 CEB の MSE

さて, CEB の MSE を計算しよう。MSE は,

$$\begin{aligned}
MSE(\boldsymbol{\eta}, \delta_i^{CEB}) &= E[\{\widehat{\xi}_i(\mathbf{y}, \widehat{\boldsymbol{\eta}}) - \xi_i\}^2] \\
&\quad + E[\{(a_B(\mathbf{y}) - 1)(\widehat{\xi}_i(\mathbf{y}, \widehat{\boldsymbol{\eta}}) - \widetilde{\xi}_w(\mathbf{y}, \widehat{\boldsymbol{\eta}})) + \Delta_m(\mathbf{y})\}^2] \\
&\quad + 2E[\{\widehat{\xi}_i(\mathbf{y}, \widehat{\boldsymbol{\eta}}) - \xi_i\}\{(a_B(\mathbf{y}) - 1)(\widehat{\xi}_i(\mathbf{y}, \widehat{\boldsymbol{\eta}}) - \widetilde{\xi}_w(\mathbf{y}, \widehat{\boldsymbol{\eta}})) + \Delta_m(\mathbf{y})\}] \\
&= I_1(\boldsymbol{\eta}) + I_2(\boldsymbol{\eta}) + 2I_3(\boldsymbol{\eta})
\end{aligned} \tag{4.5}$$

と分解できる。\$I\_1(\boldsymbol{\eta}) = MSE(\boldsymbol{\eta}, \widehat{\xi}\_i(\mathbf{y}, \widehat{\boldsymbol{\eta}}))\$ であるから, 定理 3.1 より, \$I\_1(\boldsymbol{\eta}) = g\_1(\boldsymbol{\eta}) + g\_2(\boldsymbol{\eta}) + o(N^{-1})\$ と近似できる。\$I\_2, I\_3\$ については, 平均制約と平均-分散制約の場合に分けて扱う。

[1] **平均制約.** 平均制約 (C1) のもとでは (4.3) において \$a\_B(\mathbf{y}) = 1\$ とおくことにより, CEB は

$$\delta_i^{CEB}(\mathbf{y}, \widehat{\boldsymbol{\eta}}) = \widehat{\xi}_i(\mathbf{y}, \widehat{\boldsymbol{\eta}}) + \Delta_m(\mathbf{y}) \tag{4.6}$$

と表され, \$I\_2(\boldsymbol{\eta}) = E[\{\Delta\_m(\mathbf{y})\}^2]\$, \$I\_3(\boldsymbol{\eta}) = E[\{\widehat{\xi}\_i(\mathbf{y}, \widehat{\boldsymbol{\eta}}) - \xi\_i(\mathbf{y}, \boldsymbol{\eta})\}\Delta\_m(\mathbf{y})]\$ となる。\$\Delta\_m(\mathbf{y}) = O\_p(N^{-1/2})\$ より, \$I\_2(\boldsymbol{\eta}) = O(N^{-1})\$ であり,

$$\bar{I}_3(\boldsymbol{\eta}) = E\left[\left(\frac{\partial \widehat{\xi}_i(\mathbf{y}, \boldsymbol{\eta})}{\partial \boldsymbol{\eta}}\right)^t (\widehat{\boldsymbol{\eta}} - \boldsymbol{\eta}) \Delta_m(\mathbf{y})\right] = O(N^{-1})$$

とおくと, \$I\_3(\boldsymbol{\eta}) = \bar{I}\_3(\boldsymbol{\eta}) + O(N^{-3/2})\$ となる。

**命題 4.1** 仮定 (A1)-(A4) のもとで, 平均制約 (C1) の CEB は (4.6) で与えられ, その MSE は次のように近似できる。

$$\begin{aligned}
MSE(\boldsymbol{\eta}, \delta_i^{CEB}(\mathbf{y}, \widehat{\boldsymbol{\eta}})) &= MSE(\boldsymbol{\eta}, \widehat{\xi}_i(\mathbf{y}, \widehat{\boldsymbol{\eta}})) + E[\{\Delta_m(\mathbf{y})\}^2] \\
&\quad + 2E\left[\left(\frac{\partial \widehat{\xi}_i(\mathbf{y}, \boldsymbol{\eta})}{\partial \boldsymbol{\eta}}\right)^t (\widehat{\boldsymbol{\eta}} - \boldsymbol{\eta}) \Delta_m(\mathbf{y})\right] + o(N^{-1})
\end{aligned}$$

これより, CEB \$\delta\_i^{CEB}(\mathbf{y}, \widehat{\boldsymbol{\eta}})\$ と制約されていない EB \$\widehat{\xi}\_i(\mathbf{y}, \widehat{\boldsymbol{\eta}})\$ の MSE の違いは 2 次近似の項に現れることがわかる。

[2] **平均-分散制約.** この場合, CEB は (4.3) で与えられ, その MSE を近似するために次を仮定する。

$$(A5) \sum_{i=1}^K w_i \{(\widehat{\xi}_i(\mathbf{y}, \boldsymbol{\eta}) - \widetilde{\xi}_w(\mathbf{y}, \boldsymbol{\eta}))^2 - E[(\widehat{\xi}_i(\mathbf{y}, \boldsymbol{\eta}) - \widetilde{\xi}_w(\mathbf{y}, \boldsymbol{\eta}))^2]\} = O_p(N^{-1/2})$$

このとき \$I\_3(\boldsymbol{\eta}) = O(N^{-1/2})\$ であり

$$I_3(\boldsymbol{\eta}) = E\left[\left(\frac{\partial \widehat{\xi}_i(\mathbf{y}, \boldsymbol{\eta})}{\partial \boldsymbol{\eta}}\right)^t (\widehat{\boldsymbol{\eta}} - \boldsymbol{\eta}) h(\mathbf{y}, \boldsymbol{\eta})\right] + O(N^{-1}) \tag{4.7}$$

と近似できる。また \$I\_2(\boldsymbol{\eta}) = O(1)\$ であり,

$$I_2(\boldsymbol{\eta}) = E\left[\{A_B(\mathbf{y}, \boldsymbol{\eta}) - 1\}^2 \left\{\widehat{\xi}_i(\mathbf{y}, \boldsymbol{\eta}) - \sum_{j=1}^K w_j E[\widehat{\xi}_j(\mathbf{y}, \boldsymbol{\eta})]\right\}^2\right] + O(N^{-1/2})$$

と近似できるので, 次の命題を得る。

**命題 4.2** (A1)-(A5) を仮定する。平均-分散制約 (C1), (C2) のもとで CEB は (4.3) で与えられ, MSE の近似値は次で与えられる。

$$\begin{aligned} & \lim_{N \rightarrow \infty} \{MSE(\boldsymbol{\eta}, \delta_i^{CEB}(\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\eta}})) - MSE(\boldsymbol{\eta}, \hat{\xi}_i(\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\eta}}))\} \\ &= \lim_{N \rightarrow \infty} E \left[ \{A_B(\mathbf{y}, \boldsymbol{\eta}) - 1\}^2 \left\{ \hat{\xi}_i(\mathbf{y}, \boldsymbol{\eta}) - \sum_{j=1}^K w_j E[\hat{\xi}_j(\mathbf{y}, \boldsymbol{\eta})] \right\}^2 \right] \end{aligned}$$

この命題より, 平均-分散制約の CEB  $\delta_i^{CEB}(\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\eta}})$  と非制約の EB  $\hat{\xi}_i(\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\eta}})$  の MSE の違いは 1 次近似において現れることになる。即ち, CEB と EB の MSE の違いは小さくないことを意味する。従って, CEB の MSE を見積もることが重要になってくる。

### 4.3 CEB の MSE の推定

最後に, 平均-分散制約 (C1), (C2) のもとで CEB の MSE に対する 2 次不偏推定量をパラメトリック・ブートストラップ法で与えよう。次を仮定する。

**(A6)**  $\Delta_v(\mathbf{y}) - E[\Delta_v(\mathbf{y})] = O_p(N^{-r-1/2})$ ,  $E[\{\hat{\xi}_i(\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\eta}}) - \hat{\xi}_i(\mathbf{y}, \boldsymbol{\eta})\} \hat{\xi}_i(\mathbf{y}, \boldsymbol{\eta})] = O(N^{-1})$ ,  $E[\hat{\xi}_i(\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\eta}}) - \hat{\xi}_i(\mathbf{y}, \boldsymbol{\eta})] = O(N^{-1})$

(4.5) における  $I_3(\boldsymbol{\eta})$  に対して, パラメトリック・ブートストラップによる 2 次不偏推定量は

$$I_3^*(\mathbf{y}) = E^*[\{\hat{\xi}_i(\mathbf{y}^*, \hat{\boldsymbol{\eta}}^*) - \hat{\xi}_i(\mathbf{y}^*, \boldsymbol{\eta}^*)\} \{(a_B(\mathbf{y}^*) - 1)(\hat{\xi}_i(\mathbf{y}^*, \hat{\boldsymbol{\eta}}^*) - \tilde{\xi}_w(\mathbf{y}^*, \hat{\boldsymbol{\eta}}^*)) + \Delta_m(\mathbf{y}^*)\}]$$

で与えられる。(4.5) における  $I_2(\boldsymbol{\eta})$  の正確な不偏推定量は

$$\hat{I}_2(\mathbf{y}) = \{(a_B(\mathbf{y}) - 1)(\hat{\xi}_i(\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\eta}}) - \tilde{\xi}_w(\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\eta}})) + \Delta_m(\mathbf{y})\}^2$$

となるので, 次の定理を得る。

**定理 4.1** (A1)-(A6) を仮定する。平均-分散制約 (C1), (C2) のもとで CEB の  $MSE(\boldsymbol{\eta}, \delta_i^{CEB}(\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\eta}}))$  に対する 2 次不偏推定量は, (3.10) の  $mse^*(\mathbf{y}, \hat{\xi}(\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\eta}}))$  に対して

$$mse(\mathbf{y}, \delta_i^{CEB}(\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\eta}})) = mse^*(\mathbf{y}, \hat{\xi}(\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\eta}})) + \hat{I}_2(\mathbf{y}) + 2I_3^*(\mathbf{y}) \quad (4.8)$$

で与えられる。即ち,  $E[mse(\mathbf{y}, \delta_i^{CEB}(\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\eta}}))] = MSE(\boldsymbol{\eta}, \delta_i^{CEB}(\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\eta}})) + o(N^{-1})$  が成り立つ。

## 5 2 次分散関数をもつ指数型分布族 (NEF-QVF) への応用

### 5.1 NEF-QVF における EB とその MSE

さて, これまでの節で得られた結果を 2 次分散関数をもつ指数型分布族 (NEF-QVF) へ適用しよう。この分布族は, 正規分布, ポアソン分布, 2 項分布などの基本的な分布を含んでおり, Ghosh and Maiti (2004) で得られた結果を用いて CEB の MSE の 2 次不偏推定量を導こう。

$y_1, \dots, y_K$  を互いに独立な確率変数で,  $\theta_i$  を与えたときの  $y_i$  の条件付き分布と  $\theta_i$  の周辺分布が次のような指数型分布族に属しているとする。

$$\begin{aligned} y_i|\theta_i &\sim f(y_i|\theta_i) = \exp[n_i(\theta_i y_i - \psi(\theta_i)) + c(y_i, n_i)] \\ \theta_i|\nu, m_i &\sim \pi(\theta_i|\nu, m_i) = \exp[\nu(m_i \theta_i - \psi(\theta_i))]C(\nu, m_i) \end{aligned} \quad (5.1)$$

ここで,  $n_i$  は既知のスカラー,  $\nu$  は未知のスカラーであり,  $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_K)^t$ ,  $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \dots, \theta_K)^t$  とおく。  $f(y_i|\theta_i)$  は正則な 1 母数指数型分布族であり,  $\pi(\theta_i|\nu, m_i)$  は共役事前分布である。

$$\mu_i = E[y_i|\theta_i] = \psi'(\theta_i)$$

とおき,  $\psi''(\theta_i) = Q_i(\mu_i)$  と定義すると,

$$\text{Var}(y_i|\theta_i) = \frac{\psi''(\theta_i)}{n_i} = \frac{Q_i(\mu_i)}{n_i}$$

となる。ここで,  $Q_i(\cdot)$  は 2 次関数として  $Q_i(x) = v_{0,i} + v_{1,i}x + v_{2,i}x^2$  と表されるとし,  $v_{0,i}, v_{1,i}, v_{2,i}$  は既知で同時には 0 にならないとする。これを 2 次分散関数をもつ指数型分布族 (NEF-QVF) といい, Morris (1982, 83) により導入され議論された。2 項分布  $\text{Bin}(n_i, \mu_i/n_i)$ ,  $\mu_i = n_i p_i$ , は  $v_{0,i} = 0, v_{1,i} = n_i, v_{2,i} = -1$  に対応し, ポアソン分布  $\text{Po}(\mu_i)$ ,  $\mu_i = n_i \lambda_i$ , は  $v_{0,i} = v_{2,i} = 0, v_{1,i} = n_i$  に対応する。また既知の  $\sigma^2$  に対して正規分布  $\mathcal{N}(\mu_i, \sigma^2/n_i)$  は  $v_{0,i} = \sigma^2, v_{1,i} = v_{2,i} = 0$  に対応する。事前分布の平均と分散は

$$E[\mu_i|m_i, \nu] = m_i, \quad \text{Var}(\mu_i|m_i, \nu) = \frac{Q_i(m_i)}{\nu - v_{2,i}} \quad (5.2)$$

となる。この節では,  $m_i$  と  $\mathbf{x}_i^t \boldsymbol{\beta}$  の間に標準的な連結関数

$$m_i = \psi'(\mathbf{x}_i^t \boldsymbol{\beta}), \quad i = 1, \dots, K$$

を仮定する。前節の  $\boldsymbol{\eta}$  は  $\boldsymbol{\eta}^t = (\boldsymbol{\beta}^t, \nu)$  に対応する。

$(y_i, \theta_i)$  の同時分布は  $f(y_i|\theta_i)\pi(\theta_i|\nu, m_i) = \pi(\theta_i|y_i, \nu)f_\pi(y_i|\nu, m_i)$  と書き直される。ここで  $\pi(\theta_i|y_i, \nu)$  は  $y_i$  を与えたときの  $\theta_i$  の条件付き (事後) 分布,  $f_\pi(y_i|\nu, m_i)$  は  $y_i$  の周辺分布を表し,

$$\hat{\mu}_i = \hat{\mu}_i(y_i, \boldsymbol{\eta}) = E[\mu_i|y_i, \boldsymbol{\eta}] = \frac{n_i y_i + \nu m_i}{n_i + \nu}$$

に対して次で与えられる。

$$\begin{aligned} \pi(\theta_i|y_i, \nu, m_i) &= \exp[(n_i + \nu)(\hat{\mu}_i \theta_i - \psi(\theta_i))]C(n_i + \nu, \hat{\mu}_i) \\ f_\pi(y_i|\nu, m_i) &= \frac{C(\nu, m_i)}{C(n_i + \nu, \hat{\mu}_i)} \exp[c(y_i, n_i)] \end{aligned} \quad (5.3)$$

2 項分布やポアソン分布においては推定したい母数はそれぞれ  $p_i = \mu_i/n_i, \lambda_i = \mu_i/n_i$  であるので, 一般に既知の正の定数  $q_i$  に対して

$$\xi_i = q_i \mu_i \quad (5.4)$$

を推定する問題を考える。 $\nu, m_i$  が既知のときには  $\xi_i$  のベイズ推定量は

$$\hat{\xi}_i(y_i, \boldsymbol{\eta}) = q_i \hat{\mu}_i(y_i, \boldsymbol{\eta}) = q_i \frac{n_i y_i + \nu m_i}{n_i + \nu} \quad (5.5)$$

となる。Ghosh and Maiti (2004) で示されたように  $\phi_i = (1 + \nu/n_i)/(\nu - v_{2,i})$  に対して

$$\begin{aligned} E[y_i] &= E[\psi'(\theta_i)] = m_i \\ \text{Var}(y_i) &= \text{Var}(E[y_i|\theta_i]) + E[\text{Var}(y_i|\theta_i)] = \text{Var}(\mu_i) + E[Q_i(\mu_i)/n_i] = Q_i(m_i)\phi_i \\ \text{Cov}(y_i, \mu_i) &= E[\text{Cov}(y_i, \mu_i)|\theta_i] + \text{Cov}(E[y_i|\theta_i], \mu_i) = Q_i(m_i)/(\nu - v_{2,i}) \end{aligned}$$

である。これらを用いて Ghosh and Maiti (2004) はベイズ推定量  $\hat{\xi}_i$  が  $\xi_i$  の最良線形不偏推定量 (BLUP) であることを示した。

Godambe and Thompson (1989) の推定方程式に従って, Ghosh and Maiti (2004) は  $\beta, \nu$  の推定量を次の推定方程式の解として求めることを提案した。  $g_{1i} = y_i - m_i$ ,  $g_{2i} = (y_i - m_i)^2 - \phi_i Q_i(m_i)$  に対して  $\mathbf{g}_i = (g_{1i}, g_{2i})^t$  とおく。

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_i^t &= Q_i(m_i) \begin{pmatrix} \mathbf{x}_i & Q_i'(m_i)\phi_i\mathbf{x}_i \\ \mathbf{0} & -(1 + v_{2,i}/n_i)(\nu - v_{2,i})^{-2} \end{pmatrix} \\ \Sigma_i &= \text{Cov}(\mathbf{g}_i) = \begin{pmatrix} \mu_{2i} & \mu_{3i} \\ \mu_{3i} & \mu_{4i} - \mu_{2i}^2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

とし,  $|\Sigma_i| = \mu_{4i}\mu_{2i} - \mu_{2i}^3 - \mu_{3i}^2$  とする。ここで  $\mu_{ri} = E[(y_i - m_i)^r]$ ,  $r = 1, 2, 3, 4$ , の正確な表現式は後ほど与えられる。このとき最適な推定方程式は  $\sum_{i=1}^K \mathbf{D}_i^t \Sigma_i^{-1} \mathbf{g}_i = \mathbf{0}$  で与えられ,

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^K \frac{1}{|\Sigma_i|} \left[ \{\mu_{4i} - \mu_{2i}^2 - \mu_{3i}\phi_i Q_i'(m_i)\} g_{1i} + \{\mu_{2i}\phi_i Q_i'(m_i) - \mu_{3i}\} g_{2i} \right] Q_i(m_i) \mathbf{x}_i &= \mathbf{0} \\ \sum_{i=1}^K \frac{1}{|\Sigma_i|} \{\mu_{2i} g_{2i} - \mu_{3i} g_{1i}\} Q_i(m_i) (1 + v_{2,i}/n_i) (\nu - v_{2,i})^{-2} &= 0 \end{aligned} \quad (5.6)$$

と表される。推定方程式の解を  $\hat{\boldsymbol{\eta}}^t = (\hat{\beta}^t, \hat{\nu})$  とし,  $\hat{m}_i = \psi'(\mathbf{x}_i^t \hat{\beta})$  とおいて (5.5) に代入すると, 経験ベイズ推定量 (EB)

$$\hat{\xi}_i(y_i, \hat{\boldsymbol{\eta}}) = q_i \frac{n_i y_i + \hat{\nu} \hat{m}_i}{n_i + \hat{\nu}} \quad (5.7)$$

が得られる。Ghosh and Maiti (2004) で示されたように,  $\mathbf{s}_k(\boldsymbol{\eta}) = \sum_{i=1}^K \mathbf{D}_i^t \Sigma_i^{-1} \mathbf{g}_i$ ,  $\mathbf{U}_K = \text{Cov}(\mathbf{s}_K(\boldsymbol{\eta})) = \sum_{i=1}^K \mathbf{D}_i^t \Sigma_i^{-1} \mathbf{D}_i = O(K)$  に対して

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{\eta}} - \boldsymbol{\eta} &= \mathbf{U}_K^{-1} \mathbf{s}_k(\boldsymbol{\eta}) + o_p(K^{-1/2}) \\ E[(\hat{\boldsymbol{\eta}} - \boldsymbol{\eta})(\hat{\boldsymbol{\eta}} - \boldsymbol{\eta})^t] &= \mathbf{U}_K^{-1} + o(K^{-1}), \quad E[\hat{\boldsymbol{\eta}} - \boldsymbol{\eta}] = O(K^{-1}) \end{aligned} \quad (5.8)$$

となるので, 仮定 (A1) が満たされる。明らかに仮定 (A2) が成り立つ。  $\text{Var}(\mu_i|y_i) = Q_i(\mu_i)/(n_i + \nu - v_{2,i})$  より,

$$g_{1i}(\boldsymbol{\eta}) = \frac{E[Q_i(\mu_i)]}{n_i + \nu - v_{2,i}} = q_i^2 \frac{\nu}{(n_i + \nu)(\nu - v_{2,i})} Q_i(m_i)$$

となるので, 仮定 (A3) が満たされる。従って, 定理 3.1, 3.2, 3.3 が成り立つ。

最後に, Ghosh and Maiti (2004) に従って  $\mu_{ri}$  の正確な表現が次の命題で与えられる。

**命題 5.1** モーメント  $\mu_{ri} = E[(y_i - m_i)^r]$ ,  $r = 2, 3, 4$ , は,  $d_i = v_{2,i}/n_i$  に対して

$$\begin{aligned}\mu_{2i} &= \frac{Q_i(m_i)(\nu/n_i + 1)}{\nu - v_{2,i}}, \quad \mu_{3i} = \frac{Q_i(m_i)Q'_i(m_i)(\nu/n_i + 1)(\nu/n_i + 2)}{(\nu - v_{2,i})(\nu - 2v_{2,i})}, \\ \mu_{4i} &= (d_i + 1)(2d_i + 1)(3d_i + 1)E[(\mu_i - m_i)^4] + \frac{6}{n_i}Q'_i(m_i)(d_i + 1)(2d_i + 1)E[(\mu_i - m_i)^3] \\ &\quad + \frac{d_i + 1}{n_i^2} [7\{Q'_i(m_i)\}^2 + 2n_i(4d_i + 3)Q_i(m_i)]E[(\mu_i - m_i)^2] \\ &\quad + \frac{1}{n_i^3}Q_i(m_i)[n_i(2d_i + 3)Q_i(m_i) + \{Q'_i(m_i)\}^2]\end{aligned}$$

と書かれる。また *Morris (1983)*, *Ghosh and Maiti (2004)* に従って,  $E[(\mu_i - m_i)^2] = Q_i(m_i)/(\nu - v_{2,i})$ ,  $E[(\mu_i - m_i)^3] = 2Q_i(m_i)Q'_i(m_i)/\{(\nu - v_{2,i})(\nu - 2v_{2,i})\}$ ,

$$E[(\mu_i - m_i)^4] = \frac{3Q_i(m_i)[(\nu - 2v_{2,i})Q_i(m_i) + 2\{Q'_i(m_i)\}^2]}{(\nu - v_{2,i})(\nu - 2v_{2,i})(\nu - 3v_{2,i})}$$

と書ける。

## 5.2 CEB の MSE とその推定

さて, 4 節の結果を NEF-QVF に適用しよう。ここでは制約条件 (C1), (C2) については,  $\xi_i = q_i\mu_i$  の推定量  $\delta_i(\mathbf{y})$  について次のような典型的な制約を仮定する。

$$(C1') \sum_{i=1}^K w_i \delta_i(\mathbf{y}) = \sum_{i=1}^K w_i q_i y_i$$

$$(C2') \sum_{i=1}^K w_i \{\delta_i(\mathbf{y}) - \bar{\delta}_w(\mathbf{y})\}^2 = \sum_{i=1}^K w_i \{\hat{\xi}_i(y_i, \hat{\boldsymbol{\eta}}) - \bar{\xi}_w(\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\eta}})\}^2 + \Delta_v^\dagger(\mathbf{y}), \text{ ただし}$$

$$\Delta_v^\dagger(\mathbf{y}) = \sum_{i=1}^K w_i(1 - w_i)q_i^2 \frac{Q_i(\hat{\mu}_i(y_i, \hat{\boldsymbol{\eta}}))}{n_i + \hat{\nu} - v_{2,i}} \quad (5.9)$$

であり,  $\bar{\delta}_w(\mathbf{y}) = \sum_{i=1}^K w_i \delta_i(\mathbf{y})$ ,  $\bar{\xi}_w(\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\eta}}) = \sum_{i=1}^K w_i \hat{\xi}_i(\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\eta}}) = \sum_{i=1}^K w_i q_i \hat{\mu}_i(\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\eta}})$  である。

(C1) の  $\Delta_m(\mathbf{y})$  は

$$\Delta_m^\dagger(\mathbf{y}) = \sum_{i=1}^K \frac{w_i q_i}{n_i + \hat{\nu}} \hat{\nu} (y_i - \hat{m}_i) \quad (5.10)$$

と表され,  $O_p(K^{-1/2})$  であることが確かめられる。また  $\Delta_v^\dagger(\mathbf{y})$  は Fay-Herriot モデルの場合には (2.3) の右辺の第 2 項の推定量に対応する量である。実際,

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^K w_i \text{Var}(\xi_i - \bar{\xi}_w | \mathbf{y}) &= \sum_{i=1}^K w_i \left\{ q_i^2 (1 - 2w_i) \text{Var}(\mu_i | y_i) + \sum_{j=1}^K w_j^2 q_j^2 \text{Var}(\mu_j | y_j) \right\} \\ &= \sum_{i=1}^K (w_i q_i^2 - 2w_i^2 q_i^2 + w_i^2 q_i^2) \text{Var}(\mu_i | y_i) \\ &= \sum_{i=1}^K w_i (1 - w_i) q_i^2 Q_i(\mu) / (n_i + \nu - v_{2,i})\end{aligned}$$

であり, これは  $O_p(1)$  である。制約 (C1'), (C2') にもとで CEB は, (4.3), (4.4) より

$$\delta_i^{CEB}(\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\eta}}) = \hat{\xi}_i(\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\eta}}) + \{a_B(\mathbf{y}) - 1\} \{\hat{\xi}_i(\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\eta}}) - \bar{\xi}_w(\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\eta}})\} + \Delta_m^\dagger(\mathbf{y}) \quad (5.11)$$

と表される。ここで,  $a_B(\mathbf{y})$  は

$$\{a_B(\mathbf{y})\}^2 = 1 + \frac{\Delta_v^\dagger(\mathbf{y})}{\sum_{i=1}^K w_i \{\hat{\xi}_i(\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\eta}}) - \bar{\xi}_w(\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\eta}})\}^2} \quad (5.12)$$

であり,  $\Delta_m^\dagger(\mathbf{y}), \Delta_v^\dagger(\mathbf{y})$  は (5.10), (5.9) で与えられている。

**定理 5.1**  $\max_i \{n_i\}, \max_i \{m_i\}, \max_i \{q_i\}$  が有界で,  $\sum_{i=1}^K w_i = 1, \sum_{i=1}^K w_i^2 = O(K^{-1})$  を仮定すると, 前節で設定された仮定 (A4), (A5), (A6) が満たされる。

この定理から, 推定量  $\delta_i^{CEB}(\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\eta}})$  に関して命題 4.1, 4.2, 定理 4.1 のすべての結果が成り立つ。特に, CEB の MSE の推定は, 次のパラメトリック・ブートストラップ標本に基づいて与えられる。

$$\begin{aligned} y_i^* | \theta_i^* &\sim f(y_i^* | \theta_i^*) = \exp[n_i(\theta_i^* y_i^* - \psi(\theta_i^*)) + c(y_i^*, n_i)] \\ \theta_i^* | \hat{\nu}, \hat{m}_i &\sim \pi(\theta_i^* | \hat{\nu}, \hat{m}_i) = \exp[\hat{\nu}(\hat{m}_i \theta_i^* - \psi(\theta_i^*))] C(\hat{\nu}, \hat{m}_i) \end{aligned} \quad (5.13)$$

このとき, CEB  $\delta_i^{CEB}(\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\eta}})$  の MSE の 2 次不偏推定量は

$$mse(\mathbf{y}, \delta_i^{CEB}(\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\eta}})) = mse^*(\mathbf{y}, \hat{\xi}(\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\eta}})) + \hat{I}_2(\mathbf{y}) + 2I_3^*(\mathbf{y}) \quad (5.14)$$

となる。ここで  $mse^*(\mathbf{y}, \hat{\xi}(\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\eta}})) = 2g_1(\hat{\boldsymbol{\eta}}) - E^*[g_1(\hat{\boldsymbol{\eta}}^*)] + g_2^*(\hat{\boldsymbol{\eta}})$ ,  $g_2^*(\hat{\boldsymbol{\eta}}) = E^*[\{\hat{\xi}(\mathbf{y}^*, \hat{\boldsymbol{\eta}}^*) - \hat{\xi}(\mathbf{y}^*, \hat{\boldsymbol{\eta}})\}^2]$ ,  $\hat{I}_2(\mathbf{y}) = \{(a_B(\mathbf{y}) - 1)(\hat{\xi}_i(\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\eta}}) - \bar{\xi}_w(\mathbf{y}, \hat{\boldsymbol{\eta}})) + \Delta_m(\mathbf{y})\}^2$ ,

$$I_3^*(\mathbf{y}) = E^*[\{\hat{\xi}_i(\mathbf{y}^*, \hat{\boldsymbol{\eta}}^*) - \hat{\xi}_i(\mathbf{y}^*, \hat{\boldsymbol{\eta}})\} \{(a_B(\mathbf{y}^*) - 1)(\hat{\xi}_i(\mathbf{y}^*, \hat{\boldsymbol{\eta}}^*) - \bar{\xi}_w(\mathbf{y}^*, \hat{\boldsymbol{\eta}}^*)) + \Delta_m(\mathbf{y}^*)\}]$$

であり,  $g_1(\hat{\boldsymbol{\eta}}) = q_i^2 \hat{\nu} [(n_i + \hat{\nu})(\hat{\nu} - v_{2,i})]^{-1} Q_i(\hat{m}_i)$ ,  $g_1(\hat{\boldsymbol{\eta}}^*) = q_i^2 \hat{\nu}^* [(n_i + \hat{\nu}^*)(\hat{\nu}^* - v_{2,i})]^{-1} Q_i(\hat{m}_i^*)$  である。

## 6 正規線形混合モデルにおける CEB とその誤差評価

### 6.1 Fay-Herriot モデルにおける CEB

2 節で紹介された Fay-Herriot モデル

$$y_i = \mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta} + v_i + \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, K \quad (6.1)$$

を考えてみる。ただし,  $v_i \sim \mathcal{N}(0, \lambda)$ ,  $\varepsilon_i \sim \mathcal{N}(0, d_i)$  に従う。これは (2.1), (2.2) のように分解できるので, 指数型分布族の枠組みで表現すると,  $m_i = \mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta}$  に対して

$$\begin{aligned} y_i | \mu_i &\sim (2\pi)^{-1/2} \exp \left[ d_i^{-1} \{ \mu_i y_i - \mu_i^2 / 2 \} - y_i^2 / (2d_i) \right] \\ \mu_i | \lambda, m_i &\sim \exp \left[ \lambda^{-1} \{ m_i \mu_i - \mu_i^2 / 2 \} - m_i^2 / (2\lambda) \right] \end{aligned} \quad (6.2)$$

となる。従って、 $\theta_i = \mu_i$ ,  $\psi(\mu_i) = \mu_i^2/2$ ,  $\nu = 1/\lambda$ ,  $n_i = 1/d_i$  とおくと、このモデルは (5.1) の枠組みに入り、 $Q_i(\cdot)$  は  $v_{0,i} = 1$ ,  $v_{1,i} = v_{2,i} = 0$  に対応する。

2 節で与えられているように、経験ベイズ推定量は

$$\hat{\mu}_i^{EB} = \mathbf{x}_i^t \hat{\boldsymbol{\beta}} + \frac{\hat{\lambda}}{\hat{\lambda} + d_i} (y_i - \mathbf{x}_i^t \hat{\boldsymbol{\beta}})$$

となる。平均制約，分散制約をそれぞれ，

$$(MC) \sum_{i=1}^K w_i \delta_i = \sum_{i=1}^K w_i \hat{\mu}_i^{EB} + \Delta_m^\dagger(\mathbf{y})$$

$$(VC) \sum_{i=1}^K w_i \{\delta_i - \bar{\delta}_w\}^2 = \sum_{i=1}^K w_i \{\hat{\mu}_i^{EB} - \bar{\mu}_w^{EB}\}^2 + \Delta_v^\dagger(\mathbf{y})$$

とする。ここで、 $\bar{\delta}_w = \sum_{j=1}^K w_j \delta_j$ ,  $\bar{\mu}_w^{EB} = \sum_{j=1}^K w_j \hat{\mu}_j^{EB}$  である。また

$$\Delta_m^\dagger(\mathbf{y}) = \sum_{i=1}^K \frac{w_i d_i}{d_i + \hat{\lambda}} (y_i - \mathbf{x}_i^t \hat{\boldsymbol{\beta}})$$

であり、 $\Delta_m(\mathbf{y}) = O_p(K^{-1/2})$  となる。 $\Delta_v^\dagger(\mathbf{y})$  については、ここではより一般的に

$$\Delta_v^\dagger(\mathbf{y}) = K^{-r} \sum_{i=1}^K w_i (1 - w_i) \frac{d_i \hat{\lambda}}{\hat{\lambda} + d_i} \quad (6.3)$$

を考えることができる。 $r$  については、 $r = 0, 0.5, 1$  を考えるが、Kubokawa (2012) で論じられているように、 $r = 0$  の場合が、推定量の加重分散が事後分布の加重分散の推定量に等しいことを意味しており、制約付き経験ベイズ推定量の MSE は 1 次のオーダーにおいて経験ベイズ推定量の MSE と異なってくる。これに対して、 $r = 0.5$ ,  $r = 1$  の場合には、両者の違いは MSE において 2 次のオーダーの項に現れる。

制約条件 (MC), (VC) のもとで制約付き経験ベイズ推定量 (CEB) は

$$\hat{\mu}_i^{CEB} = \hat{\mu}_i^{EB} + \{a_B(\mathbf{y}) - 1\} \left\{ \hat{\mu}_i^{EB} - \sum_{j=1}^K w_j \hat{\mu}_j^{EB} \right\} + \Delta_m^\dagger(\mathbf{y})$$

と表される。ここで、 $a_B(\mathbf{y})$  は

$$\{a_B(\mathbf{y})\}^2 = 1 + \frac{\Delta_v^\dagger(\mathbf{y})}{\sum_{i=1}^K w_i \left\{ \hat{\mu}_i^{EB} - \sum_{j=1}^K w_j \hat{\mu}_j^{EB} \right\}^2}$$

で与えられる。CEB の MSE の推定量は、(5.14) より得られる。

## 6.2 応用例

6.1 節の結果を家計調査のデータに当てはめてみよう。2011 年 11 月の家計調査のうち、‘教育’ についての支出について、47 都道府県の県庁所在都市における平均支出 (1,000 円単位) を  $y_i$ ,  $i = 1, \dots, 47$ , とする。分散  $d_i$  については、11 月の‘教育’支出についての過去 10 年間のデータから計算したものをを用いることにする。家計調査は毎月報告されているが、多くの都道府県につ

表 1: 経験ベイズ推定量 (EB) と 制約付き経験ベイズ推定量 (CEB) の値とそれらの MSE 推定値 (括弧内の値が MSE 推定値)

都県	$d_i$	$y_i$	$\mathbf{x}_i^t \hat{\boldsymbol{\beta}}$	EB	CEB <sub>0</sub>	CEB <sub>0.5</sub>	CEB <sub>1</sub>
茨城	12.49	8.10	9.45	8.77 (5.34)	8.72 (5.90)	8.76 (5.45)	8.77 (5.38)
栃木	62.56	10.03	9.48	9.57 (7.05)	9.71 (7.76)	9.59 (7.18)	9.58 (7.09)
群馬	5.38	5.21	9.99	6.63 (3.48)	6.08 (4.20)	6.54 (3.57)	6.61 (3.51)
埼玉	9.01	12.33	14.30	13.14 (5.31)	14.12 (6.81)	13.30 (5.43)	13.17 (5.34)
千葉	91.77	30.71	12.17	14.43 (7.73)	15.71 (9.96)	14.63 (7.87)	14.46 (7.75)
東京	3.65	15.45	13.16	14.94 (2.79)	16.34 (5.01)	15.17 (2.90)	14.98 (2.81)
神奈川	27.48	23.25	12.54	15.93 (7.21)	17.56 (10.62)	16.19 (7.42)	15.97 (7.25)

いて標本サイズが 100 前後と小さく、しかも ‘教育’ 支出のデータのバラツキは非常に高くなっている。一方、全国消費実態調査のデータも 47 都道府県について利用可能である。これは、家計調査よりかなり大きい標本調査なため、平均支出の値はより信頼性が高いと考えられるが、調査自体は 5 年毎にしか実施されない。そこで、ここでは 2009 年の全国消費者実態調査の ‘教育’ 支出のデータを、 $X_i$  for  $i = 1, \dots, 47$ , としして用いることにする。 $\mathbf{x}_i^t = (1, X_i)$ ,  $\boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \beta_2)'$ ,  $K = 47$  としして、Fay-Herriot モデル

$$y_i = \mathbf{x}_i^t \boldsymbol{\beta} + v_i + \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, K$$

を当てはめることにする。

母数推定を行うと、 $\hat{\lambda} = 12.752$ ,  $\hat{\beta}_1 = 2.209$ ,  $\beta_2 = 0.580$  となる。経験ベイズ推定値 EB と、 $r = 0, 0.5, 1$  に対応して 3 種類の制約付き経験ベイズ推定値 CEB<sub>0</sub>, CEB<sub>0.5</sub>, CEB<sub>1</sub> とそれらの MSE の推定値を計算することができる。東京周辺の都県についての値が表 1 に与えられている。この表からわかるように、 $d_i$  が大きいほど EB は  $y_i$  を  $\mathbf{x}_i^t \hat{\boldsymbol{\beta}}$  の方向へより大きく縮小している。CEB<sub>0</sub> は CEB<sub>0.5</sub>, CEB<sub>1</sub> よりバラツキが大きく、東京については CEB<sub>0</sub> の値が  $y_i$  と  $\mathbf{x}_i^t \hat{\boldsymbol{\beta}}$  の範囲を超えてしまっているが、EB と CEB<sub>0.5</sub>, CEB<sub>1</sub> の値はその範囲に入っている。また、東京の CEB<sub>0</sub> の MSE 推定値は EB の MSE 推定値の約 1.8 倍になっているので、この値には注意する必要があるようである。CEB<sub>0</sub> に比べて CEB<sub>0.5</sub>, CEB<sub>1</sub> の MSE 推定値は EB の MSE 推定値に近い値を与えている。

## 7 ポアソン-ガンマ混合モデルと死亡リスクの推定への応用

### 7.1 ポアソン-ガンマ混合モデル

混合モデル (5.1) の例として空間疫学における相対リスクの推定に用いられるポアソン-ガンマ混合モデルを扱う。いま全体が  $K$  個の地域から構成されているとする。 $i = 1, \dots, K$  に対して  $y_i$  は地域  $i$  における特定の疾患による死亡数を表し、 $n_i$  は年齢と性により調整された予想される期待死亡数を表す。 $y_1, \dots, y_K$  は互いに独立な確率変数で、 $y_i$  は平均  $\lambda_i n_i$  のポアソン分布  $Po(\lambda_i n_i)$  に従い、 $\lambda_i$  は地域  $i$  における死亡リスクに対応する未知母数とする。 $\lambda_i$  の不偏推定量は

$$\hat{\lambda}_i^{SMR} = y_i/n_i \quad (7.1)$$

であり、標準化死亡比 (SMR) と呼ばれる。

$\hat{\lambda}_i^{SMR}$  の分散は  $Var(\hat{\lambda}_i^{SMR}) = \lambda_i/n_i$  であるから、 $n_i$  が小さいときには推定誤差が問題になることがわかる。そこで、ポアソン-ガンマ混合モデルを想定する。

$$\begin{aligned} y_i | \lambda_i &\sim Po(n_i \lambda_i) \\ \lambda_i &\sim Ga(m_i \nu / n_i, 1/\nu) \end{aligned} \quad (7.2)$$

ここで  $Ga(\alpha, \beta)$  は平均  $\alpha\beta$ 、分散  $\alpha\beta^2$  のガンマ分布を表す。この分布を指数型分布族で表すと

$$\begin{aligned} y_i | \lambda_i &\sim \exp[n_i(y_i n_i^{-1} \log \lambda_i - \lambda_i) + (y_i \log n_i - \log y_i!)], \\ \lambda_i | \nu, m_i &\sim \exp\{[(m_i/n_i)\nu - 1] \log \lambda_i - \nu \lambda_i + (m_i/n_i)\nu \log \nu\} \{\Gamma(m_i \nu / n_i)\}^{-1} d\lambda_i \end{aligned} \quad (7.3)$$

となる。 $\theta_i = n_i^{-1} \log \lambda_i$  とおくと  $d\lambda_i = n_i \exp[n_i \theta_i] d\theta_i$  より、 $\psi(\theta_i) = \exp[n_i \theta_i] = \lambda_i$  に対して

$$\begin{aligned} y_i | \lambda_i &\sim \exp[n_i(y_i \theta_i - \psi(\theta_i)) + (y_i \log n_i - \log y_i!)] \\ \theta_i | \nu, m_i &\sim \exp[\nu(m_i \theta_i - \psi(\theta_i))] n_i^{-1} (\nu/n_i)^{m_i \nu / n_i} \{\Gamma(m_i \nu / n_i)\}^{-1} d\theta_i \end{aligned} \quad (7.4)$$

と書けるので、(5.1) の枠組みに入り、 $Q_i(m_i)$  については  $v_{0,i} = v_{2,i} = 0$ 、 $v_{1,i} = n_i$  となる。また  $\mu_i = \psi'(\theta_i) = n_i \lambda_i$  であり  $q_i = 1/n_i$  とおく。 $\mu_i$ 、 $\lambda_i$  のベイズ推定量は

$$\hat{\mu}_i^B(y_i, m_i, \nu) = \frac{n_i y_i + \nu m_i}{n_i + \nu}, \quad \hat{\lambda}_i^B(y_i, m_i, \nu) = \frac{y_i + \nu m_i / n_i}{n_i + \nu} \quad (7.5)$$

と書ける。

さて死亡リスクの推定に対してベンチマーク問題を考えよう。 $L = \sum_{i=1}^K n_i$ 、 $w_i = n_i / \sum_{j=1}^K n_j$ 、 $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_K)^t$  とおく。全地域での平均的死亡リスクは  $\bar{y}_w = L^{-1} \sum_{i=1}^K y_i$  であり、期待値は  $E[\bar{y}_w] = L^{-1} \sum_{i=1}^K E[y_i] = L^{-1} \sum_{i=1}^K \lambda_i n_i$  となる。そこで、(C1') に対応する平均制約として

$$(MC) \sum_{i=1}^K w_i \hat{\lambda}_i^C = L^{-1} \sum_{i=1}^K y_i$$

を考える。SMR  $\hat{\lambda}_i^{SMR} = y_i/n_i$  はこの制約を満たす。しかし、ベイズ推定量  $\hat{\lambda}_i^B(y_i, m_i, \nu)$  は満たしていない。(5.11)、(5.6) から  $\lambda_i$  の CEB は

$$\hat{\lambda}_i^{CEBm} = \hat{\lambda}_i^{EB} + \sum_{j=1}^K \frac{w_j}{n_j} \frac{\hat{\nu}(y_j - \hat{m}_j)}{n_j + \hat{\nu}} \quad (7.6)$$

となる。ここで  $\hat{\lambda}_i^{EB} = (y_i + \hat{\nu}\hat{m}_i/n_i)/(n_i + \hat{\nu})$  である。

分散制約 (C2') は,  $\bar{\lambda}_w^C = \sum_{j=1}^K w_j \hat{\lambda}_j^C$ ,  $\bar{\lambda}_w^{EB} = \sum_{j=1}^K w_j \hat{\lambda}_j^{EB}$  に対して次のように表される。

$$(VC) \sum_{i=1}^K w_i (\hat{\lambda}_i^C - \bar{\lambda}_w^C)^2 = \sum_{i=1}^K w_i (\hat{\lambda}_i^{EB} - \bar{\lambda}_w^{EB})^2 + \sum_{i=1}^K w_i (1 - w_i) \frac{\hat{\lambda}_i^{EB}}{n_i + \hat{\nu}}$$

(5.11) より, CEB は

$$\hat{\lambda}_i^{CEBv} = \hat{\lambda}_i^{EB} + \{a_B(\mathbf{y}) - 1\} \{\hat{\lambda}_i^{EB} - \bar{\lambda}_w^{EB}\} \quad (7.7)$$

と表される。ただし

$$\{a_B(\mathbf{y})\}^2 = 1 + \frac{\sum_{j=1}^K w_j (1 - w_j) \hat{\lambda}_j^{EB} / (n_j + \hat{\nu})}{\sum_{j=1}^K w_j (\hat{\lambda}_j^{EB} - \bar{\lambda}_w^{EB})^2}$$

である。平均-分散制約 (MC), (VC) が課されるときには, (5.11) より CEB は次で与えられる。

$$\hat{\lambda}_i^{CEBmv} = \hat{\lambda}_i^{EB} + \{a_B(\mathbf{y}) - 1\} \{\hat{\lambda}_i^{EB} - \bar{\lambda}_w^{EB}\} + \sum_{j=1}^K \frac{w_j \nu (y_j - \hat{m}_j)}{n_j (n_j + \hat{\nu})} \quad (7.8)$$

$m_i = \psi'(\mathbf{x}_i^t \boldsymbol{\beta})$ ,  $\psi(\theta_i) = \exp[n_i \theta_i] = \lambda_i$  であるから,  $m_i = n_i \exp[n_i \mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}]$  となる。未知母数  $\boldsymbol{\eta}^t = (\boldsymbol{\beta}^t, \nu)$  は推定方程式 (5.6) の解により推定される。このモデルでは,  $Q_i(m_i) = n_i m_i$ ,  $\phi_i = 1/\nu + 1/n_i$ ,  $v_{2,i} = 0$ ,  $g_{1i} = y_i - m_i$ ,  $g_{2i} = (y_i - m_i)^2 - m_i(1 + \tau_i)$ ,  $\tau_i = n_i/\nu$  であり,  $\mu_{\tau_i} = E[(y_i - m_i)^r]$ ,  $i = 2, 3, 4$ , は命題 5.1 より

$$\begin{aligned} \mu_{2i} &= m_i(1 + \tau_i), & \mu_{3i} &= m_i(1 + 3\tau_i + 2\tau_i^2) \\ \mu_{4i} &= m_i \{1 + 3m_i + 3(6m_i + 7)\tau_i + 3(m_i + 4)\tau_i^2 + 6\tau_i^3\} \end{aligned}$$

と書ける。故に,  $(\boldsymbol{\beta}, \nu)$  の推定量を求める推定方程式は

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^K \frac{1}{|\boldsymbol{\Sigma}_i|} \left[ \{\mu_{4i} - \mu_{2i}^2 - \mu_{3i}(1 + \tau_i)\} g_{1i} + \{\mu_{2i}(1 + \tau_i) - \mu_{3i}\} g_{2i} \right] n_i m_i \mathbf{x}_i &= \mathbf{0}, \\ \sum_{i=1}^K \frac{1}{|\boldsymbol{\Sigma}_i|} \{\mu_{2i} g_{2i} - \mu_{3i} g_{1i}\} n_i m_i &= 0 \end{aligned}$$

と書かれる。CEB  $\hat{\lambda}_i^{CEBm}$ ,  $\hat{\lambda}_i^{CEBv}$ ,  $\hat{\lambda}_i^{CEBmv}$  の MSE の 2 次不偏推定量は (5.14) により得られ,  $mse^*(\mathbf{y}, \hat{\lambda}_i)$  の中の  $g_1(\boldsymbol{\eta})$  は  $g_1(\boldsymbol{\eta}) = m_i / \{n_i(n_i + \nu)\}$  で与えられる。

## 7.2 死亡リスクの推定におけるベンチマークの例

7.1 節の結果を実際の死亡数データに応用し CEB がどのように作用するのか調べてみよう。

埼玉県の各市町村  $i$  に居住する女性の胃がんによる死亡数について 1995 年から 1999 年までの 5 年間の累計を  $y_i$ , 全体から期待される死亡数を  $n_i$  とし,  $y_i, n_i$  のデータが全市町村  $K = 92$  に對して得られていて,  $L = 3,953$  である。ポアソン-ガンマモデル (7.2) を適用して, 市町村別の

胃がんによる死亡リスク  $\lambda_i$  の推定を行う。回帰項  $\mathbf{x}_i^t \boldsymbol{\beta}$  については  $\mathbf{x}_i$  は 1 次元で  $\mathbf{x}_i = 1$  とし  $m_i = n_i \exp[n_i \beta_0]$ ,  $\boldsymbol{\beta} = \beta_0$  とする。

数値計算については Ox を用い、非線形方程式の解を求めるためのパッケージ SolveNLE を利用して推定方程式 (5.6) の解を求めると、 $\beta_0 = 1.53249 \times 10^{-4}$ ,  $\nu = 174.472$  となる。 $L = \sum_{i=1}^K n_i = 3,953$ ,  $w_i = n_i/L$  に対して、 $\sum_{i=1}^K w_i \hat{\lambda}_i^{SMR} = 1$ ,  $\sum_{i=1}^K w_i \hat{\lambda}_i^{EB} = 1.0086$  となり、それらの差は小さいことがわかる。一方、SMR の加重分散の値が  $\sum_{i=1}^K w_i (\hat{\lambda}_i^{SMR} - 1)^2 = 0.0302$  であるのに対して経験ベイズ推定量 EB の加重分散は 0.0014 となり、かなり小さくなっている。7.1 節の (VC) における右辺は

$$\sum_{i=1}^K w_i (\hat{\lambda}_i^{EB} - \bar{\lambda}^{EB})^2 + \sum_{i=1}^K w_i (1 - w_i) \frac{\hat{\lambda}_i^{EB}}{n_i + \hat{\nu}} = 0.0051$$

となるので、EB は縮小し過ぎていることがわかる。そこで、平均-分散制約のもとでの制約付き経験ベイズ推定量 CEB の挙動を調べてみる。ちなみに、 $a_B(\mathbf{y}) = 1.9242$  であり、CEB の加重分散の値は 0.0051 に一致している。SMR, EB, CEB の値をプロットした図が図 1, 2, 3 である。これらの図から、EB が SMR を縮小し過ぎていて、CEB はその縮小の程度を緩和していることがわかる。

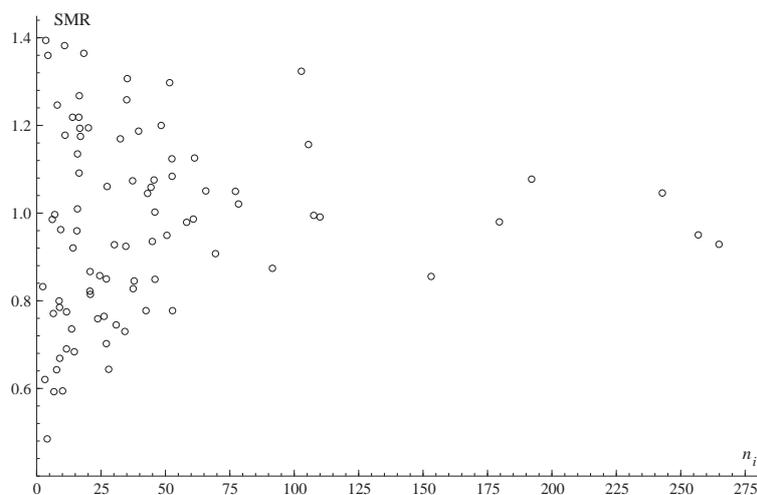


図 1: 埼玉県における胃がんによる女性死亡リスク SMR に関する市町村別プロット

埼玉県 92 市町村のうち 33 市町村を適当に選んで、SMR  $\hat{\lambda}_i^{SMR}$ , 経験ベイズ推定量 EB  $\hat{\lambda}_i^{EB}$  と平均-分散制約のもとでの 2 種類の制約付き経験ベイズ推定量  $CEB_0, CEB_{0.5}$  の値と、1,000 個のパラメトリック・ブートストラップ標本に基づいた MSE の推定値を与えたのが表 2 である。ここで、 $CEB_r$  は、(5.9) において  $\Delta_v^\dagger(\mathbf{y})$  を

$$\Delta_v^\dagger(\mathbf{y}) = \frac{1}{K^r} \sum_{i=1}^K w_i (1 - w_i) q_i^2 \frac{Q_i(\hat{\mu}_i(y_i, \hat{\boldsymbol{\eta}}))}{n_i + \hat{\nu} - v_{2,i}} \quad (7.9)$$

で置き換えたときの制約付き経験ベイズ推定量を表し、 $CEB_0, CEB_{0.5}$  は  $r = 0, r = 0.5$  に対応する。‘estimates’ と ‘estimated MSE’ の欄の数値は  $100 \times \hat{\lambda}_i, 100 \times mse(\hat{\lambda}_i)$  の値を報告

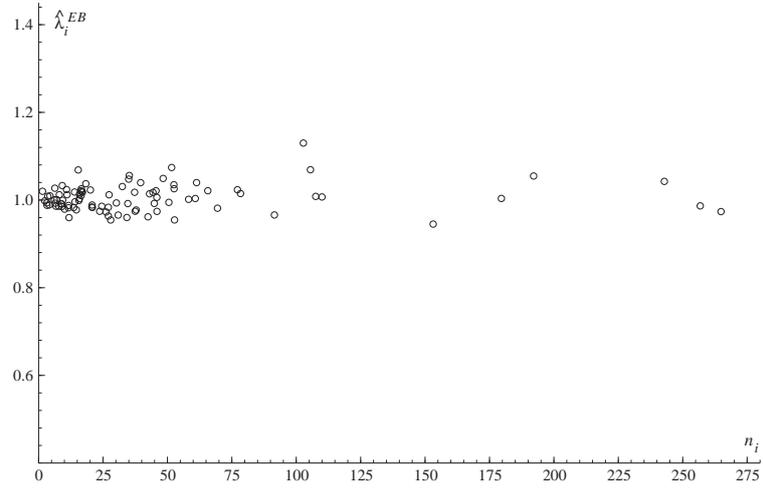


図 2: 埼玉県における胃がんによる女性死亡リスク EB に関する市町村別プロット

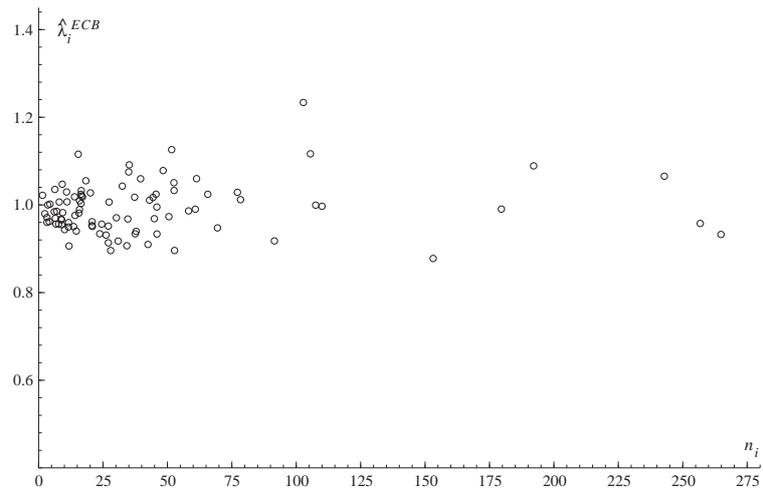


図 3: 埼玉県における胃がんによる女性死亡リスク CEB に関する市町村別プロット

表 2: 埼玉県 33 の市町村別 SMR, EB, CEB の値と MSE の推定値 ( $n_i$  は女性の胃がん死亡数についての期待数,  $CEB_0, CEB_{0.5}$  は  $r = 0, r = 0.5$  に対応した CEB の値, *estimates, estimated MSE* は  $100 \times \hat{\lambda}_i, 100 \times mse(\hat{\lambda}_i)$  の値を表している)

市町村	$n_i$	estimates				estimated MSE			
		SMR	EB	CEB <sub>0</sub>	CEB <sub>0.5</sub>	SMR	EB	CEB <sub>0</sub>	CEB <sub>0.5</sub>
Kawagoe	192.1	107	105	108	105	0.536	0.561	0.678	0.562
Kumagaya	102.7	132	112	123	113	0.989	0.732	1.804	0.738
Kawaguchi	242.8	104	104	106	103	0.427	0.497	0.549	0.499
Urawa	256.7	95	98	95	97	0.405	0.482	0.565	0.495
Oomiya	264.8	92	97	93	96	0.393	0.474	0.641	0.491
Gyouda	61.2	112	103	105	103	1.647	0.855	0.896	0.857
Tokorozawa	179.6	97	100	99	99	0.572	0.580	0.597	0.589
Honjyo	45.9	84	97	93	96	2.192	0.913	1.076	0.930
Higashimatsuyama	52.7	77	95	89	93	1.911	0.886	1.228	0.911
Kasukabe	105.5	115	106	111	106	0.963	0.725	0.949	0.725
Yono	48.3	120	104	107	104	2.084	0.903	0.987	0.904
Koshigaya	153.1	85	94	87	92	0.668	0.624	1.077	0.653
Hatogaya	35.2	130	105	109	105	2.856	0.958	1.082	0.958
Sakado	51.6	129	107	112	107	1.952	0.891	1.161	0.891
Satte	34.9	125	104	107	104	2.876	0.959	1.035	0.960
Yoshikawa	27.9	64	95	89	93	3.591	0.991	1.334	1.016
Ogose	10.8	138	102	102	101	9.229	1.080	1.083	1.084
Naguri	3.5	139	100	99	99	27.898	1.122	1.130	1.130
Namekawa	8.9	66	98	95	97	11.161	1.090	1.182	1.104
Ogawa	27.0	70	96	91	94	3.711	0.995	1.246	1.016
Kawashima	16.5	126	102	103	101	6.053	1.048	1.053	1.052
Yoshimi	15.3	182	106	111	106	6.517	1.055	1.275	1.055
Nagatoro	8.0	124	101	100	100	12.480	1.096	1.099	1.102
Okano	11.7	33	95	90	94	8.491	1.074	1.361	1.097
Ryoujin	3.2	30	98	96	97	30.852	1.125	1.201	1.137
Higashichichibu	4.4	135	100	100	100	22.678	1.117	1.123	1.124
Kamiizumi	1.5	328	101	102	101	65.719	1.135	1.136	1.140
Kamisato	18.3	136	103	105	103	5.473	1.039	1.071	1.041
Oosoto	6.3	174	102	103	102	15.864	1.106	1.113	1.110
Okabe	13.9	121	101	101	101	7.184	1.062	1.062	1.068
Kawamoto	9.1	163	103	104	102	10.913	1.089	1.109	1.092
Shiraoka	26.1	76	97	93	95	3.837	1.000	1.173	1.017
Shoubu	15.8	113	101	100	100	6.321	1.052	1.054	1.058

している。ただし  $mse(\hat{\lambda}_i)$  は  $\hat{\lambda}_i$  の MSE の推定値を表す。SMR,  $y_i/n_i$ , の MSE の推定量は,  $E[(y_i/n_i - \lambda_i)^2] = n_i^{-2}E[(y_i - n_i\lambda_i)^2] = n_i^{-1}E[\lambda_i] = m_i/n_i^2 = n_i^{-1} \exp\{n_i\beta_0\}$  に注意すると, パラメトリック・ブートストラップ法により次で与えられる。

$$mse(\hat{\lambda}_i^{SMR}) = 2n_i^{-1} \exp\{n_i\hat{\beta}_0\} - n_i^{-1}E^*[\exp\{n_i\hat{\beta}_0^*\}]$$

小さい  $n_i$  に対しては SMR は大きな  $mse$  をもつものに対して EB, CEB<sub>0</sub>, CEB<sub>0.5</sub> の  $mse$  は小さく押さえられている。EB は SMR を大きく縮小しており, CEB<sub>0</sub>, CEB<sub>0.5</sub> は縮小の程度を緩和している。一方, 大きい  $n_i$  に対しては, EB, CEB<sub>0</sub>, CEB<sub>0.5</sub> は SMR をあまり縮小していない。大抵の市町村については, SMR の  $mse$  が大きいものに対して, EB, CEB<sub>0</sub>, CEB<sub>0.5</sub> の  $mse$  は小さい。川越, 川口, 浦和, 大宮, 所沢は,  $n_i$  が 179 以上の市であり, EB, CEB<sub>0</sub>, CEB<sub>0.5</sub> の  $mse$  の値が SMR の  $mse$  より若干大きくなっている。特に,  $n_i = 102.7$  の熊谷については, CEB<sub>0</sub> の  $mse$  は大きくなってしまいが, EB<sub>0.5</sub> の  $mse$  の値は EB の  $mse$  の値に近い。  $n_i = 105.5$  の春日部については, CEB<sub>0</sub>  $mse$  の値は SMR の  $mse$  の値に近い。CEB<sub>0.5</sub> と EB を比較すると, それらの推定値と  $mse$  の値は似通っていることがわかる。Louis (1984), Ghosh (1992) により与えられた CEB の動機付けを考慮に入れると, CEB<sub>0</sub> を使うのが望ましいと思われるが,  $mse$  の値を通して推定誤差がどの程度に抑えられているのか調べておく必要がある。特に, 熊谷のように比較的大きな  $mse$  が生ずる場合には, CEB<sub>0</sub> の値の妥当性に注意することが大切である。

## 8 2項-ベータ混合モデルとロジスティック回帰

最後に, ロジスティック回帰をもつ 2項-ベータ混合モデルについて簡単に説明しよう。  $i = 1, \dots, K$  に対して  $y_i$  は  $n_i$  の試行のうち, ある特定の事象が起こる回数とする。  $y_1, \dots, y_K$  は互いに独立な確率変数で,  $n_i y_i$  が 2項分布  $Bin(n_i, p_i)$ ,  $p_i$  がベータ分布に従うとする。具体的には,

$$\begin{aligned} y_i | p_i &\sim Bin(n_i, p_i) \\ p_i &\sim beta(m_i n_i^{-1} \nu, (1 - m_i n_i^{-1}) \nu) \end{aligned} \quad (8.1)$$

で与えられる。指数型分布族の枠組みで表現すると,

$$\begin{aligned} y_i | p_i &\sim \exp \left[ n_i \left\{ y_i n_i^{-1} \log \left( \frac{p_i}{1 - p_i} \right) + \log(1 - p_i) \right\} \right] \binom{n_i}{y_i} \\ p_i | \nu, m_i &\sim \exp \left[ m_i n_i^{-1} \nu \log \left( \frac{p_i}{1 - p_i} \right) + \nu \log(1 - p_i) \right] \frac{p_i^{-1} (1 - p_i)^{-1} \Gamma(\nu)}{\Gamma(m_i n_i^{-1} \nu) \Gamma((1 - m_i n_i^{-1}) \nu)} dp_i \end{aligned} \quad (8.2)$$

となる。  $\theta_i = n_i^{-1} \log(p_i/(1 - p_i))$ ,  $p_i^{-1} (1 - p_i)^{-1} dp_i = n_i d\theta_i$  とし,  $\psi(\theta_i) = \log(1 + \exp[n_i \theta_i]) = -\log(1 - p_i)$  とする。このとき, 混合モデル (8.2) は

$$\begin{aligned} y_i | p_i &\sim \exp \left[ n_i (y_i \theta_i - \psi(\theta_i)) \right] \binom{n_i}{y_i} \\ \theta_i | \nu, m_i &\sim \exp \left[ \nu (m_i \theta_i - \psi(\theta_i)) \right] \frac{\Gamma(\nu) n_i}{\Gamma(m_i n_i^{-1} \nu) \Gamma((1 - m_i n_i^{-1}) \nu)} d\theta_i \end{aligned} \quad (8.3)$$

と書き直されるので, (5.1) の枠組みに入り,  $Q_i(\cdot)$  は  $v_{0,i} = 0, v_{1,i} = n_i, v_{2,i} = -1$  に対応する。 $\mu_i = \psi'(\theta_i) = n_i p_i$  だから,  $\mu_i, p_i$  のベイズ推定量は

$$\hat{\mu}_i(y_i, m_i, \nu) = \frac{n_i y_i + \nu m_i}{n_i + \nu}, \quad \hat{p}_i(y_i, m_i, \nu) = \frac{y_i + \nu m_i / n_i}{n_i + \nu}$$

となる。 $m_i = \psi'(\mathbf{x}_i^t \boldsymbol{\beta})$ ,  $\psi(\theta_i) = \log(1 + \exp[n_i \theta_i]) = -\log(1 - p_i)$  より  $m_i = n_i \exp[n_i \mathbf{x}_i^t \boldsymbol{\beta}] / (1 + \exp[n_i \mathbf{x}_i^t \boldsymbol{\beta}])$  である。未知母数  $\boldsymbol{\eta}^t = (\boldsymbol{\beta}^t, \nu)$  は推定方程式 (5.6) により推定される。このモデルでは,  $Q_i(m_i) = n_i m_i - m_i^2$ ,  $\phi_i = (1 + \nu/n_i) / (\nu + 1)$ ,  $v_{2,i} = -1$ ,  $g_{1i} = y_i - m_i$ ,  $g_{2i} = (y_i - m_i)^2 - m_i(n_i - m_i)\phi_i$  であり,  $\mu_{ri} = E[(y_i - m_i)^r]$ ,  $i = 2, 3, 4$ , は命題 5.1 より

$$\begin{aligned} \mu_{2i} &= \frac{\nu/n_i + 1}{\nu + 1} m_i(n_i - m_i), \quad \mu_{3i} = \frac{(\nu/n_i + 1)(\nu/n_i + 2)}{(\nu + 1)(\nu + 2)} m_i(n_i - m_i)(n_i - 2m_i), \\ \mu_{4i} &= m_i^2(n_i - m_i)^2 \left[ 3 \frac{(d_i + 1)(2d_i + 1)(3d_i + 1)}{(\nu + 1)(\nu + 2)(\nu + 3)} \left\{ \nu + 2 + 2 \frac{(n_i - 2m_i)^2}{m_i(n_i - m_i)} \right\} \right. \\ &\quad + \frac{12}{n_i} \frac{(d_i + 1)(2d_i + 1)}{(\nu + 1)(\nu + 2)} \frac{(n_i - 2m_i)^2}{m_i(n_i - m_i)} + \frac{1}{n_i^2} \frac{d_i + 1}{\nu + 1} \left\{ 7 \frac{(n_i - 2m_i)^2}{m_i(n_i - m_i)} + 2n_i(4d_i + 3) \right\} \\ &\quad \left. + \frac{2d_i + 3}{n_i^2} + \frac{1}{n_i^3} \frac{(n_i - 2m_i)^2}{m_i(n_i - m_i)} \right] \end{aligned}$$

となる。従って,  $(\boldsymbol{\beta}, \nu)$  の推定値は推定方程式 (5.6) の解として求めることができる。

以上の議論を用いて, 7.1 節で議論されたベンチマーク問題を扱うことができる。詳細は省略されるが, 平均制約 (MC), 分散制約 (VC) のもとでの CEB が与えられ, その MSE の 2 次不偏推定量が与えられる。

## 参考文献

- [1] Datta, G.S., Ghosh, M., Steorts, R., and Maples, J. (2011). Bayesian benchmarking with applications to small area estimation. *Test*, **20**, 574-588.
- [2] Frey, J., and Cressie, N. (2003). Some results on constrained Bayes estimators. *Statist. Probab. Letters*, **65**, 389-399.
- [3] Ghosh, M. (1992). Constrained Bayes estimation with applications. *J. American Statist. Assoc.*, **87**, 533-540.
- [4] Ghosh, M. and Maiti, T. (2004). Small-area estimation based on natural exponential family quadratic variance function models and survey weights. *Biometrika*, **91**, 95-112.
- [5] Godambe, V.P. and Thompson, M.E. (1989). An extension of quasi-likelihood estimation (with Discussion). *J. Statist. Plan. Infer.*, **22**, 137-152.
- [6] Kubokawa, T. (2011). On measuring uncertainty of small area estimators with higher order accuracy. *J. Japan Statist. Soc.*, **41**, 93-119.
- [7] Kubokawa, T. (2012) Mixed effects prediction under benchmarking and applications to small area estimation. Discussion Paper Series, CIRJE-F-832.

- [8] Louis, T.A. (1984). Estimating a population of parameter values using Bayes and empirical Bayes methods. *J. Amer. Statist. Assoc.*, **79**, 393-398.
- [9] Morris, C. (1982). Natural exponential families with quadratic variance functions. *Ann. Statist.*, **10**, 65-80.
- [10] Morris, C. (1983). Natural exponential families with quadratic variance functions: statistical theory. *Ann. Statist.*, **11**, 515-529.

# 景気関連調査のためのWeb実験調査

土屋 隆裕 (統計数理研究所)  
佐藤 整尚 (統計数理研究所)

# 法人企業景気予測調査

法人企業景気予測調査

1. 調査対象 (調査対象は、製造業、卸売業、小売業、建設業、運輸業、情報通信業、金融業、サービス業、その他) 2. 調査期間 (調査期間は、2012年10月1日～2012年12月31日) 3. 調査方法 (調査方法は、Web実験調査)

4. 調査結果 (調査結果は、景気予測調査の結果として発表される)

5. 調査の目的 (調査の目的は、景気予測調査の結果として発表される)

6. 調査の意義 (調査の意義は、景気予測調査の結果として発表される)

7. 調査の信頼性 (調査の信頼性は、景気予測調査の結果として発表される)

8. 調査の公正性 (調査の公正性は、景気予測調査の結果として発表される)

9. 調査の透明性 (調査の透明性は、景気予測調査の結果として発表される)

10. 調査の公開性 (調査の公開性は、景気予測調査の結果として発表される)

11. 調査のアクセス性 (調査のアクセス性は、景気予測調査の結果として発表される)

12. 調査の利便性 (調査の利便性は、景気予測調査の結果として発表される)

13. 調査の柔軟性 (調査の柔軟性は、景気予測調査の結果として発表される)

14. 調査の拡張性 (調査の拡張性は、景気予測調査の結果として発表される)

15. 調査の保守性 (調査の保守性は、景気予測調査の結果として発表される)

16. 調査の互換性 (調査の互換性は、景気予測調査の結果として発表される)

17. 調査の移植性 (調査の移植性は、景気予測調査の結果として発表される)

18. 調査の可移植性 (調査の可移植性は、景気予測調査の結果として発表される)

19. 調査の可移植性 (調査の可移植性は、景気予測調査の結果として発表される)

20. 調査の可移植性 (調査の可移植性は、景気予測調査の結果として発表される)

# SAMPLE

# 法人企業景気予測調査

法人企業景気予測調査

1. 判断調査 (季節的要因を除いた業勢でご判断ください。)

1. 業社の景況 (1. 上昇 2. 不変 3. 下降 4. 不明) 2. 業社の景況 (1. 上昇 2. 不変 3. 下降 4. 不明) 3. 業社の景況 (1. 上昇 2. 不変 3. 下降 4. 不明) 4. 業社の景況 (1. 上昇 2. 不変 3. 下降 4. 不明) 5. 業社の景況 (1. 上昇 2. 不変 3. 下降 4. 不明) 6. 業社の景況 (1. 上昇 2. 不変 3. 下降 4. 不明) 7. 業社の景況 (1. 上昇 2. 不変 3. 下降 4. 不明) 8. 業社の景況 (1. 上昇 2. 不変 3. 下降 4. 不明) 9. 業社の景況 (1. 上昇 2. 不変 3. 下降 4. 不明) 10. 業社の景況 (1. 上昇 2. 不変 3. 下降 4. 不明) 11. 業社の景況 (1. 上昇 2. 不変 3. 下降 4. 不明) 12. 業社の景況 (1. 上昇 2. 不変 3. 下降 4. 不明) 13. 業社の景況 (1. 上昇 2. 不変 3. 下降 4. 不明) 14. 業社の景況 (1. 上昇 2. 不変 3. 下降 4. 不明) 15. 業社の景況 (1. 上昇 2. 不変 3. 下降 4. 不明) 16. 業社の景況 (1. 上昇 2. 不変 3. 下降 4. 不明) 17. 業社の景況 (1. 上昇 2. 不変 3. 下降 4. 不明) 18. 業社の景況 (1. 上昇 2. 不変 3. 下降 4. 不明) 19. 業社の景況 (1. 上昇 2. 不変 3. 下降 4. 不明) 20. 業社の景況 (1. 上昇 2. 不変 3. 下降 4. 不明)

# 全国企業短期経済観測調査

This English form is a translation of the Japanese original.  
Short-Term Economic Survey of Enterprises in Japan (Tankan)  
Sample Form of the June 2012 Survey

Please show one set of three alternatives which best describes the current and forecast (for September 2012) conditions, including seasonal factors.

Survey Item	(1) Current	(2) Forecast	(3) Reference
(1) Demand Conditions in Your Enterprise	1. Favorable Actual: <input type="checkbox"/> Forecast: <input type="checkbox"/>	2. Not so favorable Actual: <input type="checkbox"/> Forecast: <input type="checkbox"/>	3. Unfavorable Actual: <input type="checkbox"/> Forecast: <input type="checkbox"/>
(2) Production Conditions in Your Enterprise	1. Exceed demand Actual: <input type="checkbox"/> Forecast: <input type="checkbox"/>	2. About balanced Actual: <input type="checkbox"/> Forecast: <input type="checkbox"/>	3. Exceed supply Actual: <input type="checkbox"/> Forecast: <input type="checkbox"/>
(3) Employment Conditions in Your Enterprise	1. Exceed demand Actual: <input type="checkbox"/> Forecast: <input type="checkbox"/>	2. About balanced Actual: <input type="checkbox"/> Forecast: <input type="checkbox"/>	3. Exceed supply Actual: <input type="checkbox"/> Forecast: <input type="checkbox"/>
(4) Financial Conditions in Your Enterprise	1. Easy Actual: <input type="checkbox"/> Forecast: <input type="checkbox"/>	2. Not so tight Actual: <input type="checkbox"/> Forecast: <input type="checkbox"/>	3. Tight Actual: <input type="checkbox"/> Forecast: <input type="checkbox"/>
(5) Order Backlog in Your Enterprise	1. Exceed demand Actual: <input type="checkbox"/> Forecast: <input type="checkbox"/>	2. About balanced Actual: <input type="checkbox"/> Forecast: <input type="checkbox"/>	3. Exceed supply Actual: <input type="checkbox"/> Forecast: <input type="checkbox"/>
(6) New Orders in Your Enterprise	1. Exceed demand Actual: <input type="checkbox"/> Forecast: <input type="checkbox"/>	2. About balanced Actual: <input type="checkbox"/> Forecast: <input type="checkbox"/>	3. Exceed supply Actual: <input type="checkbox"/> Forecast: <input type="checkbox"/>
(7) Existing Orders in Your Enterprise	1. Exceed demand Actual: <input type="checkbox"/> Forecast: <input type="checkbox"/>	2. About balanced Actual: <input type="checkbox"/> Forecast: <input type="checkbox"/>	3. Exceed supply Actual: <input type="checkbox"/> Forecast: <input type="checkbox"/>
(8) Change in Interest Rate	1. Rise Actual: <input type="checkbox"/> Forecast: <input type="checkbox"/>	2. Not so high Actual: <input type="checkbox"/> Forecast: <input type="checkbox"/>	3. Fall Actual: <input type="checkbox"/> Forecast: <input type="checkbox"/>
(9) Exchange Rate	1. Appreciate Actual: <input type="checkbox"/> Forecast: <input type="checkbox"/>	2. Not so strong Actual: <input type="checkbox"/> Forecast: <input type="checkbox"/>	3. Weaken Actual: <input type="checkbox"/> Forecast: <input type="checkbox"/>
(10) Inflation	1. Rise Actual: <input type="checkbox"/> Forecast: <input type="checkbox"/>	2. Not so high Actual: <input type="checkbox"/> Forecast: <input type="checkbox"/>	3. Fall Actual: <input type="checkbox"/> Forecast: <input type="checkbox"/>
(11) Business Survey	1. Exceed demand Actual: <input type="checkbox"/> Forecast: <input type="checkbox"/>	2. About balanced Actual: <input type="checkbox"/> Forecast: <input type="checkbox"/>	3. Exceed supply Actual: <input type="checkbox"/> Forecast: <input type="checkbox"/>
(12) Annual Projections	1. Exceed capacity Actual: <input type="checkbox"/> Forecast: <input type="checkbox"/>	2. About capacity Actual: <input type="checkbox"/> Forecast: <input type="checkbox"/>	3. Insufficient capacity Actual: <input type="checkbox"/> Forecast: <input type="checkbox"/>

Agreement for (8): 1. Excessive employment  
2. Adequate  
3. Insufficient employment

Which best describes the current and forecasted (for September 2012) conditions, excluding seasonal factors, out of three alternatives which best describes the current (from three months earlier) and forecasted (for September 2012)

Short-Term Economic Survey of Enterprises in Japan (Tankan)  
Sample Form of the June 2012 Survey

1. Independent Survey

(1) Business Conditions of Your Enterprise

1. Favorable	Actual	Forecast
2. Not so favorable		
3. Unfavorable		
	result	

2. Annual Projection

100% or more	90% to 99%	80% to 89%	70% to 79%	60% to 69%	50% to 59%	40% to 49%	30% to 39%	20% to 29%	10% to 19%	0% to 9%
100% or more	90% to 99%	80% to 89%	70% to 79%	60% to 69%	50% to 59%	40% to 49%	30% to 39%	20% to 29%	10% to 19%	0% to 9%

### 景況判断の理由は？

#### Multiple Answer

- 国内需要の動向
- 海外需要の動向
- 販売価格の動向
- 仕入れ価格の動向
- 仕入れ以外のコストの動向
- 為替レートの動向
- その他

#### Forced Choice

当てはまる ▼      当てはまらない ▼

- 国内需要の動向
- 海外需要の動向
- 販売価格の動向
- 仕入れ価格の動向
- 仕入れ価格以外の動向
- 為替レート動向

### 調査票設計にあたって

1. 季節的要因を除いた景況判断は可能か？
2. Multiple Answer 対 Forced Choice
3. Branching の影響

### 設備投資計画の有無

#### Branching

あり       なし

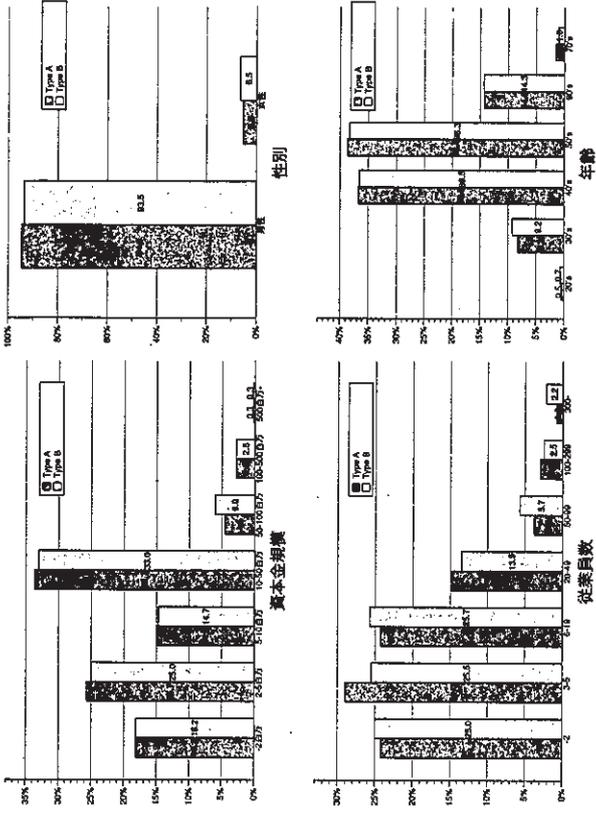
- 生産 (販売) 能力の拡大
- 製 (商) 品・サービスの質的向上
- 情報化への対応
- 省力化合理化
- 環境対策
- 海外投資
- 研究開発
- 新事業への進出
- 維持更新
- その他

#### Combined

- 生産 (販売) 能力の拡大
- 製 (商) 品・サービスの質的向上
- 情報化への対応
- 省力化合理化
- 環境対策
- 海外投資
- 研究開発
- 新事業への進出
- 維持更新
- その他
- 設備投資計画はない

## Web実験調査の概要

- 調査票：2種類用意
- 調査対象：代表取締役（社長）
  - ネット調査会社の登録パネルから無作為に抽出
  - 各調査票に無作為に割当
- 調査期間：2012年2月17日 - 2月21日
- 標本サイズ：各調査票 600
  - 目標標本サイズが確保できるまでサイトにアクセス可



## 次の四半期の売上高は、直前と比べて？

季節変動要因を除いた実勢

- 大幅に増加する
- やや増加する
- 変わらない
- やや減少する
- 大幅に減少する

↑

↓

(季節変動要因を含めて)

- 大幅に増加する
- やや増加する
- 変わらない
- やや減少する
- 大幅に減少する

## 次の四半期の売上高は、直前と比べて？

季節変動要因を除いた実勢

- 大幅に増加する
- やや増加する
- 変わらない
- やや減少する
- 大幅に減少する

↑

↓

(季節変動要因を含めて)

- ↑ 2.5%
- ↑ 17.0%
- ↑ 36.7%
- ↑ 31.8%
- ↑ 12.0%

19.5% - 43.8% = -24.3







# Lee-Carter 予測に関する時系列分析の理論的な長所と短所の解明と代替的予測法の提案

千木良 弘朗\*

山本 拓<sup>†</sup>

2012年9月13日

## 概要

死亡率の予測では、Lee and Carter (1992) が提案した予測法が広く使われている。しかし、その予測精度については、時系列分析の理論的な観点からの検証は厳密には行われていないようである。そこで、本稿では Lee-Carter の予測法の理論的な性質を明らかにし、それに基づいてどのような長所と短所があるのかを導く。そして、短所を補えるような予測法が構築できるか検討する。

## 1 はじめに

死亡率の将来の予測は、人口統計学の分野における大きな関心事である。死亡率の予測法は既に数多く提案されており、Keilman (2003) によるとそれらは demographic タイプと non-demographic タイプの2つに大別できる。前者は時系列予測等のデータに基づいた統計学的方法であり、後者は疫学、医学、ヘルスケア、環境といった知見に基づくものである。Keilman (2003) はどちらのタイプが優れているかは判断しかねるとしながらも、demographic タイプの方がよく使われていると述べている。

demographic タイプの1つに Lee and Carter (1992) が提案した方法がある。Lee-Carter の予測法はアメリカの死亡率を予測するために提案されたものだが、現在では他の国でも広く使われており、Deaton and Paxson (2004) によると死亡率予測の主流と呼べるものになっている。

しかし、Lee-Carter 予測の精度について、時系列分析の理論的な観点からの検証は厳密には行われていないようである。そこで、本稿では Lee-Carter 予測の理論的な性質を

---

\*東北大学大学院経済学研究科

<sup>†</sup>日本大学経済学部

明らかにする。そして、その性質から、予測の精度に関してどのような長所と短所があるのかを導く。そして、短所を補えるような予測法が構築できるか検討する。

本稿の構成は以下の通り。次の2節でDGPのモデルを導入する。3節でLee-Carter予測の理論的な性質を明らかにし、その長所と短所を整理する。続く4節では、それまでの議論に基づいてLee-Carter予測の改善策を検討する。5節でモンテカルロ実験を行い、Lee-Carter予測や改善策として提案した予測の精度を調べる。6節で実際のデータを使って死亡率を予測する。最後に、7節でまとめを行う。

## 2 Lee-Carter 予測の概観とモデルの設定

本節では、まずLee-Carter予測を概観する。そして、Lee-Carter予測が示す死亡率のデータの性質と実際のある死亡率のデータより、死亡率のモデルを設定する。

### 2.1 Lee-Carter 予測の概観

$t$ 年における年齢グループ  $a$  の死亡率を  $w_{at}$ ,  $a = 1, 2, \dots, m$ ,  $t = 1, 2, \dots, T$  とする。Lee-Carterの予測法では  $y_{at} = \log w_{at}$  と対数値に直して予測を行う。ここで、記法の簡単

化のため、 $y_t = \begin{bmatrix} y_{1t} \\ \vdots \\ y_{mt} \end{bmatrix}$  なる  $(m \times 1)$  のベクトルを導入する。Lee-Carter 予測を行うには、まず、平均  $\bar{y} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T y_t$  からの偏差を  $\tilde{y}_t = y_t - \bar{y}$  として

$$\tilde{Y}_{(T \times m)} = \begin{bmatrix} \tilde{y}'_1 \\ \vdots \\ \tilde{y}'_T \end{bmatrix}$$

なる行列を作る。そして、以下のような固有値分解を行う。

$$\tilde{Y}'\tilde{Y} = F\Lambda F', \quad F = \begin{bmatrix} f_1 & \dots & f_m \end{bmatrix}, \quad \Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \lambda_m \end{bmatrix} \quad (1)$$

ここで、 $\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_m$  が固有値であり、 $f_1, \dots, f_m$  がそれに対応する固有ベクトルである。後のために、 $\begin{bmatrix} f_2 & \dots & f_m \end{bmatrix} = F_{(m-1)}$  として  $F = \begin{bmatrix} f_1 & F_{(m-1)} \end{bmatrix}$  と書き直しておく。次

に、第1主成分  $f_1' \tilde{y}_t$  を計算し、 $f_1' \tilde{y}_t$  に対して単位根検定やモデルの特定化を行うこと無く<sup>1</sup>ARIMA(0,1,0)のドリフト付きランダムウォークに従うと仮定してドリフト項を

$$\frac{1}{T-1} \sum_{t=2}^{T-1} f_1' \Delta \tilde{y}_t$$

なる第1主成分の階差平均で推定する。ここで、後のために、これを

$$\frac{1}{T-1} \sum_{t=2}^{T-1} f_1' \Delta \tilde{y}_t = f_1' \frac{1}{T-1} \sum_{t=2}^{T-1} \Delta \tilde{y}_t = f_1' \frac{1}{T-1} \sum_{t=2}^{T-1} \Delta y_t = f_1' \overline{\Delta y} \quad (2)$$

と書き直しておく。そして、これより第1主成分の  $h$  期先予測を

$$f_1' \overline{\Delta y} h + f_1' \tilde{y}_T \quad (3)$$

として作成する。最後に、主成分を原データに戻すために主成分の予測量に  $f_1$  を掛け、引いておいた平均を足し戻して

$$\hat{y}_{T+h}^{LC} = f_1(f_1' \overline{\Delta y} h + f_1' \tilde{y}_T) + \bar{y} = f_1 f_1' \overline{\Delta y} h + f_1 f_1' \tilde{y}_T + \bar{y} = f_1 f_1' \overline{\Delta y} h + y_T^{LC} \quad (4)$$

とする。これが Lee-Carter 予測量である。

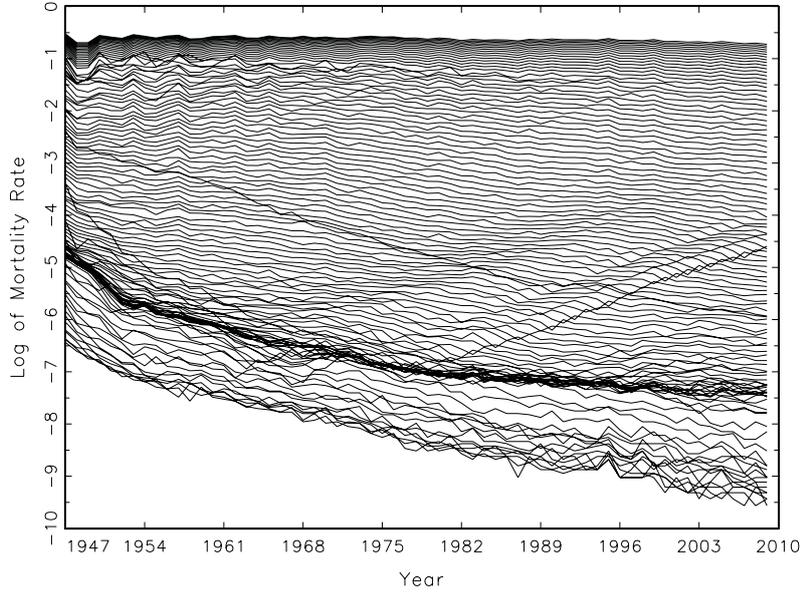
## 2.2 モデルの設定

Lee-Carter は  $y_t$  のモデルを仮定することなく  $y_t$  を予測しているので、理論上何を予測しているのかを調べるができない。そこで、ここでは  $y_t$  にモデルを仮定する。

Lee-Carter 予測は第1主成分をドリフト付きランダムウォークとしているが、このことは  $y_t$  自身も  $m$  変量のドリフト付きランダムウォークであることを示唆する。Lee-Carter の方法を多変量  $I(1)$  時系列過程  $y_t$  に主成分分析を適用したものであると考えると、非定常時系列分析の文脈でいくつか参考になる先行研究が存在する。Stock and Watson (1988)、Harris (1997)、Snell (1999) 等がそれであり、Snell (1999) では共和分関係のある多変量  $I(1)$  時系列過程に主成分分析を適用すると、共和分ランクに応じて第1主成分を初めとするいくつかの主成分が  $I(1)$  になることが示されている。こうしたことから  $y_t$  のモデルとしては共和分過程が妥当であると考えられる。モデルを決めるには実際のデータを調

<sup>1</sup>Girosi and King (2007) の p. 5 に “in practice the random walk with drift model for  $\gamma_t$  has been used almost exclusively.” とあるのでこれに従った。

図 1: 日本人男性の死亡率の対数（各年齢、0 歳～109 歳）



べる必要もあるので、Human Mortality Database<sup>2</sup>よりダウンロードした 1947 年～2009 年における日本人男性の 0 歳～109 歳の  $y_t$  を図 1 にプロットした。各  $y_{at}$  は右下がりの線形トレンドを持ち、概ね似たような動きをしている。この図からも共和分関係があることが示唆されるため、本稿では共和分過程をモデルとして使うことにする。

具体的には、 $y_t$  の階差  $\Delta y_t$  が次のようなモデルに従うと仮定する。

$$\Delta y_t = C(L)(\varepsilon_t + \Phi D_t), \quad \varepsilon_t \sim i.i.d.(0, \Omega), \quad t = 1, \dots, T \quad (5)$$

ここで、 $C(L) = \sum_{i=0}^{\infty} C_i L^i$  であって  $\delta$  をある正数として  $C(z)$  は  $|z| < 1 + \delta$  に対し convergent であるとし、 $D_t$  は確定項を表し、 $\Phi$  はそのパラメーター行列であり、 $\Omega$  は対称で正値定符号な分散共分散行列であるとする。(5) は次のように書き直せることが知られている。

$$\Delta y_t = C(\varepsilon_t + \Phi D_t) + C^*(L)(1 - L)(\varepsilon_t + \Phi D_t) \quad (6)$$

ここで、 $C = C(1)$ 、 $C(L)^* = \sum_{i=0}^{\infty} C_i^* L^i$  であり、 $C_i^* = -\sum_{j=i+1}^{\infty} C_j$ 、 $i = 0, 1, \dots$  である。 $\delta$  をある正数とすると、 $C^*(z)$  は  $|z| < 1 + \delta$  に対し convergent になる。初期値を

<sup>2</sup>詳細は参考文献を参照のこと。

$y_0 = C^*(L)(\varepsilon_0 + \Phi D_0) = 0$  とすると、(5) は次のようにも書き直せる。

$$y_t = C \sum_{s=1}^t (\varepsilon_s + \Phi D_s) + C^*(L)(\varepsilon_t + \Phi D_t) \quad (7)$$

このモデルは各  $y_{at}$  が  $I(1)$  過程に従うことを意味し、いくつかの正則条件の下で  $(m \times r)$  の共和分行列  $\beta$  が存在することと  $\beta' C = 0$  となることが同値となる。確定項  $\Phi D_t$  については、

$$\Phi D_t = d_1 + d_2 t \quad (8)$$

とモデル化する。ここで、 $d_1$  と  $d_2$  は各々  $(m \times 1)$  のパラメーターベクトルである。階差表現の (6) を使うと、

$$\begin{aligned} \Delta y_t &= C(\varepsilon_t + d_1 + d_2 t) + C^*(L)(1 - L)(\varepsilon_t + d_1 + d_2 t) \\ &= C\varepsilon_t + C^*(L)(1 - L)\varepsilon_t + Cd_1 + Cd_2 t + C^*(1)d_2 \end{aligned}$$

のようになるが、ここで level に 2 次トレンドをがあると図 1 からして適切ではないので

$$Cd_2 = 0 \quad (9)$$

を仮定する。すると、

$$\mu = Cd_1 + C^*(1)d_2 = Cd_1 + d_2^* \quad (10)$$

として

$$\Delta y_t = \mu + C\varepsilon_t + C^*(L)(1 - L)\varepsilon_t = \mu + C(L)\varepsilon_t \quad (11)$$

となる。一方、level で表現した (7) の形では、(9) に注意すると

$$\begin{aligned} y_t &= C \sum_{s=1}^t (\varepsilon_s + d_1 + d_2 t) + C^*(L)(\varepsilon_t + d_1 + d_2 t) \\ &= Cd_1 t + C^*(1)d_1 + C^*(L)d_2 t + C \sum_{s=1}^t \varepsilon_s + C^*(L)\varepsilon_t \\ &= Cd_1 t + C^*(1)d_1 + C^*(1)d_2 t - \left( \sum_{i=1}^{\infty} i C_i^* \right) d_2 + C \sum_{s=1}^t \varepsilon_s + C^*(L)\varepsilon_t \\ &= \gamma + \mu t + C \sum_{s=1}^t \varepsilon_s + C^*(L)\varepsilon_t \end{aligned} \quad (12)$$

となる。ここで、 $\gamma = C^*(1)d_1 - (\sum_{i=1}^{\infty} iC_i^*)d_2$  である。この (11) もしくは (12) が、本稿で考えるモデルである。なお、こうした確定項のモデリングのインプリケーションは、(12) の左から  $\beta'$  を掛けると

$$\beta' y_t = \beta' \gamma + \beta' d_2^* t + \beta' C^*(L) \varepsilon_t \quad (13)$$

となって、共和分関係が平均定常ではなくトレンド定常になるということである。こうしたモデリングは Johansen (1995) の p. 81 にある  $H^*(r)$  モデルに沿ったものであり、Johansen (1995) が考えていた VEC (vector error correction) モデルの代わりに VMA (vector moving average) モデルを用いたと言える。VEC ではなく VMA を用いていることと共和分関係に定数項だけではなくトレンド項も入れたことでかなり一般的なモデルとなっていると考えられる。

### 2.3 予測精度の尺度

本稿は予測の精度に焦点を当てているので、ここで予測精度の尺度を導入する。予測の精度を測るには様々な尺度があるが、本稿では標準的に用いられている trace MSE を採用する。trace MSE は、ある予測法 (例えば予測法 i) により  $(m \times 1)$  の予測量  $\hat{y}_{T+h}^i$  を得た時に、その予測誤差  $e_{T+h}^i = y_{T+h} - \hat{y}_{T+h}^i$  の 2 乗和の期待値

$$\text{tr MSE}(\hat{y}_{T+h}^i) = E(e_{T+h}^{i'} e_{T+h}^i) = \text{tr} (E(e_{T+h}^i e_{T+h}^{i'}))$$

として定義される。複数の予測法 (例えば予測法 i と予測法 ii) の精度を比較するには、trace MSE を使って trace MSE ratio と呼ばれる比を

$$\frac{\text{tr MSE}(\hat{y}_{T+h}^i)}{\text{tr MSE}(\hat{y}_{T+h}^{ii})}$$

のように計算して、これが 1 より大きいかどうかで判断することが多い。本稿でもこの trace MSE ratio で予測の精度を比較する。

trace MSE ratio を用いた精度比較では、Chigira and Yamamoto (2012) が次の結果を示していることに注意されたい。

$$\lim_{h \rightarrow \infty} \frac{\text{tr MSE}(\hat{y}_{T+h}^{MISS})}{\text{tr MSE}(\hat{y}_{T+h}^{OPT})} = 1 \quad (14)$$

ここで、 $\hat{y}_{T+h}^{OPT}$  はモデルの全ての係数パラメーターを既知とした時に MSE を最小にする最適予測量、 $\hat{y}_{T+h}^{MISS}$  は  $\nu_{T+h}$  を  $\text{tr}(E(\nu_{T+h}\nu_{T+h}')) = O(1)^3$  を満たす任意の確率ベクトルとして  $\hat{y}_{T+h}^{MISS} = (T+h)\mu + \nu_{T+h}$  と書ける予測量である。(14) 式は、ドリフト  $\mu$  さえ正しく考慮すれば、長期予測ではどのような予測量も最適予測量と同等の精度を持つことを示す。この具体的な含意については、この後で折に触れて述べる。

### 3 Lee-Carter 予測の理論的な性質

本節では、モデル (11) もしくは (12) に Lee-Carter の予測法を適用した時に理論上どのような予測量が作られるのかを明らかにする。そして、その結果に基づいて Lee-Carter 予測の長所と短所を整理する。

Lee-Carter 予測量の理論的な性質を解明するには、(4) 式より、 $f_1$  と  $f_1 f_1' \overline{\Delta y}$  の挙動を明らかにする必要があることが解る。 $f_1$  については、次のことが言える。

**命題 1:**

$$f_1 \xrightarrow{p} \pm \frac{\mu}{\sqrt{\mu' \mu}} \quad (15)$$

**証明:** 付録を参照のこと。

このように、 $f_1$  は基本的にドリフト項  $\mu$  を一致推定量となっている。 $\sqrt{\mu' \mu}$  で割られているのは  $f_1$  が固有ベクトルなので  $f_1 f_1' = 1$  となるよう基準化されているためである。また、固有ベクトルは符号は定まらないので“±”が付いている。続いて  $f_1 f_1' \overline{\Delta y}$  については次のようになる。

**命題 2:**

$$f_1 f_1' \overline{\Delta y} \xrightarrow{p} \mu \quad (16)$$

**証明:** 付録を参照のこと。

このように、 $f_1 f_1' \overline{\Delta y}$  はドリフト項  $\mu$  の一致推定量になっている。

これらの結果より、Lee-Carter 予測は漸近的には

$$\hat{y}_{T+h}^{LC} \approx \mu h + y_T^{LC} \quad (17)$$

<sup>3</sup>ここでの“ $O(1)$ ”の意味は、 $T$  を fix した時に  $h$  について述べていることに注意されたい。

となる。ここで、“ $\approx$ ”は漸近的にという意味である。

### 3.1 Lee-Carter 予測の長所

(17) 式より、Lee-Carter 予測はドリフト項を正しく捉えていることが解る。さらに、Lee-Carter 予測は漸近的には (14) 式における  $\hat{y}_{T+h}^{MISS}$  の一種であることも示せる。よって、Lee-Carter 予測は長期予測では最適予測と同等に機能する。これが時系列分析の理論上の長所である。

他にも、推定するパラメーターの数が第 1 主成分のドリフトという 1 つだけと非常に少ないことも長所と言える。共和分過程の伝統的な予測法である VEC 予測は共和分システム全体を推定する必要があるのでパラメーター数が  $O(m^2)$  と多くなり、 $T$  が小さいとパラメーター推定の精度に問題が生じて予測精度が落ちる傾向があるのだが、Lee-Carter 予測はそうした問題は無いだろう。このことは、 $m$  に対して  $T$  が十分大きくない場合が多い死亡率のデータでは非常に重要である。さらに、Lee and Carter (1992) が主張しているように、予測の信頼区間が計算しやすいといった長所や、人口学的な観点でのいくつかの長所もある。

### 3.2 Lee-Carter 予測の短所

Lee-Carter 予測は第 1 主成分しか予測に使わないため、Giroso and King (2007) 等が指摘しているように、第 2~第  $m$  主成分の情報をロスするという問題がある。ただ、この情報のロスがどのような形で予測精度に悪影響を及ぼすかは明らかになっていないと思われる。本小節では、この情報のロスが

- 短期予測が大きく外れる
- 非効率的なドリフト推定

という 2 つの短所として表れることを明らかにする。さらに、Lee-Carter 予測ではモデルにドリフト項があるにもかかわらず、detrend を行わないで主成分分析をする。このことが、予測に共和分制約が掛からないという 3 つ目の短所に結びつく。

1 つ目の短期予測の問題を説明する。今、最も単純な予測として、 $y_t$  の各系列をドリフト付きの単系列 ARIMA(0,1,0) モデルで予測することを考える。この単系列 ARIMA 予

測は、ドリフトの推定量を  $\overline{\Delta y}$  として

$$\hat{y}_{T+h}^{ARIMA} = \overline{\Delta y}h + y_T \quad (18)$$

$$\approx \mu h + y_T \quad (19)$$

となる。(19)と(17)を比べると、 $\mu h$ は同じだが残りの項が異なる。(19)における $y_T$ という項はARIMAモデルの最適予測の理論から導かれたものであり正当性があるが、(17)の $y_T^{LC}$ なる項は、

$$\begin{aligned} y_T^{LC} &= f_1 f_1' \tilde{y}_T + \bar{y} \\ &= f_1 f_1' (y_T - \bar{y}) + \bar{y} + F_{(m-1)} F_{(m-1)}' y_T - F_{(m-1)} F_{(m-1)}' y_T \\ &= y_T + F_{(m-1)} F_{(m-1)}' (\bar{y} - y_T) \end{aligned} \quad (20)$$

のように $y_T$ と異なるため正統性は無い。このため、 $h$ が小さい短期予測では $y_T$ と $y_T^{LC}$ の違いが大きく影響してLee-Carter予測は単系列ARIMA予測より精度が悪くなる。ただ、 $h$ が大きい長期予測では、 $y_T$ と $y_T^{LC}$ の違いは $\mu h$ にdominateされるため精度は悪化しない<sup>4</sup>。こうした問題は、実はLee and Carter (1992)のpp. 665 - 666でも指摘されているのだが、彼らはそう大きな問題ではないとしていた。しかし、5節のモンテカルロ実験や6節の実証例で示すように、この問題は予測精度をかなり悪化させる。加えて(20)にある $(\bar{y} - y_T)$ は $O_p(T)$ であるので $T$ が大きくなるほど $y_T$ と $y_T^{LC}$ の差が大きくなってLee-Carter予測の精度は悪化することが解る。通常、予測量は $T$ が大きいほどパラメータ推定が正確にでき精度が上がるが、Lee-Carter予測はそうではない。このことも、5節のモンテカルロ実験で示される。なお、もしLee-Carter予測が第1主成分だけでなく全ての主成分を使い、各主成分をドリフト付きのARIMA(0,1,0)モデルで予測していたら、 $FF' = I_m$ に注意すると、

$$\begin{aligned} \hat{y}_{T+h}^{LC} &= F \frac{1}{T-1} \sum_{t=2}^{T-1} F' \Delta \tilde{y}_t h + FF' \tilde{y}_T + \bar{y} \\ &= FF' \frac{1}{T-1} \sum_{t=2}^{T-1} \Delta \tilde{y}_t h + FF' \tilde{y}_T + \bar{y} \\ &= \overline{\Delta y}h + y_T \end{aligned}$$

<sup>4</sup>(14)式で示したように、長期予測ではドリフト以外の情報は価値を持たないため、 $y_T$ と $y_T^{LC}$ の違いということも予測精度に影響しない。

のように Lee-Carter 予測は単系列 ARIMA 予測 (18) と完全に一致する。よって、乱暴な言い方をすれば、Lee-Carter 予測とは最も単純なドリフト付きの単系列 ARIMA(0,1,0) 予測の情報量を落とすだけのものである。

2つ目の短所である非効率的なドリフト推定については、(16)にあるように Lee-Carter 予測は  $f_1 f_1' \overline{\Delta y}$  なる項でドリフト  $\mu$  を一致推定はしているのだが、その分散が大きくなるということである。具体的には、以下のようなになる。

**命題 3:**

$$\sqrt{T}(f_1 f_1' \overline{\Delta y} - \mu) \xrightarrow{L} N\left(0, \Gamma + \frac{1}{5}\Gamma^+\right) \quad (21)$$

ここで、 $\Gamma = C\Omega C'$ 、 $\Gamma^+ = \bar{F}'_{(m-1)} \bar{F}'_{(m-1)} \Gamma \bar{F}_{(m-1)} \bar{F}_{(m-1)}$  である。

**証明:** 付録を参照のこと。

(21) 式が非効率性を表していることは、階差平均  $\overline{\Delta y}$  で  $\mu$  を推定した時の極限分布である

$$\sqrt{T}(\overline{\Delta y} - \mu) \xrightarrow{L} N(0, \Gamma)$$

と比べるとよく解る。 $f_1 f_1' \overline{\Delta y}$  の極限分散は階差平均  $\overline{\Delta y}$  のそれに  $\frac{1}{5}\Gamma^+$  なる半正値定符号行列を加えたものである。非効率性がどの程度であるかを調べるため、増大する分散の合計である  $\frac{1}{5}\text{tr}(\Gamma^+)$  を評価する。 $\bar{F}'_{(m-1)} \bar{F}_{(m-1)} = I_{m-1}$  であることに注意すると

$$\text{tr}(\bar{F}_{(m-1)} \bar{F}'_{(m-1)} \Gamma \bar{F}_{(m-1)} \bar{F}'_{(m-1)}) = \text{tr}(\bar{F}'_{(m-1)} \Gamma \bar{F}_{(m-1)})$$

となるので、ここに Poincaré の不等式を適用すると

$$\frac{1}{5} \sum_{j=1}^{m-1} g_j \leq \frac{1}{5} \text{tr}(\Gamma^+) \leq \frac{1}{5} \sum_{j=2}^m g_j$$

を得る<sup>5</sup>。ここで、 $g_1 \geq \dots \geq g_m$  は  $\Gamma$  の固有値である。この不等式の持つ意味を理解するため例として  $m = 3$ 、 $r = 2$  の場合を考える。この時は  $g_2 = g_3 = 0$  となるので、階差平均  $\overline{\Delta y}$  の極限分散の合計  $\text{tr}(\Gamma) = g_1$  に対し増加分は最大で  $\frac{g_1}{5}$ 、最小で 0 であり、増加率は最大で  $100 \times \frac{g_1/5}{g_1} = 20\%$ 、最小で 0% である。5 節のモンテカルロ実験で  $m = 3$ 、 $r = 2$  のケースを行うが、いくつかのパラメーターを試してみたが増加率はせいぜい 1~2% 程度

<sup>5</sup>Magnus and Neudecker (1999) の p. 211 参照。

であった。このように、この非効率性の問題は、そう大きな問題にはならないこともある。ただ、 $\Gamma$  のランクが  $m - r$  なので、 $\frac{1}{5}\text{tr}(\Gamma^+)$  は  $m - r$  が増えると増える傾向にある。モンテカルロ実験では  $m = 30$ 、 $r = 26$  のケースも扱うが、こちらはいくつかのパラメータを試してみたところ増加率は 4~7%程度であった。しかし、図 1 を見る限りでは  $r$  はかなり高い ( $m - r$  は低い) と思われるので、この死亡率のデータに限って言えば非効率性の程度はそう高くないと思われる。なお、もし第 1 主成分だけではなく全ての主成分を使い、各主成分の階差平均でドリフト項を推定すれば

$$FF'\overline{\Delta y} = \overline{\Delta y}$$

となるので非効率性の問題は生じない。

3つ目の共和分制約の問題について述べるには、共和分制約がどのようなもので予測の精度にどう関係するかを示さなければならない。これは 4.1 節で示すので、Lee-Carter 予測と共和分制約についてはその後の 4.3 節で議論する。

## 4 Lee-Carter 予測の改善

前節で示したように、Lee-Carter 予測にはいくつかの欠点がある。本節では、それらを補う予測法を提案する。

### 4.1 MTV 予測

Lee-Carter 予測の欠点を克服するため、MTV (multivariate time series variance component) 予測というものを使うことを考える。MTV 予測は元々は Kariya (1987) が定常時系列過程に対して考案したものだが、Chigira and Yamamoto (2009) が共和分過程に適合するよう拡張している。Chigira and Yamamoto (2009) の MTV 予測は主成分を使うという点では Lee-Carter 予測と同じだが、データを detrend してから主成分分析を行う点と、第 1 主成分だけではなく全ての主成分を使うという点が異なる。このため、Lee-Carter 予測のように情報のロスが生じないし、共和分制約も掛かることになる。

以下、MTV 予測を説明する。モデル (11) もしくは (12) に MTV 予測を適用するには、

まず demean と detrend を行うために  $y_t$  を定数項とトレンド項に OLS で回帰して残差

$$\check{y}_t = y_t - \hat{\gamma} - t\hat{\mu}_{trend} \quad (22)$$

を求める。ここで、 $\hat{\gamma}$  は定数項の OLS 推定量、 $\hat{\mu}_{trend}$  はトレンド項の OLS 推定量である。そして、

$$\check{Y}_{(T \times m)} = \begin{bmatrix} \check{y}'_1 \\ \vdots \\ \check{y}'_T \end{bmatrix}$$

なる行列を作り、以下のような固有値分解を行う。

$$\check{Y}'\check{Y} = B\Pi B', \quad B = \begin{bmatrix} b_1 & \dots & b_m \end{bmatrix}, \quad \Pi = \begin{bmatrix} \pi_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \pi_2 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \pi_m \end{bmatrix} \quad (23)$$

ここで、 $\pi_1 \geq \dots \geq \pi_m$  が固有値であり、 $b_1, \dots, b_m$  がそれに対応する固有ベクトルである。 $B$  の漸近的な挙動については、 $\begin{bmatrix} b_1 & \dots & b_{m-r} \end{bmatrix} = B_{(m-r)}$ 、 $\begin{bmatrix} b_{m-r+1} & \dots & b_m \end{bmatrix} = B_{(r)}$  とすると、

$$\begin{cases} B_{(m-r)} \xrightarrow{p} \beta_{\perp} P_{\perp} \\ B_{(r)} \xrightarrow{p} \beta P \end{cases} \quad (24)$$

となることが Harris (1997)、Snell (1999)、Chigira (2008) で示されている。ここで、 $\beta_{\perp}$  は  $\beta'\beta_{\perp} = 0$  なる性質を持つ  $\beta$  の直交補空間を形成する  $(m \times (m-r))$  の full rank 行列であり、 $P_{\perp}$  と  $P$  は full rank な正方行列である。この結果は、

$$\begin{cases} B'_{(m-r)}\check{y}_t \approx I(1) \\ B'_{(r)}\check{y}_t \approx I(0) \end{cases} \quad (25)$$

となることを意味する。これより、第 1~第  $m-r$  主成分を ARIMA( $p,1,q$ ) モデルで  $\widehat{B'_{(m-r)}\check{y}_{T+h}}$  と、第  $m-r+1$ ~第  $m$  主成分を ARIMA( $p,0,q$ ) モデルで  $\widehat{B'_{(r)}\check{y}_{T+h}}$  と予測する。この予測は主成分についてのものなので、次に、固有ベクトルをこれらの予測に掛けて主成分を原データに戻す。これで demean と detrend をした原データの予測値が作れるので、最後に、定数項とドリフト項を足し戻す。こうした手順により、MTV 予測は

具体的には

$$\hat{y}_{T+h}^{MTV} = (T+h)\hat{\mu}_{trend} + \hat{\gamma} + B_{(m-r)}\widehat{B'_{(m-r)}}\dot{y}_{T+h} + B_{(r)}\widehat{B'_{(r)}}\dot{y}_{T+h} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} &= (T+h)\hat{\mu}_{trend} + \hat{\gamma} + B_{(m-r)}\widehat{B'_{(m-r)}}\dot{y}_{T+h} - B_{(m-r)}B'_{(m-r)}\hat{\gamma} + B_{(r)}\widehat{B'_{(r)}}\dot{y}_{T+h} - B_{(r)}B'_{(r)}\hat{\gamma} \\ &= (T+h)\hat{\mu}_{trend} + B_{(m-r)}\widehat{B'_{(m-r)}}\dot{y}_{T+h} + B_{(r)}\widehat{B'_{(r)}}\dot{y}_{T+h} \\ &\approx (T+h)\mu + \beta_{\perp}P_{\perp}\widehat{B'_{(m-r)}}\dot{y}_{T+h} + \beta P\widehat{B'_{(r)}}\dot{y}_{T+h} \end{aligned} \quad (27)$$

なる形になる。ここで、 $\dot{y}_t = y_t - t\hat{\mu}_{trend}$  である。

このように MTV 予測は各主成分を1つずつ予測するので推定するパラメーターの数は  $O(m)$  である。これに対し、VEC 予測は共和分システム全体を推定するのでパラメーターの数は  $O(m^2)$  となり、 $T$  が十分大きくないデータに対しては VEC 予測より MTV 予測の方がパフォーマンスが良い。こうしたことは、5節のモンテカルロ実験や6節の実証例で具体的に示される。

MTV 予測が共和分制約を満たすことは次のように示せる。まず、(27) に  $\beta'$  を左から掛けると

$$\begin{aligned} \beta'\hat{y}_{T+h}^{MTV} &= \beta'(T+h)\mu + \beta'\beta_{\perp}P_{\perp}\widehat{B'_{(m-r)}}\dot{y}_{T+h} + \beta'\beta P\widehat{B'_{(r)}}\dot{y}_{T+h} \\ &= \beta'd_2^*(T+h) + 0 + \beta'\beta P\widehat{B'_{(r)}}\dot{y}_{T+h} \end{aligned} \quad (28)$$

となる。次に、(13) を使うと

$$\begin{aligned} B'_{(r)}\dot{y}_t &\approx P'\beta'(y_t - \mu t) \\ &= P'(\beta'\gamma + \beta'C^*(L)\varepsilon_t) \end{aligned}$$

のように  $B'_{(r)}\dot{y}_t$  はトレンド項の無い  $I(0)$  過程となるので、 $\widehat{B'_{(r)}}\dot{y}_{T+h}$  は長期予測では  $P'\beta'\gamma$  になることが解る。よって、(28) より、

$$\lim_{h \rightarrow \infty} (\beta'\hat{y}_{T+h}^{MTV} - \beta'\beta P P'\beta'\gamma - \beta'd_2^*(T+h)) = 0$$

を得る。ここで、 $P$  はある対称な  $(r \times r)$  行列の  $r$  個の固有ベクトルからなる行列であることが Snell (1999) によって示されているので  $PP' = I_r$  となり、一般性を失うことなく  $\beta'\beta = I_r$  と基準化できることに注意すると

$$\lim_{h \rightarrow \infty} (\beta'\hat{y}_{T+h}^{MTV} - \beta'\gamma - \beta'd_2^*(T+h)) = 0$$

のように共和分制約を満たすことが解る。こうした議論の詳細は Chigira and Yamamoto (2009) を参照されたい<sup>6</sup>。Chigira and Yamamoto (2009) では、共和分制約は長期予測の精度は改善しないが短期～中期予測の精度は改善することがモンテカルロ実験で示されている。

## 4.2 修正 MTV 予測

本小節では、全小節で導入した MTV 予測にある修正を加える。MTV 予測では、(26) にあるように、ドリフトの推定量として  $\hat{\mu}_{trend}$  を使う。しかし、 $\hat{\mu}_{trend}$  は効率的な推定量ではないので、予測の精度に悪影響を与えると考えられる。そこで、 $\hat{\mu}_{trend}$  の代わりに効率的な推定量である  $\overline{\Delta y}$  を使うことを考える。このためには、単純に (26) の  $\hat{\mu}_{trend}$  を  $\overline{\Delta y}$  で置き換えれば良いように見えるが、実はそうではない。MTV 予測は (22) 式のように demean と detrend をしているので、予測をする時に  $\hat{\mu}_{trend}$  を  $\overline{\Delta y}$  で置き換えるとある種の齟齬が生じる。具体的には、(22) 式で demean と detrend をした  $y_t$  を固有値分解して主成分にし、その主成分を原データに元に戻して  $\hat{\gamma}$  と  $\overline{\Delta y}$  を足し戻した際の  $y_T$  に注目すると、

$$BB'(y_T - \hat{\gamma} - T\hat{\mu}_{trend}) + \hat{\gamma} + T\overline{\Delta y} = y_T - T\hat{\mu}_{trend} + T\overline{\Delta y} \neq y_T$$

のように  $y_T$  に一致しない。この結果は、単純に (26) の  $\hat{\mu}_{trend}$  を  $\overline{\Delta y}$  で置き換えただけでは  $y_T$  が予測の出発点とならないことを意味し、予測の精度が悪化する原因となる。そこで、 $y_T$  が予測の出発点となるよう調整した

$$\hat{y}_{T+h}^{mMTV} = (T+h)\overline{\Delta y} + T(\hat{\mu}_{trend} - \overline{\Delta y}) + \hat{\gamma} + B_{(m-r)}\widehat{B'_{(m-r)}\check{y}_{T+h}} + B_{(r)}\widehat{B'_{(r)}\check{y}_{T+h}} \quad (29)$$

を修正 MTV 予測とする<sup>7</sup>。

修正 MTV 予測の作り方を整理しておく。

**Step.1** (22) 式のように demean と detrend をし、(23) のように固有値分解を行う。

**Step.2** 第 1～第  $m-r$  主成分  $B'_{(m-r)}\check{y}_t$  を ARIMA( $p,1,q$ ) モデルで  $\widehat{B'_{(m-r)}\check{y}_{T+h}}$  と、第

<sup>6</sup>Chigira and Yamamoto (2009) では共和分関係に確定項は入らないという定式化を使っているので  $\lim_{h \rightarrow \infty} \beta' \hat{y}_{T+h}^{MTV} = 0$  といった表現になっている。

<sup>7</sup>MTV 予測 (26) は、こうした調整をしなくても  $y_T$  が予測の出発点となっている。

$m - r + 1 \sim$  第  $m$  主成分  $B'_{(r)} \tilde{y}_t$  を ARIMA( $p, 0, q$ ) モデルで  $\widehat{B'_{(r)} \tilde{y}_{T+h}}$  と予測する。こ  
こまでは通常の MTV 予測と同じである。

**Step.3** Step.2 で得た予測量に固有ベクトルを掛けて原データに戻し、ドリフト推定量  $\overline{\Delta y}$ 、定数項推定量  $\hat{\gamma}$ 、調整項  $T(\hat{\mu}_{trend} - \overline{\Delta y})$  を加えた (29) 式を計算する。

この修正 MTV 予測は、予測に使うドリフト推定量が効率的な  $\overline{\Delta y}$  であるので MTV 予測より精度が高いと期待される。

### 4.3 Lee-Carter 全主成分予測

石井 (2008) 等では、Lee-Carter 予測を改善するために第 1 主成分だけでなく残りの主成分も使うことが試みられている。本小節では、こうしたことが予測精度の改善に役立つか検討する。

今、Lee-Carter 予測を行う際に第 1 主成分だけではなく全ての主成分を使うことを考え、こうした予測を Lee-Carter 全主成分予測と呼ぶことにする。この時には、全ての主成分を予測する必要があるため、各主成分がどのような過程に従うかを明らかにしなければならない。データを detrend すれば、各主成分は (25) 式で示したように  $I(1)$  と  $I(0)$  に分かれるが、detrend しないと次の命題のようになる。

**命題 4:**

$$f'_1 \tilde{y}_t \approx \pm \sqrt{\mu' \mu} t \pm \frac{1}{\sqrt{\mu' \mu}} \left( u'_\perp \beta'_\perp C \sum_{s=1}^t \varepsilon_s + \mu' C^*(L) \varepsilon_t - \mu' \bar{y} \right) + O_p(1) \quad (30)$$

$$F'_{(m-1)} \tilde{y}_t \approx V'_\perp \beta'_\perp C \sum_{s=1}^t \varepsilon_s + \bar{F}'_{(m-1)} C^*(L) \varepsilon_t - \bar{F}'_{(m-1)} \bar{y} + O_p(\sqrt{T}) \quad (31)$$

ここで、 $u_\perp$  はある nonzero の  $((m-r) \times 1)$  ベクトル、 $V_\perp$  は full rank の  $((m-r) \times (m-1))$  行列である。

**証明:** 要求に応じて提供する。

第 1 主成分には  $I(1)$  コンポーネントと  $I(0)$  コンポーネントが混じっているが、 $I(1) + I(0) = I(1)$  なので  $I(1)$  であり、また  $\pm \sqrt{\mu' \mu}$  なるドリフト項を持つことが解る。(30) は、Lee and Carter (1992) を初め多くの論文が第 1 主成分をドリフト付きの ARIMA(0,1,0) モデルで予測したことをある程度正当化している。ただ、かなり複雑な stochastic コンポーネ

ントを持つので、ドリフト付きの ARIMA( $p,1,q$ ) モデルを用いた方が良さだろう。第 2~第  $m$  主成分も  $I(1)$  と  $I(0)$  が混じった  $I(1)$  過程だが、第 1 主成分のようにドリフト項は無い。(31) は、Lee and Carter (1992) が第 1 主成分だけを用いたことをある程度正当化する。なぜならば、(14) 式で示したように  $I(1)$  過程の長期予測にはドリフト項が決定的に重要な役割を果たすが、第 2~第  $m$  主成分にはドリフト項が無いので無視してもあまり問題にならないからである。とはいえ、短期~中期予測では、3.2 節で示したようにこれらの主成分を無視することは予測精度の悪化につながる。第 2~第  $m$  主成分はドリフトの無い ARIMA( $p,1,q$ ) モデルで予測するのが良さだろう。(30) と (31) からは、データを detrend しないで主成分を算出すると、全ての主成分が  $I(1)$  になることが解る。これは、MTV 予測での (25) とは対照的である。

以上の結果より、Lee-Carter 全主成分予測では第 1 主成分をドリフト付きの ARIMA( $p,1,q$ ) モデルで

$$f_1' \overline{\Delta y} h + \widehat{f_1' \tilde{y}}_{T+h} \quad (32)$$

と予測する。ここで、 $f_1' \overline{\Delta y}$  は (2) にあるように第 1 主成分のドリフトの推定量であり、 $\widehat{f_1' \tilde{y}}_{T+h}$  はドリフト項以外の AR( $p$ ) と MA( $q$ ) による部分である。(30) より、 $f_1' \overline{\Delta y}$  は  $\pm\sqrt{\mu' \mu}$  の一致推定量であることが解る。(3) と (32) を見比べると違いは  $f_1' \tilde{y}_T$  か  $\widehat{f_1' \tilde{y}}_{T+h}$  かだけであり、もし  $p = q = 0$  ならば  $\widehat{f_1' \tilde{y}}_{T+h} = f_1' \tilde{y}_T$  となって両者は一致する。第 2~第  $m$  主成分については、(31) で示したようにドリフトの無い  $I(1)$  過程に従うドリフトの無い ARIMA( $p,1,q$ ) モデルで  $\widehat{F'_{(m-1)} \tilde{y}}_{T+h}$  と予測することにする。これで主成分の予測ができたので、後は固有ベクトルを掛けて原データに戻し、最後に平均を足し戻せば Lee-Carter 全主成分予測が作れる。具体的には、

$$\begin{aligned} \hat{y}_{T+h}^{LCA} &= f_1(f_1' \overline{\Delta y}(T+h) + \widehat{f_1' \tilde{y}}_{T+h}) + F_{(m-1)} \widehat{F'_{(m-1)} \tilde{y}}_{T+h} + \bar{y} \\ &= f_1(f_1' \overline{\Delta y}(T+h) + \widehat{f_1' y}_{T+h}) - f_1 f_1' \bar{y} + F_{(m-1)} \widehat{F'_{(m-1)} y}_{T+h} - F_{(m-1)} F'_{(m-1)} \bar{y} + \bar{y} \\ &= f_1(f_1' \overline{\Delta y}(T+h) + \widehat{f_1' y}_{T+h}) + F_{(m-1)} \widehat{F'_{(m-1)} y}_{T+h} \end{aligned} \quad (33)$$

となる。

この Lee-Carter 全主成分予測は全ての主成分を使っているので情報のロスは無くなる。具体的には、 $\bar{y}$  で demean した  $y_t$  を固有値分解して主成分にし、その主成分を原データに

元に戻して  $\bar{y}$  を足し戻した際の  $y_T$  に注目すると、

$$BB'(y_T - \bar{y}) + \bar{y} = y_T$$

のように  $y_T$  に一致する。よって、Lee-Carter 予測とは違い  $y_T$  が予測の出発点になっており、これは1つの長所である。また、パラメーター数が  $O(m)$  であることも長所と言える。しかし、ドリフト  $\mu$  の推定には  $f_1 f_1' \overline{\Delta y}$  を使うため、(21) で示したように漸近的には非効率的になる。また、次の命題に示すように Lee-Carter 全主成分予測は共和分制約を満たさない。

**命題 5:**

$$\lim_{h \rightarrow \infty} (\beta' \hat{y}_{T+h}^{LCA} - \beta' \gamma - \beta' d_2^*(T+h)) \neq 0 \quad (34)$$

**証明:** 付録を参照のこと。

なお、(34) 式は通常の Lee-Carter 予測に共和分制約が掛からないことも示している。

このように、Lee-Carter 予測の欠点を改善するために第1主成分以外の主成分を使うことは情報のロスを補う効果はある。しかし、第1主成分以外の主成分はドリフトの推定には貢献しないためドリフトの推定は漸的に非効率のままであるし、detrend をせずに主成分を計算するので共和分制約が掛からないという問題点は残る。

## 5 モンテカルロ実験

本節では、これまで示してきた予測の精度をモンテカルロ実験で調べる。本稿は死亡率の予測を考えているので、実験の DGP にはデータが図1に近くなるようなものを用いる。

### 5.1 実験のデザイン

実験に使う DGP は、以下のような VEC モデルとする。

$$\Delta y_t = \alpha \beta' y_{t-1} + \mu + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim NID(0, I_m) \quad (35)$$

ここで、 $\alpha$  は  $(m \times r)$  の full rank 行列であり、 $\mu$  は (9) によって (10) のように書けるとする。(35) は、VMA 表現では、

$$\begin{aligned} C(L) &= I_m L^0 + (A - I_m)L + (A^2 - A)L^2 + (A^3 - A^2)L^3 + \dots \\ C &= C(1) = \beta_{\perp}(\alpha'_{\perp}\beta_{\perp})^{-1}\alpha'_{\perp} \\ C^*(L) &= (I - C)L^0 + (A - C)L + (A^2 - C)L^2 + (A^3 - C)L^3 + \dots \end{aligned}$$

として (11) や (12) のように書けることが知られている<sup>8</sup>。ここで、 $A = I_m + \alpha\beta'$  であり、 $\alpha_{\perp}$  は  $\alpha'\alpha_{\perp} = 0$  なる性質を持つ  $\alpha$  の直交補空間を形成する  $(m \times (m - r))$  の full rank 行列である。

パラメーター設定は、

$$\begin{cases} \text{ケース 1: } m = 3, r = 2 \\ \text{ケース 2: } m = 30, r = 26 \end{cases}$$

の 2 ケースを考え<sup>9</sup>、両ケース共  $T = 50, 100, 200, 500$ 、 $h = 1, 2, \dots, 5, 10, 20, 30, 40, 50$  とする。実験の繰り返し回数は 5000 回とする。具体的なパラメーターの値は、 $m = 30$  のケースは省略するが、 $m = 3$  では

$$\alpha = \begin{bmatrix} -1.35 & -4.05 \\ 2.25 & -2.25 \\ 0 & -0.90 \end{bmatrix}, \beta = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.10 \\ -0.25 & 0.10 \\ 0 & -0.15 \end{bmatrix}, d_1 = \begin{bmatrix} -0.30 \\ -0.10 \\ -0.20 \end{bmatrix}, d_2 = \alpha_{\perp} \begin{bmatrix} 0.02 \\ 0.03 \end{bmatrix}$$

とした。 $d_2$  については、(9) を満たすために  $\alpha_{\perp}$  の空間に入るように設定している。これらのパラメーター設定のポイントは、

$$\mu = Cd_1 + C^*(L)d_2 \doteq \begin{bmatrix} -0.39 \\ -0.22 \\ -0.23 \end{bmatrix}$$

のようにドリフト項が全て負になるようにしていることである<sup>10</sup>。図 1 から見て、正のドリフトは適切ではないので、 $m = 30$  でも、ドリフトが全て負になるように注意してパラメーターを設定している。

<sup>8</sup>Johansen (1995) 参照。

<sup>9</sup>ケース 2 で  $r = 26$  というのは半端な数字の感じもするが、6.1 節で日本人男性の死亡率のデータを実際に分析した結果に照らしてこの値にした。ケース 2 は実際のデータでの予測精度をシミュレートするというモチベーションに立っている。

<sup>10</sup> $\mu$  を切りのよい数字にするのは難しいので四捨五入した値を書いている。

比較する予測は、VEC 予測、MTV 予測、修正 MTV 予測、Lee-Carter 予測、Lee-Carter 全主成分予測、単系列 ARIMA 予測とする。ここで、本稿が焦点を当てている Lee-Carter 予測では、第 1 主成分を特定化を行わずドリフト付きの ARIMA(0,1,0) として予測するので、 $\hat{y}_{T+h}^{LC}$  には必ずドリフトの存在と  $I(1)$  であることが impose されることに注意が必要である。今回の実験では、他の予測がこれに対して不利にならないように、ドリフトと  $I(1)$  であることを特定化を行わず impose することにする。各予測の具体的な計算法は以下ようになる。

**VEC 予測** Johansen の最尤法でモデルを推定し、VEC form で予測をする。今回の実験では理想的な予測として VEC 予測を扱うため、VAR の次数、 $r$ 、確定項の形は全て既知とする。VEC 予測は  $\hat{y}_{T+h}^{VEC}$  と書き、最尤法で推定された  $\mu$  を  $\hat{\mu}_{ML}$  と書く。VEC 予測は共和分制約を満たすことが知られている。

**MTV 予測** ドリフトがあることは既知として (22) 式のように detrend し、4.1 節のように予測量を作る。MTV 予測では  $r$  は未知とする。このため、各主成分に Phillips-Perron 検定を有意水準 1% で行って和分の次数を決める。ただし、 $I(1)$  であることを impose するため第 1 主成分が  $I(1)$  であることは既知とする。また、全ての主成分の AR と MA の次数、確定項の形は SBIC で決める。この予測量の具体的な式は (26) で与えられる。

**修正 MTV 予測** データの detrend と主成分の予測を MTV 予測と同様に行う。その後、4.2 節で説明したように、ドリフト項を足し戻す時に MTV 予測で使う  $\hat{\mu}_{trend}$  の代わりに  $\overline{\Delta y}$  を使う。こうしたことを行う理由は、 $\hat{\mu}_{trend}$  より  $\overline{\Delta y}$  の方が効率的なため、予測精度の向上が期待されるからである。この予測量の具体的な式は (29) で与えられる。

**Lee-Carter 予測** 3 節で説明した通りの予測を行う。具体的には、(4) で与えられる。

**Lee-Carter 全主成分予測** 4.3 節で説明した予測を行う。ドリフトと  $I(1)$  であることを impose するため、第 1 主成分がドリフト付きの  $I(1)$  であることは既知とする。第 2 主成分以降は  $I(1)$  として予測するが確定項の形は SBIC で決める。また、全ての主成分の AR と MA の次数は SBIC で決める。

**単系列 ARIMA 予測**  $y_{at}$ ,  $a = 1, 2, \dots, m$  の各系列に、通常の 1 変量 ARIMA モデルを当てはめて予測する。全系列がドリフト付きの  $I(1)$  であることは既知とし、AR と MA の次数は SBIC で決める。単系列 ARIMA 予測は  $\hat{y}_{T+h}^{ARIMA}$  と書く。なお、単系列 ARIMA 予測で用いられる  $\mu$  の推定量は  $\overline{\Delta y}$  である。

なお、パラメーターの数は VEC 予測が  $O(m^2)$ 、Lee-Carter 予測が 1 であり、それ以外の予測は全て  $O(m)$  である。

予測の精度を比較するには 2.3 節で述べた trace MSE ratio を使うが、この実験では最も primitive な単系列 ARIMA 予測をベンチマークとし、単系列 ARIMA 予測に対して各予測がどの程度の精度を持つのかを調べる。具体的には、以下の 5 つの trace MSE ratio を計算する。

$$\begin{aligned} \text{ratio(VEC)} &= \frac{\text{tr MSE}(\hat{y}_{T+h}^{VEC})}{\text{tr MSE}(\hat{y}_{T+h}^{ARIMA})} \\ \text{ratio(MTV)} &= \frac{\text{tr MSE}(\hat{y}_{T+h}^{MTV})}{\text{tr MSE}(\hat{y}_{T+h}^{ARIMA})} \\ \text{ratio(mMTV)} &= \frac{\text{tr MSE}(\hat{y}_{T+h}^{mMTV})}{\text{tr MSE}(\hat{y}_{T+h}^{ARIMA})} \\ \text{ratio(LC)} &= \frac{\text{tr MSE}(\hat{y}_{T+h}^{LC})}{\text{tr MSE}(\hat{y}_{T+h}^{ARIMA})} \\ \text{ratio(LCA)} &= \frac{\text{tr MSE}(\hat{y}_{T+h}^{LCA})}{\text{tr MSE}(\hat{y}_{T+h}^{ARIMA})} \end{aligned}$$

これらの trace MSE ratio が 1 より大きければ、単系列 ARIMA 予測より精度が悪いことを意味し、1 より小さければ単系列 ARIMA 予測より精度が良いことを意味する。ここで、(14) 式の意味について述べる。(14) 式における  $\hat{y}_{T+h}^{OPT}$  は (35) の下ではパラメーターを既知とした VEC 予測になり、本稿で考慮する VEC 予測以外の予測量も全て  $\mu$  を正しく考慮していることに注意すると、 $T$  が十分大きく  $\mu$  が概ね一致推定できていれば、長期予測においては

$$\text{ratio(VEC)} = \text{ratio(MTV)} = \text{ratio(mMTV)} = \text{ratio(LC)} = \text{ratio(LCA)} = 1$$

となる。MTV 予測や修正 MTV 予測が共和分制約を満たすといった長所や、Lee-Carter 予測が  $y_T$  を出発点としないといった短所は、長期予測の精度には影響せず短期～中期予測に影響するのである。

## 5.2 ケース 1 の実験結果

trace MSE ratio は表 1 のようになった。この表から、全ての  $T$  と  $h$  で、

- Lee-Carter 予測が最も悪い
- VEC 予測が最も良い
- MTV 予測と修正 MTV 予測が比較的良い
- Lee-Carter 全主成分予測は MTV 予測や修正 MTV 予測より良くなることはほぼ無いが、Lee-Carter 予測よりは良い

といったことが解る。

以下、各予測の精度についてコメントする。

### VEC 予測

正しい定式化で予測をしているので stochastic コンポーネントの予測が良く、これが  $h = 1 \sim 10$  の予測の精度を上げていると考えられる。長期予測に重要な枠割を果たすドリフト項についても、表 2 にあるように MSE が小さいため、 $h = 10$  以降の精度も良い。VEC 予測の精度が良い理由は、他の予測には取り入れられていない共和分関係にトレンドがあるという情報を明示的に取り入れていることも 1 つの理由かもしれない。

### MTV 予測

データを detrend してから主成分分析を行うことで共和分の情報を取り入れているため stochastic コンポーネントの予測が上手く行き、 $h = 1 \sim 10$  の精度が良いと考えられる。表 3 では、各主成分に Phillips-Perron 検定を行った結果  $I(1)$  主成分の数を何個と判定したかを示しているが、MTV 予測では  $T = 100$  で正しい数（つまり 1 個）を 5000 回全てで検知しており、これも共和分制約が適切に掛かって stochastic コンポーネントの予測が良く機能したことを裏付けている。共和分制約が短期～中期予測の精度を改善するという結果は Chigira and Yamamoto (2009) と同じである。ただ、表 2 にあるように、MTV 予測で使う  $\hat{\mu}_{trend}$  は MSE が大きく、これが  $h = 10$  以降の精度をやや下げていると思わ

表 1: trace MSE ratio (ケース 1)

$T = 50$										
$h$	1	2	3	4	5	10	20	30	40	50
ratio(VEC)	0.68	0.64	0.66	0.72	0.75	0.84	0.90	0.92	0.94	0.94
ratio(MTV)	0.89	0.89	0.91	0.93	0.94	0.98	1.01	1.04	1.05	1.06
ratio(mMTV)	0.89	0.88	0.90	0.92	0.93	0.96	0.98	0.98	0.99	0.99
ratio(LC)	1.42	1.18	1.11	1.08	1.06	1.03	1.01	1.01	1.00	1.00
ratio(LCA)	0.92	0.92	0.94	0.95	0.95	0.97	0.98	0.99	0.99	0.99

$T = 100$										
$h$	1	2	3	4	5	10	20	30	40	50
ratio(VEC)	0.65	0.61	0.64	0.69	0.73	0.85	0.92	0.94	0.95	0.95
ratio(MTV)	0.84	0.84	0.86	0.89	0.90	0.96	0.99	1.01	1.03	1.04
ratio(mMTV)	0.84	0.84	0.86	0.88	0.90	0.94	0.97	0.98	0.98	0.98
ratio(LC)	1.88	1.43	1.29	1.22	1.18	1.09	1.04	1.02	1.02	1.01
ratio(LCA)	0.91	0.91	0.92	0.94	0.95	0.97	0.98	0.99	0.99	0.99

$T = 200$										
$h$	1	2	3	4	5	10	20	30	40	50
ratio(VEC)	0.64	0.61	0.63	0.69	0.73	0.85	0.92	0.94	0.96	0.96
ratio(MTV)	0.82	0.83	0.84	0.87	0.89	0.95	0.99	1.00	1.02	1.02
ratio(mMTV)	0.82	0.83	0.84	0.87	0.89	0.94	0.97	0.98	0.98	0.99
ratio(LC)	2.77	1.97	1.66	1.51	1.42	1.22	1.11	1.07	1.05	1.04
ratio(LCA)	0.89	0.91	0.92	0.94	0.94	0.97	0.98	0.99	0.99	0.99

$T = 500$										
$h$	1	2	3	4	5	10	20	30	40	50
ratio(VEC)	0.63	0.60	0.62	0.68	0.72	0.85	0.93	0.95	0.96	0.97
ratio(MTV)	0.80	0.81	0.82	0.86	0.88	0.94	0.98	0.99	1.00	1.01
ratio(mMTV)	0.80	0.81	0.82	0.86	0.88	0.94	0.97	0.98	0.98	0.99
ratio(LC)	5.62	3.57	2.78	2.40	2.12	1.59	1.30	1.20	1.15	1.12
ratio(LCA)	0.88	0.90	0.91	0.93	0.94	0.97	0.99	0.99	0.99	1.00

れる。なお、表3は、(今回の実験では第1主成分を必ず  $I(1)$  にしていることを割り引く必要はあるが) Chigira (2008) の共和分検定が適切に work していることも表している。

### 修正 MTV 予測

stochastic コンポーネントの予測は MTV 予測と同じなので、MTV 予測と同じ理由で  $h = 1 \sim 10$  での精度が良い。ドリフトについては、MTV 予測と違って  $\overline{\Delta y}$  を使うが、表2にあるように  $\overline{\Delta y}$  の MSE は小さいため、 $h = 10$  以降でも予測の performance は良い。

### Lee-Carter 予測

3.2 節で説明したように、 $h = 1 \sim 10$  の予測がかなり悪い。ただ、表2にあるように、Lee-Carter 予測が使うドリフト推定量  $f_1 f_1' \overline{\Delta y}$  の MSE は小さいため、Chigira and Yamamoto (2012) が示したように長期予測は上手く行き、 $h = 10$  以降では予測精度は徐々に改善される。しかし、単系列 ARIMA 予測より良くなることはなかった。また、Lee-Carter 予測以外の予測は全て  $T$  が大きくなると trace MSE ratio が下がったが、Lee-Carter 予測は逆に上がった。この理由は 3.2 節で説明したが、 $T$  が大きいほど精度が悪化するという性質は大きな欠点である。

### Lee-Carter 全主成分予測

4.3 節で説明したように共和分制約が掛からないため  $h = 1 \sim 10$  は良くないが、そう悪いわけでもない。これは、 $u f_1' \tilde{y}_{T+h}$  と  $V F_{(m-1)}' \tilde{y}_{T+h}$  の1部がたまたま0に近い値になって accidentally に partial な共和分制約が掛かっていることを意味するかもしれない。このあたりはさらなる分析が必要だろう。いずれにせよ、Lee-Carter 全主成分予測は stochastic コンポーネントの予測は共和分制約が完全には掛からないという意味で大幅に良くはならないが、全ての主成分を使うことで Lee-Carter 予測よりは精度が上がり、ドリフト推定量  $f_1 f_1' \overline{\Delta y}$  の MSE は小さいので、全体では可もなく不可もないといった精度になっていると思われる。

表 2: 各ドリフト推定量の MSE の合計 (ケース 1)

$T$	$\overline{\Delta y}$	$\hat{\mu}_{ML}$	$\hat{\mu}_{trend}$	$f_1 f_1' \overline{\Delta y}$
50	0.075	0.072	0.086	0.074
100	0.036	0.035	0.042	0.035
200	0.019	0.018	0.022	0.018
500	0.008	0.007	0.009	0.008

Note: ドリフトの推定量は  $(3 \times 1)$  のベクトルになるので、各要素の MSE を計算してそれを合計した数値を載せている。

表 3: MTV 予測で判定された  $I(1)$  主成分の数 (ケース 1)

$T \setminus \#\{I(1)\}$	3	2	1
50	0.06	21.82	78.12
100	0	0	100
200	0	0	100
500	0	0	100

Note: この表の見方は、例えば  $T = 50$  の時  $I(1)$  主成分の数が 3 と判定されたのは 0.06%、2 と判定されたのが 21.82%、1 と判定されたのが 78.12%ということである。第 1 主成分を必ず  $I(1)$  にするので、 $I(1)$  主成分の数が 0 と判定されることはない。

表 4:  $\overline{\Delta y}$  と  $f_1 f_1' \overline{\Delta y}$  の分散の比較 (ケース 1)

$\text{tr}(\Gamma)$	$T$	$\text{tr}(\hat{G})$	$\text{tr}(\Gamma + \frac{1}{5}\Gamma^+)$	$T$	$\text{tr}(\widehat{G + \frac{1}{5}G^+})$
3.52	50	3.74	3.58	50	3.68
	100	3.50		100	3.42
	200	3.61		200	3.58
	500	3.60		500	3.63

Note:  $\hat{G}$  は 5000 個の  $\overline{\Delta y}$  から計算した  $(3 \times 3)$  の標本共分散行列に  $T$  を掛けたもので、 $\widehat{G + \frac{1}{5}G^+}$  は 5000 個の  $f_1 f_1' \overline{\Delta y}$  から計算した  $(3 \times 3)$  の標本共分散行列に  $T$  を掛けたものである。

予測精度の議論は以上だが、ここで命題 3 で示した  $f_1 f_1' \overline{\Delta y}$  の非効率性について考察する。今回の DGP では  $\text{tr}(\Gamma) \doteq 3.52$ 、 $\text{tr}(\Gamma + \frac{1}{5}\Gamma^+) \doteq 3.58$  であり増加率は約 1.9% である。表 4 では、 $\text{tr}(\Gamma)$  と  $\text{tr}(\Gamma + \frac{1}{5}\Gamma^+)$  を実験で得た 5000 個の  $\overline{\Delta y}$  と  $f_1 f_1' \overline{\Delta y}$  から推定した結果を載せている。 $\text{tr}(\hat{G})$ 、 $\text{tr}(\widehat{G + \frac{1}{5}G^+})$  共に真の値への収束は遅いようで、 $T = 50 \sim 200$  では  $\text{tr}(\widehat{G + \frac{1}{5}G^+})$  の方が  $\text{tr}(\hat{G})$  より小さくなり、命題 3 とは逆に  $f_1 f_1' \overline{\Delta y}$  の方が効率的になってしまっている。今回のように、 $m - r$  の値が 1 と小さい時はこの問題はそう大きな問題ではないようである。

### 5.3 ケース 2 の実験結果

trace MSE ratio は表 5 のようになった。この表から、

- ほぼ全ての  $T$  と  $h$  で Lee-Carter 予測が最も悪い
- VEC 予測は  $T = 50, 100$  ではかなり悪いものの  $T = 200, 500$  では最も良い
- ほぼ全ての  $T$  と  $h$  で MTV 予測と修正 MTV 予測が比較的良好
- 全ての  $h$  で、Lee-Carter 全主成分予測は MTV 予測と修正 MTV 予測より概ね悪いが、Lee-Carter 予測よりは良い

といったことが解る。

以下、各予測の精度についてコメントする。

#### VEC 予測

表 5: trace MSE ratio (ケース 2)

$T = 50$										
$h$	1	2	3	4	5	10	20	30	40	50
ratio(VEC)	1.73	1.93	1.98	2.02	1.99	1.89	1.83	1.87	1.91	1.98
ratio(MTV)	1.06	1.02	0.99	0.98	0.98	0.99	1.02	1.04	1.05	1.06
ratio(mMTV)	1.06	1.02	0.99	0.98	0.98	0.98	0.99	0.99	0.99	0.99
ratio(LC)	2.17	1.54	1.34	1.26	1.20	1.11	1.06	1.05	1.04	1.04
ratio(LCA)	1.04	1.00	0.98	0.97	0.97	0.97	0.98	0.99	1.00	1.00

$T = 100$										
$h$	1	2	3	4	5	10	20	30	40	50
ratio(VEC)	0.86	0.97	1.02	1.06	1.09	1.13	1.10	1.10	1.09	1.08
ratio(MTV)	1.00	0.96	0.93	0.93	0.93	0.96	0.99	1.00	1.02	1.03
ratio(mMTV)	1.00	0.95	0.93	0.92	0.92	0.94	0.97	0.97	0.98	0.98
ratio(LC)	3.37	2.19	1.81	1.63	1.52	1.29	1.17	1.12	1.10	1.09
ratio(LCA)	0.99	0.96	0.95	0.94	0.94	0.96	0.98	0.99	0.99	1.00

$T = 200$										
$h$	1	2	3	4	5	10	20	30	40	50
ratio(VEC)	0.67	0.77	0.82	0.85	0.87	0.94	0.97	0.98	0.99	0.99
ratio(MTV)	0.94	0.90	0.88	0.88	0.89	0.93	0.97	0.99	1.00	1.01
ratio(mMTV)	0.93	0.90	0.88	0.88	0.88	0.92	0.95	0.97	0.97	0.98
ratio(LC)	5.86	3.58	2.80	2.42	2.17	1.67	1.38	1.27	1.21	1.18
ratio(LCA)	0.94	0.92	0.90	0.90	0.91	0.94	0.97	0.98	0.99	0.99

$T = 500$										
$h$	1	2	3	4	5	10	20	30	40	50
ratio(VEC)	0.58	0.67	0.71	0.74	0.76	0.84	0.91	0.94	0.95	0.96
ratio(MTV)	0.91	0.87	0.86	0.86	0.86	0.91	0.96	0.98	0.99	1.00
ratio(mMTV)	0.91	0.87	0.85	0.85	0.86	0.91	0.95	0.97	0.97	0.98
ratio(LC)	13.26	7.68	5.73	4.77	4.16	2.82	2.02	1.71	1.55	1.44
ratio(LCA)	0.91	0.87	0.86	0.86	0.86	0.91	0.95	0.97	0.98	0.98

VEC 予測はパラメーター数が  $m^2$  のオーダーで増えるので  $m = 30$  では十分な  $T$  が無いと大幅に精度が悪化する。しかし、 $T$  が大きければ正しい定式化で予測をしているので stochastic コンポーネントの予測が非常に良くなる。これが  $h = 1 \sim 10$  の予測の精度を上げていると考えられる。長期予測に重要な枠割を果たすドリフト項については表 6 にあるように MSE が大きくなってしまっているが、 $h = 1 \sim 10$  の予測が良いため  $h = 10$  以降も大幅に予測が悪くなることはないようである。

### MTV 予測

stochastic コンポーネントの予測が上手く行き、 $h = 1 \sim 10$  の精度が良いと考えられる。ただ、表 7 を見ると、 $m = 30$  では少なくとも  $T = 200$  は無いと正しい  $I(1)$  主成分の数 (つまり 4 個)、を検知できないことが解るので、共和分制約の掛かり方は  $m = 3$  の時より弱いと思われる。また、表 6 にあるように、 $\hat{\mu}_{trend}$  は MSE が大きいので、これが  $h = 10$  以降の精度を下げていると思われる。ただ、 $T$  が小さくても VEC 予測のように大幅に精度が悪化することはなかった。

### 修正 MTV 予測

stochastic コンポーネントの予測は MTV 予測と同じなので、 $T$  が大きければ共和分制約が掛かり  $h = 1 \sim 10$  での精度が良くなる。ドリフトについては、表 6 にあるように  $\overline{\Delta y}$  の MSE は小さいため、 $h = 10$  以降の予測の performance は良い。

### Lee-Carter 予測

ケース 1 と同様に、単系列 ARIMA 予測より精度が良くなることはなかった。また、 $T$  が大きいほど精度が悪化した。

### Lee-Carter 全主成分予測

ケース 1 と同様に全体では可もなく不可もないといった精度だが、 $T = 50$  では一部で MTV 予測や修正 MTV 予測を上回る精度になっている。これは、Lee-Carter 全主成分予測の短所である共和分制約が掛からないということが  $T = 50$  では MTV 予測や修正 MTV

表 6: 各ドリフト推定量の MSE の合計 (ケース 2)

$T$	$\overline{\Delta y}$	$\hat{\mu}_{ML}$	$\hat{\mu}_{trend}$	$f_1 f_1' \overline{\Delta y}$
50	0.654	3.529	0.751	0.671
100	0.317	2.098	0.367	0.331
200	0.159	0.576	0.188	0.167
500	0.066	0.076	0.079	0.070

Note: ドリフトの推定量は  $(30 \times 1)$  のベクトルになるので、各要素の MSE を計算してそれを合計した数値を載せている。

表 7: MTV 予測で判定された  $I(1)$  主成分の数 (ケース 2)

$T \setminus \#\{I(1)\}$	10	9	8	7	6	5	4	3	2
50	1.06	10.30	33.88	38.68	14.16	1.88	0.04	0	0
100	0	0	0.06	0.02	20.30	48.98	26.48	1.70	0
200	0	0	0	0	0	0	86.16	13.58	0.26
500	0	0	0	0	0	0	83.48	16.34	0.18

Note: この表の見方は 3 と同じである。値が 0 だったところは省略している。四捨五入のため合計が 100 にならない個所がある。

予測にもほぼ当てはまり、MTV 予測と修正 MTV 予測の優位性が崩れたためと思われる。

予測精度の議論の次に、命題 3 で示した  $f_1 f_1' \overline{\Delta y}$  の非効率性について考察する。今回の DGP では  $\text{tr}(\Gamma) \doteq 30.80$ 、 $\text{tr}(\Gamma + \frac{1}{5}\Gamma^+) \doteq 32.87$  であり増加率は約 6.7% である。表 8 では、 $\text{tr}(\Gamma)$  と  $\text{tr}(\Gamma + \frac{1}{5}\Gamma^+)$  を実験で得た 5000 個の  $\overline{\Delta y}$  と  $f_1 f_1' \overline{\Delta y}$  から推定した結果を載せている。 $\text{tr}(\hat{G})$ 、 $\text{tr}(\widehat{G + \frac{1}{5}G^+})$  共に真の値への収束は遅いようだが、全ての  $T$  で  $\text{tr}(\widehat{G + \frac{1}{5}G^+})$  の方が  $\text{tr}(\hat{G})$  より大きくなり、命題 3 で示した非効率性が観測されている。ただ、ratio(LCA) を見る限りでは、予測精度に悪影響を与えるほどの非効率性ではなかったようである。

## 5.4 実験結果のまとめ

本節の実験結果からは、全体的に修正 MTV 予測が最も精度が高く、次いで MTV 予測、3 番目に良いのが Lee-Carter 全主成分予測であることが示唆される。Lee-Carter 予

表 8:  $\overline{\Delta y}$  と  $f_1 f_1' \overline{\Delta y}$  の分散の比較 (ケース 2)

$\text{tr}(\Gamma)$	$T$	$\text{tr}(\hat{G})$	$\text{tr}(\Gamma + \frac{1}{5}\Gamma^+)$	$T$	$\text{tr}(\widehat{G + \frac{1}{5}G^+})$
30.80	50	32.57	32.87	50	33.43
	100	31.47		100	32.87
	200	31.18		200	32.84
	500	31.62		500	33.55

Note:  $\hat{G}$  は 5000 個の  $\overline{\Delta y}$  から計算した  $(30 \times 30)$  の標本共分散行列に  $T$  を掛けたもので、 $\widehat{G + \frac{1}{5}G^+}$  は 5000 個の  $f_1 f_1' \overline{\Delta y}$  から計算した  $(30 \times 30)$  の標本共分散行列に  $T$  を掛けたものである。

測は単系列 ARIMA 予測より精度が悪く、今回比較した予測法の中で最も精度が悪かった。VEC 予測は、正しい特定化を既知として計算したので全体的にはパフォーマンスが良かったが、 $m = 30$ 、 $T = 50$  のようにパラメーター数に対して  $T$  が小さいと精度が大幅に悪化した。

次節で示すように、実際の死亡率のデータでは  $m$  が大きく  $T$  が小さいので、VEC 予測のようにパラメーター数が多い予測法は適切ではないと思われる。MTV 予測、修正 MTV 予測、Lee-Carter 予測、Lee-Carter 全主成分予測は VEC 予測に比べてパラメーター数が少なく、本節の実験でも  $m$  が大きく  $T$  が小さい場合でも精度が大幅に悪化することはなかったので、実際の死亡率の予測に役立つだろう。

なお、(14) 式で示したように、 $I(1)$  過程の長期予測についてはドリフトを捉えている限りはどの予測も同程度の精度となる。今回の実験で  $h = 50$  では全ての trace MSE ratio が概ね 1 になっているのはこのため、どの予測法も精度に差があるのは短期～中期予測であることに注意が必要である。

## 6 実証例

本節では、これまでに提案した各予測法で実際の死亡率を予測し、外挿予測の精度を比較する。MTV 予測、修正 MTV 予測、Lee-Carter 予測、Lee-Carter 全主成分予測、単系列 ARIMA 予測の計算法は 5.1 節で説明した方法と同じである。VEC 予測については、VAR の次数は 1、確定項の形は 5.1 節でのモンテカルロ実験と同じ形とするが、共和分ランク  $r$  が未知であるので Chigira (2008) の共和分検定を使って求めている。

## 6.1 日本のデータ

Human Mortality Database よりダウンロードした日本人の死亡率データを使って予測を行い精度を調べる。データは、0 歳 ~109 歳の各年齢の死亡率と、0 歳 ~109 歳を 23 のグループにまとめた死亡率<sup>11</sup>という 2 種類を考える。この 2 種類のデータが男女別にあるのでデータは合計で 4 種類ある。全てのデータは 1947 年 ~2009 年の年次データで  $T = 63$  である。 $T$  が小さいので、1947 年 ~2004 年 ( $T = 58$ ) のデータでモデルの推定と予測を行い、2005 年 ~2009 年のデータで  $h = 5$  の短期予測について外挿予測の精度を計算する。

以下、データの種類毎に分析結果を述べる。

### 各年齢の死亡率 (男性)

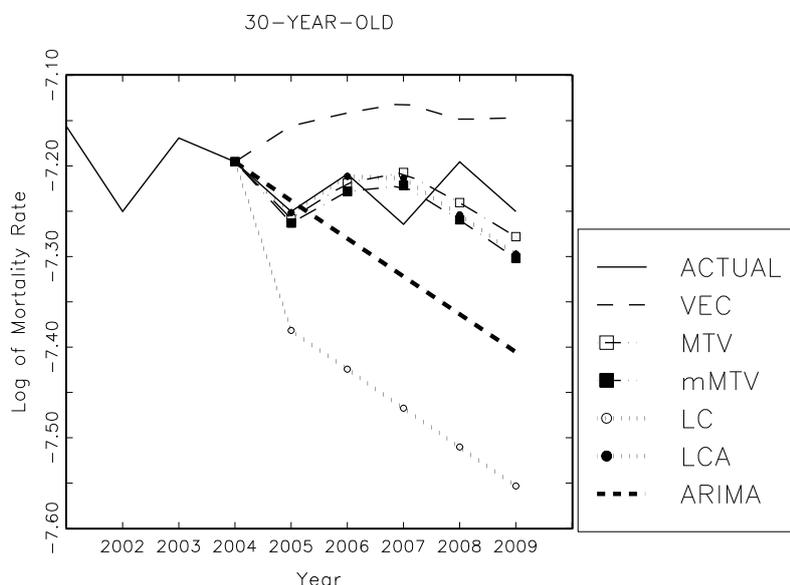
図 1 で示した、0 歳 ~109 歳の各年齢のデータで分析を行う。全ての年齢を 1 つの共和分モデルで表すと、 $m = 110$ 、 $T = 58$  となり、 $m$  が  $T$  より大きくなる。この時には VEC 予測は計算できないが、MTV 予測、修正 MTV 予測、Lee-Carter 予測、Lee-Carter 全主成分予測は計算できる。ただ、MTV 予測と修正 MTV 予測を計算する際には、(23) 式の  $\check{Y}\check{Y}$  が  $(110 \times 110)$  行列となるがランクが 58 なので第 1 ~ 第 58 主成分までで予測をする<sup>12</sup>。また、Lee-Carter 全主成分予測を計算する際には、(1) 式の  $\check{Y}\check{Y}$  が  $(110 \times 110)$  行列となるがランクが 58 なので第 1 ~ 第 58 主成分までで予測をする<sup>13</sup>。こうした  $m$  が非常に大きいモデルは、計算は可能ではあるがパラメータ推定の精度に問題があるかもしれないので、より  $m$  の小さいモデルの推定も行った。具体的には、0 歳 ~29 歳の  $m = 30$  のモデル、30 歳 ~59 歳の  $m = 30$  のモデル、60 歳 ~109 歳の  $m = 50$  の 3 つのモデルである。これらのモデルでは VEC 予測も可能であるが、60 歳 ~109 歳の  $m = 50$  のモデルでは  $m$  に比べて  $T$  が十分大きくないことが原因と思われる数値的な計算エラーが出たため VEC 予測は行っていない。trace MSE ratio は表 9 のようになった。この表からは、MTV 予測と修正 MTV 予測がほぼ同じ精度で良く work していることが解る。Lee-Carter 予測は 5 節でのモンテカルロ実験の結果と同じく精度がかなり悪かったが、Lee-Carter 全主成分予測

<sup>11</sup>0 歳は単独で 1 グループ、1 歳 ~4 歳で 1 グループ、以降は 5 歳 ~9 歳というように 5 歳毎で 1 グループとなる。最後のグループは 105 歳 ~109 歳であり、合計 23 のグループになる。

<sup>12</sup>実際には、第 57 主成分と第 58 主成分が  $10^{-7}$  程度の非常に小さい値になり計算が困難だったので第 56 主成分までを使った。

<sup>13</sup>実際には、第 58 主成分が  $10^{-7}$  程度の非常に小さい値になり計算が困難だったので第 57 主成分までを使った。

図 2: 30 歳日本人男性の死亡率の予測値と実績値



Note: 0 歳 ~109 歳の各年齢の死亡率の内、30 歳 ~59 歳を取り上げて  $m = 30$  のモデルを推定した時の、30 歳の予測値と実績値である。

はそう悪くはなかった。VEC 予測の精度は悪かったが、これは  $T$  が小さいためパラメータ推定の精度に問題があったためと思われる。予測値の具体的な値を示すため、上記の分析での典型的な例として、30 歳 ~59 歳のモデルにおける 30 歳の予測値と実績値を図 ref30jot にグラフ化した。この図からは、MTV 予測、修正 MTV 予測、Lee-Carter 全主成分予測が実績値に近い一方、VEC 予測、Lee-Carter 予測、単系列 ARIMA 予測は実績値から外れていることが解る。なお、 $I(1)$  主成分の数は表 9 に示したように 3、~5 個であり  $m$  に比べてかなり小さいので、共和分ランクがかなり高いことがうかがえる。

### グループ化された年齢の死亡率（男性）

0 歳 ~109 歳を 23 のグループにまとめたデータで分析を行う。データのプロットは図 3 のようになる。 $m = 23$ 、 $T = 58$  なので全ての予測量は問題無く計算でき、trace MSE ratio は表 10 のようになった。この結果は概ね表 9 と同じであり、MTV 予測と修正 MTV 予測が最も精度が良かった。また、 $I(1)$  主成分の数がかなり少ないので、共和分ランクがかなり高いと思われる。

表 9: trace MSE ratio (日本、男性、各年齢)

0 歳 ~ 109 歳 ( $m = 110$ ,  $\#\{I(1)\} = 5$ )

$h$	1	2	3	4	5
ratio(VEC)	.	.	.	.	.
ratio(MTV)	0.67	0.58	0.97	0.48	0.67
ratio(mMTV)	0.70	0.58	0.87	0.48	0.64
ratio(LC)	2.89	4.23	4.32	2.93	3.00
ratio(LCA)	1.40	1.62	1.06	0.86	0.93

0 歳 ~ 29 歳 ( $m = 30$ ,  $\#\{I(1)\} = 3$ )

$h$	1	2	3	4	5
ratio(VEC)	0.93	2.50	1.51	1.50	1.86
ratio(MTV)	0.62	0.58	0.64	0.58	0.68
ratio(mMTV)	0.67	0.72	0.77	0.82	0.92
ratio(LC)	2.00	2.57	2.63	2.01	1.93
ratio(LCA)	0.68	0.70	0.76	0.82	0.89

30 歳 ~ 59 歳 ( $m = 30$ ,  $\#\{I(1)\} = 3$ )

$h$	1	2	3	4	5
ratio(VEC)	1.73	2.22	1.51	1.33	1.06
ratio(MTV)	1.04	0.74	0.73	0.50	0.25
ratio(mMTV)	1.13	0.64	0.53	0.36	0.26
ratio(LC)	3.39	4.08	4.83	3.27	3.00
ratio(LCA)	1.07	0.80	1.06	0.67	0.32

60 歳 ~ 109 歳 ( $m = 50$ ,  $\#\{I(1)\} = 4$ )

$h$	1	2	3	4	5
ratio(VEC)	.	.	.	.	.
ratio(MTV)	0.73	0.64	0.63	0.53	0.61
ratio(mMTV)	0.78	0.64	0.62	0.64	0.60
ratio(LC)	1.09	1.98	2.52	1.56	2.15
ratio(LCA)	0.85	0.74	1.02	0.96	0.86

Note: 0 歳 ~ 109 歳の各年齢の死亡率で分析している。データで “ $\#\{I(1)\}$ ” は、 $m$  個の主成分の内、Phillips-Perron 検定で  $I(1)$  と判定された主成分の数である。

図 3: 日本人男性の死亡率の対数（グループ化された年齢）

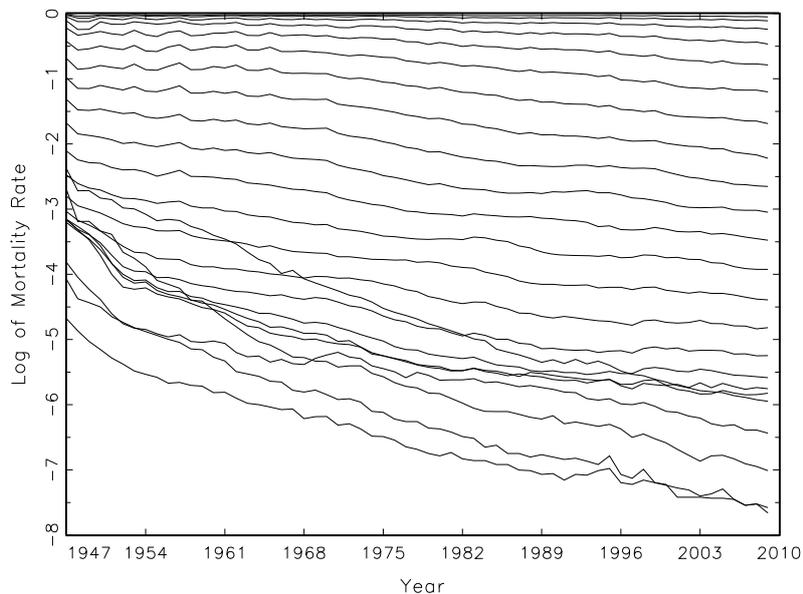


表 10: trace MSE ratio（日本、男性、グループ化された年齢）

$m = 23$ 、 $\#\{I(1)\} = 4$

$h$	1	2	3	4	5
ratio(VEC)	2.85	3.23	3.41	2.79	2.80
ratio(MTV)	0.56	0.40	0.84	0.33	0.52
ratio(mMTV)	0.62	0.45	0.67	0.32	0.47
ratio(LC)	4.94	6.68	8.09	4.16	3.91
ratio(LCA)	0.87	0.86	1.04	1.03	1.08

Note: 0歳を単独で1グループ、1歳～4歳を1グループ、以降は5歳～9歳というように5歳毎を1グループとし、最後のグループを105歳～109歳とした、合計23のグループ化された年齢の死亡率で分析している。“ $\#\{I(1)\}$ ”は、 $m$ 個の主成分の内、Phillips-Perron検定で $I(1)$ と判定された主成分の数である。

表 11: trace MSE ratio (日本、女性、各年齢)

30 歳 ~59 歳 ( $m = 30$ ,  $\#\{I(1)\} = 2$ )

$h$	1	2	3	4	5
ratio(VEC)	1.90	1.65	2.25	2.33	2.56
ratio(MTV)	0.42	0.37	0.19	0.15	0.10
ratio(mMTV)	0.43	0.37	0.19	0.18	0.13
ratio(LC)	1.65	1.13	1.20	1.28	1.19
ratio(LCA)	0.37	0.31	0.18	0.20	0.17

Note: 0 歳 ~109 歳の各年齢の死亡率の内、30 歳 ~59 歳を取り上げて分析している。“ $\#\{I(1)\}$ ” は、 $m$  個の主成分の内、Phillips-Perron 検定で  $I(1)$  と判定された主成分の数である。

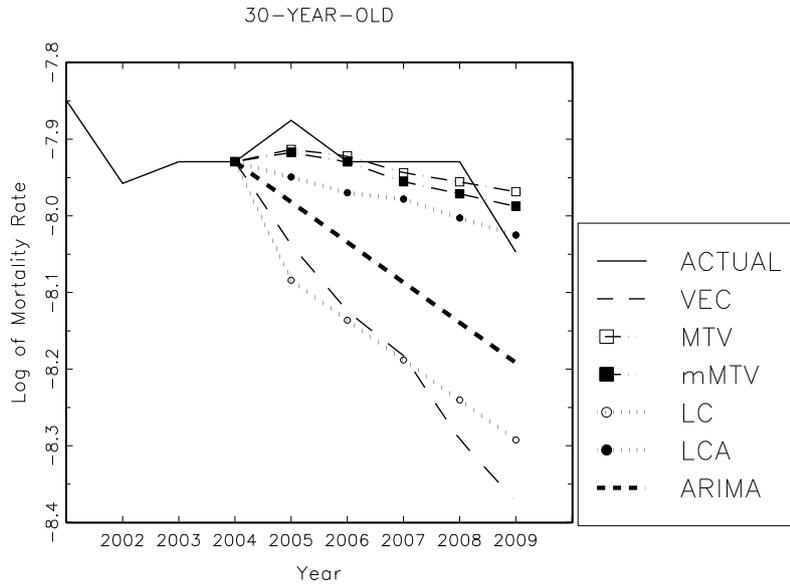
### 各年齢の死亡率 (女性)

男性のデータと同様に、0 歳 ~110 歳 ( $m = 110$ )、0 歳 ~29 歳 ( $m = 30$ )、30 歳 ~59 歳 ( $m = 30$ )、60 歳 ~109 歳 ( $m = 50$ ) の 4 つのモデルで予測を行った。紙幅の制限のため、30 歳 ~59 歳のモデルだけの trace MSE ratio を表 11 に示す。この表からは、男性の場合と同じく、MTV 予測、修正 MTV 予測、Lee-Carter 全主成分予測の精度が良く、VEC 予測と Lee-Carter 予測の精度が悪いことが解る。他の年齢のモデルにおける trace MSE ratio も概ね男性の場合と同じであった。男性の場合と同様に、30 歳 ~59 歳のモデルにおける 30 歳の予測値と実績値を図 4 に示す。この図からは、MTV 予測、修正 MTV 予測がかなり実績値に近く、Lee-Carter 全主成分予測も概ね実績値を追っていることが解る。一方、VEC 予測、Lee-Carter 予測、単系列 ARIMA 予測は実績値から外れている。なお、 $I(1)$  主成分の数は 2 個であり、男性の場合より少なかった。

### グループ化された年齢の死亡率 (女性)

trace MSE ratio は表 12 のようになった。この結果は、VEC 予測がやや良いことを除いては、概ね表 10 と同じであり、MTV 予測と修正 MTV 予測が最も精度が良かった。

図 4: 30 歳日本人女性の死亡率の予測値と実績値



Note: 0 歳 ~ 109 歳の各年齢の死亡率の内、30 歳 ~ 59 歳を取り上げて  $m = 30$  のモデルを推定した時の、30 歳の予測値と実績値である。

表 12: trace MSE ratio (日本、女性、グループ化された年齢)

$m = 23, \#\{I(1)\} = 4$

$h$	1	2	3	4	5
ratio(VEC)	1.43	0.37	1.43	0.84	0.68
ratio(MTV)	0.41	0.34	0.36	0.39	0.34
ratio(mMTV)	0.46	0.40	0.44	0.49	0.46
ratio(LC)	8.79	5.35	6.29	3.98	4.03
ratio(LCA)	0.64	0.43	0.40	0.61	0.79

Note: 0 歳を単独で 1 グループ、1 歳 ~ 4 歳を 1 グループ、以降は 5 歳 ~ 9 歳というように 5 歳毎を 1 グループとし、最後のグループを 105 歳 ~ 109 歳とした、合計 23 のグループ化された年齢の死亡率で分析している。“ $\#\{I(1)\}$ ” は、 $m$  個の主成分の内、Phillips-Perron 検定で  $I(1)$  と判定された主成分の数である。

## 6.2 スウェーデンのデータ

日本のデータでは  $T$  が小さく短期予測の評価しかできなかつたので、Human Mortality Database において  $T$  が最も大きいスウェーデンのデータを使い長期予測の評価を行う。日本の場合と同様、0 歳 ~109 歳の各年齢の死亡率と、0 歳 ~109 歳を 23 のグループにまとめた死亡率を男女別に扱う。全てのデータは 1751 年 ~2010 年の年次データで  $T = 260$  である。1751 年 ~1960 年 ( $T = 210$ ) のデータでモデルの推定と予測を行い、1961 年 ~2010 年のデータで  $h = 50$  の予測について外挿予測の精度を計算する。

以下、データの種類毎に分析結果を述べる。

### 各年齢の死亡率（男性）

日本の場合と同様に、0 歳 ~110 歳 ( $m = 110$ )、0 歳 ~29 歳 ( $m = 30$ )、30 歳 ~59 歳 ( $m = 30$ )、60 歳 ~109 歳 ( $m = 50$ ) の 4 つのモデルで予測を行った。紙幅の制限のため、30 歳 ~59 歳のモデルだけの trace MSE ratio を表 13 に示す。この表からは、日本の場合と同じく、概ね MTV 予測と修正 MTV 予測の精度が高いことが解るが、その優位性は日本の場合より低い。この理由としては、図 5 よりうかがえるように、1900 年頃を境にトレンドの傾きに構造変化が疑われること、第 1 次世界大戦で死亡率が大きく上がるという外れ値があることが考えられる<sup>14</sup>。また、Human Mortality Database で述べられているように、スウェーデンのデータでは 1751 年 ~1860 年のデータの質が悪いことも影響しているだろう。Lee-Carter 予測は短期予測では精度がかなり悪いが、長期予測では他の予測と概ね同じ程度の精度となっている。これは 5 節の実験結果や (14) 式と consistent である。日本と同様に 30 歳 ~59 歳のモデルにおける 30 歳の予測値と実績値を図 6 に示したが、短期 ~ 中期ではやはり Lee-Carter 予測が大きく外れる。なお、0 歳 ~110 歳と 0 歳 ~29 歳の trace MSE ratio も概ね表 13 と同じであったが、60 歳 ~109 歳においては MTV 予測と修正 MTV 予測のパフォーマンスが悪く、Lee-Carter 予測を下回ることもあった。

### グループ化された年齢の死亡率（男性）

0 歳 ~109 歳を 23 のグループにまとめたデータで分析を行う。紙幅の制限上 trace MSE

---

<sup>14</sup>本稿の予測法はいずれもトレンドに構造変化が無いことが前提となっている。また、今回の分析では第 1 次世界大戦時のデータに何も処置をせずそのまま使っている。

図 5: スウェーデン人男性の死亡率の対数 (各年齢、0 歳 ~109 歳)

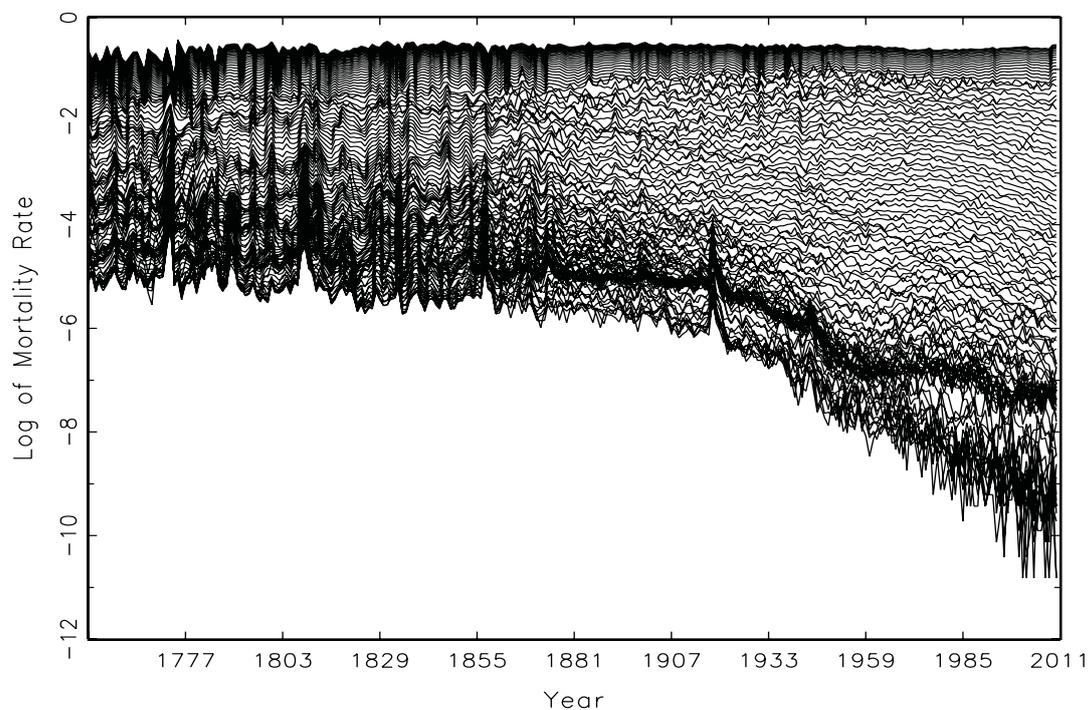


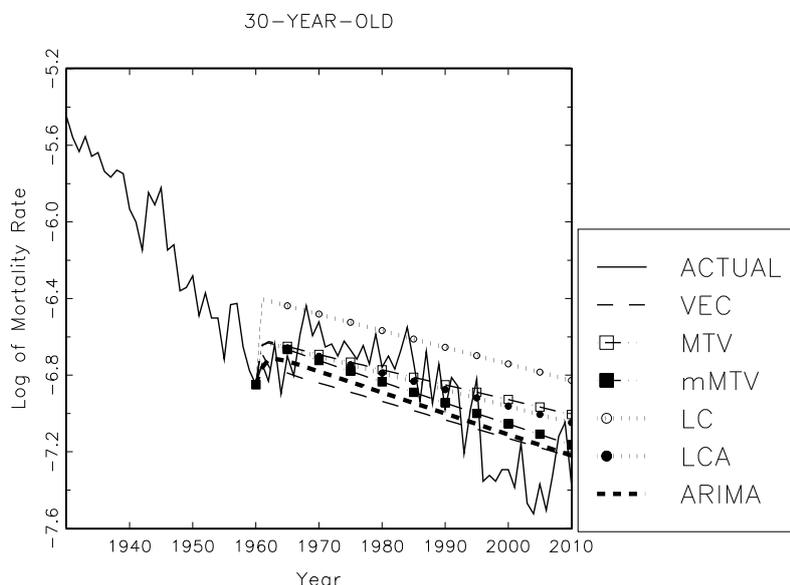
表 13: trace MSE ratio (スウェーデン、男性、各年齢)

30 歳 ~59 歳 ( $m = 30$ 、 $\#\{I(1)\} = 2$ )

$h$	1	2	3	4	5	10	20	30	40	50
ratio(VEC)	1.80	0.91	0.99	1.28	1.81	2.34	1.55	1.86	0.97	0.98
ratio(MTV)	0.80	1.04	0.97	1.12	0.92	1.13	1.09	0.82	0.96	0.97
ratio(mMTV)	0.80	1.02	0.95	1.09	0.96	1.23	1.18	0.93	0.86	0.91
ratio(LC)	2.80	3.34	2.65	3.54	2.26	2.81	1.99	2.13	0.90	0.80
ratio(LCA)	0.74	1.05	0.98	1.16	0.97	1.29	1.23	0.90	0.82	0.86

Note: 0 歳 ~109 歳の各年齢の死亡率の内、30 歳 ~59 歳を取り上げて分析している。“ $\#\{I(1)\}$ ” は、 $m$  個の主成分の内、Phillips-Perron 検定で  $I(1)$  と判定された主成分の数である。

図 6: 30 歳スウェーデン人男性の死亡率の予測値と実績値



Note: 0 歳 ~109 歳の各年齢の死亡率の内、30 歳 ~59 歳を取り上げて  $m = 30$  のモデルを推定した時の、30 歳の予測値と実績値である。

ratio の表は省略するが、全体的には表 13 と概ね同じだった。

### 各年齢の死亡率（女性）

0 歳 ~110 歳 ( $m = 110$ )、0 歳 ~29 歳 ( $m = 30$ )、30 歳 ~59 歳 ( $m = 30$ )、60 歳 ~109 歳 ( $m = 50$ ) の 4 つのモデルで予測を行った。紙幅の制限のため、30 歳 ~59 歳のモデルだけの trace MSE ratio を表 14 に示す。この表からは、VEC 予測、MTV 予測、修正 MTV 予測、Lee-Carter 全主成分予測の精度が良く、Lee-Carter 予測の精度が悪いことが解る。スウェーデンのデータは  $T$  が大きいため、VEC 予測が良く work する場合もあると思われる。日本と同様に 30 歳 ~59 歳のモデルにおける 30 歳の予測値と実績値を図 6 に示したが、短期 ~ 中期ではやはり Lee-Carter 予測が大きく外れる。なお、0 歳 ~110 歳と 0 歳 ~29 歳の trace MSE ratio も概ね表 14 と同じであったが、60 歳 ~109 歳においては MTV 予測と修正 MTV 予測より Lee-Carter 予測の方が精度が高かった。男性の場合と同様に、30 歳 ~59 歳のモデルにおける 30 歳の予測値と実績値を図 7 に示す。この図からは、Lee-Carter 予測が実績値から外れているが、それ以外の予測は概ね実績値を追っていることが解る。MTV 予測もやや実績値から外れているが、これはドリフトの推定に

表 14: trace MSE ratio (スウェーデン、女性、各年齢)

30 歳 ~59 歳 ( $m = 30$ 、 $\#\{I(1)\} = 2$ )										
$h$	1	2	3	4	5	10	20	30	40	50
ratio(VEC)	0.57	0.46	0.64	0.65	0.87	0.92	0.89	1.08	1.07	1.04
ratio(MTV)	0.84	0.71	0.78	0.72	0.92	0.88	0.80	1.17	1.33	1.19
ratio(mMTV)	0.82	0.69	0.75	0.68	0.90	0.82	0.77	0.84	0.93	0.91
ratio(LC)	1.99	1.35	1.64	1.57	1.65	1.38	0.99	0.86	1.16	0.78
ratio(LCA)	0.83	0.64	0.76	0.64	0.84	0.73	0.61	0.77	0.91	0.85

Note: 0 歳 ~109 歳の各年齢の死亡率の内、30 歳 ~59 歳を取り上げて分析している。“ $\#\{I(1)\}$ ” は、 $m$  個の主成分の内、Phillips-Perron 検定で  $I(1)$  と判定された主成分の数である。

トレンドへ回帰した OLS 推定量を使っているためかもしれない。

### グループ化された年齢の死亡率 (女性)

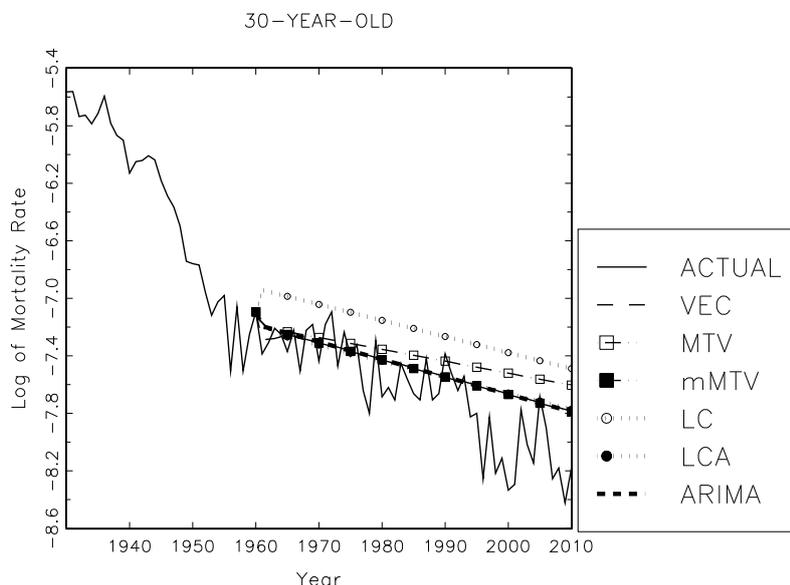
0 歳 ~109 歳を 23 のグループにまとめたデータで分析を行う。紙幅の制限上 trace MSE ratio の表は省略するが、全体的には表 14 と概ね同じだった。

## 6.3 実証例のまとめ

本節の実証結果では、全体的に MTV 予測と修正 MTV 予測の精度がかなり高く、次いで良いのが Lee-Carter 全主成分予測であった。VEC 予測は、 $T$  の大きいスウェーデンのデータで精度が高くなる場合もあったが、全体的には単系列 ARIMA 予測より精度が低かった。これは、VEC 予測では推定するパラメーターの数が多いにもかかわらず  $T$  が十分大きくなかったためと考えられる。Lee-Carter 予測は概ね単系列 ARIMA 予測より精度が悪く、今回比較した予測法の中で最も精度が悪かった。ただ、Lee-Carter 予測の精度が悪いのは概ね  $h = 30$  程度までで、 $h = 30$  以上では他の予測とほぼ同じ精度だった。こうした結果は 5 節の結果と consistent である。

日本のデータでは  $T$  が小さいにもかかわらず MTV 予測と修正 MTV 予測の精度がかなり高かった。これは日本のデータの標本期間が 1947 年 ~2009 年という安定した時期であったためと考えられ、 $T$  が小さくても構造が安定した時期のデータならば MTV 予測

図 7: 30 歳スウェーデン人女性の死亡率の予測値と実績値



Note: 0 歳 ~109 歳の各年齢の死亡率の内、30 歳 ~59 歳を取り上げて  $m = 30$  のモデルを推定した時の、30 歳の予測値と実績値である。

と修正 MTV 予測は有用であることを示唆している。一方、スウェーデンのデータでは  $T$  は大きいですが MTV 予測と修正 MTV 予測の他の予測に対する優位性は日本ほどではなかった。これは、1751 年 ~2010 年という長い標本期間の内にトレンドに構造変化が疑われることや 18 世紀 ~19 世紀の古いデータの質が悪いことが影響していると思われる。第 1 次世界大戦による死亡率の大幅な上昇をどう扱うかも難しい問題である。

## 7 まとめ

本稿では、死亡率の対数値にを共和分過程としてモデル化し、Lee-Carter 予測について時系列分析の理論上の性質を調べた。その結果、Lee-Carter 予測は  $I(1)$  過程の長期予測に大きな役割を果たすドリフト項を捉えるという長所を持つものの、情報のロスが大きく共和分制約が課せられずドリフトの推定も非効率的になるといった短所があることが解った。さらに、情報のロスは  $T$  と共に大きくなり、Lee-Carter 予測は  $T$  が大きいほど予測精度が悪化することが示された。そして、こうした短所を補うため、MTV 予測、修正 MTV 予測、Lee-Carter 全主成分予測を提案した。

モンテカルロ実験や日本とスウェーデンのデータを使った実証例では、全体的には修

正 MTV 予測が最も精度が高いことが確かめられた。MTV 予測も概ね良く機能するが、ドリフト推定量が非効率的なため精度が落ちる場合もあった。Lee-Carter 全主成分予測の精度は低くはなく、修正 MTV 予測と同等に機能する場合もあったが、全体としては MTV 予測や修正 MTV 予測に劣った。これは、ドリフト推定量の非効率性や共和分制約が掛からないといった問題があるためだと思われる。Lee-Carter 予測は本稿で比較の対象とした予測法の中では最も精度が悪く、特に短期～中期予測では大幅に精度が悪化した。ただ、長期予測では他の予測法と概ね同程度の精度だった。なお、本稿では共和分過程の伝統的な予測法である VEC 予測の精度も調べたが、 $T$  が  $m$  より十分大きい時には精度が高いものの、 $T$  が小さいと精度が極端に悪化するという欠点が明らかになった。死亡率のデータは  $m$  に比べて  $T$  が十分大きくないことが多いので、VEC 予測は薦められないだろう。

最後に、Lee-Carter 予測は短期～中期予測では理論的に単系列 ARIMA 予測にさえ劣ることを注意しておく。このことはモンテカルロ実験と実証例のほぼ全ての場合でも確かめられた。Lee-Carter 予測を改善するためには MTV 予測や修正 MTV 予測を用いるのが1つの理想的な選択だが、それが難しい場合には標準的な単系列 ARIMA 予測を用いるだけでも一定の改善になる。

## 参考文献

- 石井太 (2008): “近年のわが国の死亡動向に適合した将来生命表推計モデルの研究-年齢シフトモデルの開発-,” 人口問題研究, 64, 28-44.
- Christoffersen, P.F. and F.X. Diebold (1998): “Cointegration and Long-Horizon Forecasting,” *Journal of Business and Economic Statistics*, 16, 450-458.
- Chigira, H. (2008): “A Test of Cointegration Rank Based on Principal Component Analysis,” *Applied Economics Letters*, 15, 693-696.
- Chigira, H. and T. Yamamoto (2012): “The Effect of Estimating Parameters on Long-Term Forecasts for Cointegrated Systems,” *Journal of Forecasting*, 31, 344-360.
- Chigira, H. and T. Yamamoto (2009): “Forecasting in Large Cointegrated Processes,” *Journal of Forecasting*, 28, 631-650.

- Deaton, A. and C. Paxson (2004): “Mortality, Income, and Income Inequality Over Time in the Britain and the United States,” NBER Working Paper No. 8534.
- Giroi, F. and G. King (2007): “Understanding the Lee-Carter Mortality Forecasting Method,” Unpublished Manuscript.
- Harris, D. (1997): “Principal Components Analysis of Cointegrated Time Series,” *Econometric Theory*, 13, 529–557.
- Human Mortality Database*. University of California, Berkeley (USA), and Max Planck Institute for Demographic Research (Germany). Available at [www.mortality.org](http://www.mortality.org) or [www.humanmortality.de](http://www.humanmortality.de) (data downloaded on 22/08/2012).
- Johansen, S. (1995): *Likelihood-Based Inference in Cointegrated Vector Autoregressive Models*, Oxford University Press.
- Kariya, T. (1987): “MTV Model and Its Application to the Prediction of Stock Prices,” *Proceedings of the Second International Tampere Conference in Statistics*, 161–176.
- Keilman, N. (2003): “Types of Models for Projecting Mortality,” in Bengtsson, T. and N. Keilman eds. *Perspectives on Mortality Forecasting*, 19–27, Swedish National Social Insurance Board.
- Lee, R.D. and L.R. Carter (1992): “Modeling and Forecasting U.S. Mortality,” *Journal of the American Statistical Association*, 87, 659–671.
- Magnus, J.R. and H. Neudecker (1999): *Matrix Differential Calculus with Applications in Statistics and Econometrics*, Wiley.
- Snell, A. (1999): “Testing for  $r$  versus  $r - 1$  Cointegrating Vectors,” *Journal of Econometrics*, 88, 151–191
- Stock, J.H. and M. Watson (1988): “Testing for Common Trends,” *Journal of the American Statistical Association*, 83, 1097–1107.

付録 命題の証明

命題1の証明

(12) 式を

$$y_t = \mu t + \xi_t + \varepsilon_t^*$$

と書き直す。ここで、 $\xi_t = C \sum_{s=1}^t \varepsilon_s$ 、 $\varepsilon_t^* = C^*(L)\varepsilon_t$  である。すると、 $\bar{\xi} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \xi_t$ 、 $\bar{\varepsilon}^* = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \varepsilon_t^*$  として

$$\underset{(T \times m)}{\tilde{Y}} = \begin{bmatrix} \mu' + \xi_1' + \varepsilon_1^{*'} - \mu' \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T t - \bar{\xi}' - \bar{\varepsilon}^{*'} \\ \vdots \\ \mu'T + \xi_T' + \varepsilon_T^{*'} - \mu' \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T t - \bar{\xi}' - \bar{\varepsilon}^{*'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu' + \xi_1' + \varepsilon_1^{*'} - \mu' \frac{T+1}{2} - \bar{\xi}' - \bar{\varepsilon}^{*'} \\ \vdots \\ \mu'T + \xi_T' + \varepsilon_T^{*'} - \mu' \frac{T+1}{2} - \bar{\xi}' - \bar{\varepsilon}^{*'} \end{bmatrix} \quad (36)$$

と書ける。これより、

$$\tilde{Y}'\tilde{Y} = \mu\mu' \left( -\frac{1}{4}T(T+1)^2 + \frac{1}{6}T(T+1)(2T+1) \right) + o_p(T^3)$$

となるので、両辺を  $T^3$  で割って  $T \rightarrow \infty$  とすると

$$\tilde{Y}'\tilde{Y}/T^3 \xrightarrow{p} \frac{1}{12}\mu\mu' \equiv \dot{Y}$$

を得る。行列  $\dot{Y}$  は最大の固有値が  $\frac{1}{12}\mu'\mu$  でその他の固有値は0となるので、(1) 式の  $\lambda_1$  について

$$\lambda_1/T^3 \xrightarrow{p} \frac{1}{12}\mu'\mu \equiv \bar{\lambda}_1$$

となることが解る。  $\text{plim} f_1 = \bar{f}_1$  は

$$\dot{Y}\bar{f}_1 = \bar{\lambda}_1\bar{f}_1$$

を満たすベクトルなので、 $\bar{f}_1 = \pm \frac{\mu}{\sqrt{\mu'\mu}}$  となる。

命題2の証明

(15) 式と  $\overline{\Delta y} \xrightarrow{p} \mu$  より、スラツキーの定理を使って

$$f_1 f_1' \overline{\Delta y} \xrightarrow{p} \pm \frac{\mu}{\sqrt{\mu'\mu}} \left( \pm \frac{\mu}{\sqrt{\mu'\mu}} \right)' \mu = \mu$$

となる。

命題3の証明

この証明のために、次の補題を用いる。

**補題 1:**

$$f_1 - \bar{f}_1 \bar{f}'_1 f_1 = \bar{F}_{(m-1)} \left( \lambda_1 I_{m-1} - \bar{F}'_{(m-1)} \tilde{Y}' \tilde{Y} \bar{F}_{(m-1)} \right)^{-1} \left( \bar{F}'_{(m-1)} \tilde{Y}' \tilde{Y} \bar{f}_1 \right) \bar{f}'_1 f_1 \quad (37)$$

**証明:** この表現は Snell (1999) の p. 178 にある (P1.9) 式と本質的に同じである。Snell (1999) には (P1.9) 式の導出が詳述されているのでそれを参照されたい。

ここで、後のために、 $\lambda_1 I_{m-1} - \bar{F}'_{(m-1)} \tilde{Y}' \tilde{Y} \bar{F}_{(m-1)} = Z^*$ 、 $\bar{F}'_{(m-1)} \tilde{Y}' \tilde{Y} \bar{f}_1 = Z^\dagger$  と書いておく。(37) 式を使うと、さらに次の補題が導ける。

**補題 2:**

$$\sqrt{T}(f_1 f'_1 \Delta y - \mu) = \mu' f_1 \bar{F}_{(m-1)} (T^{-3} Z^*)^{-1} (T^{-5/2} Z^\dagger) \bar{f}'_1 f_1 + f_1 f'_1 \sqrt{T} \varepsilon^* \quad (38)$$

**証明:** (37) 式の両辺に  $\sqrt{T}$  を掛けると

$$\sqrt{T}(f_1 - \bar{f}_1 \bar{f}'_1 f_1) = \bar{F}_{(m-1)} (T^{-3} Z^*)^{-1} (T^{-5/2} Z^\dagger) \bar{f}'_1 f_1$$

となり、 $\lambda_1/T^3 \xrightarrow{p} \frac{1}{12} \mu' \mu$ 、 $\bar{F}'_{(m-1)} \tilde{Y}' \tilde{Y} \bar{F}_{(m-1)}/T^3 \xrightarrow{p} 0$ 、 $T^{-5/2} Z^\dagger$  は  $T \rightarrow \infty$  とするとある正規分布に収束する<sup>15</sup>ことから、この式の右辺は  $O_p(1)$  となることが解る。この式を

$$\begin{aligned} f_1 &= \bar{f}_1 \bar{f}'_1 f_1 + T^{-1/2} \bar{F}_{(m-1)} (T^{-3} Z^*)^{-1} (T^{-5/2} Z^\dagger) \bar{f}'_1 f_1 \\ &= \bar{f}_1 \bar{f}'_1 f_1 + Z^+ \end{aligned} \quad (39)$$

と書き直す。ここで、 $Z^+ = T^{-1/2} \bar{F}_{(m-1)} (T^{-3} Z^*)^{-1} (T^{-5/2} Z^\dagger) \bar{f}'_1 f_1 = O_p(T^{-1/2})$  である。

(39) 式より

$$\sqrt{T}(f_1 f'_1 \Delta y - \mu) = \sqrt{T} \left\{ \left( \frac{(\mu' f_1)^2}{(\mu' \mu)^2} \mu \mu' + \frac{(\mu' f_1)}{(\mu' \mu)} \mu Z^{+'} + \frac{(\mu' f_1)}{(\mu' \mu)} Z^+ \mu' + Z^+ Z^{+'} \right) (\mu + \varepsilon^*) - \mu \right\}$$

となり、 $Z^{+'} \mu = 0$  と  $Z^+ Z^{+'} = O_p(T^{-1})$  に注意して項を整理すると

$$\begin{aligned} \sqrt{T}(f_1 f'_1 \Delta y - \mu) &= \sqrt{T} \left\{ \left( \frac{(\mu' f_1)^2}{\mu' \mu} \mu + (\mu' f_1) Z^+ \right) + f_1 f'_1 \varepsilon^* - \mu \right\} \\ &= \sqrt{T} (\bar{f}'_1 f_1)^2 \mu + \sqrt{T} (\mu' f_1) Z^+ + f_1 f'_1 \sqrt{T} \varepsilon^* - \sqrt{T} \mu \end{aligned} \quad (40)$$

<sup>15</sup>このことはすぐ後に示す。

を得る。ここで、(39) 式より

$$f_1' f_1 = \frac{(\mu' f_1)^2}{(\mu' \mu)^2} \mu' \mu + \frac{2(\mu' f_1)}{(\mu' \mu)} \mu' Z^+ + Z^{+'} Z^+ = \frac{(\mu' f_1)^2}{(\mu' \mu)} + O_p(T^{-1}) = (\bar{f}_1' f_1)^2 + O_p(T^{-1})$$

となるが、 $f_1$  は固有ベクトルなので  $f_1' f_1 = 1$  であることに注意すると

$$(\bar{f}_1' f_1)^2 = 1 - O_p(T^{-1}) \quad (41)$$

と書ける。(41) を (40) に代入して項を整理すると

$$\sqrt{T}(f_1 f_1' \Delta y - \mu) = \sqrt{T}(\mu' f_1) Z^+ + f_1 f_1' \sqrt{T} \bar{\varepsilon}^*$$

となり、ここに  $Z^+ = T^{-1/2} \bar{F}_{(m-1)} (T^{-3} Z^*)^{-1} (T^{-5/2} Z^\dagger) \bar{f}_1' f_1$  を代入すれば (38) を得る。

(38) 式において  $T \rightarrow \infty$  とすれば求める結果が得られるが、(38) 式の内、 $T^{-5/2} Z^\dagger$  の収束先は obvious ではないので以下の補題で与えておく。

**補題 3:**

$$T^{-5/2} Z^\dagger \xrightarrow{L} \mu' \bar{f}_1 \bar{F}'_{(m-1)} \Theta \dot{S} \quad (42)$$

ここで、 $\Theta = C \Omega^{1/2}$ 、 $\Omega^{1/2}$  は  $\Omega$  の Cholesky 分解、 $\dot{S} = \int_0^1 k \left( W(k) - \int_0^1 W(l) dl \right) dk$ 、 $W(\cdot)$  は  $m$  次元標準ブラウン運動である。

**証明:** (36) 式を使うと

$$\begin{aligned} \tilde{Y} \bar{F}_{(m-1)} &= \begin{bmatrix} \xi_1' \bar{F}_{(m-1)} + \varepsilon_1^* \bar{F}_{(m-1)} - \bar{\xi}' \bar{F}_{(m-1)} - \bar{\varepsilon}^* \bar{F}_{(m-1)} \\ \vdots \\ \xi_T' \bar{F}_{(m-1)} + \varepsilon_T^* \bar{F}_{(m-1)} - \bar{\xi}' \bar{F}_{(m-1)} - \bar{\varepsilon}^* \bar{F}_{(m-1)} \end{bmatrix} \\ \tilde{Y} \bar{f}_1 &= \begin{bmatrix} \mu' \bar{f}_1 + \xi_1' \bar{f}_1 + \varepsilon_1^* \bar{f}_1 - \mu' \bar{f}_1 \frac{T+1}{2} - \bar{\xi}' \bar{f}_1 - \bar{\varepsilon}^* \bar{f}_1 \\ \vdots \\ \mu' \bar{f}_1 T + \xi_T' \bar{f}_1 + \varepsilon_T^* \bar{f}_1 - \mu' \bar{f}_1 \frac{T+1}{2} - \bar{\xi}' \bar{f}_1 - \bar{\varepsilon}^* \bar{f}_1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

と書けるので、

$$\bar{F}'_{(m-1)} \tilde{Y}' \tilde{Y} \bar{f}_1 = \mu' \bar{f}_1 \bar{F}'_{(m-1)} \sum_{t=1}^T (\xi_t - \bar{\xi}) t + o_p(T^{5/2})$$

となる。よって、汎関数中心極限定理より

$$\bar{F}'_{(m-1)} \tilde{Y}' \tilde{Y} \bar{f}_1 / T^{5/2} \xrightarrow{L} \mu' \bar{f}_1 \bar{F}'_{(m-1)} \Theta \int_0^1 k \left( W(k) - \int_0^1 W(l) dl \right) dk$$

を得る。

(42) 式を使って (38) 式で  $T \rightarrow \infty$  とすると以下のようなになる。

$$\begin{aligned} \sqrt{T}(f_1 f_1' \overline{\Delta y} - \mu) &\xrightarrow{L} \mu' f_1 \bar{F}_{(m-1)} \left( \frac{1}{12} \mu' \mu \right)^{-1} \left( \mu' \bar{f}_1 \bar{F}'_{(m-1)} \Theta \dot{S} \right) \bar{f}_1' \bar{f}_1 + \bar{f}_1 \bar{f}_1' \Theta \ddot{S} \\ &= 12 \bar{F}_{(m-1)} \bar{F}'_{(m-1)} \Theta \dot{S} + \bar{f}_1 \bar{f}_1' \Theta \ddot{S} \\ &\equiv \check{S} \end{aligned}$$

ここで、 $\dot{S} = W(1) \sim N(0, I_m)$  である。そして、簡単だが tedious な計算で  $\dot{S} \sim N(0, \frac{1}{120} I_m)$  であることと  $Cov(\dot{S}, \ddot{S}) = \frac{1}{12} I_m$  であることが求まるので、

$$\begin{aligned} Var(\check{S}) &= \begin{bmatrix} 12 \bar{F}_{(m-1)} \bar{F}'_{(m-1)} \Theta & \bar{f}_1 \bar{f}_1' \Theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{120} I_m & \frac{1}{12} I_m \\ \frac{1}{12} I_m & I_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 12 \bar{F}_{(m-1)} \bar{F}'_{(m-1)} \Theta \\ \bar{f}_1 \bar{f}_1' \Theta \end{bmatrix} \\ &= \frac{6}{5} \bar{F}_{(m-1)} \bar{F}'_{(m-1)} \Theta \Theta' \bar{F}_{(m-1)} \bar{F}'_{(m-1)} + \bar{f}_1 \bar{f}_1' \Theta \Theta' \bar{F}_{(m-1)} \bar{F}'_{(m-1)} + \bar{F}_{(m-1)} \bar{F}'_{(m-1)} \Theta \Theta' \bar{f}_1 \bar{f}_1' \\ &\quad + \bar{f}_1 \bar{f}_1' \Theta \Theta' \bar{f}_1 \bar{f}_1' \\ &= \frac{1}{5} \bar{F}_{(m-1)} \bar{F}'_{(m-1)} \Theta \Theta' \bar{F}_{(m-1)} \bar{F}'_{(m-1)} + \Theta \Theta' \end{aligned}$$

となり、求める結果を得る。

#### 命題5の証明

(33) に左から  $\beta'$  を掛け、一般性を失うことなく  $\beta' \beta = I_r$  と基準化できることに注意すると

$$\begin{aligned} \beta' \hat{y}_{T+h}^{LCA} &\approx \beta' \mu(T+h) + \beta' \beta u \widehat{f_1' y_{T+h}} + \beta' \beta V \widehat{F'_{(m-1)} y_{T+h}} \\ &= \beta' d_2^*(T+h) + u \widehat{f_1' y_{T+h}} + V \widehat{F'_{(m-1)} y_{T+h}} \end{aligned}$$

を得るが、 $\widehat{f_1' y_{T+h}}$  と  $\widehat{F'_{(m-1)} y_{T+h}}$  は ARIMA(p,1,q) での予測なので  $h \rightarrow \infty$  としても定数に収束することはない。よって、 $u \widehat{f_1' y_{T+h}} + V \widehat{F'_{(m-1)} y_{T+h}} \neq \beta' \gamma$  であり、求める結果を得る。