

日本のデータを用いた消費 CAPM の実証に ついて : It's still a puzzle*

祝迫得夫

筑波大学社会工学系 + 一橋大学経済研究所

To contact :

〒 305-8573 茨城県つくば市天王台 1-1-1

筑波大学社会工学系

E-mail: iwaisako@shako.sk.tsukuba.ac.jp

August 31, 2000

* 「資産価格モデルの現状：消費と資産価格の関係を巡って」というタイトルで、『現代ファイナンス』に掲載予定。本論文は日本ファイナンス学会の研究観望会（1999年11月）向けに執筆した論文を、改訂したものである。高橋一氏，本多俊毅氏，渡部敏明氏，日本ファイナンス学会研究観望会および，1999年度 JAFEE 冬季大会の参加者からは，有益なコメントを頂いた。とりわけ，竹原均氏の論文全体に関するコメント，李明宰氏との GMM 推定に関するディスカッションは非常に有益であった。また研究助手の大平亮氏（筑波大学大学院社会工学研究科/三菱信託銀行）には，データの準備や図表の用意で大変御世話になった。以上の方々に深く感謝する。本研究は「文部省データバンク・プロジェクト研究助成金」・「日本証券奨学財団」による助成を受けている。

1 はじめに

本論文では、確率的割引ファクター (stochastic discount factor)¹ による表現を用いた資産価格モデルの評価方法と、その日本市場のデータへの応用に関して、大きく三つに分けて議論する。まず第2節では、90年代以降、ハンセン (Lars Hansen) とジャガナサン (Ravi Jagannathan) らを中心に研究が進んできた、資産価格モデルを比較検討するためのツールとしての、確率的割引ファクターを用いた分析ツールについての展望を行なう。本論文の目的の第一は、確率的割引ファクターを用いた、ノンパラメトリックな資産価格モデルのパフォーマンス評価の方法について、できるだけ簡潔かつ平易なイントロダクションを提供することにある。

第3節では、伝統的な資産価格モデルによるテストと、第2節で導入されたノンパラメトリックな方法の両方を用いて、日本のデータを用いた資産価格モデルについての比較・検討を行なう。ここで、実証分析の焦点となるのは、消費に基づく資本資産価格モデル (以下、消費 CAPM) である。日本のデータを用いた消費 CAPM の実証では、説明力がまったく無いと考えられているアメリカのケースと比較すると、パラメーターの推定において、妥当な値が求められているという意味で、ある程度良好な結果が得られている。ただし、この結果を持って、消費 CAPM が日本のデータに関しては成功を収めていると見るか、やはり日本においても失敗に終わっていると考えるかどうかについては、研究者によって立場が大きく異なる。本論文は後者の立場をとり、クロスセクションのデータに関する説明力に関する他のモデルとのパフォーマンスの比較により、プライシングのためのモデルとしての消費 CAPM の有用性を疑問視する分析結果を示す。

この実証結果に基づき、第4節では、なぜ劣悪なパフォーマンスと妥当なパラメーターの推定値という結果が、共存しているのかという点について検討される。特に、日本の消費データのもつ特性の問題と、それに関連する Generalized Method of Moments (GMM) による確率的割引ファクター・モデルの推定における pitfall の存在が指摘される。第5節は、論文全体のまとめである。

2 確率的割引ファクターによる資産価格モデルの評価

資産価格モデルに関する確率的割引ファクターを用いたアプローチは、ハンセンとジャガナサンの極めて重要なブレイクスルー (Hansen and Jagannathan

¹Stochastic discount factor に対する訳語としては、他にも「確率割引ファクター」、「確率(的)割引因子」等の幾つかの候補が考えられる。ここでは、時間を通じて変動しない固定的な割引ファクターとの比較を念頭において、stochastic を「確率的」と訳すことにしておく。

[1991]) 以来、ファイナンスのアカデミックな議論において、非常に重要な地位を占めるようになってきている。テキストブックの類も、熱心な大学院生や実務家なら、一人で勉強しても理解できるように書かれたものが出てきている²。しかし、誰にでも分かるとはおよそ言い難い状況であることは、依然、確かなので、この節では、確率的割引ファクターを使ったアプローチについて、できるだけ直感的に理解しやすいような形で解説していくことにする。

2.1 消費 CAPM の確率的割引ファクターによる表現

一般的な議論に入る前に、まず Campbell, Lo, and MacKinlay [1997, 第 8 章] や Cochrane [2000] に従って、消費資産価格モデル (Consumption Capital Asset Pricing Model: 以下、消費 CAPM) を例にとって、確率的割引ファクターの考え方を導入することにする。

将来に渡る消費からの効用を最大化する投資家の行動を考えよう。時間について分離可能な効用関数を仮定し、投資家の最適化問題が以下のように表されるものとする。

$$V_t = E_t \left[\sum_{j=0}^{T-t} \delta^j u(C_{t+j}) \right] \quad (1)$$

ここで、 C_t は第 t 期の消費であり、 δ は時間選好率 (主観的割引率) を表すものとする。効用関数 $u(\cdot)$ は微分可能で、通常の場合 ($u'(\cdot) > 0$; $u''(\cdot) < 0$) を満たすものと仮定する。投資家が最適な消費 / 貯蓄行動をとっているものとする。一階の最適化条件 (オイラー方程式) より、任意の資産 i ($i = 1, \dots, I$) について、以下の関係が成り立つ：

$$u'(C_t) = \delta E_t [u'(C_{t+1})(1 + r_{t+1}^i)] \quad (2)$$

ただし、 r_{t+1}^i は第 t 期から第 $t+1$ 期にかけての、第 i 資産のリターンを表すものとする。この式を書き換えてやると、以下の関係式を得る。

$$1 = E_t [m_{t+1}(1 + r_{t+1}^i)] \quad (3)$$

$$m_{t+1} \equiv \delta \frac{u'(C_{t+1})}{u'(C_t)} \quad (4)$$

(4) 式の m_{t+1} には、「確率的割引ファクター (stochastic discount factor)」, 「プライシング・カーネル (pricing kernel)」等の呼び名がある。同時に、こ

²確率的割引ファクターに関する、比較的一般向けの解説として、理論面については池田 [2000]、実証面については Campbell, Lo, and MacKinlay [1997] の第 8 章を参照されたい。また、Cochrane [2000] は、この種のアプローチについて、近年の重要な発展を網羅的かつ厳密に議論している。

こでの定式化に従えば， m_{t+1} はマクロ経済学でいうところの「家計の異時点間の限界代替率 (intertemporal rate of marginal substitution)」に等しい。ただし，異時点間の限界代替率が確率的割引ファクターに相当するためには，消費 CAPM が成立するための様々な仮定が満たされていることが必要であり，一方，確率的割引ファクターを用いた (3) 式自体は，非常に一般的な資産価格モデルの表現である。

2.2 資産価格モデルの確率的割引ファクターによる表現：一般的なケース

「確率的割引ファクター」を用いた資産価格モデルの表現についての，厳密な議論は，少なくとも Ross [1976, 1978] まで遡る。ここでは Ross [1978] の議論をできるだけ単純化し，かつ今日的な表現を使って述べることにする。

いま，経済に存在する金融資産の価格ベクトルを P で，一期後のペイオフ (株式であれば，配当プラス売却価格) を行列 X 表すものとしよう³。また，ペイオフ X を価格付けする pricing functional を $m(\cdot)$ で表すものとする，

$$P = m(X) \quad (5)$$

となる。

いま任意のポートフォリオにおける各金融資産の購入量を，ベクトル ϕ で表すものとする，非常に原始的な無裁定条件 (no-arbitrage condition)⁴から，このポートフォリオの価格は ϕP でなければならない。さもなければ，同じ金融資産を異なる量で売ったり買ったりする取引によって，無限大の収益を挙げることのできる投資機会，すなわち裁定機会が発生する。このことから， $m(\cdot)$ が線形でなければならないことが容易に分かる。 $m(\cdot)$ が，linear pricing functional であることを明示的に示すために，(5) 式を

$$P = m \cdot X \quad (6)$$

と書き直すことにしよう。次にこれを，価格とペイオフの関係式から，金融資産の収益率の式に書き換えると，

³ここでは，一期後に発生する経済の状態は S 個あり，経済には I 種類の資産が存在するものと考えている。したがって，ここでのペイオフ行列の中身は，それぞれの経済の状態が発生した場合の，各資産のペイオフに相当し，したがって X は $S \times I$ の行列である。

⁴ここでの「裁定 = arbitrage」の意味は，あくまで学問上のそれである。すなわち，裁定機会 (arbitrage opportunity) とは，「確実な正の利潤を挙げることのできる，ゼロ・インベストメント・ポートフォリオが存在する」ことであり，そのような裁定機会が存在しないことが，無裁定条件の定義である。

$$l = m \cdot R \quad (7)$$

となる。ただし、 l は中身がすべて1のベクトルであり、 R は各資産のグロス・リターンのベクトルである。すなわち、

$$l = [1, 1, \dots, 1]$$

$$R = [R^1, R^2, \dots, R^i, \dots, R^L]$$

である。(7)式における、linear pricing functional m を、以下、この論文では確率的割引ファクターと呼ぶことにする。

一方で、我々は、理論的な基礎が異なったとしても、すべての資産価格モデル (asset pricing model) は、各資産のリターンがファクターに線形に依存する形で表現されることを知っている。

$$r_t^i = \beta_0^i + \beta_1^i \cdot F_{1,t} + \dots + \varepsilon_t^i \quad (8)$$

ただし、 $F_{1,t}(k = 1, \dots, K)$ は、各ポートフォリオに共通なリスク・ファクターである。例えばCAPMの場合、 $K = 1$ であり、その唯一のファクターは、マーケット・ポートフォリオに他ならない。

では、(7)式のような確率的割引ファクターと(8)式の資産価格モデルは、どのような関係にあるのであろうか？ Duffie [1996]の表現を借りれば、資産価格が満たすべき三つの基本的条件とは「無裁定・単一主体の最適性・市場の均衡」⁵である。三つの条件が要求する制約は、この順で強くなり、無裁定条件は最適性の前提であり、個人の最適性は市場均衡の前提である。そして(7)式は、最も弱い制約である、無裁定条件のみを用いて導かれている。したがって、同じ無裁定条件に基づく裁定価格理論 (APT) はもちろん、Sharpe=Lintner型のCAPMや消費CAPMのような均衡モデルに基づく価格付け (pricing) においても、必ず条件(7)が成立していなければならない。別な言い方をすれば、無裁定条件が満たされている限りにおいて、どのような資産価格モデルに関しても、それに対応する確率的割引ファクターが存在し、したがって(8)式のような資産価格モデルは、(7)式のような確率的割引ファクターを用いた表現で表すことができる。

次に、Arrow=Debreu経済の枠組みで、確率的割引ファクターによる表現を検討することにしよう。日付 $t = 0$ において金融資産が取引され、 $t = 1$ には S 個の経済の状態のうちの一つが発生し、それに対応するペイオフが支払われるものとする。 $t = 1$ での経済の状態に対応するArrow=Debreu証券⁶の

⁵邦訳 (山崎昭 [ほか] 訳、1998) の「はじめに」を参照。

⁶ある経済の状態 s が発生したときに、1単位のペイオフを支払い、それ以外の状態ではゼロを支払うような証券。

$t = 0$ における価格（状態価格：state price）を， $\pi_s (s = 1, 2, \dots, S)$ で表すものとする．また，金融資産 i の各状態におけるペイオフを x_s^i で表すことにすると，この資産の価格は，

$$p^i = \pi_1 x_1^i + \pi_2 x_2^i + \dots + \pi_S x_S^i \quad (9)$$

となる．次に，状態 s の価格 π_s と，その状態が発生する確率 θ_s の比率を $\Lambda_s = \pi_s / \theta_s$ で表すことにする．これを使って，(9) 式を事後的なリターンと状態価格の間の関係に書き直すと，

$$1 = \Lambda_1 R_1^i + \Lambda_2 R_2^i + \dots + \Lambda_S R_S^i \quad (10)$$

となり，これがすべての資産 i について成立する．したがって，この場合の確率的割引ファクター m は，状態価格/状態発生確率比 Λ_s のベクトルに他ならない．また m は，市場が完備（complete）な場合には一意に定まるが，非完備（incomplete）な場合，複数存在する可能性がある⁷．

2.3 ハンセン = ジャガナサンの変動境界による資産価格モデルの評価

実際に実証分析を行う際には，分析者は状態価格のベクトルを観察することはできないから，事後的な資産のリターンに基づいて，確率的割引ファクター m について類推することになる．近年，ハンセンとジャガナサン（Hansen and Jagannathan [1991, 1997]）を中心に発展させられてきたアプローチは，このような確率的割引ファクターによる資産価格モデルの表現を用いて，ノンパラメトリックな方法で，各モデルのパフォーマンスを直接テスト・比較しようとするものである．

ハンセンとジャガナサンのアプローチは，抽象的なレベルでは，以下の様に要約できる．まず（特定の均衡モデルやファクターの選択に依存しない）無裁定条件からのみ導き出される制約を用いて，マーケットの金融資産のリターンのデータから，実際の確率的割引ファクターが満たすべき条件を導出する．無裁定条件が課す制約は非常に弱いから，データから導き出される条件は，通常，不特定多数の確率的割引ファクターの集合に対応するものになる．以下ではこれを，Hansen and Jagannathan [1991] に従って，無裁定条件を満たす「許容可能な確率的割引ファクターの集合（the set of admissible stochastic discount factors）」と呼ぶことにし， M で表すものとする．実際の資産市場のデータが与えられている場合，これに対応する特定の確率的割引

⁷アロー = デブリュー証券，完備 / 非完備市場，状態価格等の概念については，奥野・鈴木 [1998]；Mas-Colell, Whinston, and Green [1995] 等を参照．

ファクターは、一変数の時系列であり、確率的割引ファクター全体の空間における個々の点は、特定の確率的割引ファクターの時系列変動のサンプル・パスに相当する。図 1 では、確率的割引ファクターの空間の中で、特定の（パラメトリックな）資産価格モデルから導き出された確率的割引ファクター m^* と、無裁定条件を満たす確率的割引ファクターの集合 M の間の関係を示している。図 1 のように、パラメトリックな資産価格モデルが、無裁定条件という前提条件を満たしているかどうかについては、 m^* と M の関係を見ることによって、直接に判断することができる。

[図 1 をここに挿入]

このアイデアを実証分析で用いるために、ハンセンとジャガナサンは「許容可能な確率的割引ファクター」が満たすべき条件を適当な尺度を用いて数値化し、個々の資産価格モデルの評価に用いることができるようにした。彼らはまず、1991 年の論文で (Hansen and Jagannathan [1991])、確率的割引ファクターの平均値と分散に注目した。これがいわゆる、ハンセン＝ジャガナサンの変動境界 (volatility bound) と呼ばれるアプローチである。

いま確率的割引ファクター \tilde{m} を、あらかじめ定めた平均値 μ と、各資産のそれぞれの平均値からの乖離 ($R_t - E[R_t]$) への回帰式の形で表すものとする。

$$\tilde{m} = \mu + (R_t - E[R_t])\beta_\mu \quad (11)$$

当然ながら、この \tilde{m} は、(7) 式の無裁定条件を満たしている必要がある。したがって、

$$l = \tilde{m}R \quad (12)$$

が成立していなければならない。(12) 式は、資産の数だけ変数と式がある方程式体系であるから、各資産のリターンの共分散行列 Ω が正則行列であるという前提のもとで常に解くことができる。そして、(11) 式の β_μ に関する具体的な解は、

$$\beta_\mu = \Omega^{-1}(l - \mu E[R_t]) \quad (13)$$

で与えられる。さらに、この解に対応する確率的割引ファクター \tilde{m}_μ の分散は、

$$Var(\tilde{m}_\mu) = \beta_\mu \Omega \beta_\mu \quad (14)$$

となる。そしてハンセンとジャガナサンは、(14) 式が、 \tilde{m}_μ と同じ平均値を持つ「許容可能な確率的割引ファクター」の集合に関して、その集合に属する

確率的割引ファクターの分散の下限を与えることを示した。このことを、横軸に確率的割引ファクターの平均値 μ 、縦軸にその標準偏差 $Var(\tilde{m}_\mu)$ をとったグラフ上で表現することにする。所与の μ のもとで $Var(\tilde{m}_\mu)$ をもとめ、 μ を少しずつずらしながら、同じことを繰り返すと図 2 のような、カップ（杯）を書いてやることができる。(14) 式の右辺は、確率的割引ファクターの分散の下限を与えるから、無裁定条件を満たす許容可能な確率的割引ファクターの集合は、境界線を含むカップの内部で表される。このような「カップ」は、通常「ハンセン＝ジャガナサンの変動境界 (volatility bound)」と呼び習わされている。

[図 2 をここに挿入]

したがって、もし候補となる資産価格モデルが事後的に無裁定条件を満たしているなら、すなわち $m^* \in M$ であるなら、その資産価格モデルに対応する確率的割引ファクター m^* の平均と分散の組み合わせは、図 2 のカップの中に入っていないなければならない。したがって、 m^* の平均と分散がカップから大きく外れているなら、そのモデルは資産の価格付け (pricing) に失敗しているという意味で、パフォーマンスが悪いという診断を下すことができる。

2.4 ハンセン＝ジャガナサン距離による評価

ハンセンとジャガナサンは、その後の論文 (Hansen and Jagannathan [1997]) で、「ハンセン＝ジャガナサン距離 (Hansen-Jagannathan distance)」と呼ばれる、資産価格モデルのミススペシフィケーションの度合いを示す、新たな尺度を提案している⁸。

再び、 m^* を、何らかの資産価格モデルから導き出した、特定の確率的割引ファクターの候補であるとしよう。この m^* を用いて、以下のような条件を満たすラグランジュ乗数のベクトル λ を求める問題を考える。

$$E[R\tilde{m} - 1] = E[R(m^* - \lambda'R) - 1] = 0 \quad (15)$$

つまり $\tilde{m} = (m^* - \lambda'R)$ は、無裁定条件を満たし ($\tilde{m} \in M$)、かつ候補である確率的割引ファクター m^* に最も近い確率的割引ファクターである⁹。したがって、 $\lambda'R$ は、 \tilde{m} が許容可能な確率的割引ファクターの集合 M に入るように、候補である確率的割引ファクター m^* に対して施すべき最小限の修正であると考えられる。この λ に関する解は

⁸意味合いからすると、ハンセン＝ジャガナサン測度とでも訳すべきなのかもしれないが、ここでは直訳することにする。

⁹したがって、ここでの \tilde{m} は M に含まれるが、2.3 節で変動境界を導出する際に用いた \tilde{m} の定義とは異なっている。しかし、両者を混乱する可能性要素は少ないと思われるので、同じ記号を用いることにする。

$$\lambda = (E[RR'])^{-1}E[Rm^* - 1] \quad (16)$$

で与えられ、一方修正の程度は、

$$HJ = \{E[Rm^* - 1]'(E[RR'])^{-1}E[Rm^* - 1]\}^{1/2} \quad (17)$$

となる。これがハンセン＝ジャガナサン距離と呼ばれるものに他ならない¹⁰。

資産が一つの場合を例にとり、ハンセン＝ジャガナサン距離の経済学的意味について、考察してみよう。 $R = R^i$ として、(17) 式を書き直すと

$$HJ = \left\{ \frac{(E[R^i m^* - 1])^2}{\sigma^2(R^i)} \right\}^{1/2} = \frac{\sqrt{(E[R^i m^* - 1])^2}}{\sigma(R^i)} \quad (18)$$

となる。ただし、 $\sigma^2(R^i)$ は R^i の分散である。この式の右辺で、分母は、 $E[R^i m] = 1$ という無裁定条件の制約からの乖離を、二乗の平均値という距離尺度 (mean-squared norm) で測ったものに他ならない。したがってハンセン＝ジャガナサン距離は、資産のリターンの標準偏差 $\sigma(R^i)$ を用いて基準化した、候補となる資産価格モデル m^* の価格付けの失敗 (pricing errors) の程度であることが理解できる。

一方、(18) 式の両辺を二乗して、 $\sigma^2(R^i)/\sigma^2(R^i) = 1$ をかけてやると、(16) 式の λ の解より、

$$HJ^2 = \sigma^2(R^i)\lambda^2 = (E[\lambda R^i])^2 \quad (19)$$

となる。したがってハンセン＝ジャガナサン距離は、候補となる資産価格モデル (の確率的割引ファクターによる表現 m^*) を修正して、 $\tilde{m} = (m^* - \lambda' R)$ が、無裁定条件を満たすようにするための修正の程度 λ の尺度に他ならない。つまり、図 1 に表されているように、ハンセン＝ジャガナサン距離は、候補となるパラメトリックな資産価格モデルと、無裁定条件を満たす確率的割引ファクターの集合の間の「距離」として理解することができる。したがって、「完全な」資産価格モデルのハンセン＝ジャガナサン距離は、サンプルの数が十分大きければゼロに収束するはずである。より、実際的な使い道としては、ハンセン＝ジャガナサン距離の大小によって、異なる資産価格モデルのパフォーマンスを、直接、比較してやることが可能である。

¹⁰厳密には、(17) 式の HJ が「距離」であるためには、 M が常に凸集合であることを証明しておく必要があるが、ここではその問題には立ち入らないことにする。

3 日本のデータを用いたパフォーマンスの比較: 消費CAPMを巡って¹¹

3.1 消費CAPMに関する若干のサーベイ

次に、確率的割引ファクターを用いた表現による資産価格モデルのパフォーマンスの比較を、日本のデータについて行い、通常の資産価格モデルに基づくテストと比較してみることにする。ここでは、特に、消費に基づく資本資産価格モデル（以下、消費CAPM）に焦点をあてることにする。

消費CAPMは、1980年代以降、様々な研究者によって実証的に検討されてきた。その結果、少なくともアメリカのデータを用いた研究に関しては、ナイーブな消費CAPMモデルは完全に否定されたといつてよい（Hansen and Singleton [1983]、Mankiw and Shapiro [1986]、Mehra and Prescott [1985]）。これに対し日本のデータを用いた実証では、少なくともパラメーターの推定に関しては、妥当な危険回避度の値が求められているという意味で、ある程度良好な結果が得られている。ただし、この結果を持って、消費CAPMは日本のデータに関しては成功を収めていると見るか（羽森 [1996]）、やはり日本においても失敗に終わっていると考えるか（Nakano and Saito [1998] 他）どうかについては、研究者によって立場が大きく異なる。本稿では、単に消費CAPMのパフォーマンスを他のモデルと比較するだけに留まらず、本節と次節の議論を通じて、既存の諸論文における、日本データを用いた消費CAPMのパフォーマンスに関する立場の違いを、どのように統一的に解釈するべきかを探ることを目標とする。

本節では、クロスセクションのリターンの説明力という視点から、消費CAPMを中心に、日本のデータに関する、代替的な資産価格モデルのパフォーマンスの比較を行なう。用いられる手法は二つで、第一はFamaとMacBeth [1973]によって提案され、最近ではFama and French [1993]やJagannathan and Wang [1997]によって用いられている、伝統的なパラメトリックな資産価格モデルの評価の方法である。第二の方法は、第2節で議論した、ハンセン＝ジャガナサン距離を用いた評価方法である。

日本のデータに関する資産価格モデルのパフォーマンスの評価については、既に幾つかの重要な先行研究があるので、はじめに、本論文とそれらの論文の違いについて議論しておく。まず、日本に関する消費CAPMの初期の研究においては、羽森が、月次のデータを用いた一連の論文の中で、パラ

¹¹本節での実証分析の内容を、「日本のデータを用いた消費CAPMの実証に関するに関する再検討」という視点から、独立に取り上げて見た場合、得られる結論の大筋は変わらないものの、細かい部分で、改善の余地が残っている。『現代ファイナンス』掲載のための改訂にあたって、幾つかの修正・追加を試みたが、最終的に、本節の内容に関しては、日本ファイナンス学会の研究観望会での発表の前後に頂いた、ご意見・コメントを取り入れるに留めた。それを超える内容の修正・追加に関しては、別途、独立の論文としてまとめることにする予定である。

メーター（危険回避度と主観的割引率）の推定値の妥当性と GMM のテスト（Hansen の J 検定）の結果を持って、日本については消費 CAPM が「成立している」とする結果を報告している。彼の一連の論文は、羽森 [1996] にまとめられている。これに対し、年次データを用いた初期の論文である岩田 [1992]・Iwaisako [1992] では、アメリカのケースと同じように、極端に高い危険回避度が得られることが報告されている。

その後の、日本のデータを使った消費 CAPM の実証研究としては、堀 [1996]・Bakshi and Naka [1997] などがあるが、中でも Nakano and Saito [1998] は、本論文と同じく確率的割引ファクターを用いたアプローチによる分析を行なっている。彼らの採った方法は、消費 CAPM が異なる資産（彼らの場合は、株価指数・安全資産 [コール・レート]・土地 [市街地価格指数] 等）を正しく pricing できているかを比較し、株価指数以外の資産のデータについてモデルが棄却されることを持って、消費 CAPM の妥当性を疑問視している。

これに対し本論文は、同じ資産（産業ポートフォリオ）データについて、他の代替的なモデルと消費 CAPM のパフォーマンスを比較するという方針をとる。単純に pricing に役に立つかどうかという実用主義的な観点から、他の代替的なモデルとの直接の比較を行った本論文のアプローチは、近年の動学的・ミクロ的基礎付けを重視する最近の経済学の立場とは、必ずしも整合的ではないかもしれない。しかし、1970 年代後半に理論としての消費 CAPM が出現した背景には、通常 CAPM 等のパフォーマンスを改善しようというモチベーションがあったはずである。したがって、実用主義的なファイナンスの立場から見れば、本論文のアプローチの方がより自然である¹²。また、いわゆる動学的な資産価格モデルのパフォーマンスの問題と、クロスセクションのリターンの説明力に関する分析は、日本でもアメリカでも、全く別物であるかのように発展してきた。しかし、Merton の動学的資産価格モデル（いわゆる ICAPM）の元々の考え方（Merton, [1971, 1973]）に立ち返れば、マーケットのリターンに関して説明力を持つファクターは、クロスセクションでの平均リターンの差も説明するはずである。Campbell [1996] は、この考え方を実際にテストした数少ない例外である¹³。細かい方法は異なるが、クロスセクションの説明力を（動学的）資産価格モデルの評価の基準として用いようとする本稿のアイデアも、この Merton=Campbell の考え方に沿ったものと言える。

その他の差としては、Nakano and Saito は土地のデータ（市街地価格指数）を用いようとして、データの frequency が半年毎になっているために、月次データの羽森の一連の論文との直接の比較は難しく、またノンパラメトリックな評価方法は用いられていない。一方、日本の株式市場に関する資産価格モデルの比較という点で、もう一つの重要な論文である Jagannathan, Kubota,

¹²この点に関しては、Mankiw and Shapiro [1986]、そして特に Nakano and Saito [1998] のイントロダクションを参照されたい。

¹³Cochrane [1999] によれば、Campbell 論文が唯一の実証分析であるという。

and Takehara [1998] は、データセットとして、産業ポートフォリオの代わりにサイズ・ポートフォリオを用いているという点を除けば、本論文とほぼ同じアプローチを取って、幾つかの代替的な資産価格モデルのパフォーマンスの比較を行っている。ただし彼らの主たる興味の対象は、労働所得リスクを考慮した条件付き CAPM モデルを提案した Jagannathan and Wang [1997] のアプローチの妥当性を、日本のデータについて検証することであり、消費 CAPM は比較の対象に入っていない。以上をまとめると、消費 CAPM のパフォーマンスを、クロスセクションのリターンに関する説明力という視点から、他の資産価格モデルと比較したとしたという部分については、本論文の独自の貢献であるといえる。

3.2 資産価格モデルのフレームワークによるテスト

まず初めに、通常のパラメトリックな資産価格モデルのフレームワークによる、様々な資産価格モデルの比較を行う。資産価格モデルそのもののテストとしては、幾つかの方法が考えられるが、ここでは、最近のクロスセクションのリターンに関する研究で最もよく使われている、Fama and MacBeth [1973] の二段階テストを用いる。

具体的には、 K 個のファクターを持つマルチ・ファクター・モデルを考える。産業別のポートフォリオ ($i = 1, \dots, I$) を構築し、まずテストの第一ステップとして、各ポートフォリオの収益率の、ファクターへの感応度を推定する。

$$r_t^i = \beta_0^i + \beta_1^i \cdot F_{1,t} + \dots + \beta_K^i \cdot F_{K,t} + \varepsilon_t^i \quad (20)$$

ただし $F_{k,t} (k = 1, \dots, K)$ は、各ポートフォリオに共通なリスク・ファクターである。次に、第二ステップとして、各ポートフォリオの平均収益率を、第一ステップで推定したファクターへの感応度の係数に回帰する。すなわち、以下の式を推定する。

$$E[r^i] = \delta_1 \cdot \hat{\beta}_1^i + \delta_2 \cdot \hat{\beta}_2^i \dots + \delta_K \cdot \hat{\beta}_K^i \quad (21)$$

ファクターが一つで、それがマーケット・ポートフォリオである場合、このテストは通常の CAPM のテストと同値であり、推定されたベータの値が期待収益率（実際は事後的な平均収益率）と正の相関を持つかについてのテストになる¹⁴。

¹⁴Fama and French [1992] は、このフレームワークを用いて、伝統的な CAPM がクロスセクションの期待収益率のバラツキを説明できないことを示し、CAPM にとって代わるモデルとして、Book to Price や企業規模を用いたマルチ・ファクター・モデルを提案した。

この論文では、以下のような幾つかの代替的なファクター (F) を用いた推定式を比較検討する。

(i) $F = \{ \text{消費の成長率, 短期利子率} \}$

このモデルは、リターンが消費の成長率に線形に依存するという制約を課しているので、対数型の効用関数を仮定した場合の消費 CAPM、あるいは相対的危険回避度が 1 と大きく異なる場合の近似に相当する。確率的割引ファクター表現を用いた、既存の羽森等の GMM による推定結果は、相対的危険回避度がかなり 1 に近いことを示唆している。その意味では、ここでの定式化に対応しているといつてよいだろう。

(ii) $F = \{ \text{マーケット・ポートフォリオ} \}$

オーソドックスな、Sharpe=Lintner 型の CAPM。

(iii) $F = \{ \text{鉱工業生産指数 (ドル建て) 原油価格, 短期利子率} \}$

これは、日本で月次のマクロ・データを用いてマルチ・ファクター・モデルを推定する際の、最もオーソドックスなファクターの選択ではないかと考えられる。以下では、このモデルをマルチファクター・モデル (I) と呼ぶことにする。

ファマ=フレンチの CAPM に対する批判に対抗して、Jagannathan and Wang [1996] は、伝統的な CAPM の発展形として、労働所得 (人的資本) に関連するリスクの影響を明示的にとり入れた、条件付きの CAPM (conditional CAPM) を提案している。また Campbell [1996] も、消費 CAPM の発展形として、消費のデータを推定式から除去し、代わりに労働所得をリスク・ファクターとして用いた動学モデルを提案・推定している。本論文でも、このような最近の発展に沿った定式化をとり入れる。具体的には、以下のような金融資産と人的資本の両方に関するリスクを考慮したハイブリッド・モデルを推定する。

(iv) $F = \{ \text{マーケット・ポートフォリオ, 労働所得, 短期利子率} \}$

この定式化は、Jagannathan, Kubota, and Takehara [1998] による、日本のデータを用いた Jagannathan and Wang 型のモデルの推計と良く似ている。ただし、労働所得の変数の定義などが大きく異なっており、厳密な比較はできない。以下、このモデルをマルチファクター・モデル (II) と呼ぶことにする。

次にデータについて、簡単にまとめておく。ここでの分析の対象となる金

融資産は、1975年から1998年までの産業別ポートフォリオであり、それらの収益率は、全て安全資産（コール・レート）に対する超過収益率の形で定義されている。鉱工業生産指数・原油価格・労働所得の各変数は成長率（＝対数差分）をとってある。短期利子率に関しては、定常性を確保するため、Campbell [1996] に従って、過去6ヶ月の移動平均からの乖離を取っている。また、短期利子率および鉱工業生産指数の成長率に関しては、一期前の値を用いている。短期利子率については、条件付きCAPMの事前条件にあたるものと考えて、このような定式化を行なった。鉱工業生産指数については、投資家は実際の生産水準がリアルタイムでは観察できず、情報としての鉱工業生産指数は次の期になってから public information になると考え、このように定式化した¹⁵。各変数の基本統計量は、表1で報告されている。

[表1をここに挿入]

表2には、第二ステップについての推定式が報告してある。全サンプルは、1975年1月から1998年9月まで、25の産業別ポートフォリオを用いたデータによる推定である。サンプル期間をどのように取るかは、特に日本の場合、微妙な問題を含んでいる。本論文では、第一次オイルショック前後の時期の乱高下の影響を避けること、またオイルショック前後で日本の実物経済の成長トレンドに大きな変化があることから、多少、恣意的ではあるが、サンプル期間を1975年以降に限ることにした。また、このサンプル期間中、1983年にデータの産業分類が変化（増加）しているため、1983年1月以降について、33の産業ポートフォリオを用いた推定が、別途、報告されている。

[表2をここに挿入]

図3には、横軸に実際の各ポートフォリオの平均リターンを、縦軸には第二ステップの推定式を使った fitted value をとり、各推定式ごとにプロットしてある。特定の資産価格モデル（すなわちファクターの選択）が、実際のリターンを100%説明していれば、すべてのプロットは、斜め45度線上に来るはずである。図3からわかるように、単純な消費CAPMは、ほとんどクロスセクションの平均リターンのバラツキを説明できず、Sharpe=Lintner型のCAPMと比べて、その説明力は劣る。

[図3をここに挿入]

(ii)のCAPM、(iii)・(iv)のマルチ・ファクター・モデルの間では、サブ・サンプルの推定も考慮すると、甲乙をつけるのは難しいが、強いて言えば、(iv)のマルチファクター・モデル(II)が一番安定しているといえる。ただし、Sharpe=Lintner型のCAPM、および(iii)・(iv)のマルチ・ファクター・モデル

¹⁵実際の推定でも、今期より、前期の鉱工業生産指数を用いた方がパフォーマンスが良かった。

に関しても問題は残る．これは，Jagannathan, Kubota, and Takehara [1998] と共通する結果であるが，マーケット・ベータが一貫して負の値をとっている点は理論的に説明が難しい．また (iii) のマルチ・ファクター・モデルに関しても，経済理論に従うならば，鉱工業生産指数のパラメーターは正であると予想され，石油価格のそれは負であると予想されるが，逆の結果が出ている．

3.3 ハンセン = ジャガナサン距離によるテスト

次に，確率的割引ファクターを用いた，資産価格モデルのパフォーマンスの評価の例として，前節で詳しく取り上げた，ハンセン = ジャガナサン距離をあてはまりのよさの尺度として用いた比較を行う．すなわち，(7) の確率的割引ファクターによる表現を用いて，以下のようなモーメント条件をつくり，表 2 の各モデルに対応する，GMM 推定を行う．

$$E_t[m_{t+1}R_{t+1} - 1] = 0 \quad (22)$$

$$m_{t+1} = \tau_0 + \tau_1 \cdot F_{1,t} + \dots + \tau_K \cdot F_{K,t} \quad (23)$$

さらに，ここでは，二つのモデルを追加的に検討の対象に含めることにする．第一番目は，時間を通じて一定の固定割引ファクターのケースであり，第二番目は，パワー型効用関数を用いた通常の Hansen=Singleton 型の消費 CAPM である．以下の (24)・(25) は，それぞれに対応する確率的割引ファクターの表現である．

$$m_{t+1} = d \quad (24)$$

$$m_{t+1} = \delta \left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\gamma} \quad (25)$$

ここで， γ はパワー型効用関数における，相対的危険回避度の係数である．

代替的なモデルの間で，すべての条件を一定にするために，操作変数はすべて共通であり，定数項と，消費の成長率とマーケット・ポートフォリオのリターンそれぞれの一期前の値が用いられている．

[表 3 をここに挿入]

全サンプル (25 ポートフォリオ) の場合，ベンチマークのハンセン = ジャガナサン距離は，0.2014 であり，Hansen=Singleton 型の消費 CAPM・通常

のCAPMとも、そのパフォーマンスは固定割引ファクターとほとんど変わらない。利子率を追加したケースと二種類のマルチファクター・モデルは、多少改善しているといったところである。一方、サブ・サンプル(33ポートフォリオ)の場合、明らかに固定割引ファクターのパフォーマンスを上回っているのは、マルチファクター・モデル(II)だけである。操作変数の問題があるので、完全ではないが、確率的割引ファクターに基づく評価とパラメトリックな資産価格モデルでの評価は、ほぼ一致している。特に、消費CAPM < 通常のCAPM(マーケット・モデル) < マルチ・ファクター・モデルというパフォーマンスの順番は、評価方法・サンプル期間に関わらず、ロバストな結果である。また、固定割引ファクターと比較した場合のCAPMや消費CAPMに関する評価が、あまりにもネガティブであるように感じるかもしれないが、この結果自体は、ハンセンとジャガナサンによってアメリカのデータについて得られた結論と、整合的である。

4 消費と資産価格：日本のデータについての再検討

第2節の実証分析で検討した、代替的な資産価格モデルのうち、特に興味深いのは、消費CAPMのパフォーマンスである。3.1説で述べたように、現状では、日本のデータを用いた消費CAPMの実証結果については、相反する二つの見解があるように思われる。第1の見解は、羽森氏の一連の論文(羽森 [1996], 羽森・徳永 [1997])に代表される立場であり、アメリカのデータを用いた実証分析の明らかな失敗(Hansen and Singleton [1983], Mehra and Prescott [1985])にも関わらず、日本における消費CAPMのパフォーマンスは、非常に優れているというものである¹⁶。

一方、堀 [1996], Bankshi and Naka [1997], Nakano and Saito [1998]等は、確率的割引ファクターの考え方を明示的にとり入れた実証分析を行い、消費CAPMのパフォーマンスについて、いずれも非常に否定的な結果を報告している。本稿でのアプローチ・分析結果は、ともにこれらの分析に近い。この節では、異なるこの二つの立場を、どう統一的に理解していくかについて、若干の考察を行うことにする。

4.1 消費CAPMの前提条件について

邦語の実証論文では、明示的に取り上げられることは少ないが、消費CAPMの理論的基礎について、少し詳しく見ておくことにしよう。消費CAPMの重要な前提条件は、代表的家計(representative household)の仮定の成立と、完備(complete)な資産市場の存在である。

¹⁶ファイナンスの専門家でない人々の一部では、羽森氏の一連の論文の結果が、あたかもestablishされた結果であるかのように捉えられている節があるが、以下に述べるように、学界のコンセンサスと呼ぶには程遠いものがある。

代表的家計の存在

まず、代表的家計の問題を取り上げよう。これは、最終的に実証分析に委ねられるべき問題であり、日本の家計の金融資産ポートフォリオの保有状況についてのミクロ・データを丹念に見ていく必要がある。この分野での日本に関する研究は、ほとんど皆無と言って良いように思われるが¹⁷、それでも幾つかの数字を用いて、大雑把にこの問題の持つ意味を把握することはできるだろう。

アメリカについては、Mankiw and Zeldes [1991] が、全体の家計の1/4程度しか株式を保有しておらず、株式を保有する家計とそうでない家計の間で、株価の変動に対する消費の動きが大きく異なることを報告している¹⁸。日本の家計に関して言えば、銀行預金および国債関連の金融商品（中国ファンド等）以外の金融資産を持つ家計は決して多くないと考えられる。株式を保有する家計の割合は、ごく最近（1997年）でも、たかだか19.2%である。また、1997年末での日本の家計の金融資産に占める、有価証券の割合は10パーセント以下であり、株式はそのうち約半分の5%弱に過ぎない。さらに、日本の家計の貯蓄額は、平均が約1300万円であるのに対し、中央値（メディアン）は800万円に過ぎない（貯蓄広報中央委員会、[1999]）。したがって、半数以上の家計が1000万円以下の金融資産しか持っていないことになり、これらの家計において金融資産の中に株式が占める割合は、非常に低いと想像される。今日の状況がこの程度であるのだから、1970年代・80年代において、総消費に占める株式を保有する家計の割合は、極端に低いものであったことが容易に想像される。したがって、総消費のデータを用いて消費CAPMのモデルを実証しようとする試みには、そもそも潜在的に、相当無理があることを認識しておく必要がある。

金融資産以外の所得／リスクの源泉と非完備市場

学説史的に見れば、消費CAPMは、通常のSharpe=Lintner型のCAPMやMertonのIntertemporal CAPMの欠点を補う形で、1970年代後半に登場してきた。それ以前の、特にSharpe=Lintner型のCAPMについては、株式市場のマーケット・ポートフォリオは、投資家が直面する全ての「資産」、特に人的資本（労働所得）を含んでおらず、したがって、投資家にとっての真のマーケット・ポートフォリオに対応していないという批判があった。観察されるマーケット・ポートフォリオが、必ずしも効率的でない可能性があるとい

¹⁷確かに、財政学・公共経済学の専門家が、年金問題等との絡みで家計の資産保有に関する多くの実証研究を行っている。しかしながら、これらの研究のほとんどは、危険資産・安全資産等の区別をせずに、金融資産という一括りで考えており、ここでの我々の議論にはあまり役に立たない。しかし、金融規制緩和や年金問題の進展方向を考えれば、今後、日本の家計はより多くの資産を危険資産（株式・債券）の形で持つことになると思われる。したがって、この問題に関するファイナンス的な視点を持ち込んだ分析が、切実に必要とされている。

¹⁸ただし、90年代のアメリカの株式ブームを考えると、この割合は、近年、相当増加しているだろう。

う点で、これはいわゆる「Rollの批判」の一例であると言える (Roll [1977])。消費 CAPM と呼ばれるモデルのイノベーションは、人的資本を含む資産市場が完備であるという前提のもとで¹⁹、マーケット・ポートフォリオの代わりに消費を用いて実証を行うことで、上記の問題を回避することが出来ることを示した点にある。しかし、消費 CAPM モデルが成立するためには、労働所得が金融資産と同じ様に価格付けできることが前提となる。このことを明示的に取り扱うために、例えば Campbell [1993, 1996] は、異時点間の予算制約式で用いる投資家の総資産 A_t について、「human capital を含む」かたちで定義している (Campbell [1993], p.488)²⁰。これにしたがって、総資産を人的資本と金融資産の二つに分けて考えると、

$$A_t = W_t + H_t \quad (26)$$

となる。ただし、 $W_t =$ 金融資産、 $H_t =$ 人的資本 である。人的資本とは、生涯労働所得の現在割引価値に他ならないから、将来の労働所得・利率が 100% 確実な場合、もしくは家計がリスク中立的な場合は、明示的に、以下のように書き直すことができる。

$$H_t = E_t \left[\sum_{j=0}^{T-t} \frac{y_{t+j}}{(1+r_t)^j} \right] \quad (27)$$

一方、同じ問題を、消費関数の視点から考えると、上記の、総資産および、金融資産・人的資本の定義を用いれば、ある家計の生涯を通じた予算制約式は以下のように書ける。

$$E_t \left[\sum_{j=0}^{T-t} \frac{c_{t+j}}{(1+r_t)^j} \right] = W_t + E_t \left[\sum_{j=0}^{T-t} \frac{y_{t+j}}{(1+r_t)^j} \right] \quad (28)$$

每期ごとの効用関数に、通常条件を仮定すると、恒常所得 = ライフサイクル仮説は以下のように書ける。

¹⁹市場の完備性の問題については、Grossman and Shiller [1982] が、あらかじめ消費と資産価格が Ito 過程に従うことを仮定した上でなら、非完備市場のケース (取引されない資産があるケース) でも消費 CAPM の式が成立することを示している。ただしこの場合、投資家の元々の効用関数のパラメーターと、代表的家計を仮定してオイラー方程式を推定した場合に得られるパラメーターが、一致する保証はない。

²⁰この点は、別に Campbell が初めて指摘したわけではなく、60年代末・70年代初頭の Merton の一連の論文においても、明示的に取り扱われており、Breedon [1979] や Grossman and Shiller [1982] においても意識されている。

$$c_t = \alpha A_t = \alpha(W_t + H_t) \quad (29)$$

さらに、利子率がゼロであるという極端な単純化の仮定を置くと、

$$c_t = \frac{1}{T} A_t = \frac{1}{T} (W_t + H_t) \quad (30)$$

となる。したがって、消費が所得の変化に反応するとすれば、それは生涯所得 (= 恒常所得) の恒久的な上昇を引き起こす時のみであり (すなわち今期の所得が増えるとともに、来期以降も所得が増える場合)、今期限りの所得の増加は、消費にほとんど影響を与えない。これは、Hall 型のライフサイクル = 恒常所得仮説のインプリケーションである。

一方、(30) 式において、係数 α が十分安定的であると考えられるなら、投資家の真のマーケット・ポートフォリオ $A_t = W_t + H_t$ の代わりに、観察可能な変数である消費 C_t を用いて、真のマーケット・ポートフォリオと個々の資産の関係を、近似的に検証することができる。つまり、通常の場合の CAPM が成立している場合のマーケット・ポートフォリオと個々の資産の関係を、消費と金融資産の関係に置き換えて分析することができる。

しかし、ヘッジできない (undiversifiable な) 労働所得リスクが存在する場合、通常の場合の消費 CAPM の分析をそのまま拡張することはできない。例えば、倒産やレイオフによって、突然、失業するような可能性があり、人的資本の価格付けが、金融資産とは同じように扱えない場合が、これに相当する。このようなケースに関して理論分析を行った貢献としては、Bewley [1982]、Mankiw [1986]、Weil [1992] 等がある。より最近の重要な文献としては、Constantinides and Duffie [1996] があり、その中で近年のこのテーマに関する重要な研究も簡単にサーベイされている。

一般に、労働所得に起因する非完備市場の問題を実証的に検討しようとした場合、もっともらしい労働所得の確率プロセスを仮定すると、モデルが解析的に解けなくなってしまうため、大きな困難が伴う。一つのアプローチは、Heaton や Deborah Lucas のように (Heaton and Lucas [1996]、Lucas [1994]) のように、もっともらしい労働所得の確率プロセスを仮定してやったうえで、カリブレーションを行うことである。もうひとつのアプローチは、Viceira [2000] のように、何らかの形での近似式を用いて、ある程度、強引にモデルを解いてしまう方法である。

4.2 日本のデータを用いた消費 CAPM のパフォーマンス

次に、いよいよ日本のデータについて、細かく分析していくことにする。日本における消費 CAPM の実証の結果が、成功であるのか失敗であるのかを

評価するには、「消費 CAPM のパフォーマンス」とは何であるかについて明確に把握しておく必要がある。第一の「パフォーマンス」の判断基準は、資産価格モデルとしてのそれであり、複数の資産をいかに consistent に価格付け (pricing) できるかが問題になる。この点については、本論文や Nakano and Saito [1998] の結果から、消費 CAPM が代替的な資産価格モデルと比べて、極端にパフォーマンスが劣ることは明白である。

羽森氏等によって強調されている、第二の「パフォーマンス」の判断基準は、(22)・(25) のオイラー方程式における、時間選好率 δ と危険回避度 γ の推定値の当てはまりの良さである。動学的効用最大化モデルを考える場合、通常、経済学者の間では、時間選好率 δ は 1 以下だが 1 に非常に近い値、危険回避度 γ は 1 近辺の値 (対数型効用関数に相当) をとると考えられている。Hansen and Singleton [1983] 等のアメリカのデータを用いた消費 CAPM に基づくオイラー方程式の推定では、危険回避度 γ の推定値が負の値をとるなど、非現実的なパラメーターの値が得られることが報告されている。これに対し、羽森氏や堀 [1996]・Nakano and Saito [1998] 等の、日本の株価インデックスを用いた推定においては、著者がモデルとしての消費 CAPM の妥当性に肯定的か・否定的かに関わらず、 γ について、正の値だが 1 より小さいという「相対的に良好」な結果が一貫して得られている。本論文のデータを用いた GMM の推定でも、操作変数の選択を羽森の例に従う限り、良く似た結果が得られている。

個人的な見解としては、第一の判断基準で見て明らかに問題がある以上、表面上、オイラー方程式の推定が上手くいったとしても、経済モデルとしての消費 CAPM は棄却されるべきだと考える。しかし、なぜ消費 CAPM が上手くいかないのか、その理由を考えることは、日本の経済・金融市場の構造について理解する上で、非常に重要な手掛かりとなる。したがって、いま少し日本のデータのオイラー方程式への「当てはまりの良さ」という問題について、細かく考えていってみよう。

以下の考察のために、まずパワー型の効用関数を仮定し、(25) を使って (22) 式を書きなおす。

$$1 = E_t[(1 + r_{t+1}^i)\delta(\frac{C_{t+1}}{C_t})^{-\gamma}] \quad (31)$$

さらに Hansen and Singleton [1983] に従って、消費と資産収益率が、homoskedastic な条件付きの二変数対数正規分布に従うことを仮定する。すると (31) 式は、

$$0 = E_t[r_{t+1}^i] + \log \delta - \gamma E_t[\Delta c_{t+1}] + \frac{1}{2}[\sigma_i^2 + \gamma^2 \sigma_c^2 - 2\gamma \sigma_{i,c}] \quad (32)$$

と書きかえられる。ただし、 $c_{t+1} = \ln(C_{t+1})$ であり、

$$\Delta c_{t+1} = c_{t+1} - c_t \quad (\text{消費の成長率})$$

$$\sigma_i^2 = \text{Var}(r_{t+1}^i) \quad (\text{資産 } i \text{ の収益率の分散})$$

$$\sigma_c^2 = \text{Var}(\Delta c_{t+1}) \quad (\text{消費の成長率の分散})$$

$$\sigma_{i,c} = \text{Cov}(r_{t+1}^i, \Delta c_{t+1}) \quad (\text{資産 } i \text{ の収益率と消費の成長率の共分散})$$

である．さらに (32) 式が，任意の危険資産と安全資産 (r_{t+1}^f) について成り立つことを用いて変形してやると，

$$E_t[r_{t+1}^i - r_{t+1}^f] + \frac{\sigma_i^2}{2} = \gamma \sigma_{i,c} \quad (33)$$

となる．この式を用いることで，消費 CAPM のインプリケーションは，より明確になる．幾つかの単純化の仮定の上ではあるが，相対的危険回避度 γ が，(33) 式のような形で表されるということは，パラメーターの推定値が

$$\begin{aligned} \text{危険資産の超過収益率の平均: } & E_t[r_{t+1}^i - r_{t+1}^f] \\ \text{消費と株式超過収益率の共分散: } & \sigma_{i,c} \end{aligned}$$

という2つの変数に依存しているということである．この点については，より Sophisticate された GMM による推定においても本質的な違いは無い．さらに共分散の定義から， $\sigma_{i,c} = \sigma_i \cdot \sigma_c \cdot \rho_{i,c}$ であるから，(II) については，

- 1 株式超過収益率の分散: σ_i
- 2 消費の成長率の分散: σ_c
- 3 消費と株式超過収益率の相関係数: $\rho_{i,c}$

という，三つの要素に分解して考えることができる．

表 4 では，(33) 式を用いた相対的危険回避度の計算値が報告されている．ここでは，Campbell [2000] の Table 5 にしたがって，すべての変数がランダム・ウォークしているものと仮定して，年率換算の値を用いて計算が行われている．表中 (＊) の印がついているのは，Campbell で報告されている値であり (Q) の印がついている値は，消費に GDP の家計部門の消費を用いた四半期データによる値である．また， $\gamma(1)$ は実際の計算値， $\gamma(2)$ は株式と消費の相関が完全である ($\rho_{i,c} = 1$) ことを仮定した場合の危険回避度の値である．当然のことながら，株式と消費の相関係数がゼロあるいは負であれば，RRA(1) はゼロ以下になる．さらに，TOPIX の超過収益率の期待値と事後平均の差の問題 (後述) を回避するため，パネルの (1) では超過収益率 = ゼロ (2) では年率 4% (3) では 6% とあらかじめ仮定して計算した値をレポートしている．

[表 4 をここに挿入]

以下、表 4 を見ながら、日本のデータに関する幾つかの問題点を指摘し、議論しておこう。

まず第一に、ランダム・ウォーク過程の推定について、Merton [1980] 以来、以下の点が良く知られている。サンプル期間の長さを T とし、 N をサンプル・ピリオド内の観察値の数とする。この時、変数の二次のモーメント (= 分散または標準偏差) の推定については、 T を一定に保ったままでも、 N を大きくすることによって、推定がより正確になることが知られている。逆に、一次のモーメント (= 平均) の推定の正確さは T の長さにも依存し、一定のサンプルの長さの中で観察値の数を増やしても、推定値の精度はあがらない。二次のモーメントである分散 (標準偏差) の推定については、本論文のサンプルの長さは、サブ・サンプルでも 100 を大きく超えており、経験的に、ほとんど問題が無いものと考えられる。実際にサンプルを多少ずらしても、 σ の三つの変数のうち、株式の超過収益率・消費成長率それぞれの分散については、推定値に大きな変動は無かった。一方、 μ の平均値の推定にあたっては、20 年分程度のデータがあったとしても、決して十分とは言えない。本論文のフル・サンプルの中で 10 年間のサブ・サンプルをとってみると、1980 年から 89 年まででは TOPIX の安全資産に対する超過収益率が年率で 4 パーセントを超えるのに対し、82 年から 91 年までになると約 1 パーセントに急激に下落する。本論文の全サンプルの平均は負の値をとっているが、この事後的平均をもって、今後 20 年間の TOPIX の期待超過収益率がマイナスであるというのは、無理があるだろう。したがって、“期待” 株式超過収益率として何を用いるかを考えたとき、事後的な平均値を用いるのは常に最もふさわしい方法とはいえず、特にサンプル期間が短い場合は、十分な注意が必要である。GMM 推定においては、株式の超過収益率もしくは実質収益率だけをとりだして推定するわけではないが、この問題を無視して通れるわけではないので、小標本データの推定結果の解釈には、十分な注意が必要である。特に、日本のデータでは、80 年代後半 - 90 年代初頭の資産価格バブルの生成と崩壊があるために、サンプル期間の選択の問題は、いっそうセンシティブな問題であるといえる。

次に表 4 において注意すべき点として、月次 (データの出所に従って、以下、家計調査データと呼ぶ) と四半期データ (以下、GDP データ) における、消費の標準偏差の差が注目される。先に述べたように、表 4 では収益率がランダム・ウォークであることを仮定した計算を行っている。この仮定の下では、収益率の分散は、収益率を計算する期間の長さに線形に依存して増加するから、ある資産の年間の収益率の分散は、一ヶ月間の収益率の分散の 12 倍になる²¹。したがって、このデータを額面どおり受け取るならば、家計

²¹ この性質を利用したのが、Poterba and Summers [1988] や Lo and MacKinlay [1988] による、株価のランダム・ウォーク仮説についての、分散比検定 (Variance Ratio Test) である。分散比検定については、Campbell, Lo, and MacKinlay [1997] の第 2 章が詳しい。

調査データに基づく消費の成長率の標準偏差は、年率で7%前後という極端に高い値になる。これは、GDP データから得られる値の倍以上である。念のために、1975年1月-1998年9月の家計調査の月次データを使って、まず四半期データ・年次データを作り、それらについての年率換算の標準偏差を計算してやると、それぞれ3.73パーセント・2.19パーセントとなる。このことは、二つの問題の存在を示唆している。第一に、家計調査データから作った四半期データでも、GDP データと1.5パーセント以上の差があることから、GDP データと家計調査データの消費データの作成方法・カバレッジには大きな違いがあることが考えられる。第二に、GDP データと家計調査の(月次データから作った)年次データの標準偏差の値は、さほど大きく異なっていない。このことからGDPの家計消費の値がランダムウォークに十分に近く、報告されている標準偏差の推定値である、年率2から2.5パーセントという値が十分に正確だとすると、家計調査による消費データの月次の変動には、かなり大きな予測可能なコンポーネントが含まれていると結論せざるを得ない。したがって、表3における、月次データを用いた相対的危険回避度の推定が、GDP データを用いたその半分以下になっているのは、四半期データにくらべ月次の消費データの変動が、極端に大きいためであるといえる。

念のため付け加えておくと、ここでの消費の月次データは、家計調査と消費者価指数から求められる原系列に、筆者自身がS-plusを用いて季節調整を施したものをを用いている。羽森 [1996] の消費データはX-11を用いて季節調整しており、サンプル期間が多少ずれるものの、筆者の計算とほとんど同じ大きさの数字を報告している²²。さらに、羽森 [1996] の pp.152-153 のデータによれば、月次の日本の実質消費成長率の標準偏差(1.5-1.6パーセント)は、アメリカのそれ(0.5パーセント前後)の二倍から三倍である。アメリカの値は、 $\sqrt{12}$ 倍してやると、表4で報告されているGDP データから得られる値に非常に近い。したがって、日本における家計調査とGDP データの差が、アメリカの月次データと四半期データの差に比較して、相当、際立ったものであることが確認できる。

この問題が、どれだけGMMの推定値に影響を及ぼすかは、最終的にはシミュレーション等で確かめられるべき問題である。しかし、統計分析上の問題とは別に、消費CAPMが、もともと消費がランダム・ウォークであるか、あるいはそれに十分近いことを前提として作られた理論であり、また消費支出が(金融資産の収益率のような観測値ではなく)人の手によって作成(construct)された経済変数である以上、理論、データ、あるいはその両方を疑ってかかる必要があるといえるだろう。特に、習慣形成 habit formatio モデル (Constantinides [1990]; Campbell and Cochrane [1995]) や、時間に関する分割可能性を仮定しない (time non-separable) モデル (Epstein and Zin [1989, 1991]) の推定においては、家計調査データを用いるか、GDP データ

²²一方、堀 [1996] は、季節調整の方法については述べていないが、論文中で報告されている値を用いると、消費の標準偏差が年率で10パーセントを大きく上回る。

を用いるかで、実証結果そのものが決定的に違ってくる可能性がある。家計調査の消費データの特徴については、消費/貯蓄関数に関する研究において、Hayashi [1997] 等の研究の集積があり、ファイナンスの実証研究者も、そこから謙虚に学ぶ必要があるだろう。

しかし、日本のデータに関して、一番問題になってくるのは、- 3の株式と消費の相関係数の推定である。表 4 で見る限り、株式と消費の相関係数は、サンプル期間によってマイナスの値をとったり、プラスの値をとったりしているが、絶対値としてはいずれも非常に小さい²³。この点を、もう少し詳しく検討するために、図 4 には、三年間（36ヶ月）のウィンドウを取った、時間を通じた消費と株式の超過収益率の相関変数の変動がプロットしてある。

[図 4 をここに挿入]

図 4 から、まず、株式と消費の相関は高インフレ期に高いことが分かる。結果として、第一次・第二次の石油ショック近辺を推定サンプルに含むかどうかによって、大きく値が違ってくる可能性が高い。第二に、第二次の石油ショック以降、1990年代半ばまで、平成不況の始まり（1991年前後）のごく一時期を除けば、株価収益率と消費の相関はゼロか負の値を取っている。特に、いわゆるバブル経済の時期には、消費と株式は逆方向に動いている。平均して見ると、1970年代以降の日本における消費と株式の contemporaneous な相関関係は、非常に不安定であるか（データを文字通り受け取るなら）ほとんどゼロに近いと言ってよいだろう。したがって、消費と株式収益率の共分散の推定値も、近似的にゼロであると考えられる。このことから、三次以上のモーメントの問題を無視して考えると（31）式は、

$$1 = E_t[(1 + r_{t+1}^i)] \cdot E_t[\delta(\frac{C_{t+1}}{C_t})^{-\gamma}] \quad (34)$$

と書きなおすことができる。したがって、この場合の δ 及び γ に関する GMM 推定は、株式リターンの平均値 ($E_t[(1+r_{t+1}^i)]$) と、消費の成長率の (C_{t+1}/C_t) 平均と分散についての情報しか用いてないことがわかる。一方、株式のリターンの分散と、株式リターンと消費の成長率の相関に関する情報は、効用関数のパラメーターの推定には影響を与えていないことになる。

計量分析の上では、このことは何も問題ではない。しかし、経済理論上は解釈に困る問題を引き起こすことになる。株式ポートフォリオが、投資家の真のポートフォリオの代理変数である消費と全く相関を持たないと言うこと

²³偶然かどうか分からないが、ここで参照している日本のデータを用いた消費 CAPM に関する文献のすべてで、株式と消費の相関係数（もしくは共分散）は、報告されている基本統計量の中には含まれていなかった。

は、日本市場のインデックスがゼロ・ベータ・ポートフォリオであるということの意味する。極端な例を考えれば、TOPIXの分散が倍増しても、期待超過収益率（株式プレミアム）は、全く変化しないことになる。これは、相関係数がゼロである以上、マーケット・ポートフォリオのボラティリティーが増加しても、消費との共分散はゼロのまま変わらないからである。

さらに、株式と消費の相関が情報として用いられないことによって、前に指摘した、月次の家計調査に基づく消費データの問題点は、一層深刻になる。習慣形成モデルのような、過去の消費に関するデータを含むモデルでは、モデルの当てはまりの良さは、単に月次の消費データの特性をトラックしているだけである可能性が出てくる。この場合、月次データと四半期データの性質の乖離は、非常に深刻な問題である。

では、株価と消費の相関がゼロであるという事実を、我々はどのように解釈すべきであろうか？ 第一の可能性は、日本の家計がリスク中立的であるという解釈である。この解釈は、確率的割引ファクターとしての消費の成長率が、クロスセクションの資産収益率の差を説明できなかったという、第3節の結果と整合的である。しかし、この仮定の下では、すべての金融資産は（変動の大きさに関わらず）期待収益率が最大の資産に投資されるべきであり、明らかに現実の経済の状況と矛盾している。

第二の解釈は、Mankiw と Zeldes がアメリカについて報告している株式保有の偏りが、日本においてはよりシビアであるというものである。これは、日本の家計の資産保有に関する歴史的な経緯を見る限り、ある程度まで納得の行く説明であるといえよう。しかし、それでも幾つかの問題が残る。第一に、Mankiw と Zeldes のアメリカについての研究は、株式を保有する家計に限れば、消費 CAPM のパフォーマンスが向上することを示しているが、なぜ株式を保有する家計と保有しない家計が存在するかについては、合理的な説明がな存在しないことも指摘されている。例えば、家計が株式を保有するかどうかについての決定の目安としてすぐ思い浮かぶのは、家計の所得水準、もしくは資産の水準である。すなわち、裕福な家計ほど株式を多く保有しているだろうという予測である。しかし、相対的危険回避度が一定のパワー型の効用関数を仮定し、さらに各家計の危険回避度が同程度だと考えるなら、資産の水準に関わらず、ポートフォリオに占める各資産の割合は似通ったものになるはずである。無論、資産の水準と危険回避度が逆比例するなら説明は容易になるが、今度は、裕福な家計ほど危険回避度が低いのはなぜかということの説明しなければならなくなる。第二に、Mankiw と Zeldes の分析は、アメリカにおいても、貧富だけが株式保有の多寡を決めているわけではないことを示唆している。また日本の家計については、資産としての不動産・土地の比重が極端に大きく、裕福な家計についても、株式の家計の資産に占める割合は、決して大きくないであろうことが想像される。したがって、代表的家計の仮定を捨てて、家計消費のパネル・データを用いれば、消費 CAPM のあてはまりが多少改善される可能性は高いが、逆に家計のポートフォリオ

選択の決定要因を説明する必要が発生してくると考えられる²⁴。

5 おわりに

本稿の前半では、資産価格モデルのパフォーマンスを比較するための道具として、確率的割引ファクターによる表現を用いたハンセンとジャガナサンの方法を紹介し、そのフレームワークと日本のデータを用いて、様々な資産価格モデルのパフォーマンスを比較検討した。後半では、その中でも特に消費資産価格モデル（いわゆる消費 CAPM）のパフォーマンスの低さに注目し、それに関する説明を試みた。その結果は、以下のように要約できる。

(1) 日本においては、短期（特に月次）での、株式市場の動きと消費変動の関係が（アメリカと比較して）極端に弱い。したがって、実際のプライシングのための資産価格モデルとしての消費 CAPM には、ほとんど実用性が無い。

(2) 同じ理由から、消費 CAPM を異時点間の効用最大化モデルとして捉え、時間選好率（割引率）や危険回避度を推定しようという試みは、表面上上手くいったとしても、ほとんど信用できない。より具体的には、株式のデータを使った消費 CAPM モデルのパラメーター推定値を、政策決定（例えば税制の決定等）に安易に用いるのは、非常に危険である。

(3) 日本の家計のポートフォリオの構成の問題（Mankiw and Zeldes）:

日本の家計が保有する富の中で、株式の占める比率は非常に少なかった。一般の家計にとっては、労働所得や土地・不動産価格の変動の影響の方が、はるかに支配的であったと予測される。したがって、総消費と株価の相関は決して強くないことが容易に想像される。このことは、逆に、投資信託の普及等により、将来、日本の家計の株式保有が増大すると、株価と消費の相関が強まる可能性を示唆している。しかし、この説明は、家計のポートフォリオ選択の多様さが何に起因するのかという、新たな問題をよび起こすことになる。

(4) 時系列データとしての家計調査データの問題： 本論文および羽森らによって用いられた、家計調査に基づく日本の月次の消費データのボラティリティの大きさを、純然たる消費の変動によってのみ引き起こされたものと解釈するのは、非常に困難である。かなりの部分、ノイズが含まれるものと考えられる。したがって、月次の消費データを生の時系列データとして、そのまま分析に利用するには十分注意が必要である。

²⁴筆者の知る限り、Mankiw and Zeldes のアイデアに添った日本に関する実証研究としては、所得階層別の消費データを用いた Kubota, Tokunaga, and Wada [2000] がある。残念ながら、彼らの分析結果では、所得階層別の消費 CAPM は極端にパフォーマンスが悪い。

消費 CAPM を資産価格モデルとして考えた場合、本論文のメッセージは明白である。プライシング・モデルとしての消費 CAPM の有用性は皆無である。Asset pricing の問題として捕らえる限り、実務家は、消費 CAPM については完全に忘れることにして、関連する論文・書籍をゴミ箱に放りこんでしまっても差し支えない。しかし、研究者の立場、及びポートフォリオ選択の立場からは、なぜここまで、日本の家計消費と株価変動の関係が希薄なのかという点に関して解明されるべき大きな疑問が残る。この問題を突き詰めて考えるには、日本の家計が実際にどのようなポートフォリオを保有しているかを、個別の家計のデータにまで遡って検討する必要がある、さらにその実証結果に基づき、何が家計のポートフォリオ決定に影響しているかを分析していかなければならない。逆にそこまで行けば、例えば、日本の家計にとっての投資対象としての株式に、今後どれだけの潜在的需要があるかといった、現実の経済問題についての有益なフィードバックが可能になるだろう。

引用文献

- 池田昌幸 [2000] 『金融経済学の基礎』 朝倉書店
- 岩田一政 [1992] 『現代金融論』 日本評論社
- 奥野正寛・鈴木興太郎 [1988] 『ミクロ経済学 2』 岩波書店
- 貯蓄広報中央委員会 『平成 11 年版 貯蓄と消費に関する世論調査』, 貯蓄広報中央委員会 (ときわ総合サ-ビス)
- 羽森茂之 [1996] 『消費者行動と日本の資産市場』 東洋経済新報社
- 羽森茂之・徳永俊史 [1997] 「資産市場と消費者活動」, 浅子・福田・吉野編 『現代マクロ経済分析 転換期の日本経済』 東京大学出版会
- 堀敬一 [1996] 「日本の資産市場における消費資産価格モデルの再検討」 『大阪大学経済学』 Vol.45 No3/4, pages 76-89.
- Bakshi, G. S. and A. Naka [1997] “An Empirical Investigation of Asset Pricing Models Using Japanese Stock Market Data,” *Journal of International Money and Finance*, 16, pp.81-112.
- Bewley, T. F. [1982] “Thoughts on Tests of the Intertemporal Asset Pricing Model.” mimeo.
- Breeden, D. [1979], “An Intertemporal Asset Pricing Model with Stochastic Consumption and Investment Opportunities,” *Journal of Financial Economics*, 7, pp.265-296.
- Campbell, J. Y. [1993], “Intertemporal Asset Pricing without Consumption Data,” *American Economic Review*, 83(3), pp.487-512.
- Campbell, J. Y. [1996], “Understanding Risk and Return,” *Journal of Political Economy*, 104(2), pp.298-345.
- Campbell, J. Y. [2000], “Asset Prices, Consumption, and the Business Cycle,” in Taylor and Woodford eds., *Handbook of Macroeconomics*, Amsterdam, North-Holland.
- Campbell, J. Y. and J. H. Cochrane [1995], “By Force of Habit: A Consumption-Based Explanation of Aggregate Stock Market Behavior,” NBER Working Paper No.4995.
- Campbell, J. Y., A. W. Lo, and A. C. MacKinlay [1997] *The Econometrics of Financial Markets*, Princeton: Princeton University Press.
- Cochrane, J.H. [1999] “New Facts in Finance,” *Economic Perspectives XXIII* (3) (Federal Reserve Bank of Chicago), also NBER working paper #7169.
- Cochrane, J.H. [2000] *Asset Pricing*, unpublished book manuscript.
- Constantinides, G. M. [1990] “Habit Formation: A Resolution of Equity Premium Puzzle,” *Journal of Political Economy*, 98, pp.519-543.
- Constantinides, G. M. and D. Duffie [1996] “Asset Pricing with Heterogeneous Consumers,” *Journal of Political Economy*, 104(2), pp.219-40.
- Duffie, D. [1996] *Dynamic Asset Pricing Theory*, Princeton, N.J. : Princeton University Press. (ダレル・ダフィー著; 山崎昭 ほか訳 [1998] 『資産価格

の理論』創文社.)

Epstein, L. G. and S. E. Zin [1989] "Substitution, Risk Aversion, and the Temporal Behavior of Consumption and Asset Returns: A Theoretical Framework," *Econometrica*, 57(4), pp.937-69.

Epstein, L. G. and S. E. Zin [1991] "Substitution, Risk Aversion, and the Temporal Behavior of Consumption and Asset Returns: An Empirical Analysis," *Journal of Political Economy*, 99(2), pp.263-286.

Fama, E. F. and K. R. French [1992] "The Cross-Section of Expected Stock Returns," *Journal of Finance*, 47(2), pp.427-65.

Fama, E. F. and J. D. MacBeth [1973] "Risk, Return, and Equilibrium: Empirical Tests," *Journal of Political Economy*, 81, pp.607-636.

Grossman, S. J. and R. J. Shiller [1982] "Consumption Correlatedness and Risk Measurement in Economies with Non-Traded Assets and Heterogenous Information," *Journal of Financial Economics*, 10 pp.195-210.

Hansen, L. P. and R. Jagannathan [1991] "Implications of Security Market Data for Models of Dynamic Economies," *Journal of Political Economy*, 99(2), pp.225-62.

Hansen, L. P. and R. Jagannathan [1992] "Assessing Specification Errors in Stochastic Discount Factor Models," *Journal of Finance*, 52(2), pp.557-90.

Hansen, L. P. and K. J. Singleton [1983] "Stochastic Consumption, Risk Aversion, and the Temporal Behavior of Asset Returns," *Journal of Political Economy*, 91(2), pp.249-65.

Hayashi, Fumio [1997] *Understanding Saving: Evidence from the United States and Japan*, MIT Press.

Heaton, J. and D. J. Lucas [1996] "Evaluating the Effects of Incomplete Markets on Risk Sharing and Asset Pricing," *Journal of Political Economy*, 104(3), pp.163-179.

Iwaisako, T. [1992] "Aggregate Asset Pricing in the Japanese Economy," unpublished MA thesis chapter, Hitotsubashi University.

Jagannathan, R., K. Kubota, and H. Takehara [1998] "Relationship between Labor-Income Risk and Average Return: Empirical Evidence from the Japanese Stock Market," *Journal of Business*, 71(3), pp.319-47.

Jagannathan, R. and Z. Wang [1996] "The Conditional CAPM and the Cross-Section of Expected Returns" *Journal of Finance*, 51(1), pp.3-53.

Kubota, K., Tokunaga, T., and K. Wada [2000] "Consumption Behavior and Asset Prices in Japan: Quintile Data Analysis of the Household Survey," mimeo.

Lo, A. W. and A. C. MacKinlay [1988] "Stock Market Prices Do Not Follow Random Walks: Evidence from a Simple Specification Test, *Review of Financial Studies*, 1, 41-66.

- Lucas, D. J. [1994] "Asset Pricing with Undiversifiable Income Risk and Short Sales Constraints: Deepening the Equity Premium Puzzle," *Journal of Monetary Economics*, 34(3), pp.324-341.
- Mankiw, N. G. [1986] "The Equity Premium and the Concentration of Aggregate Shocks," *Journal of Financial Economics*, 17, pp.211-219.
- Mankiw, N. G. and M. D. Shapiro [1986] "Risk and Return: Consumption Beta versus Market Beta," *Review of Economics and Statistics*, 68(3), pp.452-59.
- Mankiw, N. G. and S. P. Zeldes [1991] "The Consumption of Stockholders and Nonstockholders," *Journal of Financial Economics*, 29(1), pp.97-112.
- Mas-Colell, A., Whinston, M. D., and J. R. Green [1995] *Microeconomic Theory*, Oxford University Press.
- Mehra, R. and E. C. Prescott [1985] "The Equity Premium: A Puzzle," *Journal of Monetary Economics*, 15(2), pp.145-61.
- Merton, R. C. [1971] "Optimal Consumption and Portfolio Rules in a Continuous-time Model," *Journal of Economic Theory*, 3, pp.373-413.
- Merton, R. C. [1973] "An Intertemporal Capital Asset Pricing Model," *Econometrica* 41, pp.867-87.
- Merton, R. C. [1980] "On Estimating the Expected Return on the Market: An Exploratory Investigation," *Journal of Financial Economics*, 8, pp.323-361.
- Nakano, K. and M. Saito [1988] "Asset Pricing in Japan," *Journal of the Japanese and International Economies*, 12, pp.151-166.
- Poterba, J. M. and L. H. Summers [1988] "Mean Reversion in Stock Prices," *Journal of Financial Economics*, 22(1) pp.246-273.
- Roll, R. [1977] "A Critique of the Asset Pricing Theory's Tests—Part I: On Past and Potential Testability of the Theory," *Journal of Financial Economics*, 4 pp.129-176.
- Ross, S. A. [1976] "The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing," *Journal of Economic Theory*, 13 pp.341-360.
- Ross, S. A. [1978] "A Simple Approach to the Valuation of Risky Streams," *Journal of Business*, 5, pp.453-75.
- Viceira, L. [2000] "Optimal Portfolio Choice for Long-Horizon Investors with Non-tradable Labor Income," unpublished paper, Harvard Business School, forthcoming in *Journal of Finance*.
- Weil, P. [1992] "Equilibrium Asset Prices with Undiversifiable Labor Income Risk," *Journal of Economic Dynamics and Control*, 16(3-4), pp.769-90.

表 2

パラメトリックな資産価格モデルの推定とパフォーマンスの比較

変数の定義

CG : 消費の成長率．家計調査の消費データを実質消費者物価指数を用いて実質化，S-plus を用いて季節調整．

Srate : 短期利子率．今期のコール・レートの過去 6ヶ月平均からの乖離．

Mkt : マーケット・ポートフォリオ．TOPIX の月次リターン．

IP : 鉱工業生産指数．公表のタイミングを考慮し、前月の値を使用．

OIL : ドル建て原油価格

Lab : 家計の労働所得（家計調査の全国勤労者世帯の収入総額を世帯人員で割ったもの）

Const : 定数項

*

*

*

$\overline{R^2}$: 自由度修正済み決定係数

S.Sq.R. : 残差平方和 (Sum of Squared Residuals) $\times 100$

A . 全サンプル推定：1975年1月-1998年9月（1997年2月-5月を除く） / 25 ポートフォリオ

(1) 消費 CAPM

Variable	<i>CG</i>	<i>Srate</i>	<i>Const</i>	
Estimate	0.146	-0.020	-0.070	$\overline{R^2} = 2.5\%$
[S.E.]	[0.513]	[0.012]	[0.117]	<i>S.Sq.R.</i> = 1.066

(2) CAPM

Variable	<i>Mkt</i>	<i>Const</i>	
Estimate	-1.152*	1.070*	$\overline{R^2} = 30.2\%$
[S.E.]	[0.341]	[0.322]	<i>S.Sq.R.</i> = 0.798

(3) マルチファクター・モデル (I) : マクロ変数

Variable	<i>IP</i>	<i>OIL</i>	<i>SRate</i>	<i>Const</i>	
Estimate	0.503	0.190	-0.020	0.036	$\overline{R^2} = 8.4\%$
[S.E.]	[0.336]	[0.458]	[0.073]	[0.052]	<i>S.Sq.R.</i> = 0.956

表 2 (続き)

(4) マルチファクター・モデル (II) : マーケット + 労働所得

Variable	<i>Mkt</i>	<i>Lab</i>	<i>SRate</i>	<i>Const</i>	$\overline{R^2} = 42.4\%$
Estimate	-0.941*	0.084	0.002	0.854*	$S.Sq.R. = 0.601$
[S.E.]	[0.323]	[0.053]	[0.001]	[0.310]	

B . サブ・サンプル推定 : 1983 年 2 月 - 1998 年 9 月 (1997 年 2 月 - 5 月を除く)
/ 33 ポートフォリオ

(1) 消費 CAPM

Variable	<i>CG</i>	<i>Srate</i>	<i>Const</i>	$\overline{R^2} = -4.0\%$
Estimate	-0.060	-0.003	0.068	$S.Sq.R. = 1.719$
[S.E.]	[0.101]	[0.005]	[0.085]	

(2) CAPM

Variable	<i>Mkt</i>	<i>Const</i>	$\overline{R^2} = 3.6\%$
Estimate	-0.265	0.236	$S.Sq.R. = 1.647$
[S.E.]	[0.179]	[0.177]	

(3) マルチファクター・モデル (I) : マクロ変数

Variable	<i>IP</i>	<i>OIL</i>	<i>SRate</i>	<i>Const</i>	$\overline{R^2} = 37.0\%$
Estimate	-0.889*	0.7338*	-0.151*	-0.007	$S.Sq.R. = 1.006$
[S.E.]	[0.195]	[0.249]	[0.039]	[0.033]	

(4) マルチファクター・モデル (II) : マーケット + 労働所得

Variable	<i>Mkt</i>	<i>Lab</i>	<i>SRate</i>	<i>Const</i>	$\overline{R^2} = 25.0\%$
Estimate	-0.433*	-0.112*	-0.006	0.439*	$S.Sq.R. = 1.198$
[S.E.]	[0.166]	[0.039]	[0.005]	[0.170]	

表 3

確率的割引ファクター表現とハンセン = ジャガナサン距離による 資産価格モデルのパフォーマンスの比較

変数の定義については，表 2 を参照．以下では，

$$E_t[m_{t+1}R_{t+1} - 1] = 0$$

というモーメント条件と，全モデル共通の操作変数 $\{CG_t, Mkt_t\}$ を用いて，GMM (Generalized Method of Moments) によるモデルの推定を行い，同時にハンセン = ジャガナサン距離

$$HJ = \{E[Rm - 1]'(E[RR'])^{-1}E[Rm - 1]\}^{1/2}$$

を計算した．ただし，ここで“ m ”は，以下のような確率的割引ファクターによる資産価格モデルの表現である．

$$m_{t+1} = F_{t+1} \cdot \tau = \tau_0 + \tau_1 \cdot F_{1,t+1} + \dots + \tau_K \cdot F_{K,t+1}$$

ベンチマーク (時間を通じて一定の固定割引ファクター): $m_{t+1} = d$

(1) 消費 CAPM(I) Hansen-Singleton モデル: $m_{t+1} = \delta(CG_{t+1})^{-\gamma}$

(2) 消費 CAPM (II): $F_{t+1} = \{CG_{t+1}, Srate_t, Const\}$

(3) CAPM(I): $F_{t+1} = \{1/Mkt_{t+1}, Const\}$

(4) CAPM(II): $F_{t+1} = \{Mkt_{t+1}, Srate_t, Const\}$

(5) マルチファクター・モデル (I) (マクロ変数):

$$F_{t+1} = \{IP_{t+1}, Oil_{t+1}, Srate_t, Const\}$$

(6) マルチファクター・モデル (II) (マーケット + 労働所得):

$$F_{t+1} = \{Mkt_{t+1}, Lab_{t+1}, Srate_{t+1}, Const\}$$

なお，ここでは，異なる資産価格モデル間の比較を可能にするため，通常の GMM 推定で用いられる，個々のモデルについて統計的に最適な weighting matrix ではなく，サンプルの資産収益率の共分散行列の逆行列が weighting matrix として用いられている．この点については，Hansen and Jagannathan [1997] を参照．

表3 (続き)

A . 全サンプル推定 : 1975 年 1 月-1998 年 9 月 (1997 年 2 月-5 月を除く) / 25 ポートフォリオ

ベンチマーク ($m_{t+1} = d$) : **HJ=0.2014**

(1) 消費 CAPM(I) : Hansen-Singleton モデル

Variable	δ	γ	χ^2	HJ
Estimate	0.9951	-0.1329	76.735	0.2014
[S.E.]	[0.0016]	[0.1611]	[0.3598]	

(2) 消費 CAPM(II)

Variable	<i>CG</i>	<i>SRate</i>	<i>Const</i>	χ^2	HJ
Estimate	0.6306	1.8542	0.3898	63.946	0.1941
[S.E.]	[0.5267]	[0.6925]	[0.5268]	[0.7395]	

(3) CAPM(I)

Variable	$1/Mkt$	<i>Const</i>	χ^2	HJ
Estimate	0.8020	0.1962	65.431	0.2061
[S.E.]	[0.0552]	[0.0551]	[0.7237]	

(4) CAPM(II)

Variable	<i>Mkt</i>	<i>SRate</i>	<i>Const</i>	χ^2	HJ
Estimate	0.2087	2.0250	0.8147	64.637	0.1810
[S.E.]	[0.9250]	[1.6622]	[0.9041]	[0.7190]	

(5) マルチファクター・モデル (I) : マクロ変数

Variable	<i>IP</i>	<i>OIL</i>	<i>SRate</i>	<i>Const</i>	χ^2	HJ
Estimate	1.2432	0.2878	1.0517	1.0072	64.4778	0.1930
[S.E.]	[1.2117]	[0.8919]	[1.4686]	[0.0194]	[0.6945]	

(6) マルチファクター・モデル (II) : マーケット + 労働所得

Variable	<i>Mkt</i>	<i>Lab</i>	<i>SRate</i>	<i>Const</i>	χ^2	HJ
Estimate	-0.3731	-0.5275	0.5162	1.4135	63.7315	0.1882
[S.E.]	[1.0218]	[0.3944]	[1.7437]	[1.0039]	[0.7176]	

表3 (続き)

B . サブ・サンプル推定 : 1983 年 2 月-1998 年 9 月 (1997 年 2 月-5 月を除く)
 / 33 ポートフォリオ

Benchmark constant SDF case: HJ=0.5658

(1) 消費 CAPM(I) : Hansen-Singleton モデル

	δ	γ	χ^2	HJ
Estimate	0.9887	7.8707	96.045	0.6297
[S.E.]	[0.0106]	[1.0283]	[0.5083]	

(2) 消費 CAPM(II)

	<i>Mkt</i>	<i>SRate</i>	<i>Const</i>	χ^2	HJ
Estimate	-8.1208	0.1284	9.1257	95.892	0.6388
[S.E.]	[1.1115]	[1.3935]	[1.1111]	[0.4839]	

(3) CAPM(I)

	$1/Mkt$	<i>Const</i>	χ^2	HJ
Estimate	-2.7171	3.7099	99.921	0.5780
[S.E.]	[0.5328]	[0.5338]	[0.3992]	

(4) CAPM(II)

	<i>Mkt</i>	<i>SRate</i>	<i>Const</i>	χ^2	HJ
Estimate	6.1794	4.2717	-5.1297	99.896	0.5778
[S.E.]	[0.9589]	[1.7681]	[0.9418]	[0.3724]	

(5) マルチファクター・モデル (I) : マクロ変数

	<i>IP</i>	<i>OIL</i>	<i>SRate</i>	<i>Const</i>	χ^2	HJ
Estimate	17.2871	-0.5057	-4.0044	0.9224	105.445	0.5722
[S.E.]	[3.1989]	[0.9451]	[2.1195]	[0.0242]	[0.2178]	

(6) マルチファクター・モデル (II) : マーケット + 労働所得

	<i>Mkt</i>	<i>Lab</i>	<i>SRate</i>	<i>Const</i>	χ^2	HJ
Estimate	1.8864	1.0024	2.5943	-0.9353	96.23872	0.5285
[S.E.]	[1.2569]	[0.3775]	[2.1248]	[1.2360]	[0.44519]	

表 4

相対的リスク回避度に関する Back-of-envelope Calculation

計算式 (Hansen and Singleton [1983]): $E[R_{mkt}] + \sigma_r^2/2 = \gamma\sigma_{r,c}$

$E[R_{mkt}]$: TOPIX のコールレートに対する超過収益率の平均

σ_r : R_{mkt} の標準偏差 σ_c : CG (消費の成長率) の標準偏差

$\sigma_{r,c}$: R_{mkt} と CG の共分散 $\rho_{r,c}$: R_{mkt} と CG の相関係数

LHS: 計算式の左辺 ($E[R_{mkt}] + \sigma_r^2/2$)

$\gamma(1)$: 上の式を用いて計算した相対的危険回避度の係数

$\gamma(2)$: R_{mkt} と CG の完全な相関 ($\rho_{r,c} = 1$) を仮定して計算した場合の相対的危険回避度の係数

(1) 日本: 期待超過収益率 = 0%

	$E[R_{mkt}]$	LHS	σ_r	σ_c	$\rho_{r,c}$	$\gamma(1)$	$\gamma(2)$
1975.1-98.9 (M)	0.0(%)	1.934	13.907	6.564	-0.0514	< 0	2.118
1975:I-98:III (Q)	0.0	2.752	16.589	2.540	0.0209	312.186	6.531
1983.1-98.9 (M)	0.0	2.571	16.033	7.418	-0.0612	< 0	2.161
1983:I-98:III (Q)	0.0	3.781	19.446	2.270	-0.0138	< 0	8.566
1970:II-96.II (Q)*	4.293	6.831	21.603	2.353	0.100	134.118	13.440

(2) 日本: 期待超過収益率 = 4%

	$E[R_{mkt}]$	LHS	$\gamma(1)$	$\gamma(2)$
1975.1-98.9 (M)	4.0(%)	5.934	< 0	6.500
1975:I-98:III (Q)	4.0	6.752	765.977	16.024
1983.1-98.9 (M)	4.0	6.570	< 0	5.524
1983:I-98:III (Q)	4.0	7.781	< 0	17.627

(3) 日本: 期待超過収益率 = 6%

	$E[R_{mkt}]$	LHS	$\gamma(1)$	$\gamma(2)$
1975.1-98.9 (M)	6.0(%)	7.934	< 0	10.608
1975:I-98:III (Q)	6.0	8.752	992.872	20.771
1983.1-98.9 (M)	6.0	8.571	< 0	7.206
1983:I-98:III (Q)	6.0	9.781	< 0	22.158

表4 (続き)

(4) アメリカ

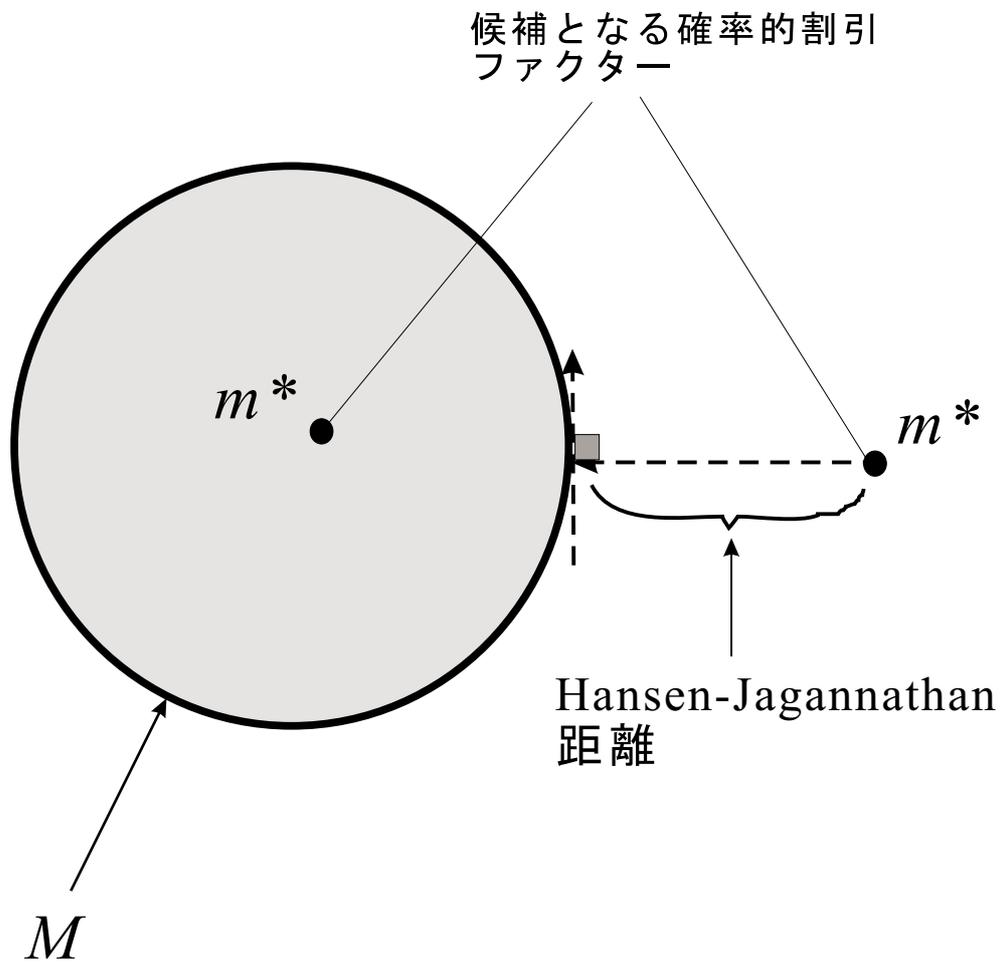
	$E[R_{mkt}]$	LHS	σ_r	σ_c	$\rho_{r,c}$	$\gamma(1)$	$\gamma(2)$
1947:II-1996:III (Q)*	6.775	7.852	15.218	1.084	0.193	246.556	47.600
1970:I-1996:III (Q)*	4.543	5.817	16.995	0.919	0.248	150.1136	37.255

Note: (M) 月次データ ; (Q) 四半期データ
 (*) Campbell [2000] で報告されている値

日本のデータは , 月次では 1997 年 2 月-5 月を , 四半期では 1997 : I-II 期を除いた値 .

図 1

確率的割引ファクターによる
資産価格モデルの評価



無裁定条件を満たす確率的割引ファクターの集合
(許容可能な確率的割引ファクター)

図 2

ハンセン=ジャガナサンの分散境界による資産価格モデルの評価

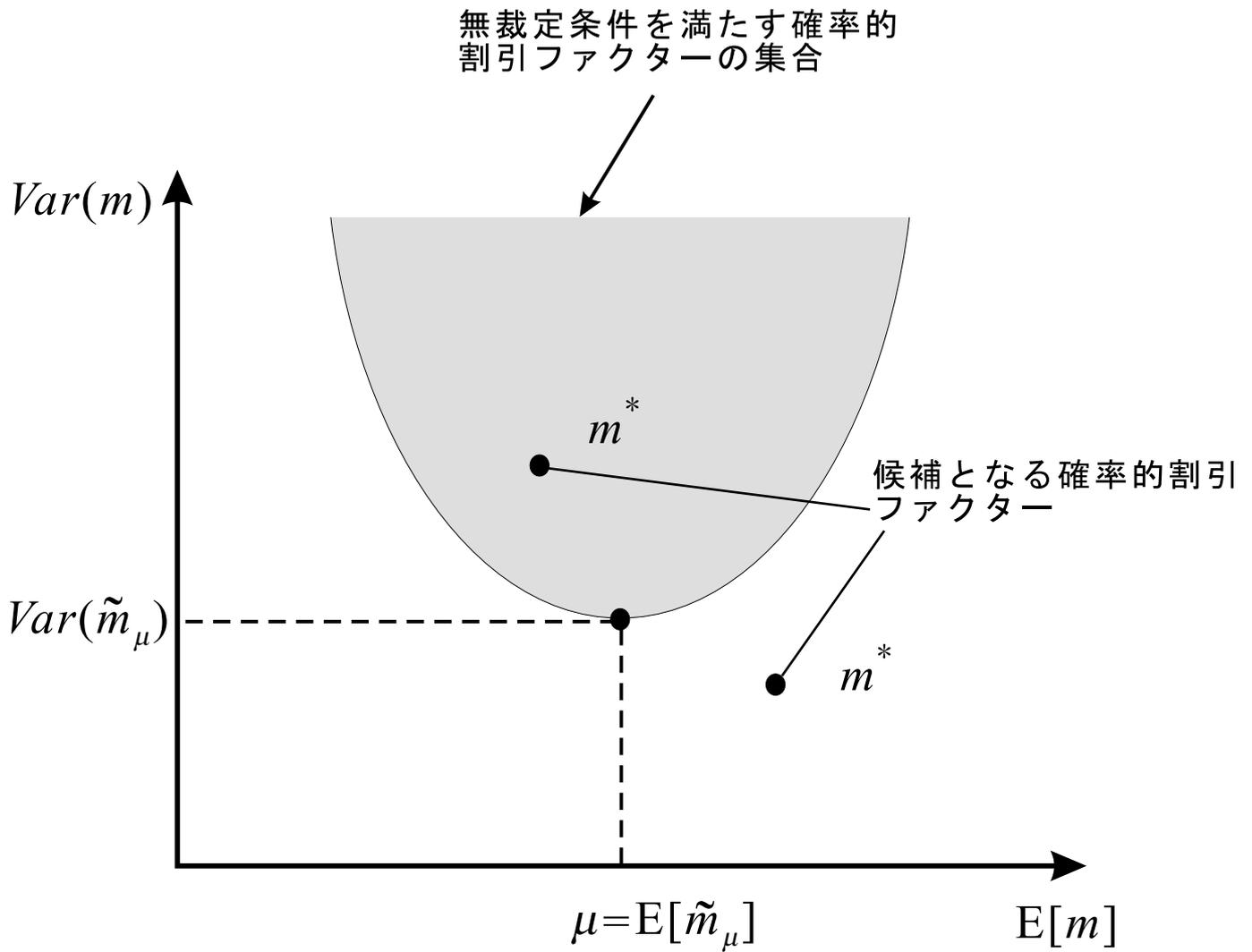
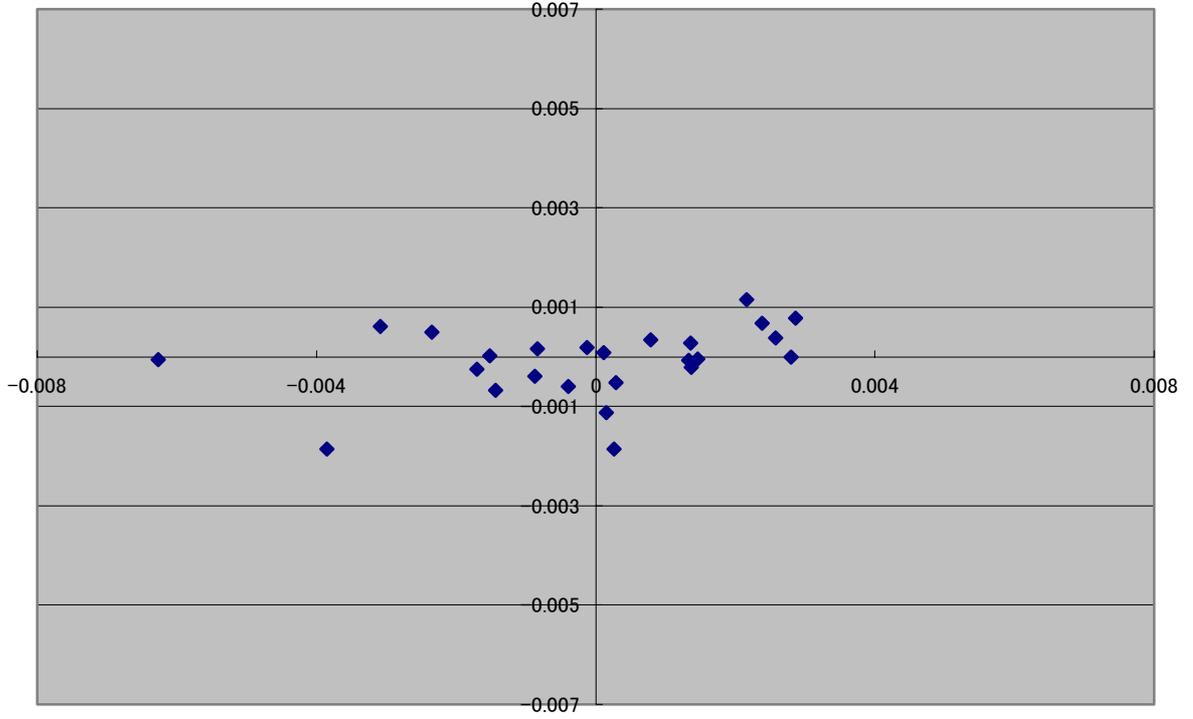


図3

資産価格モデルのパフォーマンスの比較

X-axis: Mean excess Return; Y-axis: Fitted value

(i) 消費 CAPM: 1975-98



(ii) CAPM: 1975-98

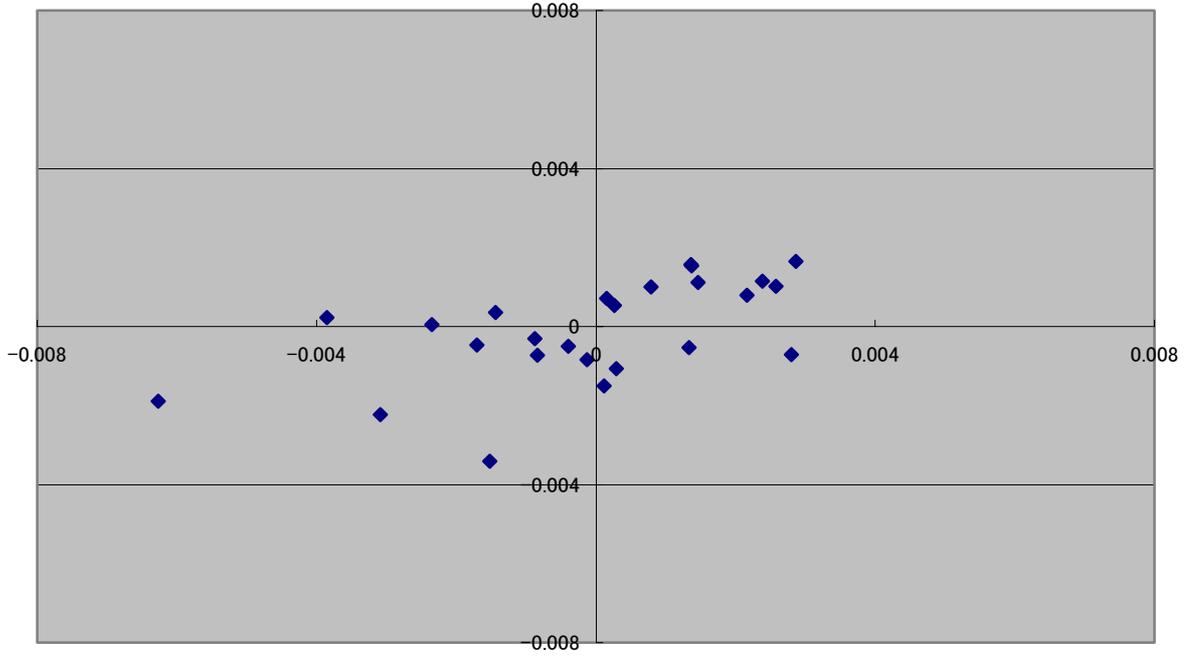
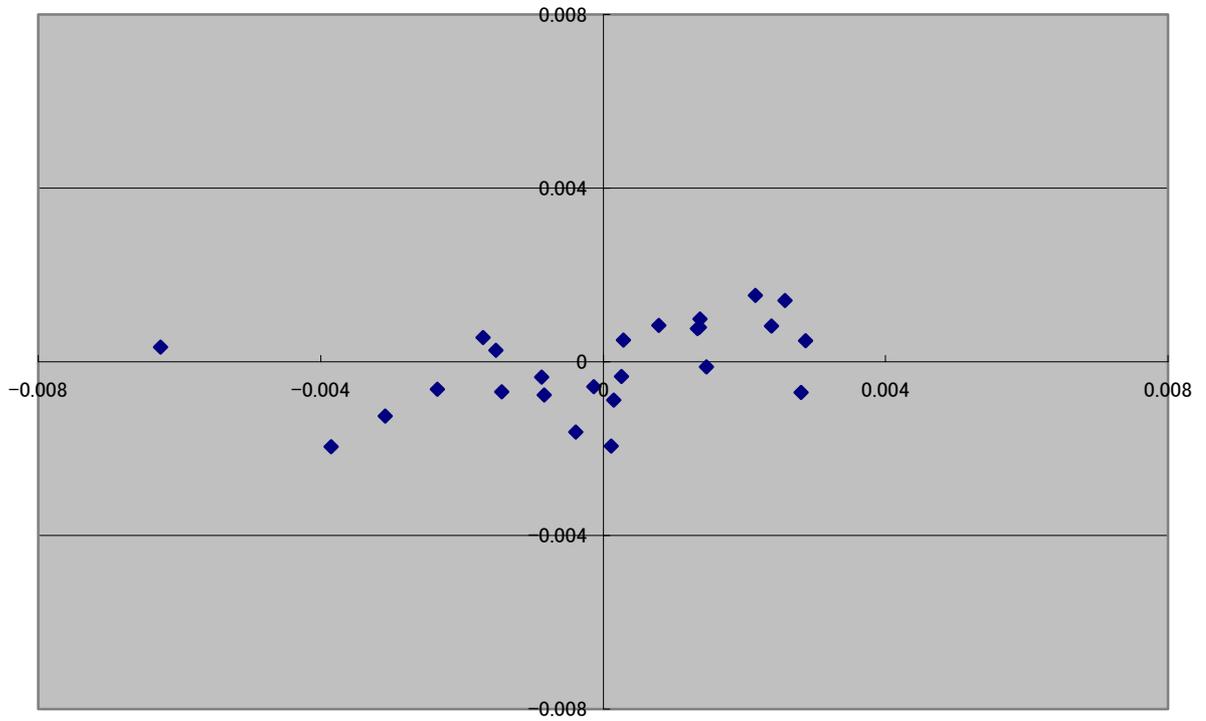


図3 (続き1) 資産価格モデルのパフォーマンスの比較

X-axis: Mean excess return; Y-axis: Fitted value

(iii) マルチファクター・モデル (I) マクロ・ファクター: 1975-98



(iv) マルチファクター・モデル (II) マーケット+労働所得: 1975-98

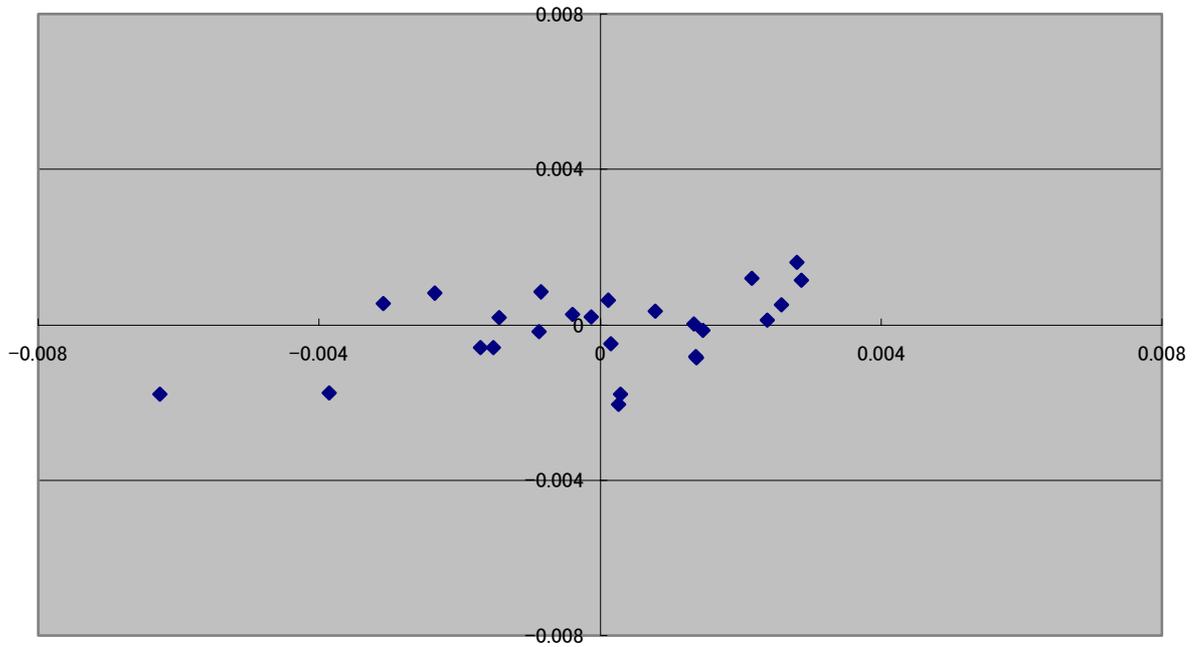
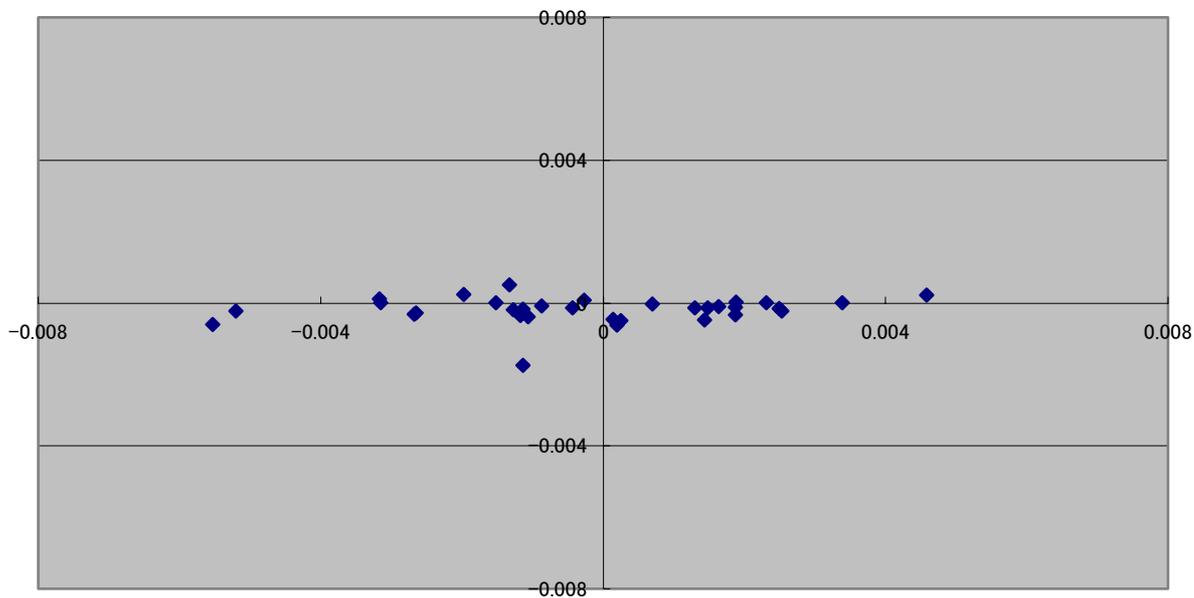


図3 (続き2) 資産価格モデルのパフォーマンスの比較

X-axis: Mean excess Returns; Y-axis: Fitted values

(i) 消費CAPM: 1983-98



(ii) CAPM: 1983-98

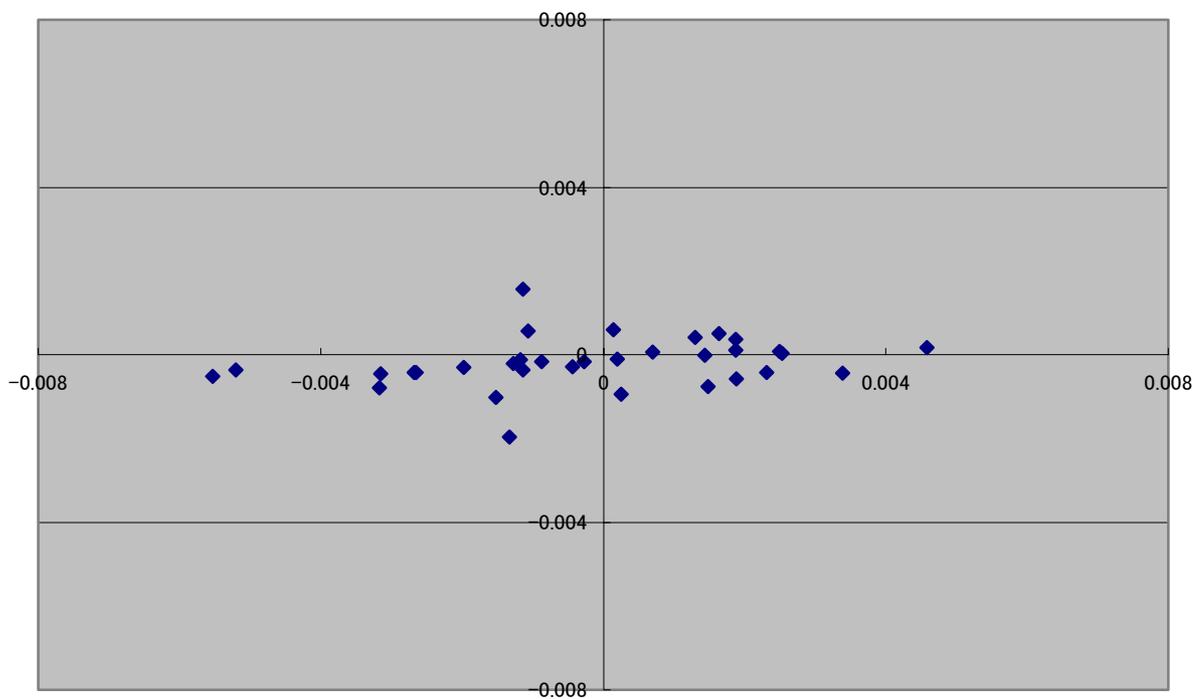
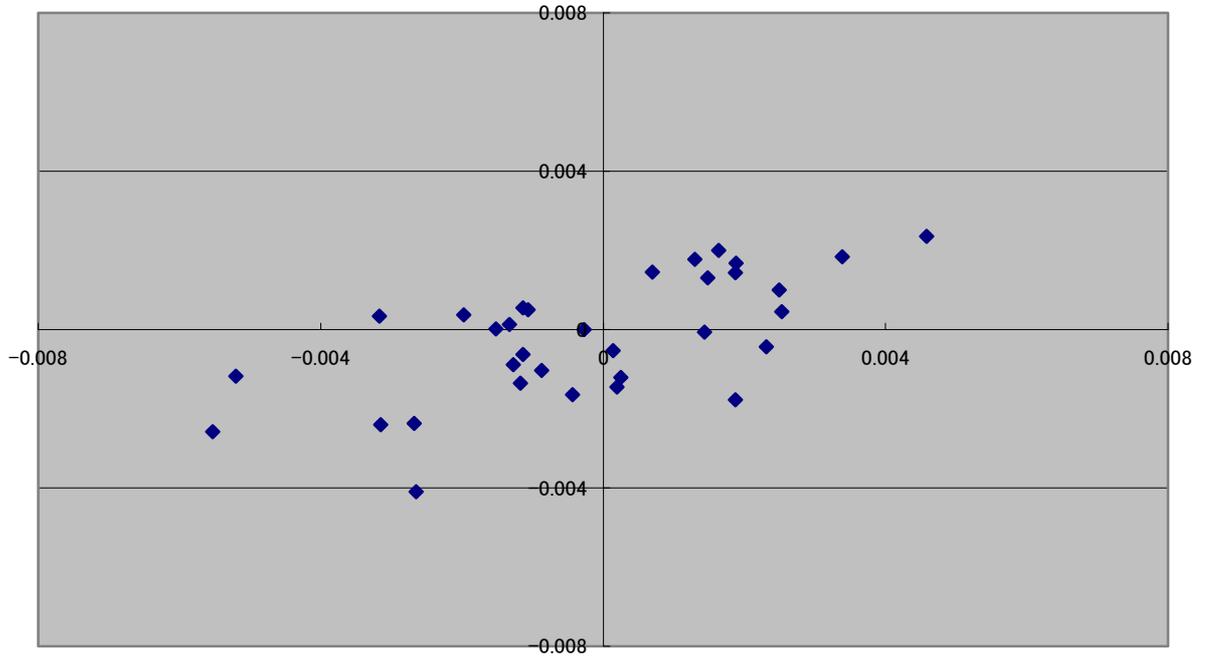


図3 (続き3) 資産価格モデルのパフォーマンスの比較

X-axis: Mean excess returns; Y-axis: Fitted values

(iii) マルチファクター・モデル (I) マクロ・ファクター: 1983-1998



(iv) マルチファクター・モデル (II) マクロ・ファクター: 1983-98

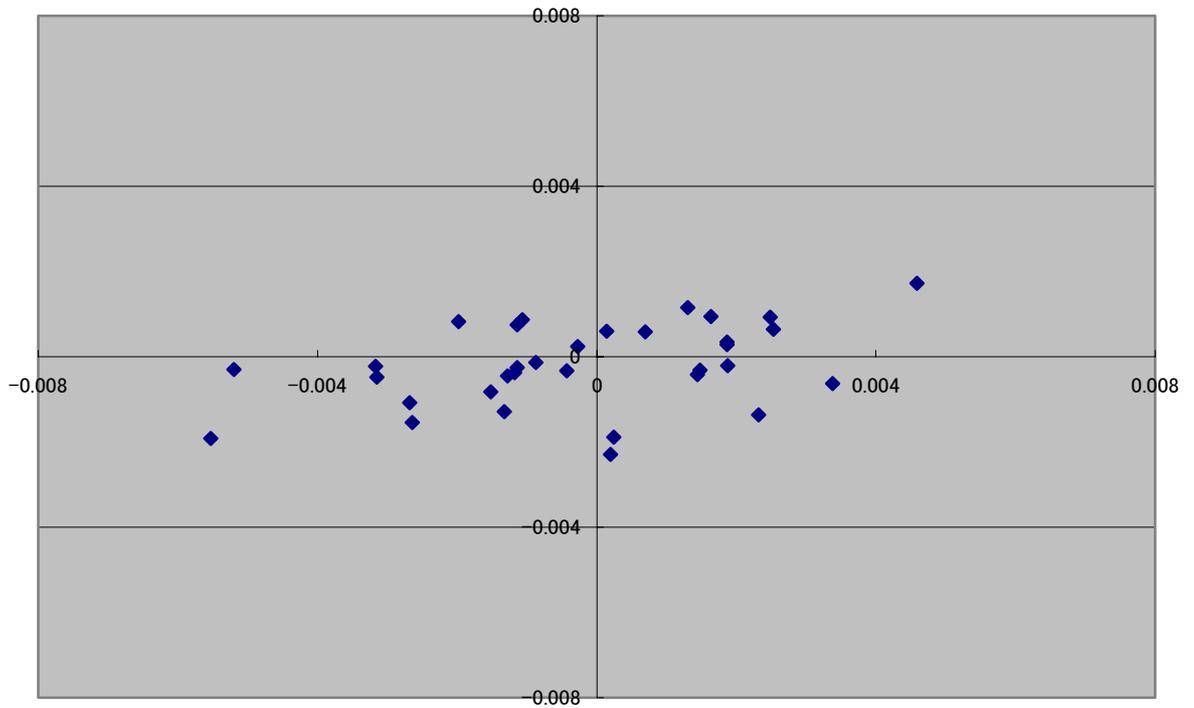


図 4
TOPIX超過収益率と実質消費成長率の相関

