

CIRJE-J-219

最近のマクロ経済変動と季節調整 (貿易統計を題材に)

琉球大学法文学部
高岡慎

東京大学大学院経済学研究科
国友直人

2010年4月

CIRJE ディスカッションペーパーの多くは
以下のサイトから無料で入手可能です。
http://www.e.u-tokyo.ac.jp/cirje/research/03research02dp_j.html

このディスカッション・ペーパーは、内部での討論に資するための未定稿の段階にある論文草稿である。著者の承諾なしに引用・複写することは差し控えられる。

On Recent Macro-fluctuations and Seasonal Adjustment Problem : A Case of Japanese Import and Export Data

Abstract

There have been large fluctuations observed in major macro-economic variables in Japan. When the official seasonal adjustment such as U.S. Census X-12-ARIMA is used, it has been important to make the change point analysis carefully. We illustrate the related problems by using recent official data of the import and export in Japan.

最近のマクロ経済変動と季節調整*

(貿易統計を題材に)

高岡慎[†]

&

国友直人[‡]

2010年4月

概要

最近になり日本が経験しているマクロ経済変動に関連して、政府統計における季節調整値の作成上の問題点を検討した。典型的な日本のマクロ時系列の例として貿易統計を分析し、特に X-12-ARIMA 法を利用して公表値を作成している場合には注意深く変化点分析 (change point analysis) を新たに行う必要性を例示した。

鍵言葉

日本のマクロ経済変動, 季節調整法, X-12-ARIMA, DECOMP, 変化点分析, 状態推定と統計的フィルタリング.

*TK-10-4-8。この論文は 2009 年 12 月 22 日に東京大学日本経済国際共同研究センター (CIRJE) において開催された政府統計に関する「応用統計ワークショップ」において報告した原稿に加筆・修正を施したものである。山本拓氏 (日本大学) と岩田一政氏 (内閣府) のコメントに感謝する。

[†]琉球大学法文学部

[‡]東京大学経済学部

1. はじめに

近年の日本経済においての特長として多くのマクロ経済時系列が激しい変動を示している、ことが挙げられる。特に 2005 年頃からの景気の回復基調、続いて 2008 年-2009 年にかけて起きた大きな落ち込みと底からの若干の回復基調については、定期的に政府が公表しているマクロ経済指標の解釈やその評価をめぐり、政府当局者やエコノミストの間においても大きく意見が分かれている。

こうした日本のマクロ経済を取り巻く経済変動を背景にして、政府の各当局者が作成・公表している GDP 統計をはじめとする政府が定期的に公表しているマクロ系列について幾つかの問題が指摘されている。第一には政府の各部局が公表している月次系列や四半期系列の変化率はこの間、刻々とかなり大きな規模で変動を示しており、例えば GDP などはその最新の数値を発表するたびにゼロ付近においてプラスとマイナスが入れ替わることが起きるなど、景気判断を困難なものとしている。こうした問題は GDP 速報値をはじめとする政府の公式統計をよりどころに景気の現況を判断しようとするエコノミスト、あるいは経済政策を立案する政府関係者などにとり見過ごせない問題となっている。こうした問題に加えて、第二には例えば GDP 速報値の場合には数値を公表した後、しばらく経ってから改訂値が公表されるが、このときに生じる速報値と改訂値とのギャップがしばしば無視できないほどの大きさになることがあることも指摘されている。特に近年での経験からは米国や欧州主要国に比べても、日本の政府統計をめぐるこうした側面は相対的に大きいとも言われることがあり、例えば GDP の速報値は信頼できない、との感想を述べる関係者のコメントもある。こうした状況は政府の統計当局者にとっては公表している統計数値の信頼性の基盤を揺るがしかねないだけに、十分に検討すべき課題であろう。ここでの重要なポイントとしては、エコノミストや経済学者など政府統計のユーザーの多くは原系列そのものではなく、GDP やその構成要素の変化率や伸び率についての情報に基づいて直近の経済情勢を議論していることである。新聞などで

しばしば報道される前年同期比や前年同月比は原系列により計算できるが、経済時系列分析ではよく知られているように、前期比や年率換算伸び率の方が経済情勢の理解の上ではより重要と考えられる。特に大きな変動が起きた前後や景気循環の転換点をめぐる経済変動を理解する上では、瞬間的な変化の方向の理解が非常に重要である。

しかしながら、前期比や年率換算伸び率を計算するためには原系列に対し季節調整を施し、季節調整値を得ることが必要不可欠となる。実際に観察される主要なマクロ時系列の原系列では季節的変動がかなり大きいことが古くから知られている。したがって、政府が発表している系列を正確に理解するには季節調整 (seasonal adjustment) の問題を理解することが重要であるが、統計的時系列分析 (statistical time series analysis) では既によく知られているように「適切な季節調整」を行うことは実は非常に困難な作業である。このことは特に近年のような大きな変動が観察される場合、趨勢的変動、急激な変動、季節変動、景気循環、あるいは不規則なノイズ、などの構成要素を観測データのみから分解する問題となるので、より注意深く統計的分析を行う必要があることを意味する。

本稿ではこうした日本のマクロ政府統計をめぐる当面の問題の中で特に季節調整の問題に絞って統計学の立場から考察する。ここでは一般的な季節調整を巡る議論というよりも、現在の日本において緊急に検討を要する問題の理解を深め、その対策を如何にといるか、ということに重点をおく。そこで特に重要なマクロ時系列の具体例として、貿易統計という実例を詳しく取りあげ、季節調整にまつわる問題とその解決策を議論する。本稿で実例としてとりあげる貿易統計における輸出・輸入データは GDP の重要な構成要素でもあるが、元々の原系列は月次系列として財務省関税局により公表されている¹。多くのエコノミストはこれまで月次系列の場合には「前年同月比系列」をもとに議論しているようであるが、前年同月比と季節調整値との関係は近年の議論ではあまり意識されていないようである。本稿では具体例

¹財務省関税局より公表されているデータは通関ベースの数値であり GDP ベースの数値とは若干異なることに注意する必要がある。

を分析することを通じて、より一般的な政府統計に関する季節調整問題における若干の改善策について考察する。ここでは政府統計当局者が利用している季節調整の方法について、時系列データ解析に関する統計学から見ても自明でないことがとりわけ重要である。実は主として前年同月比、季節調整値から計算される前期比、年率換算値などについての観察事実は時系列分析における基本的で重要な幾つかの問題とかかわっているのである。したがって、ごくナイーブな感覚的な議論により根本的な解決策をほどこすことは容易ではないが、時系列分析に関する統計学の展開を踏まえた立場から理解を深めると共に一定の改善案を提示できることを指摘したい²。

本稿の第2節では貿易統計を実例としてこの間に観察されたマクロ変動を分析する。第3節では季節調整の実際的方法を巡る話題を議論する。4節では本稿で提案する統計的モデリングにもとづく季節調整法の改善法についてのシミュレーション結果を説明する。最後に5節では本稿の結論を述べる。

2 2008年-2009年の変動分析

変動分析の枠組み

経済時系列では伝統的に原系列 Y_i ($i = 1, \dots, N$) に対して対数変換を施した系列 X_i ($X_i = \log(Y_i)$) に対し加法モデル

$$X_i = T_i + C_i + S_i + TD_i + I_i \quad (2.1)$$

を用いて理解することが標準的である。ここで T_i はトレンド成分、 C_i は循環成分、 S_i は季節成分、 TD_i は曜日効果成分、 I_i は不規則成分を表している。季節調整では T_i と C_i を同時に TC_i として分析することがしばしば行われている。例えば各国の政府統計でよく利用されている(米国センサス局時系列グループが開発した) X-12-ARIMA プログラムは原系列の対数値に対して Reg-ARIMA モデルを利用して、X-11 プログ

²佐藤・国友(2010)は現行のDGP統計のあり方について議論している。

ラムによる移動平均 (moving average) による繰り返し計算を用いて時系列を分解し、時系列より季節成分 S_i を取り除く方法と理解される³。

この間、日本の政府当局者は原系列よりむしろ前年同月比の系列を中心に検討し、その数値を説明しているようである。これは多くのエコノミストは原系列そのものではなく、前年同月比の動向に関心がある、ことに対応している。(2.1) より

$$\begin{aligned}\Delta_s X_i &= X_i - X_{i-s} \\ &= (T_i - T_{i-s}) + (C_i - C_{i-s}) + (S_i - S_{i-s}) + (TD_i - TD_{i-s}) + (I_i - I_{i-s})\end{aligned}\quad (2.2)$$

と表現できることに注意する。(ここで $\Delta_s X_i$ は季節階差である。) 一般的には時系列変動を解釈する場合には水準 X_i か季節階差 $\Delta_s X_i (s = 12)$ で考察するかは大きく異なる可能性がある。例えばトレンド成分がランダム・オウークとすると季節階差系列 $T_i - T_{i-s}$ は MA(s-1) 過程 (移動平均過程) となるが、元のトレンド成分のノイズが無相関係列であったとしても自己相関関数は

$$\text{Cor}(T_i - T_{i-s}, T_j - T_{j-s}) = \frac{s - |i - j|}{s} \quad (|i - j| < s) \quad (2.3)$$

で与えられる。ここで $s = 12$ とすると 1 次自己相関は $11/12 \sim .91$ となり非常に強い正の相関を持つ系列となる⁴。循環成分 C_i が定常的であれば季節階差成分 $C_i - C_{i-s}$ は MA 単位根を持つが定常的である。不規則成分は元々の系列 I_i が互いに独立な確率変数列であっても 1 次自己相関が $-1/2$ となる MA(1) 過程となり、系列相関が生じ、分散は 2 倍になる。季節成分については、X-12-ARIMA モデルを利用し、季節 ARIMA モデルとして例えば階差 $d = 1$, 季節階差 $D = 1$ とすると、

$$(1 - \mathcal{L}^s)S_i = \frac{1}{(1 - \mathcal{L})}v_i^{(s)} \quad (2.4)$$

³X-12-ARIMA 法を巡る詳細な議論については例えば国友 (2006) を参照せよ。

⁴したがって、政府当局者にとっては複雑な操作に基づいて季節調整値を計算し、その数値を元にして計算される前期比の変動を説明するより前年同月比や前年同期比に関して説明する方が「大きな変動が無ければ」説明しやすいことが想定できる。経済時系列の季節調整を巡る過去の議論ではこの種の説明は特に景気の転換点を巡って、転換点のタイミングが大きくずれるなどの実際的な問題が指摘されている。

よりランダム・ウォーク成分が混入する。(ここで \mathcal{L} はラグ作用素であり例えば $\mathcal{L}T_i = T_{i-1}$, $\mathcal{L}^s T_i = T_{i-s}$ を意味し、 $v_i^{(s)}$ は季節成分のノイズを表す。) 他方、我々の分析で利用している DECOMP プログラムにおける加法モデルにおける季節成分の表現では⁵

$$(1 - \mathcal{L}^s)S_i = (1 - \mathcal{L})v_i^{(s)} \quad (2.5)$$

となり、MA 単位根を持つ定常過程となる。曜日効果 TD_i の影響は拡散し、不規則変動と区別しにくい。

貿易統計の実例

日本のマクロ政府統計の季節調整値の妥当性を議論する前提としては、季節調整の実際の運用上では (米国センサス局時系列グループが開発している) X-12-ARIMA プログラムが主に利用されている、ことを考慮する必要がある。この X-12-ARIMA プログラムでは Reg-ARIMA モデルと呼ばれている統計学的には非標準的な非定常時系列モデルと移動平均に基づく X-11 プログラムが併用して利用されている。特に曜日効果や閏年効果、あるいは一時的な異常値とは見なせない大きな変化点が存在する場合、移動平均フィルターに歪みを生じさせない為には回帰変数を設定して休日日数や変化点のパラメトリックな時系列モデルを特定化する必要がある。

ここで分析の実例として取り上げる時系列は輸出入などの貿易統計である。当初の検討では当初は輸出・輸入の月次データとして 1999 年 7 月から 2009 年 6 月までの十年間のデータを用いて分析を進めていた。しばらく統計的分析を進めている過程で利用可能となった 2009 年 7 月～2009 年 9 月のデータを追加したところ、急激な変動成分と季節成分についてより安定的な分析結果が得られることが分かった。そこで最終的には期間 1999 年 7 月から 2009 年 9 月のデータをかなり詳細に分析したので本稿ではその結果をもとに議論を進める。

まず輸出データ・輸入データの前年同月比の最近の動向を図 1 と図 2 に示してお

⁵DECOMP では季節性は季節モデル $(1 + \mathcal{L} + \dots + \mathcal{L}^{s-1})S_i = v_i^{(s)}$ (季節ノイズ) により表現されている。

こう。ここでは分析上の理由より原系列の対数変換値より季節階差をとった時系列を用いているが、前年同月比の時系列データとみなしてもよい。前年同月比の系列から明らかなように、ここ2年間における変動幅は過去に類例を探すのが困難な程度に大きく、2009年12月現在でもなお大きくマイナスの値をとっている。この前年同月比の時系列は財務省当局による毎月の公表時にはもっともその動向が注目されているものの、とりわけ近年のようなマクロ経済がとりまく状況においてはよく注意して解釈する必要がある。この間、2008年後半に米国・ヨーロッパの金融市場に端を発したマクロ経済ショックはその後世界的に大きな影響を及ぼしている。とりわけ影響の大きい日本の輸出入データを前年同月比で見ると一時期には30パーセントの落ち込みを記録し、2009年9月の段階でも大きなマイナスの値を記録している。その後、原系列では底をうったとように見え、反転の兆しもあるが、前年同月比で見るとその兆候を大きく見誤る可能性も少なくない。

変化点モデルの特定化

次に前年同月比を計算する際に元となる輸出データと輸入データの原系列の動向を図3と図4に示しておく。二つの図で示されているように輸出入データの近年の変動においてはここ1年半の間に一時的に原系列水準に大きなシフトが観察される。こうした時系列上で発生した大きな変化点は様々な統計モデルで表現できる。ここでは、幾つかの理由より Reg-X-12-ARIMA モデルの変数 Ramp を利用して分析することを考える。経済学では変化点の統計モデルとしてむしろ1時点におけるマクロショックをダミー変数などでモデル化する方が一般的であろう。しかしながら、貿易統計の輸出・輸入系列では急激な落ち込みから始まり回復基調を表現する統計モデルとしては1時点の変化点ではなく、少なくとも2時点のモデル化が必要である、こうした意味から Ramp 変数の利用を妥当と判断した。この Ramp 変数は

$$Ramp[t_0, t_1]_t = \begin{cases} -1 & t \leq t_0 \\ \frac{t-t_0}{t_1-t_0} - 1 & t_0 < t < t_1 \\ 0 & t \geq t_1 \end{cases} \quad (2.6)$$

により定義される。

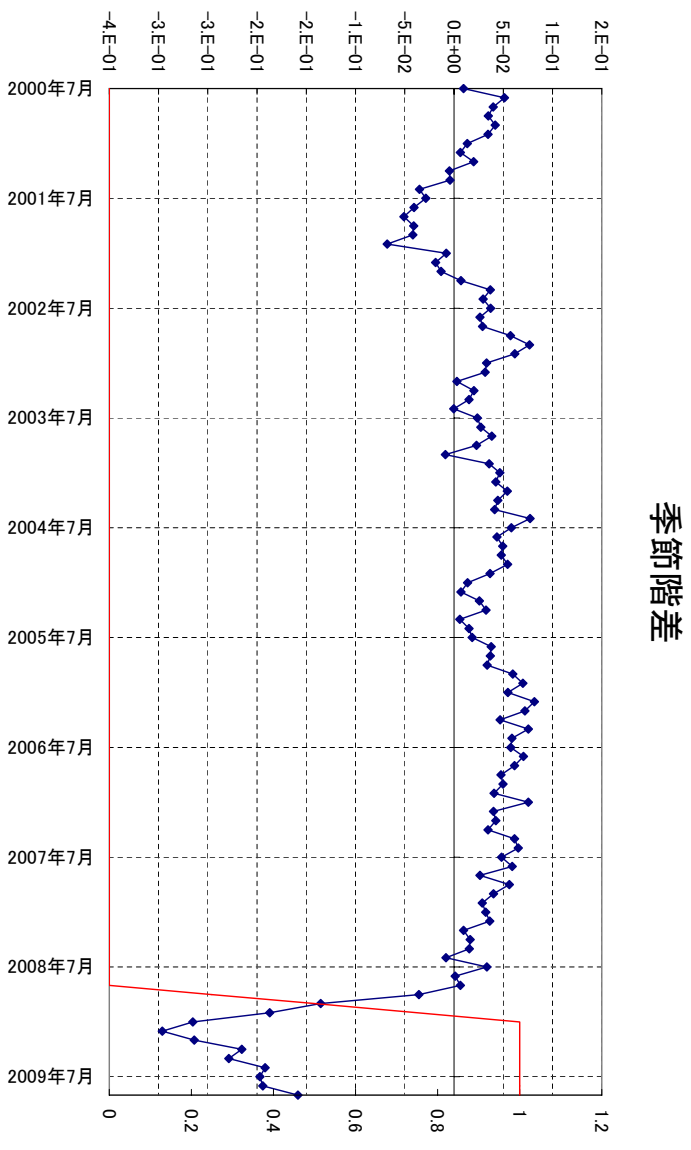


図 1：対数変換後の季節階差系列（輸出）
注：右軸は変化点タミー

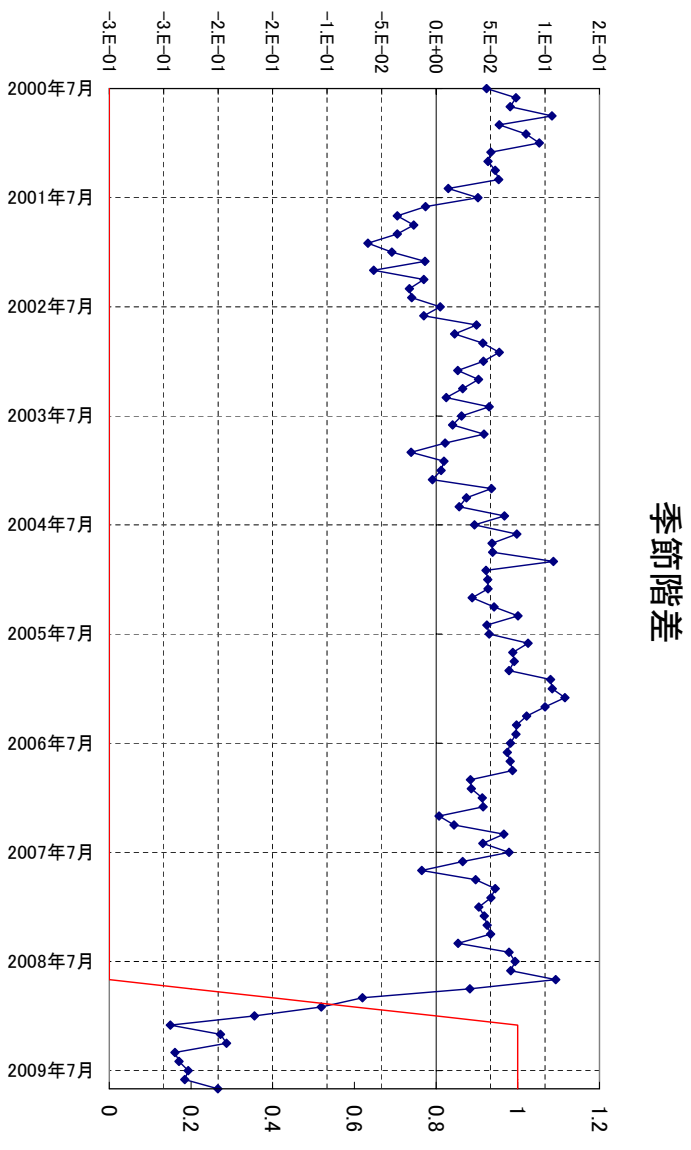


図 2: 対数変換後の季節階差系列 (輸入)

注: 右軸は変化点ダミー

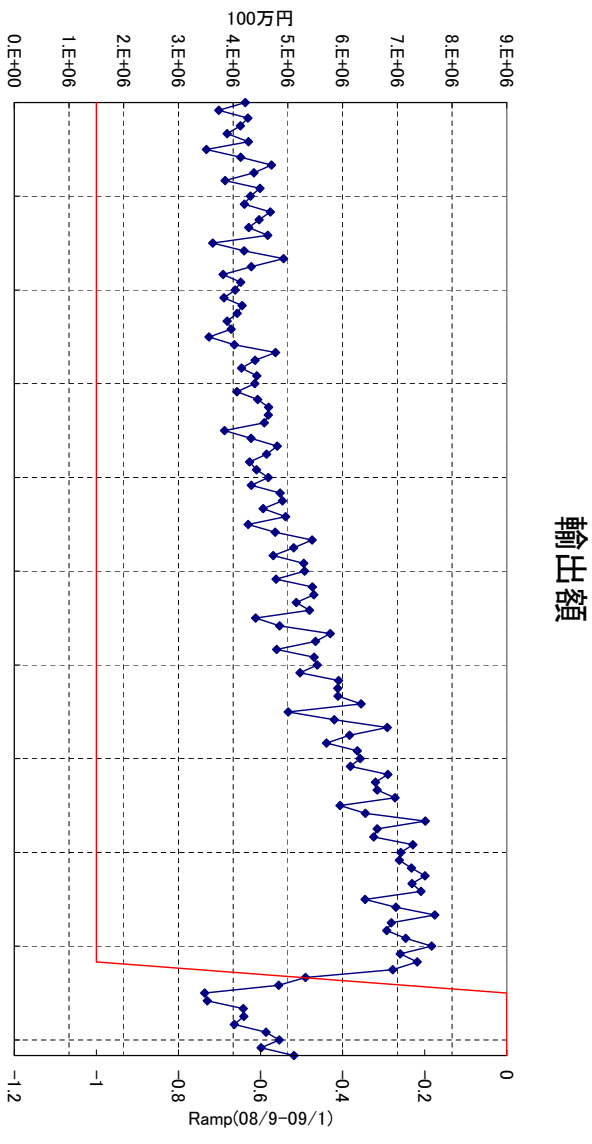


図 3: 輸出の原系列
注: 右軸は変化点ダミー

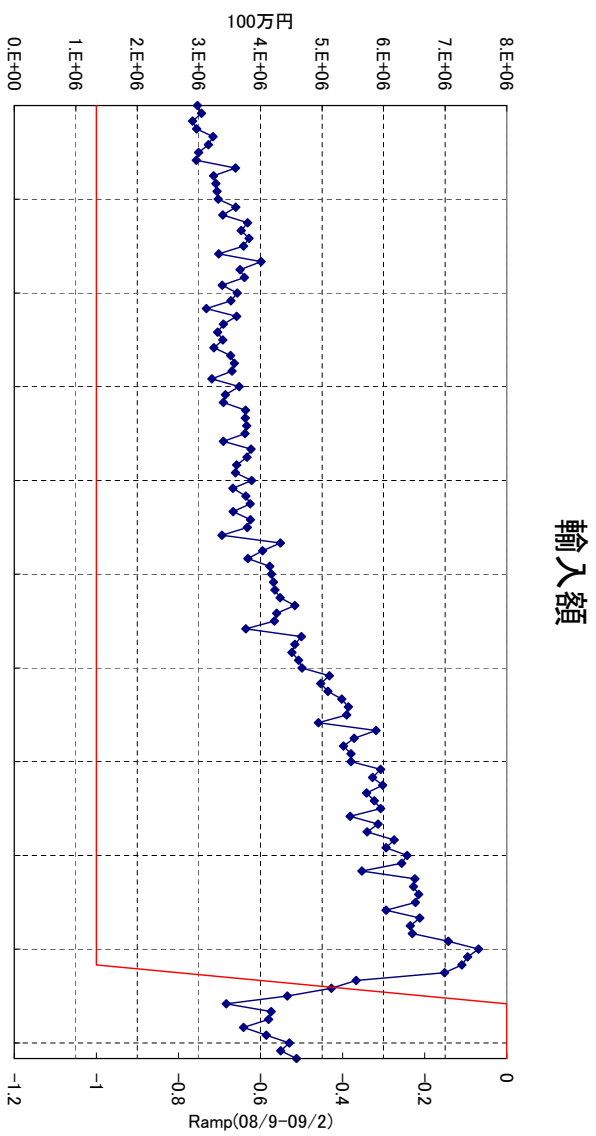


図 4: 輸入の原系列
注: 右軸は変化点タニ

AIC によるモデル選択

ここで Reg-ARIMA モデルの推定は、原系列および回帰変数に階差操作を施してから誤差項にガウス分布を仮定した下でのパラメトリックな定常時系列モデルに対する最尤法 (maximum likelihood method) により実行される。したがって、階差系列が定常確率過程の実現値と見なせるか否かが重要な問題となるので、念のため階差系列をプロットした。ここでの分析ではあらかじめ原系列に対しては対数変換を施しているため、変換後の系列の階差系列とレベル・シフトのダミー変数の階差系列を、図 5 と図 6 に示しておいた。

これらの図で明らかなように、最尤法に用いる対数変換後の階差データは、定常的な変動を示す系列に一時的なレベル・シフトが混入した系列のように判断できよう。

ここで変数 Ramp の定義より明らかなように変化の始期および終期を確定する必要があり、その変化点を正確に推定することが重要な問題となる。そこで原系列の図より読み取れるレベル・シフトの前後にいくつかの時期を設定し、統計量 AIC で比較し、AIC が最小となる Reg-ARIMA モデルを選択した。こうした作業を経て輸出・輸入についての推定結果をそれぞれ表 2 および表 2 として与えておく。

ここで行ったデータ分析では変化点の始期・終期として t_0 および t_1 の候補をいくつかに絞り、推定結果を比較したことに注意しておく。ここで t_0 の候補時刻は、2008/8, 2008/9, 2008/10, 2008/11 の 4 点、 t_1 の候補時刻は、2009/1, 2009/2, 2009/3, 2009/4 の 4 点、としたが ARIMA モデルの候補は 81 通りとしたので候補の総数は $81 \times 4 \times 4 = 1296$ 通りである。全ての組み合わせについて総当りで推定を行い、 t_0, t_1 の組み合わせについて結果をまとめた表が表 1 および表 2 にまとめておいた。表中の太字で示されているのが、輸出・輸入のそれぞれに対して計算された最小の AIC を与えるモデルである。以上より、Ramp を含めたモデル選択では、

輸出 : (010)(110) + Ramp(08/9, 09/1)

輸入 : (110)(212) + Ramp(08/9, 09/2)

階差系列

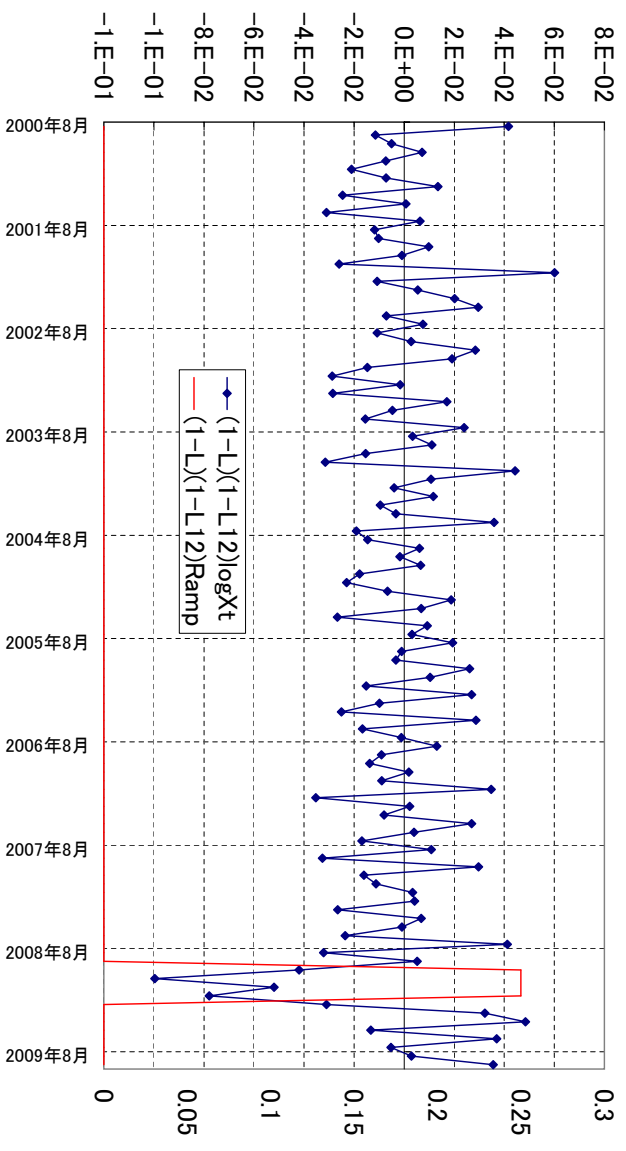


図 5: 対数系列の階差 (輸出)

注: 右軸は変化点タミー

階差系列

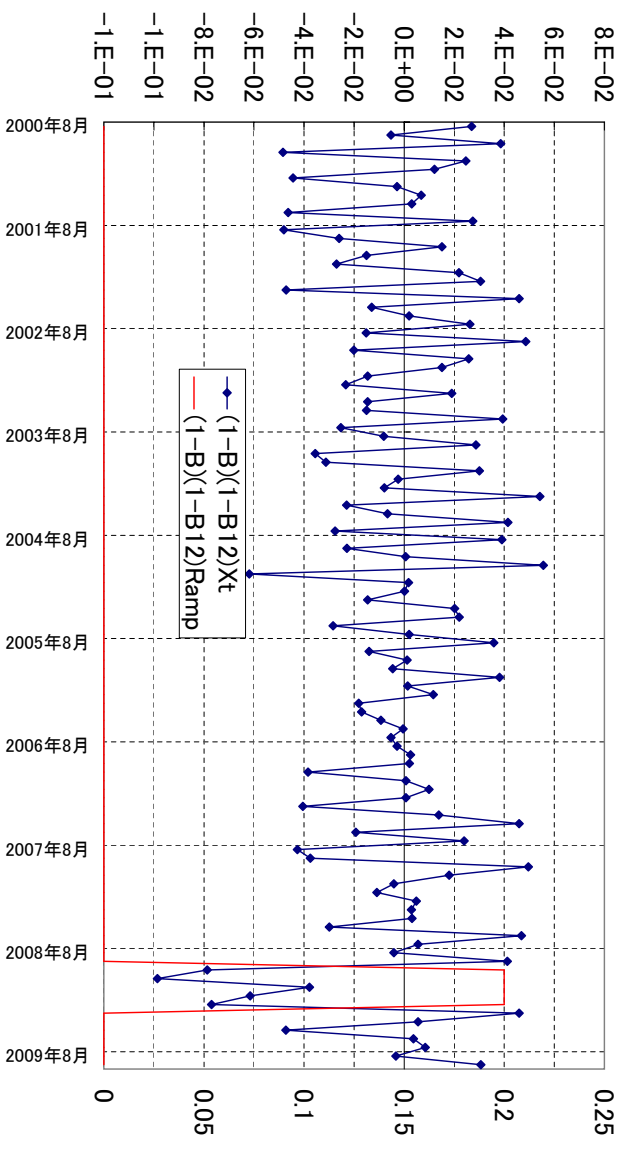


図 6: 対数系列の階差 (輸入)

注: 右軸は変化点タミ

表 1: 輸出系列のモデル選択結果

		t_1			
		Jan-09	Feb-09	Mar-09	Apr-09
t_0	Aug-08	(0 1 0)(0 1 2) 2951.8052	(2 1 2)(0 1 2) 2956.9905	(2 1 2)(0 1 1) 2974.3898	(2 1 2)(0 1 1) 2983.8034
	Sep-08	(0 1 0)(1 1 0) 2938.7293	(1 1 2)(0 1 2) 2950.6826	(2 1 2)(0 1 2) 2976.738	(0 1 2)(0 1 1) 2986.7698
	Oct-09	(0 1 0)(1 1 0) 2949.3526	(0 1 2)(0 1 1) 2958.5495	(0 1 2)(0 1 1) 2983.3814	(0 1 2)(0 1 1) 2990.245
	Nov-08	(0 1 2)(1 1 0) 2986.8087	(0 1 2)(0 1 1) 2982.4431	(0 1 2)(0 1 1) 2994.1534	(0 1 2)(0 1 1) 2996.1219

注:

格セルの上段は SARIMA モデル、下段はその AIC を表す。

表 2: 輸入系列のモデル選択結果

		t_1			
		Jan-09	Feb-09	Mar-09	Apr-09
t_0	Aug-08	(2 1 2)(2 1 2) 2988.0823	(0 1 0)(2 1 2) 2974.3259	(0 1 0)(2 1 2) 2986.1113	(0 1 0)(2 1 2) 2995.6147
	Sep-08	(1 1 0)(2 1 2) 2988.5748	(1 1 0)(2 1 2) 2972.6874	(1 1 0)(2 1 2) 2987.8499	(0 1 0)(2 1 2) 3000.5334
	Oct-09	(0 1 1)(2 1 2) 2994.2364	(1 1 0)(0 1 1) 2979.8336	(0 1 0)(2 1 2) 2995.113	(0 1 0)(2 1 2) 3005.6257
	Nov-08	(0 1 0)(2 1 2) 3013.5761	(0 1 0)(0 1 1) 2998.9886	(0 1 0)(2 1 2) 3011.1906	(0 1 0)(2 1 2) 3018.7733

注:

格セルの上段は SARIMA モデル、下段はその AIC を表す。

という結果が得られた。

統計学的には変化点の特定をこのようにある種の客観的基準を用いて行う十分な理由がある。一般に経済時系列、とりわけ月次データでは季節的変動要因やトレンド要因・循環要因など複数の要因が重なるため、変化点の発生について数ヶ月程度の範囲が妥当である⁶。

次に輸出・輸入のデータは月次統計であるので、曜日効果や営業日数効果を無視することはできない。そこで Reg-ARIMA モデルの中に曜日効果および日本の休日に合わせた休日効果を導入した統計分析も行った。3 節により詳しく説明するように Reg-ARIMA モデルを利用して推定すると、休日効果を示す回帰変数はほぼいずれも有意と判断できた。休日効果を含め、全体的には変数 Ramp を入れた場合の方が、AIC 値が小さくなることが確認された。

季節調整値へのモデル選択の影響

次に、選択されたモデルによって季節調整値がどのように影響を受けるかを確認しておこう。貿易統計の季節調整において 2009 年 12 月現在に採用されている Reg-ARIMA モデルを旧モデル⁷と呼ぶことにする。次に 2009 年 9 月までのデータを用いて AIC により選択したモデルを最適モデル (Ramp なし) とし、Ramp を加えて選択したモデルを最適モデル (Ramp あり) とする。そこでこれら 3 種類のモデルによる季節調整の差異を、輸出・輸入のそれぞれの系列について比較した。なおこれらのモデルの ARIMA 部分は表 2 のようになっている。

ここで X-12-ARIMA によって出力される、Reg-ARIMA モデルに基づく原系列の予測値を図に示しておく。図 7 から図 9 が輸出系列、図 10 から図 12 が輸入系列を表す。予測期間は 2009 年 10 月から 2013 年 9 月までとして 95 % 信頼区間を同時に示している。

一般に X-12-ARIMA では、Reg-ARIMA モデルによる予測値を観測データの先に

⁶より複雑に変化点がトレンド成分とは限らず、循環成分や季節成分にも相乗的に発生する統計モデルを考察することも可能であるが、より複雑な議論が必要となる。

⁷貿易統計において実際に採用されている Reg-ARIMA モデルとその季節調整への利用 (旧モデル) については国友編 (2006) が詳しく説明している。

表 3: 各モデルの ARIMA 部分

	旧モデル	最適 (Ramp なし)	最適 (Ramp あり)
輸出	(0 1 0)(0 1 1)	(0 1 2)(0 1 1)	(0 1 0)(1 1 0)
輸入	(1 1 0)(0 1 1)	(2 1 0)(2 1 2)	(1 1 0)(2 1 2)

接続することで、データの端点に近い部分の平滑化を安定化させる方法を採用している。したがって Reg-ARIMA モデルによる予測値は最終的に得られる季節調整値に特に大きな影響を及ぼす。統計モデルによる予測値が、将来得られる観測データに近いほど、改訂幅の小さい安定的な季節調整値が得られることになる。

ここで得られた予測値を示した各図を見ると、輸出・輸入の傾向は似ているが、利用する統計モデルごとに相違が見られ、特に Ramp を含めて推定したモデルによる予測値の傾向がその他のモデルとより大きく異なっている。旧モデルおよび最適モデル (Ramp なし) では、2009 年 10 月以降の予測値は低下もしくは横ばいの数字を示しているのに対して、最適モデル (Ramp あり) では、レベル・シフト以前の変動と同様に、上昇傾向を示す予測値が得られている。変化点なしの統計モデルを利用すると、直近の大きな下方へのショックはデータによる Reg-ARIMA モデルの推定値に影響し、統計モデルの増分トレンドを負値として推定する、と考えられる。したがって、予測値としては 2008 年以降のトレンドに沿って一貫して下方にトレンド項が減少することとなる。原系列自体は 2009 年の夏以降に反転しているが、未だそれほど多くの観測値が存在しない段階では、その動きはトレンドとして反映されない。

ここでどのような予測が事後的に正確であるかは、むしろ今後のデータの蓄積を待たねば判断できないが、少なくとも Ramp を含まないモデルについては、モデルによる予測に大きな歪みが含まれる可能性がある。Ramp を加えずに X-12-ARIMA による推定を行った場合、2008 年から 2009 年にかけての大きなレベルシフトは、SARIMA モデル自身の性質から発生した変動であるとみなされて、最尤法が実行さ

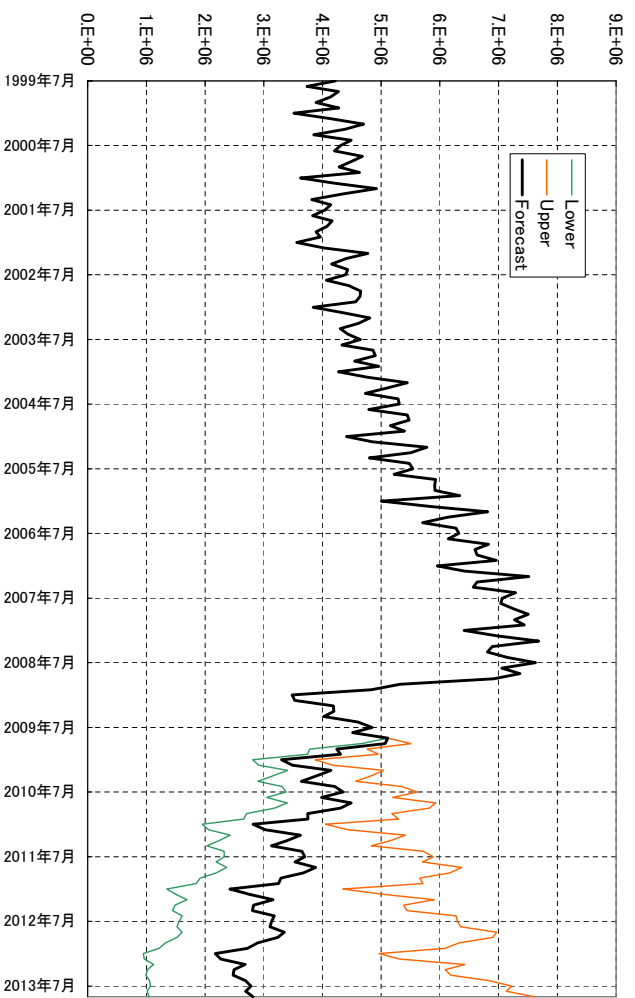


図 7: 輸出系列の予測：旧モデル

注：Upper, Lower は 95 %信頼区間

れる。モデルは非線形であるものの、誤差分布の仮定としてガウ又過程を組み込んだ Reg-ARIMA モデルでは和分過程から今回のデータの様なシフトが発生する確率はほぼゼロであり、こうしたシフトを SARIMA のみで説明するモデルには無理があると思われる。すなわち、データの時系列変動としては Ramp を含むモデルの予測の方が 2009 年 12 月時点においてはより自然と言えるであろう。

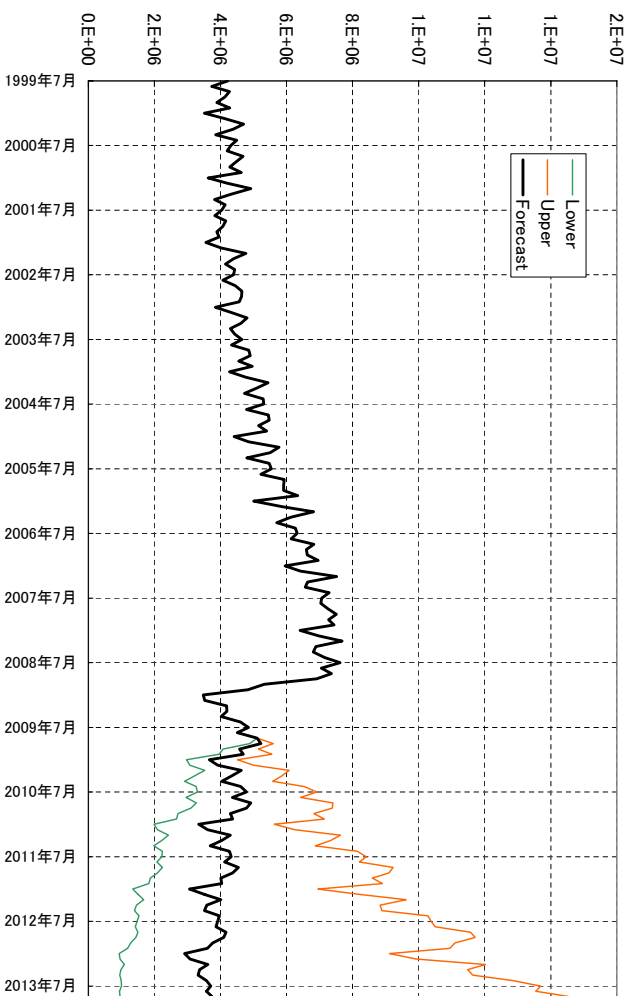


図 8: 輸出系列の予測：最適（Rampなし）

注：Upper, Lower は 95 %信頼区間

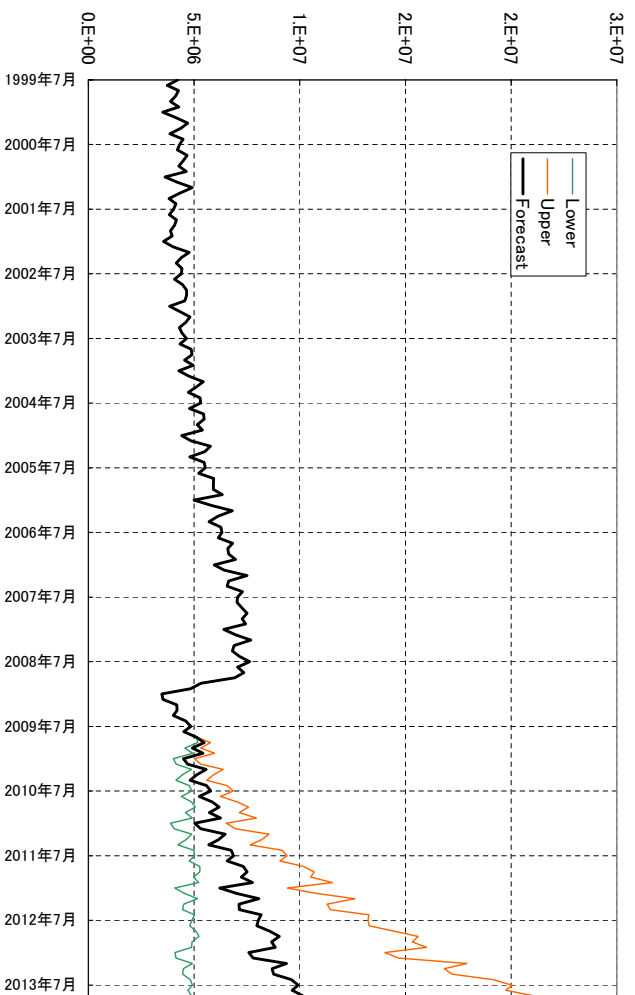


図 9: 輸出系列の予測：最適（Ramp あり）

注：Upper, Lower は 95 %信頼区間

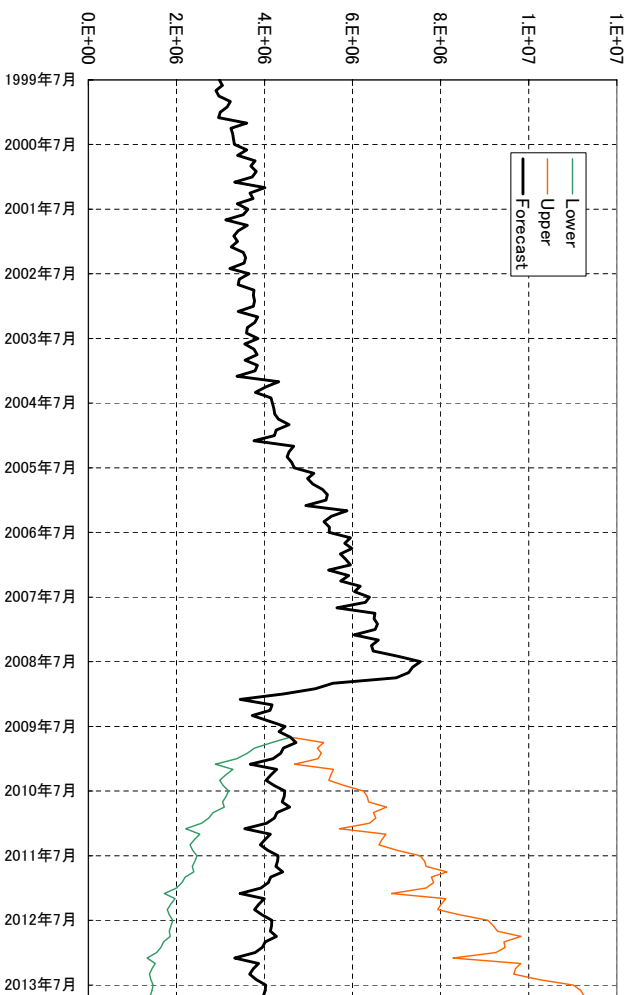


図 10: 輸入系列の予測：旧モデル

注：Upper, Lower は 95 %信頼区間

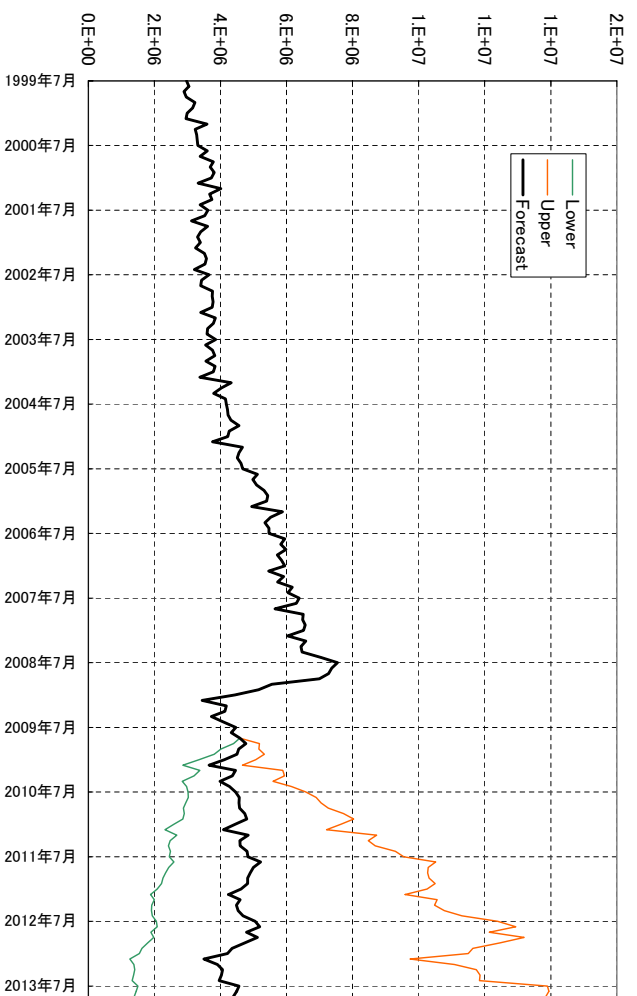


図 11: 輸入系列の予測：最適（Ramp なし）

注：Upper, Lower は 95 %信頼区間

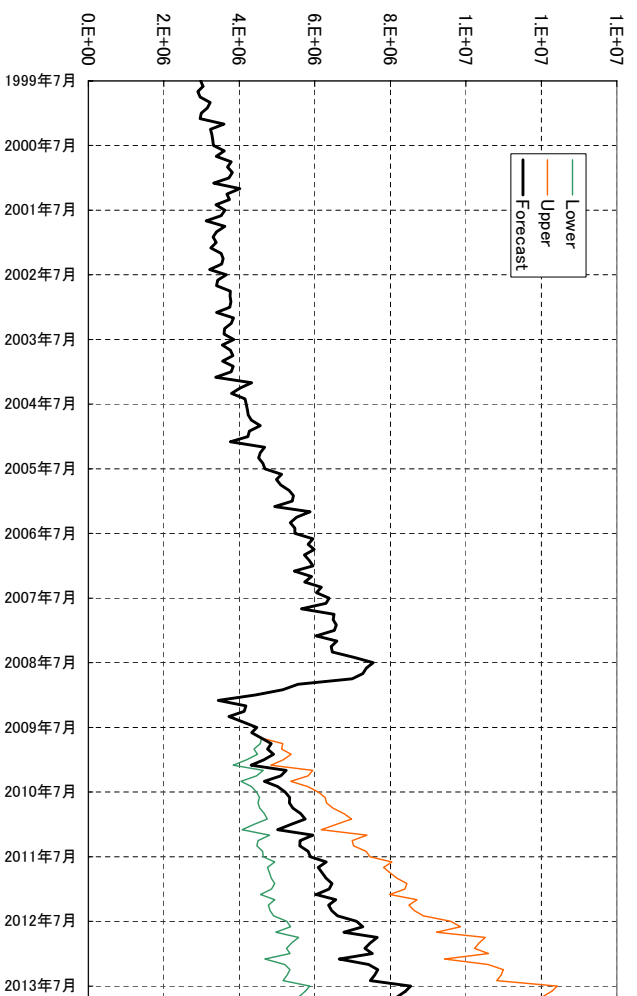


図 12: 輸入系列の予測：最適（Ramp おり）

注：Upper, Lower は 95 %信頼区間

次に、図 13 から図 16 として統計的手続きにより選択された Reg-ARIMA モデルにもとづく季節調整値、および原系列の季節調整値に基づく前期比成長率を示しておく。これらの図によれば、季節調整系列については、モデルによる違いはそれほど大きくないように見えるが、Ramp を含まない季節調整値については、輸出・輸入のいずれの系列についても、2007 年夏から 2008 年夏までの間における変動がやや不自然になっている。一般に季節調整系列は、季節性による原系列のギザギザした変動レンジの中程を縫うように滑らかに変動していることが望ましいと考えられるが、2007 年夏から 2008 年夏においては、旧モデルと最適 (Ramp なし) の季調値はこのレンジをはみ出して、元の季節性よりも大きな振幅を示しているように見える箇所が存在する。これはレベルシフトを考慮しないことによる ARIMA モデル推定の歪みが原因になっている可能性が考えられる。他方、Ramp を加えたモデルの季調値は、おおむね原系列よりも滑らかになっている。

変化点分析のまとめ

ここで報告した輸出データと輸入データの時系列分析によれば、最終的に得られる季節調整済み系列に対する影響はそれほど大きくないとはいえ、モデル選択と推定の安定性を考慮すると、変数 Ramp の導入により変化点を Reg-ARIMA モデルに組み入れるという処理を行った上で X-12-ARIMA 季節調整を行うということが、この間に日本が経験しているマクロ経済変動を踏まえた一つの有力な対処方法ではないかと判断される。

3 時系列モデルの識別と安定性

経済時系列の場合には時間とともに季節性を含めて構成要素である趨勢的傾向 (トレンド)、循環成分、不規則成分などの統計的性質も経済成長や経済構造の変化とともに変化していく可能性が高い。したがって、X-12-ARIMA における RegARIMA モデルを利用する場合には、モデル分析の期間を長く設定すればそれだけ統計的分析が精緻になるとすることは必ずしも妥当と云えない。他方、一般的には統計的モ

季節調整値(輸出)

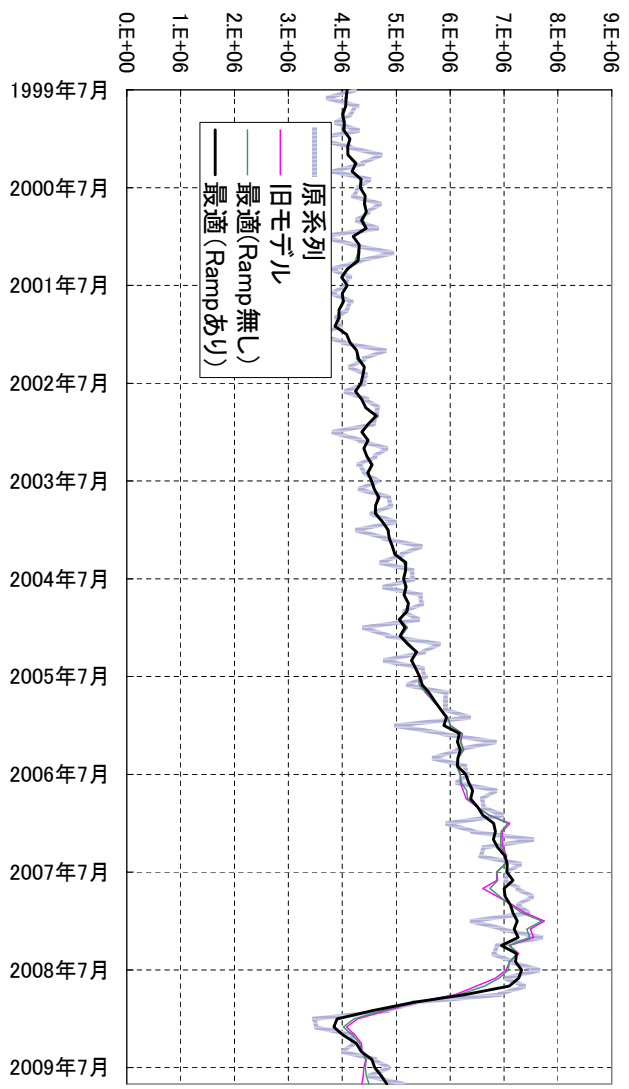


図 13: 輸出系列の季節調整値

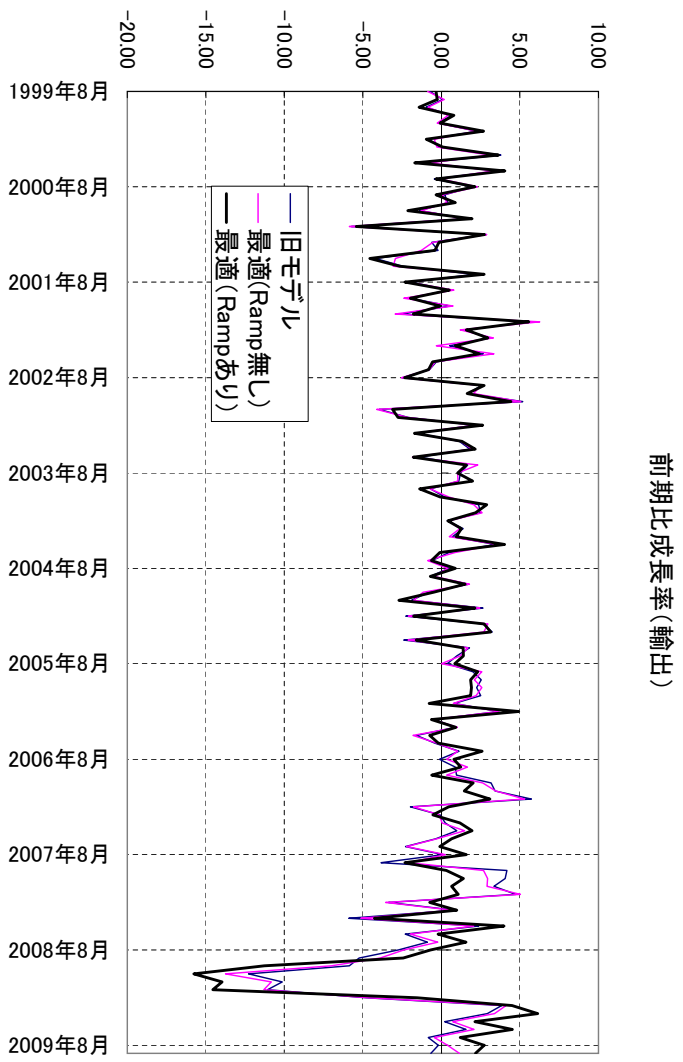


図 14: 輸出系列の前期比成長率

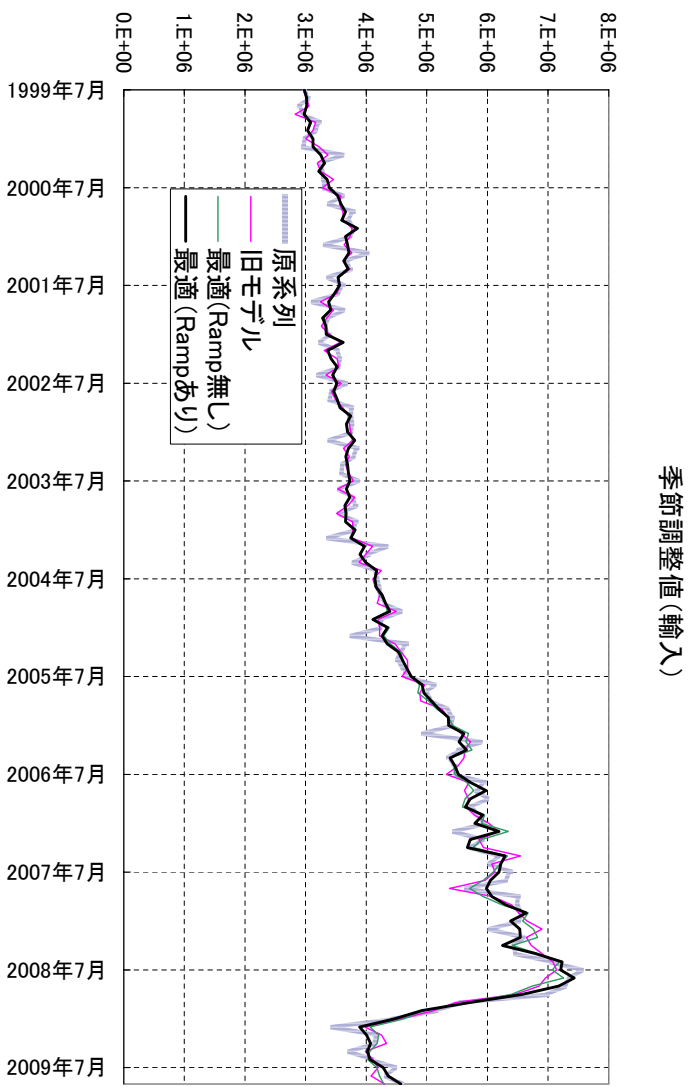


図 15: 輸入系列の季節調整値

前期比成長率(輸入)

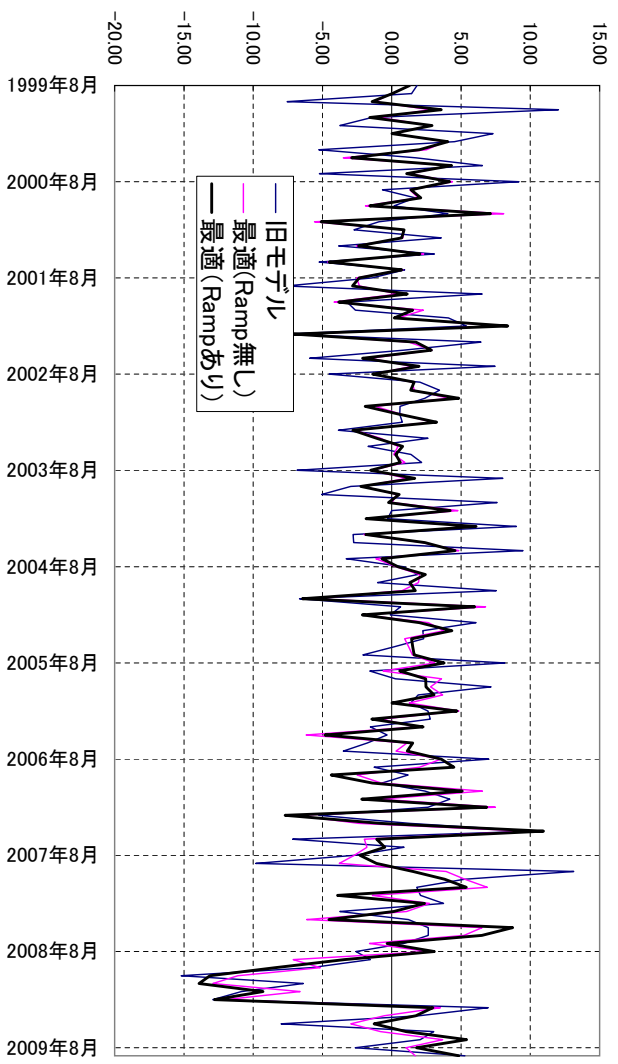


図 16: 輸入系列の前期比成長率

デルの推定に要するデータの期間を短くすると RegARIMA モデルの母数推定の統計的信頼性が低下すること、あるいは RegARIMA モデル選択の不安定性などの弊害もありうるので、データの利用期間の選択については季節指数の変化等を見ながら検討する必要がある。また、RegARIMA モデルにおける母数の推定ではコマンド `span` とコマンド `modelspace` を異なる値に指定すると季節調整値がかなり変化することがあり得るので、今回の分析では初期時点を同一の値に設定したことに注意しておく。

RegARIMA モデルの特定化

我々の検討では輸出系列と輸入系列の季節調整の為に利用が適切と考えられる様々な RegARIMA モデルの候補を分析した。特に季節 ARIMA モデルの特定化の基準、閏年効果・曜日効果・休日効果の扱い、異常値や変化点の扱いなどについて問題があるので検討を要する。ここではこうした特に重要な論点に絞って時系列モデルの特定化の問題に言及しておく。

(i) SARIMA (季節 ARIMA) モデル

ARIMA 次数の選択において、階差 (d) と季節階差 (D) については $d = D = 1$ に固定し、定常部分の時系列モデルの選択を行った。これは主として日本のマクロ経済データの時系列的変動がこの間かなり激しい事に対処する為、 $I(2)$ モデルが有用であると考えた為である。そして ARIMA モデルにおける AR, MA, SAR, SMA の次数はいずれも 2 以下に制限して AIC(赤池情報量基準、Akaike (1973)) の最小化により最適な SARIMA モデルの選択することが実用的な観点からは推奨される。(ここで選択可能な季節 ARIMA モデルの範囲は $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$ 通りとなる。)当初はもう少し広い範囲でモデル選択を試みたが、AIC 最小化基準を用いると幾つかの系列について若干、次数が大きめに出るように判断されるケースがあった。そこで X-12-ARIMA による季節調整ではかなりの将来期間に渡って予測系列を作成して推定した時系列に対して移動平均フィルターをかけることから、結果として計算される季節調整値に不安定な結果をもたらさないようにすることが望ましい、との実務

的な配慮を加えてこの基準を採用した。このことは AIC 基準について既に統計家の間で理論的に知られていることにある程度まで符合している。

なお、ここでの分析対象である輸出系列や輸入系列の場合には、10 年間程度の月次データにより ARIMA モデルの次数選択を行うと、回帰変数の設定に依存して微妙に AIC 基準による順位が変化してしまうことが確認された。こうしたことは統計学的な議論からある程度予想することができるが季節調整の実務的視点からはやっかいな問題となる。このことは適切な ARIMA モデルの選定等について定期的な点検作業が不可欠となることを示唆している。

(ii) 曜日効果と休日効果

輸出系列や輸入系列など月次系列の場合には曜日効果や休日効果が顕著に観察される。生産、消費、輸送といった経済の実体的な側面に加えて、貿易統計は通関ベースで計測されているので、制度的な祝祭日効果がより増幅される、といった側面も考えられる。そこで、ダミー変数を用いて RegARIMA モデルにより曜日効果と休日効果を検証した。貿易統計の季節調整においてこれまでも行われていた休日効果を参考に日本の祝祭日ダミー変数を用いて解析を行った。

さらに、近年では日本の貿易における中国や東南アジアの影響が一段と高まっているとの指摘もなされているが、輸入データと輸出データの季節調整を巡って既に旧正月効果についての検討が行われたことがある(国友編(2006))。今回の検討では、旧正月ダミー変数を作成し、Reg-ARIMA モデルを採用して季節調整値への影響も検討した。旧正月など制度的な影響に対処する統計的方法として様々なことが考えられる。ここで採用した旧正月ダミー変数は「旧正月前後一週間休み」及び「大晦日と新年一週間休み」により定義した。このダミー変数を利用して構成した Reg-ARIMA モデルを推定し、季節調整系列、前期比伸び率などを検討した。こうしたダミー変数を利用、さらに変化点が存在する場合の季節 ARIMA モデルの推定は我々は最尤推定法を用いて行ったが、推定結果の解釈や適切な時系列モデル選択は統計学的にも決して自明とは言えないが十分に意味があると考えたので、その推定結果を表 4～表 8 にまとめておく。旧正月効果は中国圏にその影響は顕著と思われるが、世界

全体との貿易への影響を計測する必要もあるので、様々な計測を行ったが、ここでは代表的な結果のみを報告しておく。

表 4: 輸出（世界）[Ramp あり・旧正月あり]

Variable	Estimate	S.E.	t-value
Trading Day			
Mon	-0.008	0.00368	-2.17
Tue	-0.0011	0.00362	-0.3
Wed	0.0083	0.00379	2.19
Thu	0.0014	0.00359	0.39
Fri	0.0084	0.00339	2.47
Sat	0.0073	0.00347	2.1
*Sun (derived)	-0.0163	0.00353	-4.62
Rp2008.9-2009.1	-0.164	0.01291	-12.7
User-defined			
JapanHD	-0.0123	0.00342	-3.6
ChineseNewYear	-0.0024	0.00722	-0.33

以上の数表でまとめられた我々の分析結果としては、輸入系列については曜日効果、日本の祝祭日、旧正月ダミーが有意に検出された。他方、輸出系列については曜日効果と日本の祝祭日変数は有意ではあったものの、祝祭日ダミーは有意とならなかった。こうしたダミー変数が最終的な数値（前期比伸び率）に与える影響であるが、祝祭日の扱いの相違による最終的な数値への効果はそれほど大きくないことがわかった。

季節調整値の安定性

季節調整方法を改訂し、新たに運用を始めてからも新しいデータが利用可能になる

表 5: 輸入 (世界) [Ramp あり・旧正月あり]

Variable	Estimate	S.E.	t-value
Trading Day			
Mon	0.0108	0.00555	1.94
Tue	0.014	0.00547	2.56
Wed	0.0042	0.00565	0.74
Thu	0.0034	0.00568	0.6
Fri	0.0085	0.00546	1.56
Sat	-0.0231	0.0055	-4.2
*Sun (derived)	-0.0177	0.00558	-3.18
Rp2008.9-2009.2	-0.1349	0.01197	-11.27
User-defined			
JapanHD	-0.0204	0.00604	-3.37
ChineseNewYear	0.0253	0.01161	2.18

表 6: 輸出 (中国) [Ramp あり・旧正月あり]

Variable	Estimate	S.E.	t-value
Trading Day			
Mon	-0.0096	0.00848	-1.13
Tue	0.0027	0.00821	0.33
Wed	0.0084	0.00884	0.95
Thu	0.0069	0.00886	0.78
Fri	0.014	0.00859	1.63
Sat	0.0027	0.00867	0.31
*Sun (derived)	-0.0252	0.00841	-3
Rp2008.8-2009.1	-0.1491	0.01811	-8.23
User-defined			
JapanHD	0.0038	0.00748	0.5
ChineseNewYear	-0.0446	0.01961	-2.27

表 7: 輸入 (中国) [Ramp あり・旧正月あり]

Variable	Estimate	S.E.	t-value
Trading Day			
Mon	0.0116	0.00927	1.25
Tue	0.0077	0.00903	0.86
Wed	0.0142	0.00919	1.55
Thu	0.0107	0.0094	1.14
Fri	-0.0011	0.00931	-0.12
Sat	-0.0275	0.00926	-2.97
*Sun (derived)	-0.0158	0.00928	-1.7
Rp2008.10-2009.2	-0.1108	0.01091	-10.15
User-defined			
JapanHD	-0.0311	0.0089	-3.49
ChineseNewYear	0.1187	0.02034	5.84

表 8: 輸出 (世界) [Ramp あり・旧正月なし]

Variable	Estimate	S.E.	t-value
Trading Day			
Mon	-0.0081	0.00365	-2.21
Tue	-0.0012	0.00361	-0.34
Wed	0.0085	0.00372	2.29
Thu	0.0014	0.0036	0.39
Fri	0.0083	0.00337	2.45
Sat	0.0072	0.00346	2.08
*Sun (derived)	-0.0161	0.00345	-4.66
Rp2008.9-2009.1	-0.1645	0.01284	-12.81
User-defined			
JapanHD	-0.0124	0.0034	-3.63

とそのデータも含めて、まずこれまでの分析が妥当であったのか否かも含めてデータ分析を行う必要がある。

特に X12-ARIMA 季節調整プログラムの利用においては実務的には時系列 ARIMA モデルの選択がやっかいである。今回新たに利用可能となったデータを含めて最適なモデルの選択について再検討する必要がある。

[iii] データ期間の検討

新しいデータが利用可能となり、データ系列が更新された場合、最新の数値の変動をより重視しモデルに取り込むという観点からは、推定に用いる過去のデータを最も古いものから順に少しずつ落としていくという方式を考えることができる。原系列の扱いをそうして変更した場合、モデル選択にどのような結果が生じるか試算することは十分に意味があると考えられる。例えばある検討時点から一年分の新しいデータが追加された段階で過去のデータを同じく一年分を削除した上で同様のことを行うことが有益である。我々が以前に輸入系列について行った分析でも、AIC 選択基準の上位のモデルの形は類似しているが、輸出系列については異なっていることがあった。こうした時には輸出系列についての最適モデルを利用して得られる季節調整値を比較して信頼性を確保することが望ましい。統計的には一つの時系列モデルを選択する必要があるが、AIC 選択基準ではごく小さな優劣の差が検出されることがあり、その結果としては統計モデルの違いによっては結果としての季節調整値はあまり変化しないことが経験的には確認されている。

[iv] DECOMP による信頼性分析

ここで DECOMP⁸を利用して近年の輸出データと輸入データを用いて分析した。ただし Decomp では変数変換 (Log Transformed) を No、季節性 (Seasonal frequency)

⁸時系列分解プログラム DECOMP については例えば北川 (1993) が説明しているが、統計数理研究所のHP上で利用可能である。時系列成分を発生させる確率変数にガウス分布を仮定し、拡張された平方根フィルターを利用して状態推定を簡単に行ってくれる。むしろ非ガウス分布にも拡張は可能である。DECOMP プログラムの季節調整問題への実用的な利用法については国友編 (2006) を参照されたい。

は12、トレンド次数 Trend order は2、AR項は0、曜日効果 (Trading Day Effects) はYesに設定した。こうしたDecompにおけるオプションの選択はSARIMAモデルにおける階差(d)・季節階差(D)に対応づけ、循環成分はゼロとして、X-12-ARIMA法に対応してトレンド+循環成分をトレンド成分として読み替えているが、国友編(2006)が指摘しているように、X-12-ARIMAによる季節調整値の妥当性は最適フィルタリングの結果を利用して調べることができる。

ここでDECOMPを用いて最近の輸出データと輸入データの解析結果を付論として論文の最後にA-1とA-2として示しておく。trendはトレンドのフィルタリングによる推定値、seasonalは季節性のフィルタリングによる推定値、trading-day-effectのフィルタリングの曜日効果の推定値をそれぞれ表している。輸出データ及び輸入データともに時系列の構成要素を効率的に推定している、とは判断できる。なお、X-12-ARIMAの複雑性とDECOMPの単純な構造を理解している関係者にはかなり驚きと思われるが、DECOMPにより我々の複雑な分析に類似したかなり説得的と思われる季節調整値が簡単に得られることが分かった。

< 図 A-1・図 A-2 を挿入 >

季節調整値の更新法

既に説明したようにX-12-ARIMAにより季節調整値を更新していくには無視できない幾つかの問題が存在する。X-12-ARIMA上で利用している統計的時系列モデルとしてのRegARIMAモデルでは新たにデータを付け加えると次数の最適な選択が変化する可能性が高く、この点は実務的には極めてやっかいになる。特に曜日効果や休日効果などを回帰部分をも組み入れて推定する場合には、結果として季節調整値やしばしば利用される前期比伸び率の推定値が安定的に推移するか否かは事前には明らかでなく、経験の積み重ねも必要となる。そこで主として実務的な観点から、1年に1度程度のRegARIMAモデルの点検・再識別とそれに伴う履歴の更新を行う事が望ましいと考えられる。また、少なくとも統計学や統計的時系列分析の基本を理解している者が点検・更新を行うことが望ましい。

また RegARIMA モデルを一度固定したとしても、新たなデータが付け加わると、X-12-ARIMA プログラムが利用している RegARIMA モデルに含まれる母数推定値の更新と移動平均の性質から、理論的には水準の過去の季節調整値も同時に（多くの場合には若干ではあるが）毎回変更されることに注意する必要がある。統計学的には過去に行った最適な推定値であっても、新たな情報が加われば変更することが自然である。ただし、与えられた情報を最大限に利用した計算結果よりどのように公表系列を修正するか否かは統計学的考察を超える関係者の様々な判断にも依存する。そこで特に X-12-ARIMA が依拠する RegARIMA モデルは最近の輸出系列や輸入系列などのマクロ・データの激しい変化に十分に対応することができる保証はないので、1年に1度の点検に際しては DECOMP による最適な季節調整値と比較することが望ましい。改訂した RegARIMA モデルと DECOMP にもとづく最新の季節調整値を旧 RegARIMA モデルによる結果と比較することで両者の乖離幅が許容範囲にあるか否かを定期的に点検する事を推奨する。この際、RegARIMA モデルにおける階差次数（ d 及び D ）と統計モデルの整合性の観点からは、DECOMP のパラメータ選択において対数変換、トレンド次数、AR 次数、曜日調整を整合的に指定することが重要である。（国友編（2006）を参照。）

4 数値実験

本節では、前節で提案した変化点特定の方法の妥当性についてシミュレーション実験を行った結果について報告する。一般に、変化点の有無の判定も含めた最適な時系列モデルの選択において AIC などの情報量規準を用いた場合、得られる結果の統計的性質については、理論的には必ずしも明らかでない場合が多い。また前節の方法は、変化点が存在するということが事実として既知であるという前提の下で、変化の時点を特定するというやや特殊な問題に対応するための工夫であった。そこで、本節では単純な設定の下でモンテ・カルロ実験を行い、AIC による Ramp 変数の変化点の決定も含めた RegARIMA モデルの選択が、どの程度有効であるかを検

証した結果を報告する。

4.1 実験の方法

本稿では、X-12-ARIMA による季節調整を行う際に、全てのケースにおいて対数変換と階差と季節階差を 1 回ずつ適用している。この場合、X-12-ARIMA プログラム内の RegARIMA モデルの推定のプロセスでは、階差と季節階差を 1 回ずつ適用された説明変数と定常季節 ARMA モデルに従う誤差を持つ回帰モデルが、誤差項の確率分布がガウス分布であることを仮定した最尤法 (maximum likelihood method) によって推定されている。

本節では、このようなモデルに従う系列 $\{W_t\}(t = 1 \cdots T)$ を独立に 500 系列発生させ、それぞれの系列でモデル選択の実験を行った。ここでは変化点分析、特に説明変数については Ramp のみに注目し、その他の曜日効果や休日効果を表す回帰変数は捨象した。従って、 W_t の従う時系列モデルは

$$W_t = (1 - L)(1 - L^{12})Ramp[t_0, t_1]_t + S_t$$
$$S_t \sim SARIMA(p, 0, q)(p_s, 0, q_s)$$

である。

なお、前節での推定の状況を大まかに再現するため、データの長さ T は 110 とし、便宜的にスタート時点を 2000 年 8 月、終了時点を 2009 年 9 月とした。モデル選択の手続きでは、時刻 t_0 の候補として 2008/8, 2008/9, 2008/10, 2008/11 の 4 点、時刻 t_1 の候補として 2009/1, 2009/2, 2009/3, 2009/4 の 4 点を設定し、さらに季節 ARIMA 部分の候補は階差と季節階差をゼロに固定して AR, MA 次数をそれぞれ最大で 2 までにした 81 通りとした。したがって、合計 $4 \times 4 \times 81 = 1296$ 通りをモデル候補とした。モンテカルロ実験は以下のような手順で行った。

- (1) パラメータ $(p, q, p_s, q_s, t_0, t_1)$ を固定し、真のモデルとする。
- (2) 真のモデルに従う $\{W_t\}(t = 1 \cdots T)$ を発生させる。

(3) 発生させた系列に候補モデルを適用し、AIC を最小にするモデルを最適モデルとする。

(4) (2) と (3) を 500 回繰り返す

なお、ここでは真のモデルとして、 t_0 を 2008 年 8 月、 t_1 を 2009 年 2 月とし、SARIMA 部分は (1,0,0)(0,0,1) とした。各パラメータの値は実際の推定結果から設定した。

4.2 結果

図 9 は AIC による SARIMA モデルの選択の結果を示している。表の縦横は、それぞれ選択されたモデルの AR 次数と季節 AR 次数の合計と、MA 次数と季節 MA 次数の合計を表しており、表中の数値は、試行回数のうち、そのモデルがモデルが選択された割合を表している。また、網掛けのセルは真のモデルを示している。図 9 は同様に AIC による Ramp 変数の t_0 と t_1 の選択の結果を示している。網掛けのセルは真のモデルを現している。

二つの表によると、いずれも真のモデルが選択される回数が相対的に最も多くなっていることを確認できる。

表 9: AIC による SARIMA 部分のモデル選択結果

AIC 選択		MA 次数 + 季節 MA 次数				
		0	1	2	3	4
AR 次数 + 季節 AR 次数	0	0.0%	1.6%	19.8%	4.2%	0.4%
	1	0.0%	18.8%	10.0%	3.8%	0.4%
	2	0.0%	5.6%	4.0%	9.4%	1.2%
	3	1.0%	1.4%	1.2%	3.0%	1.4%
	4	0.0%	0.2%	1.0%	0.8%	0.8%

表 10: AIC による Ramp 部分のモデル選択結果

AIC 選択		t_1			
		Jan-09	Feb-09	Mar-09	Apr-09
t_0	Aug-08	15.4%		10.4%	8.6%
	Sep-08	5.6%	9.2%	1.4%	2.0%
	Oct-08	4.4%	5.8%	2.6%	1.8%
	Nov-08	5.0%	6.4%	2.8%	2.4%

なお、X-12-ARIMA は、AIC の他に AICC (Findley 氏による補正 AIC)、BIC、Hannan-Quin 規準が出力される。念のため同様のモデル選択を BIC を用いて行った結果を図 10 および図 11 に示しておく。

これらの結果を見ると、AIC の場合と同様、ARMA 部分と Ramp 部分の両方について平均的には真のモデルを最適モデルとして選択できていることが分かる。ただし、AIC と比較すると、BIC による ARMA 選択では次数が比較的小さいモデルが選択される傾向にあるといえる。他方、Ramp については AIC を用いた場合の方が真のモデルを選択する比率が高くなっている。

また、SARIMA 部分と Ramp 部分の両方について真のモデルが正しく選択されたケースの割合は、AIC が 4.2%、BIC が 7.8% となった。

以上の結果によると、季節 ARIMA モデルの選択と Ramp の変化点の決定を AIC によって同時に行った場合、正しいモデルが想定した候補の中に含まれるならば、概ね真のモデルが選択されると思われる。BIC などの他の規準を用い場合も、平均的には真のモデルが選択されるが、選択結果のばらつき方には違いが見られる。BIC の場合は、ARMA 部分の次数は比較的小さくなる傾向にあるが、Ramp の変化点が正しく選択された場合のモデルの当てはまりをやや過小評価している可能性が予想される。

表 11: BIC による SARIMA 部分のモデル選択結果

BIC 選択		MA 次数 + 季節 M A 次数				
		0	1	2	3	4
AR 次数 + 季節 AR 次数	0	0.0%	10.2%	27.2%	2.8%	0.0%
	1	0.0%	0.0%	2.2%	0.0%	0.0%
	2	0.0%	1.4%	0.4%	0.2%	0.0%
	3	1.2%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
	4	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%

表 12: BIC による Ramp 部分のモデル選択結果

BIC 選択		t_1			
		Jan-09	Feb-09	Mar-09	Apr-09
t_0	Aug-08	13.2%	4.2%	9.2%	7.2%
	Sep-08	8.8%	6.6%	1.4%	4.0%
	Oct-08	4.0%	5.6%	3.8%	2.4%
	Nov-08	7.8%	5.0%	4.0%	2.8%

5 まとめ

2007年～2009年にかけて日本のマクロ経済はこれまでにあまり経験したことがない程度まで一時的に大きな変動を経験している。本稿で分析例としてとりあげた貿易統計はこうしたマクロ時系列の実例として典型的な特徴があると思われる。そこで貿易統計を用いた季節調整法の検討は、単に貿易統計にとどまることなく、この間大きな変動を経験した日本の主要なマクロ時系列の分析にも有用な情報を与えると思われる。実務的に生じた問題に対応する季節調整の方法の検討によれば、ここ2年間において日本が経験したマクロ的経済変動は非常に大きい規模であることより、これまで利用していた Reg-ARIMA モデルをそのまま継続して採用する選択肢はあり得ないということになった。同時にこうしたマクロ経済の変動は2009年12月段階でも続いており、なお安定した段階までには到達していないと判断される。そこで当面の対処としては、ここ数年間に観察された輸入・輸出の趨勢的变化や季節パターンの変化を所与として変化点分析を用いて暫定的に利用できる Reg-ARIMA モデルを識別し、当面の変動に対応できる季節調整モデルを選択することが妥当であろう。

なお、今後も引き続き輸出系列と輸入系列における新たな変動の動向には注意する必要がある。現段階では、こうした変化を安定的な統計モデルにより表現する為に十分なデータが蓄積されているとは云えないが、今後さらにデータが蓄積された段階に応じて現在利用している Reg-ARIMA モデルを変更することが望ましい。

最後になるが、日本の政府当局者や民間エコノミストは政府統計のマクロ時系列をもとにして現状を判断し、経済政策の意思決定を行っている。近年のように潜在的な成長率が低下する中で大きな変動が起きると、マクロ時系列の変化を矛盾なく読み取ることが困難となっている。そうした中で時系列データの季節調整は一つの統計的手段にすぎないが、GDP 統計の季節調整などへの応用を含め、一層の改善を図る必要がある⁹。

⁹2009年12月のワークショップにおいて本稿で説明した報告が行われた後、2010年2月に内閣府が公表した GDP 統計における貿易統計の季節調整法が変更されたことに言及しておく。詳しくは内

参考文献

赤池弘次 (1989), 「事前分布の選択とその応用」, 国友・鈴木編収録、東京大学出版会。

北川源四郎 (2005) 「時系列解析入門」, 岩波書店。

国友直人・高岡慎 (2005) 「経済季節性と季節転換時系列モデル」日本統計学会誌, Vol.35-I, 1-26。

国友直人編 (2006) 「季節調整法 X-12-ARIMA と日本の官庁統計」, CIRJE-R-5, 東京大学日本経済国際共同研究センター。

佐藤整尚・国友直人 (2010) 「景気判断と平滑化問題:GDP 公表値を巡って」 CIRJE-J-218, 東京大学日本経済国際共同研究センター。

山本拓 (1987), 「経済時系列分析」, 創文社。

閣府の関連 HP を参照されたい。

